

UNIVERSIDAD DE GRANADA

INGENIERÍA INFORMÁTICA

*Computación y Sistemas Inteligentes*

---

# Practica 1

---

*Autor:* JOSÉ ANTONIO RUIZ MILLÁN

JUAN CARLOS RUIZ GARCÍA

*Email:* jantonioruiz@correo.ugr.es

jcarlosruiz95@correo.ugr.es

*Asignatura:* Teoría de la Información y la Codificación

11 de noviembre de 2018



1. (0,5 puntos) Describa qué es un código uniforme. Explique y justifique qué es un código de traducción única, y si todo código uniforme es también de traducción única

Un código uniforme es aquel en el que todas las palabras están formadas por el mismo número de símbolos, como por ejemplo el ASCII.

Un código de traducción única es aquel en el que para cada sucesión única de símbolos, corresponde una única sucesión de símbolos transmitidos, es decir, cuando el receptor decodifica el mensaje, sólo existe una única forma de decodificación sin ningún tipo de incertidumbre.

Esta afirmación es correcta, al tener todas las palabras de la misma longitud, este problema no aparece ya que cada una de las palabras tiene una codificación única que no puede confundirse con el resto, ya que una palabra distinta va a tener una codificación distinta.

2. (0,5 puntos) Se desea diseñar un código uniforme que permita codificar todas las letras (sólo en mayúsculas) del abecedario (salvo la ñ), un carácter de espacio, y los símbolos de puntuación ,;.: (en total, 31 caracteres). Suponiendo que la frecuencia de aparición de cada símbolo es equiprobable, justifique, utilizando conceptos de entropía, cuántos bits serían necesarios como mínimo para codificar los símbolos deseados. Indique los pasos que ha seguido y cómo ha hecho los cálculos.

Gracias a la fórmula de la entropía podemos realizar los siguientes cálculos:

$$H(S) = E\{(-\log_2 p(s_i))\} = -\sum_{i=1}^N p(s_i) \cdot \log_2(p(s_i))$$

En total habrá 32 símbolos, ya que el último lo utilizaremos para la parada. Como todos los símbolos son equiprobables, sabemos que la probabilidad de que ocurra un suceso es  $p(s_i) = \frac{1}{32}$ , por lo que ya podemos realizar el cálculo de la entropía:

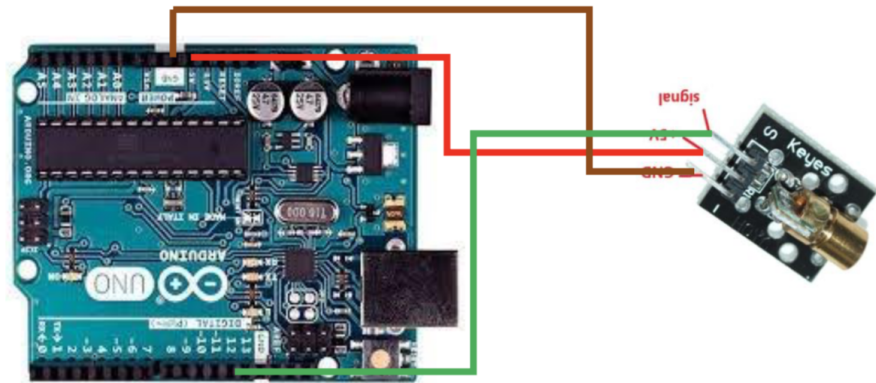
$$H(S) = -(32 \cdot \frac{1}{32} \cdot \log_2(\frac{1}{32})) = 5 \text{ bits}$$

