

先进机器人运动规划方法

王书源

哈尔滨工业大学

2018年12月21日

目录

01

问题背景

02

基本概念与知识

03

基于优化的规划

04

基于示例的规划

05

结合示例与优化的规划

06

创新思路

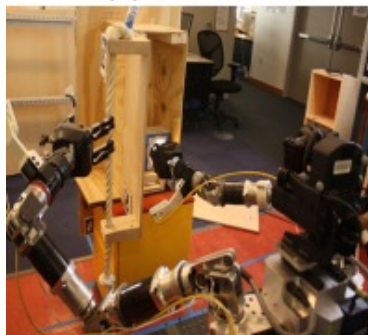
问题背景



(a) Task 1



(b) Task 2



(c) Task 3



(d) Task 4

目录

01

问题背景

02

基本概念与知识

03

基于优化的规划

04

基于示例的规划

05

结合示例与优化的规划

06

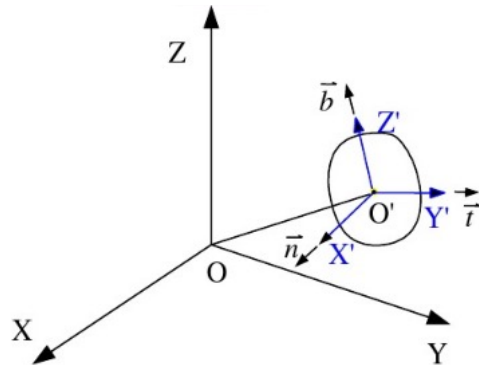
创新思路

基本概念与基础知识

□ 位姿的表示

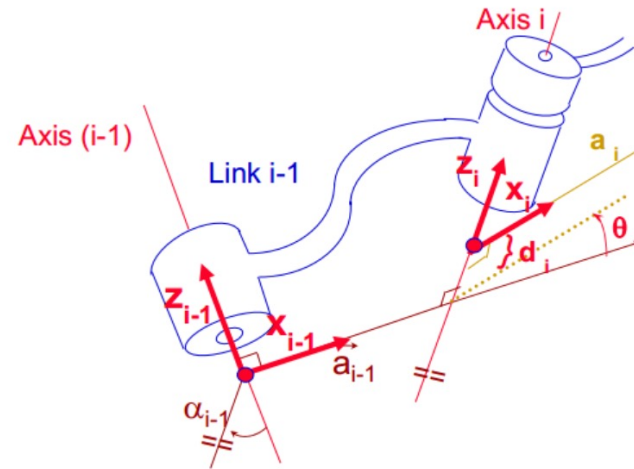
- 笛卡尔空间

$$F = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



- 关节空间

$$q = [\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_n]$$



D-H建模法

□ Inverse Kinematic(IK)

- 已知末端执行器姿态，求各关节角
- 方法
 - 解析方法：利用转移矩阵建立非线性方程组

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 基于微分雅可比的方法
- 基于优化的方法

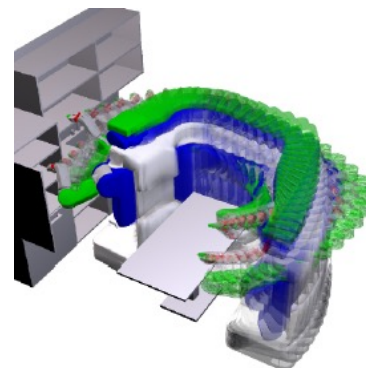
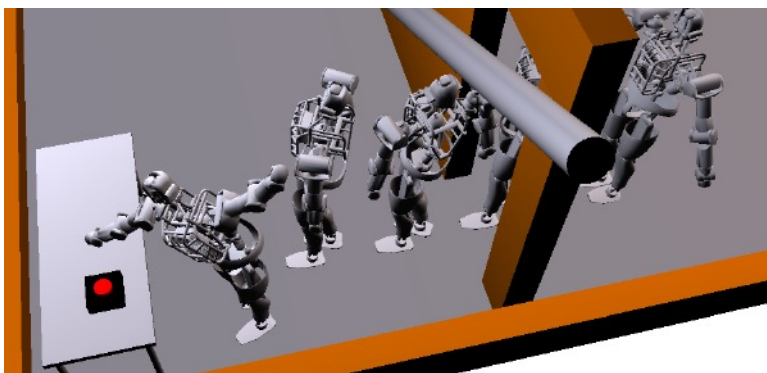
$$\begin{aligned} & \underset{q \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} (q_{nom} - q)^T W (q_{nom} - q) \\ & \text{subject to } f_i(q) \leq b_i, i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

