

# Procesamiento de señales de encefalograma para la detección de ataques epilépticos.

Trabajo fin de grado



Autor: José Antonio Verde Jiménez

Tutor: José Daniel García Sánchez

13 de octubre de 2025

Grado en Ingeniería Informática – Universidad Carlos III de Madrid

# 1. Introducción

---

# 1.1 Motivación

- Colaboración entre dos grupos de investigación (PPMC y ARCOS) de dos universidades (UMA y UC3M).
- Tema interesante y relevante.
  - Optimización.
  - Paralelismo.
  - Sistema en tiempo real.
- Un reto personal.
  - Aplicar lo aprendido.
  - Resolver un problema difícil.
  - Investigar.
- Aportar algo.



Figura 1: PPCM y ARCOS

## 1.2 Objetivos del proyecto

Detectar en una señal de encefalograma qué épocas pertenecen a un ataque epiléptico y optimizar el código que lo hace.

1. Módulo de Python 3 escrito en C++ para minimizar el tiempo de entrenamiento.
  2. Sistema en tiempo real duro en un dispositivo empotrado.
    1. RISC-V
    2. Bajo consumo
    3. **ESP32C3**
  3. Verificación formal.

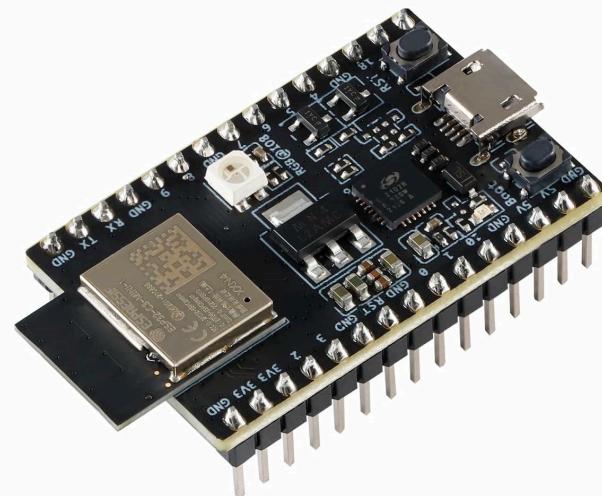


Figura 2: ESP32C3

## 2. Estado de la cuestión

---

## 2.1 PaFESD: Patterns Augmented by Features Epileptic Seizure Detection

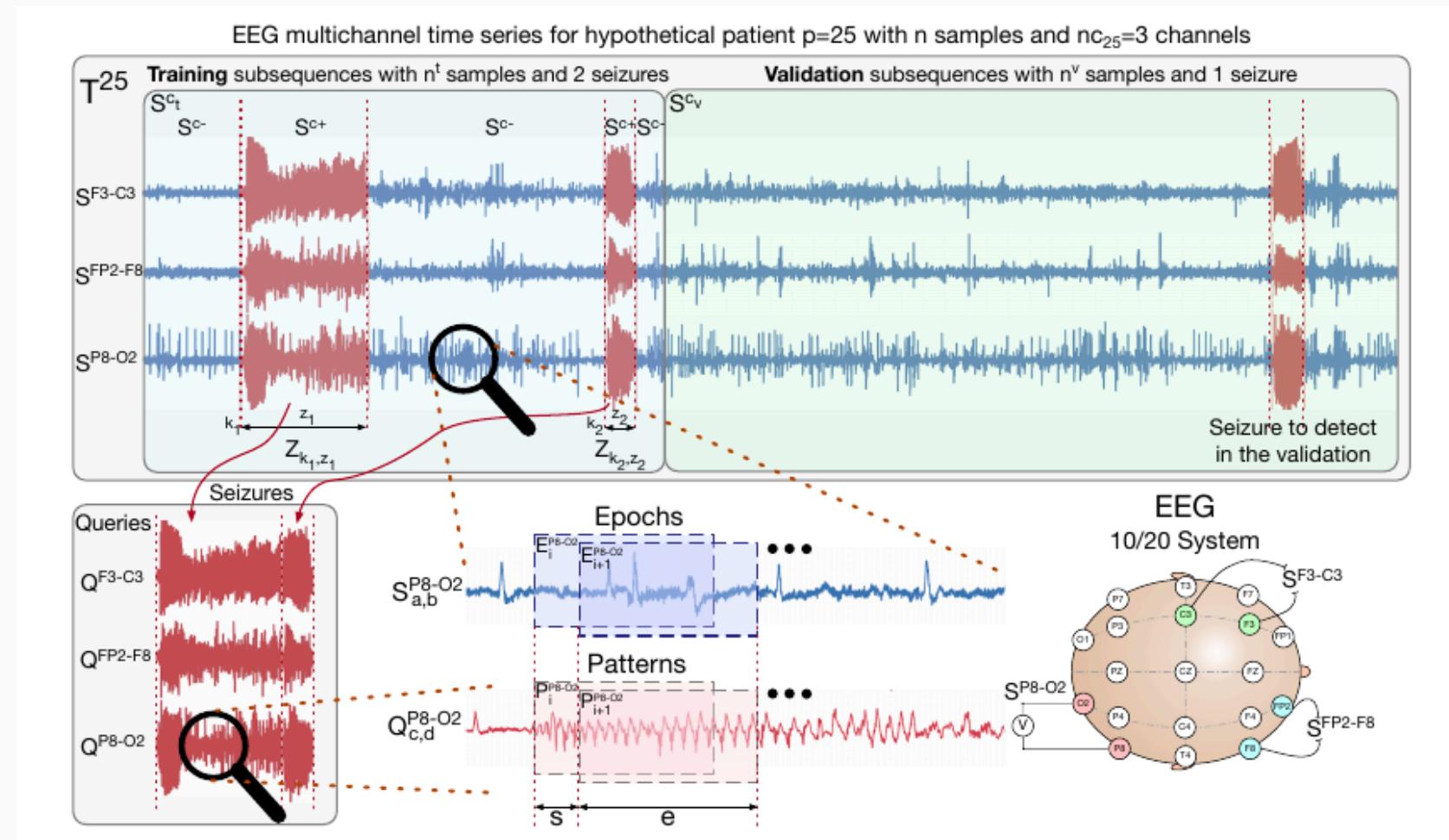


Figura 3: PaFESD: Patterns augmented by Features Epileptic Seizure Detection

## 2.2 Técnicas de programación

- **Rangos**
  - range-v3
  - flux
  - Estándar
- **Paralelismo:**
  - Hilos (C++ y Python 3) y tareas (Ada).
  - OneTBB.
  - OpenMP.
  - C++ y políticas de ejecución.
- **Diseño por contrato**
  - Ada y SPARK
  - Eiffel
  - \* C++ 26
- **Demostración interactiva de teoremas**
  - Rocq
  - Lean
  - SPARK

