

Projeto OH *

Jose Braz

26/08/2018

1 Resumo

Uso de Programação linear para resolver o problema da melhor alocação de moradores para a limpeza das áreas do andar superior da Casa III da instituição CEUPA (Casa Estudantil Universitária de Porto Alegre). O problema consiste em escolher os moradores para cada área de forma que todas as áreas sejam distribuídas o mais uniformemente possível (com a menor variância). É preciso garantir que todas as áreas sejam limpas duas vezes na semana e todos os moradores devem limpar exatamente uma área na semana. A distribuição se dá em duas etapas:

1. Uma fila circular de moradores para as áreas B, E e F
2. Uma alocação para as restantes áreas comuns A, C e D

O foco será na segunda etapa.

2 Modelo

Objective

$$Max \sum_{k \in C} \sum_{i \in CA} P_{QAM_k, i} * M_{i,k} \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{k \in C} M_{i,k} = \sum_{k \in C} QAM_{i,k} + 2 \quad \forall i \in CA \quad (2)$$

$$\sum_{i \in CA} M_{i,k} = \sum_{i \in CA} QAM_{i,k} + 1 \quad \forall k \in C \quad (3)$$

$$M_{i,k} \geq QAM_{i,k} \quad \forall k \in C \quad \forall i \in CA \quad (4)$$

Onde:

- CA é o conjunto das áreas comuns ($\{A, C, D\}$)

*OH significa Organização e Higiene

- C é o conjunto dos CLEANERS (moradores que irão limpar as áreas comuns)
- $QAM_{i,k}$ onde: $i \in CA$ e $k \in C$
representa a quantidade de vezes que o morador k fez a área i historicamente (guarda a informação para as proximas computações)
- $M_{i,k}$ onde: $i \in CA$ e $k \in C$
representa a quantidade de vezes que o morador k fez a área i mais a computação dos próximos a limpar as áreas.
- $P_{\bar{x},y}$ é a função que retorna um inteiro correspondente ao peso que a área y tem de acordo com a diferença com o maior elemento do vetor de áreas comuns \bar{x} . A função é dada por:

$$P_{\bar{x},y} = 5^{\text{maximum}(\bar{x}) - \bar{x}_y}$$

O objetivo (1) é um somatório ponderado de acordo com a função $P_{\bar{x},y}$, logo quanto maior o peso, maior será a prioridade em aumentar o $M_{i,k}$, fazendo com que a diferença entre as áreas i feitas por k seja pequena. A restrição de linha (2) garante que cada área será feita duas vezes naquela semana. A restrição de coluna (3) garante que cada morador irá fazer a limpeza exatamente uma vez naquela semana. A restrição de quantidade (4) garante que a matriz M será maior que a matriz histórica QAM , ou seja, conserva a informação das limpezas feitas nas semanas anteriores. A diferença entre $M_{i,k}$ e $QAM_{i,k}$ gera uma matriz binária que representa qual morador deve limpar determinada área naquela semana.

3 Exemplo

O algoritmo aplicado para o seguinte QAM

	Lais	Gustavo	Jose	Filipe	Renata	Tales
A	5	3	3	5	4	5
C	6	3	4	5	5	3
D	7	5	3	3	6	4

Objetivo:

$$\begin{aligned}
Max \quad & 25M_{A,Lais} + 5M_{C,Lais} + M_{D,Lais} + 25M_{A,Gustavo} + \\
& 25M_{C,Gustavo} + M_{D,Gustavo} + 5M_{A,Jose} + M_{C,Jose} + 5M_{D,Jose} + \\
& M_{A,Filipe} + M_{C,Filipe} + 25M_{D,Filipe} + 25M_{A,Renata} + \\
& 5M_{C,Renata} + M_{D,Renata} + M_{A,Tales} + 25M_{C,Tales} + 5M_{D,Tales} \quad (5)
\end{aligned}$$

Restrições de Linha:

$$M_{A,Lais} + M_{A,Gustavo} + M_{A,Jose} + M_{A,Filipe} + M_{A,Renata} + M_{A,Tales} = 27$$

$$M_{C,Lais} + M_{C,Gustavo} + M_{C,Jose} + M_{C,Filipe} + M_{C,Renata} + M_{C,Tales} = 28$$

$$M_{D,Lais} + M_{D,Gustavo} + M_{D,Jose} + M_{D,Filipe} + M_{D,Renata} + M_{D,Tales} = 30$$

Restrições de Coluna:

$$M_{A,Lais} + M_{C,Lais} + M_{D,Lais} = 19$$

$$M_{A,Gustavo} + M_{C,Gustavo} + M_{D,Gustavo} = 12$$

$$M_{A,Jose} + M_{C,Jose} + M_{D,Jose} = 11$$

$$M_{A,Filipe} + M_{C,Filipe} + M_{D,Filipe} = 14$$

$$M_{A,Renata} + M_{C,Renata} + M_{D,Renata} = 16$$

$$M_{A,Tales} + M_{C,Tales} + M_{D,Tales} = 13$$

Restrições de Quantidade:

$$M_{A,Lais} \geq 5$$

$$M_{C,Lais} \geq 6$$

$$M_{D,Lais} \geq 7$$

$$M_{A,Gustavo} \geq 3$$

$$M_{C,Gustavo} \geq 3$$

$$M_{D,Gustavo} \geq 5$$

$$M_{A,Jose} \geq 3$$

$$M_{C,Jose} \geq 4$$

$$M_{D,Jose} \geq 3$$

$$M_{A,Filipe} \geq 5$$

$$M_{C,Filipe} \geq 5$$

$$M_{D,Filipe} \geq 3$$

$$M_{A,Renata} \geq 4$$

$$M_{C,Renata} \geq 5$$

$$M_{D,Renata} \geq 6$$

$$M_{A,Tales} \geq 5$$

$$M_{C,Tales} \geq 3$$

$$M_{D,Tales} \geq 4$$

Variável M

$$M_{i,k} \geq 0, integer, \forall i \in \{A, C, D\}, k \in \{Lais, Gustavo, Jose, Filipe, Renata, Tales\}$$

O resultado da diferença entre M e QAM foi:

	Lais	Gustavo	Jose	Filipe	Renata	Tales
A	1	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	1
D	0	0	1	1	0	0