- 对于**串联**机械臂，IK解**不唯一**
- 对于**并联**机械臂，IK解**唯一**

□ 运动规划(motion planning)

- 路径规划(path planning)

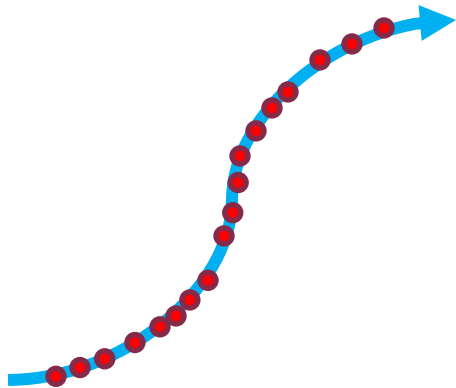
$$\begin{aligned} \operatorname{argmin}_{q_1, \dots, q_k} \quad & \sum_{j=1}^k (q_{nom,j} - q_j)^T W (q_{nom,j} - q_j) + \dot{q}_j^T W_v \dot{q}_j + \ddot{q}_j^T W_v \ddot{q}_j \\ \text{subject to} \quad & f_i(q_1, \dots, q_k) \leq b_i, i = 1, \dots, m \end{aligned}$$



- 轨迹生成\规划(trajjectory generation\planning)
 - 目的：生成一条可以输送到关节驱动器的连续的控制量
 - 方法：插补方法。即数学上的插值方法

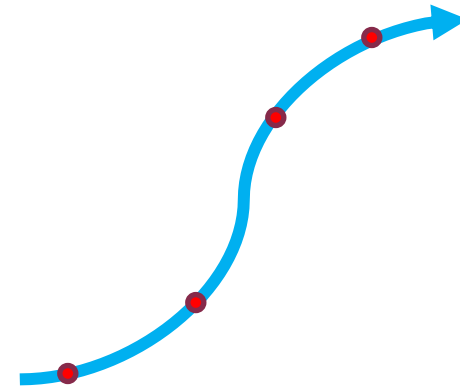
□ 插补方法

- 笛卡尔空间



- 已知关键点，在笛卡尔空间中直接插值生成连续位姿轨迹。所谓连续，其实是当采用率精确到最小执行周期，近似于连续。

- 关节空间



- 得到关节空间的关键点后(可在笛卡尔空间算好然后解算到关节空间)，在关节空间进行角度的插值。

□ 插补方法

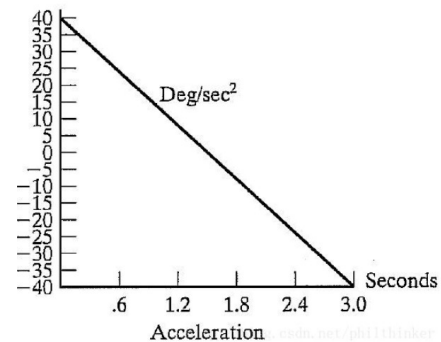
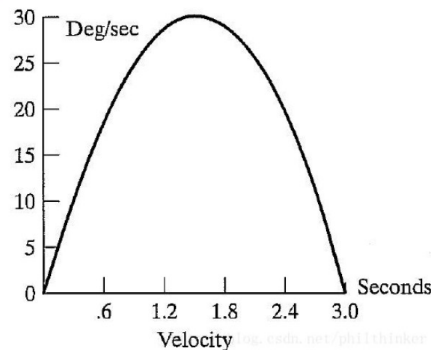
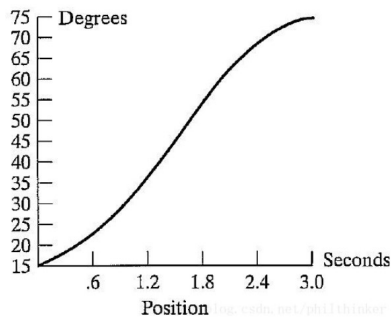
- 关节空间的插补
 - 三次插值
 - 样条插值
 - 二次过渡插值
- 三次插值示例