3. Diseñe y exponga un código binario uniforme que codifique el código anterior, con el mínimo número de bits posibles.

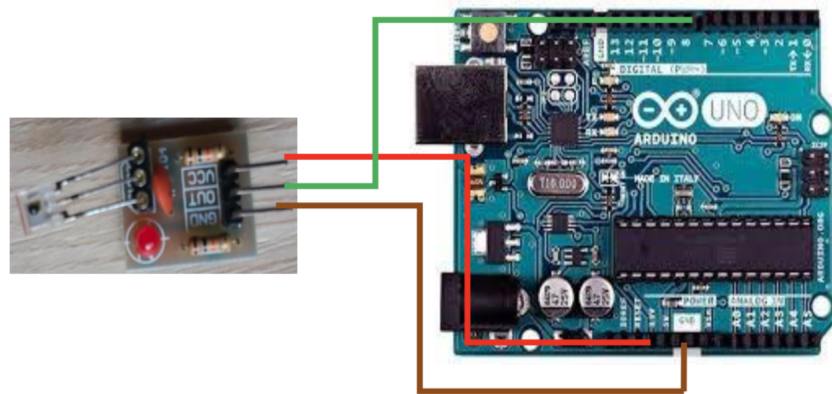
A = 00000;	I = 01000;	Q = 10000;	Y = 11000;
B = 00001;	J = 01001;	R = 10001;	Z = 11001;
C = 00010;	K = 01010;	S = 10010;	“ ” = 11010;
D = 00011;	L = 01011;	T = 10011;	. = 11011;
E = 00100;	M = 01100;	U = 10100;	, = 11100;
F = 00101;	N = 01101;	V = 10101;	; = 11101;
G = 00110;	O = 01110;	W = 10110;	: = 11110;
H = 00111;	P = 01111;	X = 10111;	Parada = 11111;

4. (5 puntos) Implemente un sistema de emisión/recepción de datos del código uniforme diseñado por láser, atendiendo a las instrucciones dadas en el Seminario 1. Las restricciones del sistema son:

- a) Debe haber un programa emisorPC, que se ejecute en un PC. Este programa leerá cadenas de caracteres asociadas a los símbolos de las letras (sólo en mayúsculas) del abecedario (salvo la ñ), un carácter de espacio, y los símbolos de puntuación ,;.: , y las codificará en cadenas de 0's y 1's según el código diseñado en el ejercicio anterior. Posteriormente, enviará la cadena por puerto serie a un Arduino emisor.
- b) Debe haber un programa emisorArdu, que se ejecute en un Arduino. Deberá recibir una cadena de máximo 500 caracteres conteniendo 0's y 1's, y enviará por láser dicha cadena, atendiendo a las instrucciones dadas en el Seminario 1. El Arduino que ejecute este programa estará equipado según se muestra en la siguiente Figura:



- c) Debe haber un programa receptorArdu, que se ejecute en un Arduino diferente del anterior. Deberá recibir una cadena de como máximo 500 0's y 1's interpretados desde un fotorreceptor láser, y enviar la cadena por USB según se indica en el Seminario 1. El Arduino que ejecute este programa estará equipado según se muestra en la siguiente Figura:



- d) Debe haber un programa receptorPC, que se ejecute en un PC y que reciba

por USB una cadena de 0's y 1's. El programa decodificará la cadena según el código binario uniforme diseñado, atendiendo a las indicaciones del Seminario 1, y mostrará una cadena con los símbolos decodificados por consola.

Todos los apartados han sido realizados en los ficheros que van adjuntados con este documento.

Para la ejecución del código, se pasa un comprimido llamado “*codigo*”, que dentro tiene a su vez por separado el proyecto del emisor y el proyecto del receptor, sólo hay que descomprimir el que se quiera utilizar, hacer el make y ya tendremos el proyecto.

5. (1.5 puntos) Suponiendo que un laserbit tarda en enviarse  $U$  ms., y que la probabilidad de enviar cualquier símbolo del alfabeto de la fuente es equiprobable, responda a las siguientes preguntas:

- a) Considerando el código uniforme creado, ¿Cuántos ciclos de  $U$  ms serán necesarios, en promedio, para enviar un mensaje compuesto por un símbolo de la fuente? ¿Cuántos ciclos como mínimo? ¿Cuántos ciclos como máximo?