### 3. Análisis

---

### 3.1 Casos de uso y requisitos

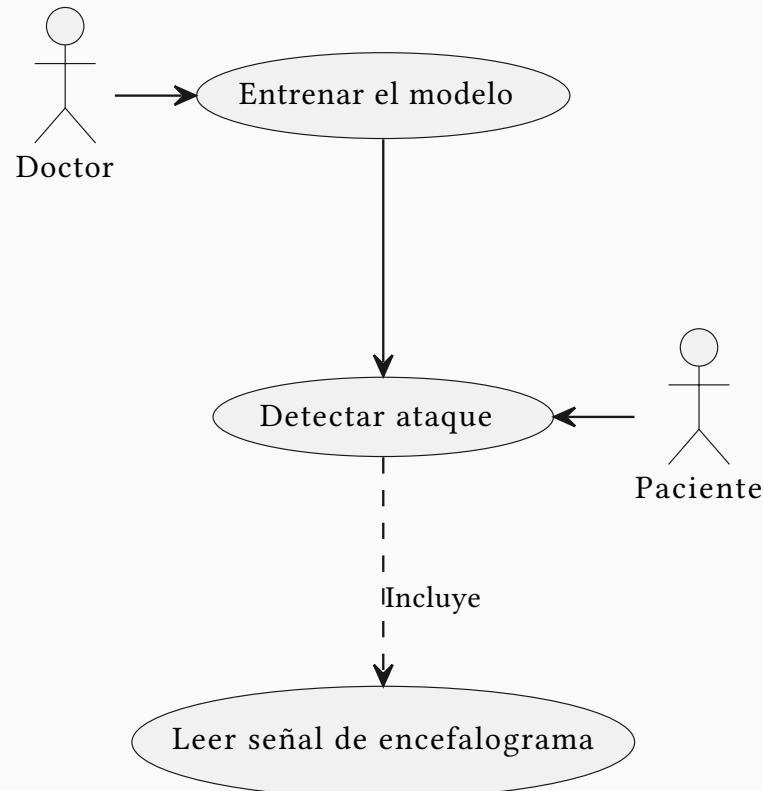


Figura 4: Casos de uso

	Leer señal de encefalograma	Detectar ataque	Entrenar el modelo
RF-01			✓
RF-02		✓	
RF-03		✓	
RF-04	✓		
RF-05			✓

	Leer señal de encefalograma	Detectar ataque	Entrenar el modelo
RN-01	✓		
RN-02	✓		
RN-03		✓	
RN-04	✓	✓	
RN-05			✓
RN-06			✓
RN-07			✓
RN-08			✓
RN-09			✓
RN-10			✓
RN-11			✓
RN-12		✓	
RN-13	✓	✓	