$$q(0) = q_0, q(t_f) = q_f, \dot{q}(0) = 0, \dot{q}(t_f) = 0$$

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

$$\dot{q}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$$

$$\ddot{q}(t) = 2a_2 + 6a_3 t$$



目录

01

问题背景

02

基本概念与知识

03

基于优化的规划

04

基于示例的规划

05

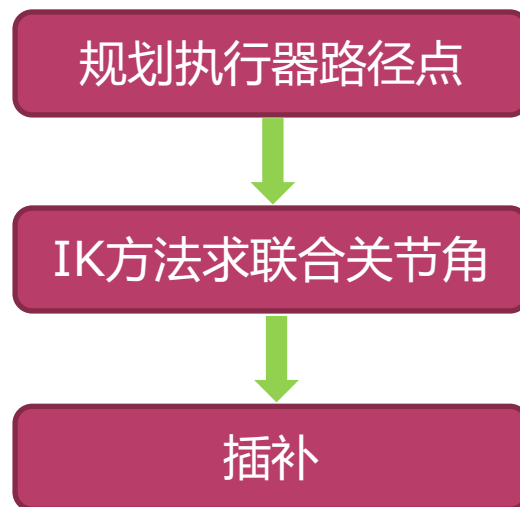
结合示例与优化的规划

06

创新思路

基于优化的规划方法

□ 传统运动规划方法



- 问题
 - 难以处理避障
 - 难以处理轨迹几何约束

基于优化的规划方法

□ 基于优化的方法

- 目的：运用数学优化手段，在考虑各种约束的情况下，直接算出连续的、**联合关节**运动
- 数学模型：

$$\text{minimize } f(x)$$

subject to

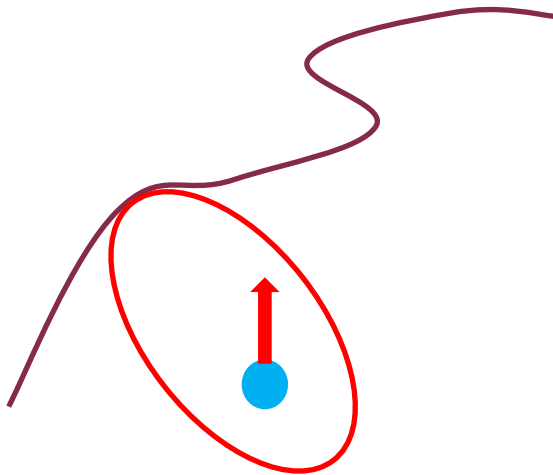
$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n_{ineq}$$

$$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n_{eq}$$

- 变量：高维数组 $[\theta_{t_1}, \theta_{t_2}, \dots, \theta_T]$
- 目标函数：运动路径最短是主要的目标 $f(\theta_{1:T}) = \sum_{t=1}^{T-1} \|\theta_{t+1} - \theta_t\|^2$
- 核心问题
 - 如何表示碰撞
 - 如何求解优化问题