Tenemos que para enviar un 0 tardamos  $2U$  ya que enviamos un *HIGHT* y un *LOW* tardando una unidad  $U$  cada uno.

Por otra parte tenemos que tardamos  $3U$  en enviar un 1, ya que mandamos dos *HIGHT* y un *LOW* siendo cada uno de una unidad de  $U$ .

Por lo que tenemos que:

- **Mejor caso:** cadena = “0000011111”

Esto es ya que cada simbolo esta compuesto por 5 elementos, lo que hace que como tardamos menos en enviar un 0, el mejor caso siempre será “00000” seguido de la parada que ésta siempre acompañará a la trama.

Pot lo que finalmente tenemos que en el mejor de los casos tardaríamos

$$5 \cdot 2U + 5 \cdot 3U = 25U.$$

- **Peor caso:** cadena = “1111111111”

Al contrario que en el caso anterior, como el 1 es el carácter que más tarda en enviarse, la cadena que podríamos tener para el peor caso es la que vemos en este apartado.

Finalmente tenemos que lo que tardamos en enviar en el peor caso es:

$$5 \cdot 3U + 5 \cdot 3U = 30U.$$

- **Caso promedio:**

Para este caso únicamente tenemos que hacer la media entre los dos casos anteriores.

$$\frac{25U+30U}{2} = 27,5U.$$

- b) ¿Cuál es la tasa de información transmitida por el canal, en términos reales?

$$R_{real} = k \cdot \frac{H(S)}{T}$$

$$H(S) = -\sum_{i=1}^N p(S_i) \cdot \log_2(p(S_i))$$

En nuestro caso, haremos los calculos en el **mejor caso**.

Tenemos que:

$$H(S) = -32 \cdot \frac{1}{32} \cdot \log_2\left(\frac{1}{32}\right) = 5$$

Por lo tanto:

$$R_{real} = 5 \cdot \frac{5}{25U}$$

Teniendo esto, únicamente sustituyendo  $U$  por el valor que utilicemos obtendremos el resultado, por ejemplo si  $U = 15\text{ms}$ , tenemos:

$$R_{real} \approx 66\text{bps}$$

- c) **¿Cuál es la velocidad de señalización, en términos reales, para enviar un mensaje con un único símbolo del alfabeto de la fuente?**

$$r_{real} = \frac{n}{T}$$

Por lo que en nuestro caso tenemos que **en el mejor caso**:

$$r_{real} = \frac{5}{25U}$$

- d) **¿Cuántos valores m “0” ó “1” se pueden enviar por unidad de tiempo por el canal, en promedio? ¿Cuál es la velocidad máxima posible para enviar un código “0” o “1” por el canal?**

Tenemos que en promedio tardamos en mardar o un “0” o un “1”  $\frac{2U+3U}{2} = 2,5U$ . Por lo tanto.

$$m = \frac{1}{2,5U}$$

Si por ejemplo asumimos  $U = 15\text{ms}$ , tendríamos  $m \approx 26$ .

$$s = \frac{1}{\tau_{min}}$$

Como en nuestro caso tardamos en enviar “0”  $2U$  siendo éste el mínimo, tenemos:

$$s = \frac{1}{2U}$$

- e) **¿Cuál es la capacidad del canal? ¿Es el canal un canal ideal?**

$$c = s \cdot \log_2(m)$$

Por lo que tenemos que

$$c = \frac{1}{2U} \cdot \log_2(32) = \frac{5}{2U}$$

Para decidir si es un canal aprovechado, asumiré  $U = 15\text{ms}$ . Un canal es idel si cumple la siguiente condicion.