Figura 5: Requisitos funcionales y requisitos no funcionales

## 3.2 Arquitectura

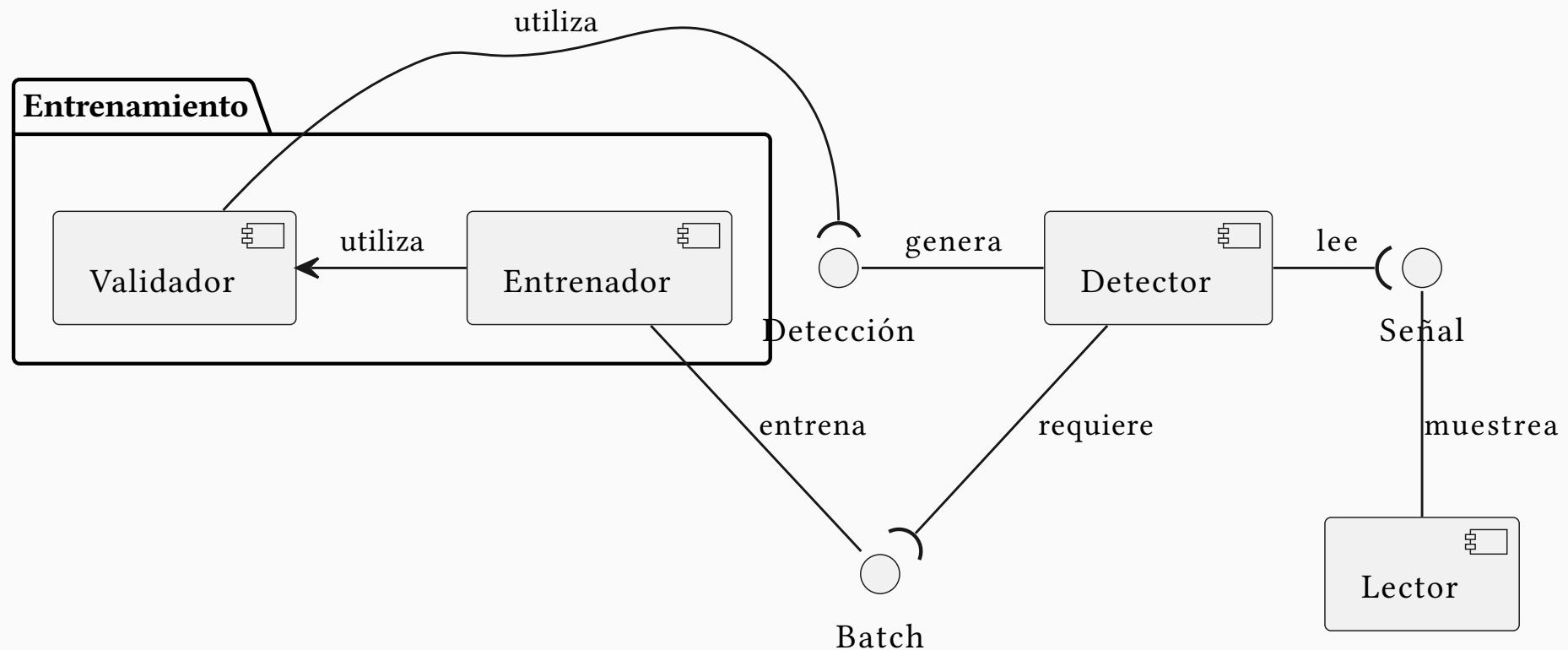


Figura 6: Arquitectura

## 4. Implementación en C++

---

## 4.1 Módulo de Python 3

```
1 PYBIND11_MODULE(signals, m) {  
2     m.doc() = "Signals library for Seizure Algorithm";  
3     m.def("simpson", simpson, pybind11::arg("y"), pybind11::arg("dx"));  
4     m.def("welch", welch);  
5     m.def("call_psd", call_psd);  
6     m.def("call_max_dist", call_max_dist);  
7     m.def("call_energy", call_energy);  
8     m.def("begin", optimization_step_begin, pybind11::arg("data_all"),  
9            pybind11::arg("stride"), pybind11::arg("ops"),  
10           pybind11::arg("query_all"), pybind11::arg("qstride"),  
11           pybind11::arg("qops"), pybind11::arg("mw"));  
12 }
```

C++

Listado 1: Integración de C++ en Python 3 con pybind11.

## 4.2 Vistas y rangos en C++

```
1 #include <range/v3/all.hpp>
2 constexpr auto sliding_window_view(auto size, auto stride) {
3     return ranges::views::sliding(size) | ranges::views::stride(stride);
4 }
5 constexpr auto chunk_split_view(auto && view, auto size) {
6     return view | ranges::views::chunk(view.size() / size + 1);
7 }
8
9 // Extracto de validator.hpp
10 auto window_view      = scv_view | sliding_window_view(epoch, stride);