基于优化的规划方法

原理示意



□ 如何求解优化问题

minimize $f(x)$

subject to

$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n_{ineq}$

$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n_{eq}$

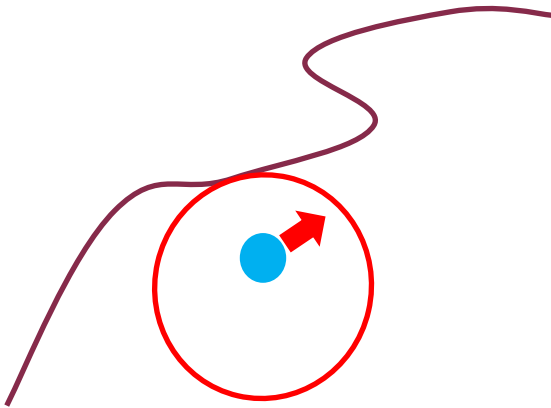


$$\arg \min_x \tilde{f}(\mathbf{x}) + \mu \sum_{i=1}^{n_{ineq}} |\tilde{g}_i(\mathbf{x})|^+ + \mu \sum_{i=1}^{n_{eq}} |\tilde{h}_i(\mathbf{x})|$$

- 序列式优化(SQP)
 - 每一迭代步都在当前 \mathbf{x} 附近对问题做一次凸近似求解

基于优化的规划方法

原理示意



□ 如何求解优化问题

minimize $f(x)$

subject to

$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n_{ineq}$

$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n_{eq}$



$$\arg \min_x \tilde{f}(\mathbf{x}) + \mu \sum_{i=1}^{n_{ineq}} |\tilde{g}_i(\mathbf{x})|^+ + \mu \sum_{i=1}^{n_{eq}} |\tilde{h}_i(\mathbf{x})|$$

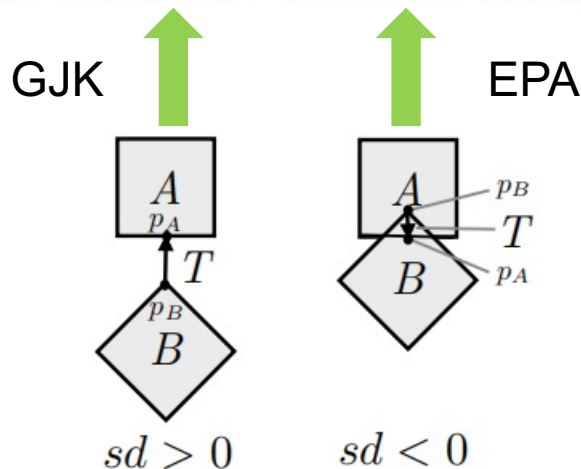
- 序列式优化(SQP)
 - 每一次计算限制x改进很小的一步

基于优化的规划方法

□ 如何用数学表示碰撞

- 需考虑机械臂各个连杆-各个物体，各个连杆-各个连杆间的距离
- 引入有符号距离
- 使用GJK与EPA算法计算两物体间距离与覆盖距离

$$sd(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \text{dist}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) - \text{penetration}(\mathcal{A}, \mathcal{B})$$



基于优化的规划方法

□ 如何用数学表示碰撞

- 将所有的连杆-物体，连杆-连杆对的距离加合，并转化为惩罚函数

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{links}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{obs}}} |d_{\text{safe}} - \text{sd}(\mathcal{A}_i, \mathcal{O}_j)|^+ \\ + \sum_{i=1}^{N_{\text{links}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{links}}} |d_{\text{safe}} - \text{sd}(\mathcal{A}_i, \mathcal{B}_j)|^+$$

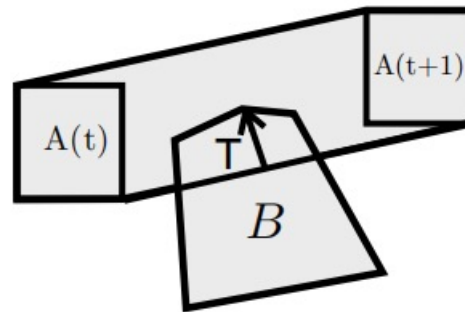
- 使用多维泰勒展开将罚函数展开为物体相对于连杆的位姿的函数，并利用雅可比矩阵计算罚函数的梯度

$$\left. \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \text{sd}_{AB}(\boldsymbol{\theta}) \right|_{\boldsymbol{\theta}_0} \approx \hat{\mathbf{n}}^T J_{\mathbf{p}_A}(\boldsymbol{\theta}_0) \\ \text{sd}_{AB}(\boldsymbol{\theta}) \approx \text{sd}_{AB}(\boldsymbol{\theta}_0) + \hat{\mathbf{n}}^T J_{\mathbf{p}_A}(\boldsymbol{\theta}_0)(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0)$$