Si tenemos en cuenta tanto  $c$  como  $R_{teorica}$ , tenemos:

$$c \approx 166$$

$$R_{teorica} = \frac{H(S)}{\tau} = \frac{5}{2U} \approx 166$$

Por lo que podríamos decir que esta canal es ideal. Sin embargo, si tenemos en cuenta  $R_{real}$ :

$$c \approx 166$$

$$R_{real} \approx 66$$

Por lo que este canal no es un canal ideal.

**Indique los pasos que ha seguido y cómo ha hecho los cálculos, para cada apartado.**

**6. (1.5 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:**

Los cálculos los realizaremos siempre sobre el mejor caso, que es el caso en que enviaremos todo “0”.

- a) **Siendo X=emisor, calcule la entropía H(X) del emisor, en términos de la probabilidad de enviar H o L por el láser en el canal.**

$$H(S) = \sum_{i=1}^n p(S = s_i) \cdot \log_2(p(S = s_i))$$

$$p(X=\text{“H”}) = 0.5$$

$$p(X=\text{“L”}) = 0.5$$

Por lo tanto,  $H(X) = 0,5 \cdot \log_2(0,5) \cdot 2 = 1$ .

- b) **Calcule la matriz de probabilidades conjuntas de enviar o recibir H o L por el canal. Visualizando esta matriz.**

		Y		
		H	L	
X	H	0.5	0	0.5
	L	0	0.5	0.5
		0.5	0.5	1

Tabla 1: Matriz de probabilidades conjuntas.

- c) **Siendo X=emisor e Y=receptor, calcule la entropía conjunto H(X,Y), en términos de enviar y recibir H o L por el canal.**

$$H(X, Y) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(X = x_i, Y = y_j) \cdot \log_2(p(X = x_i, Y = y_j))$$

Por tanto:

$$H(X, Y) = p(X = \text{“H”}, Y = \text{“H”}) \cdot \log_2(p(X = \text{“H”}, Y = \text{“H”})) +$$

$$p(X = \text{“H”}, Y = \text{“L”}) \cdot \log_2(p(X = \text{“H”}, Y = \text{“L”})) +$$

$$p(X = \text{“L”}, Y = \text{“H”}) \cdot \log_2(p(X = \text{“L”}, Y = \text{“H”})) +$$

$$p(X = \text{“L”}, Y = \text{“L”}) \cdot \log_2(p(X = \text{“L”}, Y = \text{“L”})) = 0,5 \cdot \log_2(0,5) \cdot 2 = 1$$

d) ¿Cuál sería la entropía de  $H(Y|X)$ ? ¿Y la información mutua?

$$\begin{aligned} H(X|Y) &= H(X) + H(Y|X) \Rightarrow H(Y|X) = H(X|Y) - H(X) \\ p(Y=\text{"H"}) &= 0.5 \\ p(Y=\text{"L"}) &= 0.5 \end{aligned}$$

Y por tanto el  $H(X|Y)$  será:

$$H(Y|X) = H(X) - H(X, Y) = 1 - 1 = 0.$$

Sabemos que es correcto, por que al tener un canal sin ruido, el envío de un 0 desde el emisor supone la recepción de un 0 por parte del receptor, y viceversa.

Para el cálculo de la información mutua:

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) = 1 - 0 = 1.$$

e) **A partir de los resultados de los apartados anteriores, ¿Qué información infiere usted sobre las propiedades del canal (con ruido/sin ruido, asimetría, etc.)?**

Como hemos comprobado durante el desarrollo de la práctica con Arduino y ahora de forma matemática, podemos confirmar que nos encontramos ante un canal sin ruido, ya que los símbolos emitidos en el emisor son los mismos que los que se reciben en el receptor. Al ser un canal sin ruido, inmediatamente también es *determinista* y *sin pérdida*.

Respecto a la simetría, el canal es simétrico tal y como podemos ver en la matriz de probabilidades conjuntas, donde podemos observar que todas las filas contienen los mismos elementos aunque en distinto orden.

**Indique los pasos que ha seguido y cómo ha hecho los cálculos, para cada apartado.**