11 auto indices          = std::views::iota(from, to);
12 for (auto && [epoch, idx] : ranges::views::zip(window_view, indices)) {
13     // ...
14 }
```

C++

Listado 2: Vistas y rangos en C++.

## 4.3 Resultados

Función	Muestras	Python 3		C++		<i>Speed-up</i>
		$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	
Simpson	1159	0.1335 s	0.0109 s	0.0219 s	0.0018 s	$\times 6.1$
Welch	109	1.398 s	0.0323 s	0.2598 s	0.0049 s	$\times 5.4$
PSD	18	9.9002 s	0.1139 s	0.1596 s	0.0049 s	$\times 62$
Energy	172	1.0355 s	0.0298 s	0.0152 s	0.0024 s	$\times 68.1$
Max Distance	41	4.4274 s	0.0728 s	0.0304 s	0.0044 s	$\times 145.6$
<b>Subrutina</b>	12	15.1082 s	0.1109 s	0.2664 s	0.0398 s	$\times 56.7$

Tabla 1: *Slimbook*: 20 hilos

12th Gen Intel i7-12700H (20) @ 4.600GHz con 20 hilos lógicos.

## 4.3 Resultados

Función	Muestras	Python 3		C++		<i>Speed-up</i>
		$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	
Simpson	831	0.1845 s	0.0024 s	0.0321 s	0.0008 s	$\times 5.7$
Welch	75	2.0053 s	0.0048 s	0.4095 s	0.0022 s	$\times 4.9$
PSD	53	3.3504 s	0.2755 s	0.0704 s	0.0069 s	$\times 47.6$
Energy	56	3.2378 s	0.6921 s	0.0129 s	0.0021 s	$\times 251$
Max Distance	60	3.0195 s	0.7865 s	0.0148 s	0.0053 s	$\times 204$
<b>Subrutina</b>	21	8.5647 s	1.4619 s	0.0997 s	0.0192 s	$\times 85.9$

Tabla 2: Servidor: 64 hilos

*Intel Xeon Gold 6326 (64) @ 3.500GHz con 64 hilos lógicos.*

## 4.3 Resultados

Lenguaje	Compilador	Máquina	épocas/s
C++	GCC 14	ESP32C3	1.64
C++	Clang 18	RPi 4 (32 bits)	470
C++	GCC 12	RPi 3 (64 bits)	217
C++	Clang 18	Slimbook	3036

Tabla 3: Épocas por segundo con tipo flotante IEEE de 32 bits en C++.  
Peor caso con 3 patrones

- **1.64** épocas por segundo da tiempo real, pero se puede hacer mejor.
- En el futuro habría que limpiar la señal, filtrar artefactos.

## 5. Implementación en Ada

---

## 5.1 ¿Por qué?

- Pese a ser en general más lento que C++.
- Prototipo rápido.
- Punto fijo en el estándar.
  - GNAT pertenece al juego de compiladores de GCC
  - Intrínsecos del compilador para punto fijo.
- **Verificación formal del algoritmo.**
  - Comportamiento no definido en C++ es comportamiento erróneo en Ada.
  - Contratos en todas las operaciones.
  - **SPARK.**

## 5.2 Pruebas preliminares (punto flotante)

Lenguaje	Checks	Compilador	Máquina	épocas/s
Ada	Desactivados	GNAT 14	ESP32C3	0.96
Ada	Activados	GNAT 14	ESP32C3	0.94
Ada	Desactivados	GNAT 10	RPi 4 (32 bits)	286
Ada	Activados	GNAT 10	RPi 4 (32 bits)	280
Ada	Desactivados	GNAT 12	RPi 3 (64 bits)	199
Ada	Activados	GNAT 12	RPi 3 (64 bits)	147
Ada	Desactivados	GNAT 14	Slimbook	1725
Ada	Activados	GNAT 14	Slimbook	1433

Tabla 4: Épocas por segundo con tipo flotante IEEE de 32 bits en Ada.  
Peor caso con 3 patrones

## 5.3 Pruebas preliminares (punto fijo)

<i>Checks</i>	<i>Tipo</i>	<i>épocas/s</i>
Activados	$\mathbb{X}_{32,-8}$	Constraint_Error
Activados	$\mathbb{X}_{64,-16}$	1.08
Desactivados	$\mathbb{X}_{32,-8}$	<b>21.04</b>
Desactivados	$\mathbb{X}_{64,-16}$	1.12

Tabla 5: Prueba preliminares de rendimiento de punto fijo en Ada.

Técnicamente se podrían procesar alrededor de  
21 épocas por segundo

Técnicamente se podrían procesar alrededor de  
21 épocas por segundo

- *Después de eliminar los errores*

## 5.4 Problemas

- Desbordamiento y subdesbordamiento de enteros con signo.
  - ▶ En C++ es comportamiento no definido (*undefined behaviour*).
  - ▶ En Ada es `Constraint_Error`.
- Precisión
  - ▶ 32 bits: `float` ( $23 + 1 + 1$ ) y `double` ( $52 + 1 + 1$ ).
  - ▶ Variabilidad del exponente.
  - ▶ Productos y divisiones usan el doble de bits.

## 5.4 Problemas

- Desbordamiento y subdesbordamiento de enteros con signo.
  - ▶ En C++ es comportamiento no definido (*undefined behaviour*).
  - ▶ En Ada es `Constraint_Error`.
- Precisión
  - ▶ 32 bits: `float` ( $23 + 1 + 1$ ) y `double` ( $52 + 1 + 1$ ).
  - ▶ Variabilidad del exponente.
  - ▶ Productos y divisiones usan el doble de bits.
  - ▶ **Divisiones (49.2% del tiempo total en punto fijo de 64 bits).**

## 5.4 Problemas

- Desbordamiento y subdesbordamiento de enteros con signo.
  - ▶ En C++ es comportamiento no definido (*undefined behaviour*).
  - ▶ En Ada es `Constraint_Error`.
- Precisión
  - ▶ 32 bits: `float` ( $23 + 1 + 1$ ) y `double` ( $52 + 1 + 1$ ).
  - ▶ Variabilidad del exponente.
  - ▶ Productos y divisiones usan el doble de bits.
  - ▶ **Divisiones (49.2% del tiempo total en punto fijo de 64 bits).**
- Errores
  - ▶ En C++ son silenciosos.
  - ▶ En Ada lanzan excepciones. No capturables con la configuración de la biblioteca de tiempo de ejecución (*runtime*) del dispositivo empotrado (`No_Exception_Propagation`).

SPARK

## 5.5 Soluciones

- Subconjunto de Ada con anotaciones adicionales.
- Probadores de teoremas: Alt-Ergo, Colibri, cvc5, Z3, Coq...
- Uniformizar valores, porque:  $x, y \in (-1, 1) \rightarrow xy \in (-1, 1)$ .
- Hacer iterativa la transformada de Fourier.
- Punto fijo de 64 bits de manera dispersa.
- SPARK Gold: **Division, Index, Length, Overflow, Range, Tag, Elaboration and Flow checks**.

## 5.6 Resultados

<b>Compilador</b>	<b>Checks</b>	<b>Máquina</b>	<b>épocas/s</b>
GNAT 14	Desactivados	ESP32C3	<b>10.36</b>
GNAT 14	Activados	ESP32C3	7.68
GNAT 10	Desactivados	RPi 4 (32 bits)	154
GNAT 10	Activados	RPi 4 (32 bits)	104
GNAT 12	Desactivados	RPi 3 (64 bits)	222
GNAT 12	Activados	RPi 3 (64 bits)	127
GNAT 14	Activados	Slimbook	2139
GNAT 14	Desactivados	Slimbook	2195

Tabla 6: Pruebas finales de rendimiento de punto fijo en SPARK + Ada.

## 5.6 Resultados

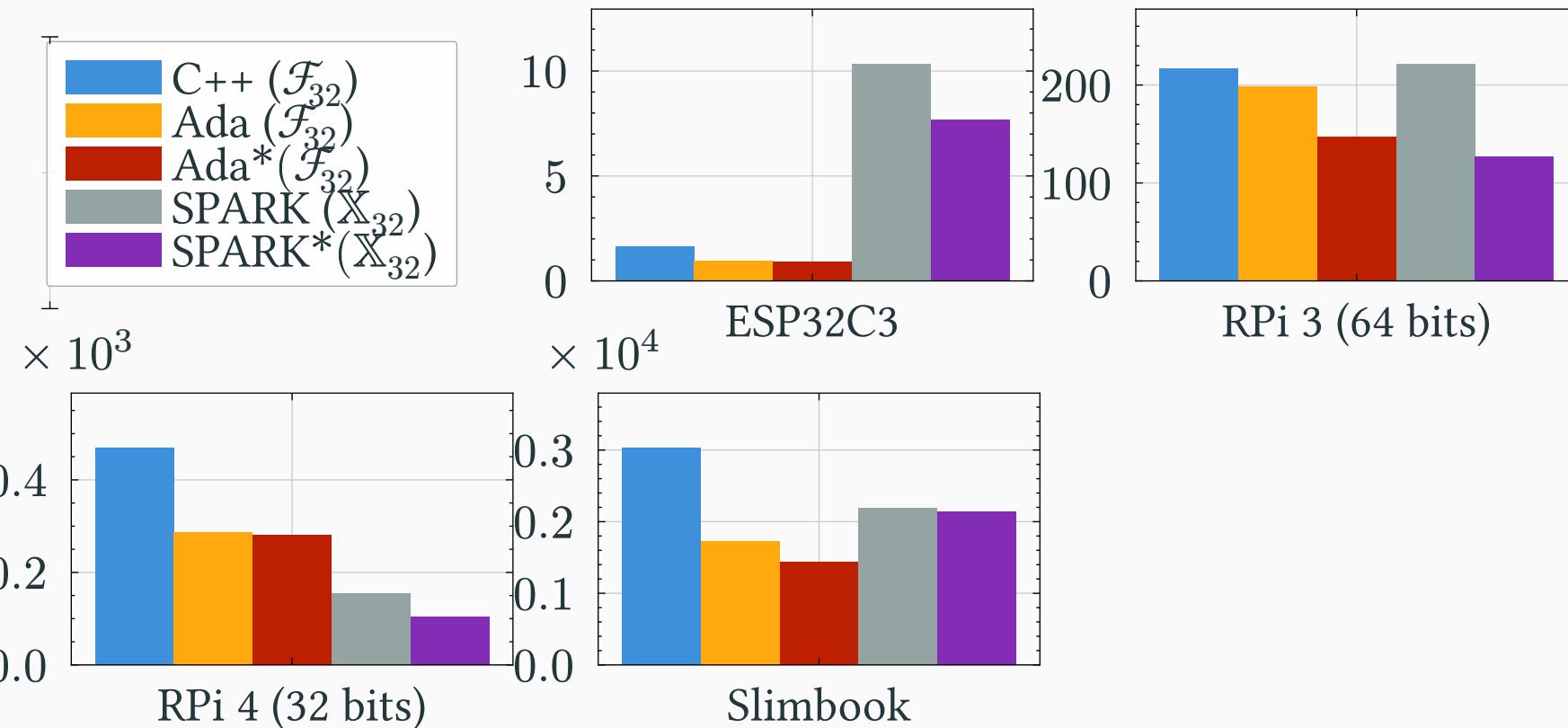


Figura 7: Comparación final de implementaciones. El eje de ordenadas indica el número de épocas por segundo. El asterisco indica que se ha compilado con comprobaciones en tiempo de ejecución activadas.

## 5.7 Estadísticas del probador de teoremas

SPARK Analysis results	Total	Flow	Provers	Justified	Unproved
Data Dependencies	41	41	.	.	.
Flow Dependencies	.	.	.	.	.
Initialization	34	34	.	.	.
Non-Aliasing	3	3	.	.	.
Run-time Checks	618	.	608	4	6
Assertions	125	.	123	1	1
Functional Contracts	68	.	57	8	3
LSP Verification	.	.	.	.	.
Termination	44	41	3 (CVC5)	.	.
Concurrency	.	.	.	.	.
Total	933	119 (13%)	791 (85%)	13 (1%)	10 (1%)

Tabla 7: Estadísticas del análisis de SPARK

## **6. Entorno socioeconómico**

---

## 6.1 Presupuesto

<b>Concepto</b>	<b>Coste</b>
Recursos humanos	6908.46 €
Recursos materiales	369.20 €
Costes indirectos	5175.00 €
<b>Total del proyecto</b>	<b>12452.66 €</b>
Beneficio industrial (16%)	1992.43€
IVA (21%)	2615.06€
<b>Importe final</b>	<b>17478.56 €</b>

Tabla 8: Coste total

## 6.2 Planificación

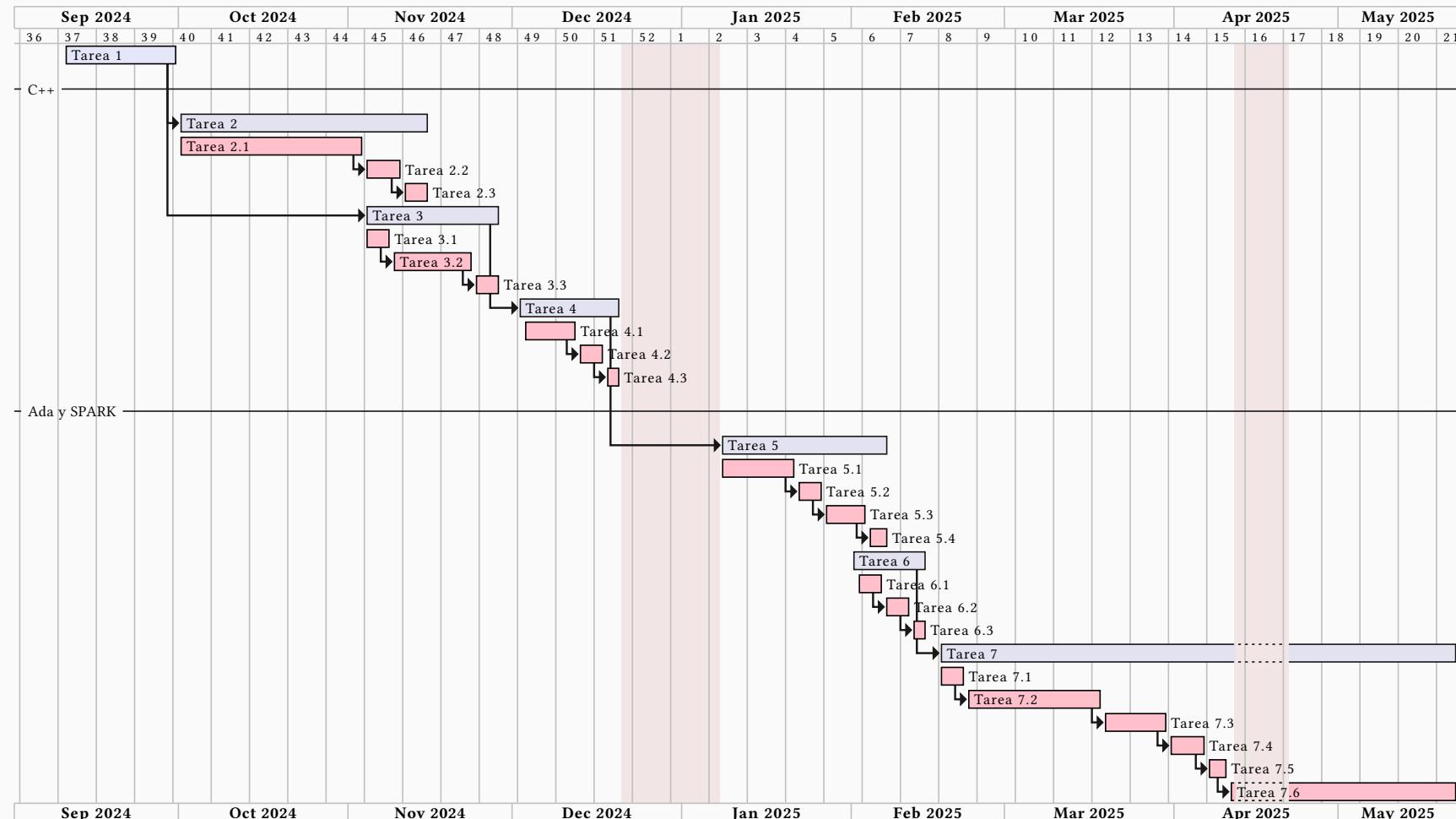


Figura 8: Diagrama Gantt del proyecto

## 7. Conclusiones

---

## 7.1 Conclusiones del proyecto

Objetivos cumplidos:

1. Entrenamiento más rápido. Visto bueno del equipo de investigación de la UMA.
2. Tiempo real.
  - ESP32C3
    - C++: 1.64 épocas por segundo
    - Ada: 10.36 épocas por segundo
  - Dependiendo de la calidad de la FPU mejora el rendimiento de punto flotante (vectorización, optimizaciones, ...).
  - A falta de FPU, punto fijo puede llegar a ser más rápido que punto flotante.
    - Trabajar con punto fijo es tedioso y requiere demostraciones.
3. Exceptuando Welch y la transformada de Fourier, se ha verificado formalmente todo el proyecto con un probador de teoremas.

## 7.2 Conclusiones personales y trabajo futuro

### 7.2.1 Conclusiones personales

- Varios lenguajes de programación.
- SPARK en un proyecto real.
- Aprendido
  - Compilación cruzada
  - Probadores de teoremas
  - Dispositivos empotrados

### 7.2.2 Trabajo futuro

- Terminar de demostrar funciones.
- Reentrenamiento en tiempo de ejecución.
- Limpiado de señal y artefactos.
- Publicación de resultados.

¡Muchas gracias por su atención!