基于优化的规划方法

□ 如何用数学表示碰撞

- 即便采样点时刻的连杆可以保证不与物体发生碰撞，采样点之间的轨迹依然可能发生碰撞



- 将2个采样点之间连杆扫过的体积看作一个刚体，运用前述建模方法即可

$$\bigcup_{t \in [0,1]} \mathcal{A}(t) = \text{convhull}(\mathcal{A}(t), \mathcal{A}(t+1))$$

目录

01

问题背景

02

基本概念与知识

03

基于优化的规划

04

基于示例的规划

05

结合示例与优化的规划

06

创新思路

基于示例的规划方法

□ 解决动力学约束

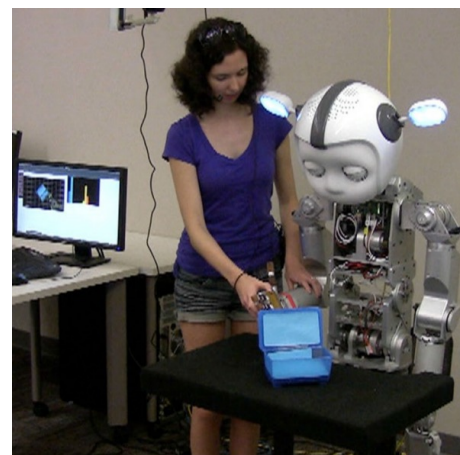
- Apprenticeship learning



- Inverse reinforcement learning(IRL)

□ 解决关节空间约束

- Kinematics demonstration
- Human-body demonstration



基于示例的规划方法

□ Apprenticeship learning

- 目的：通过多条专家轨迹，学习得到一条**满足动力学约束，可行的，最理想(无噪音)的轨迹，为控制做铺垫。**
- 效果图

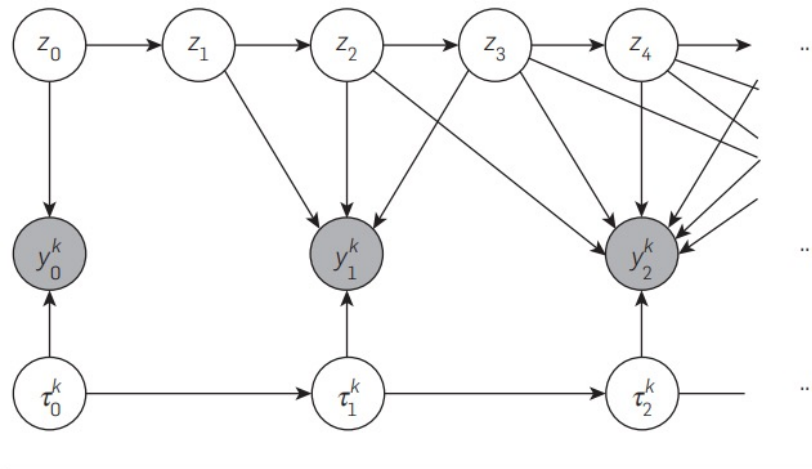


基于示例的规划方法

□ Apprenticeship learning

- 使用Hidden Markov Model(HMM)建模示例轨迹

Figure 1: Graphical model representing our trajectory assumptions.
(Shaded nodes are observed.)



- 粗略建模飞机动力学方程，将人类操作看作一种噪声

$$z_{t+1} = f_t(z_t) + w_t^{(z)} \equiv f(z_t) + \beta_t^* + w_t^{(z)}$$

$$y_j^k = \begin{bmatrix} s_j^k \\ u_j^k \end{bmatrix} \quad z_t = \begin{bmatrix} s_t^* \\ u_t^* \end{bmatrix}$$

$$\beta_{t+1}^* \sim \mathcal{N}(\beta_t^*, \Sigma^{(\beta)}) \quad w_t^{(z)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma^{(z)})$$

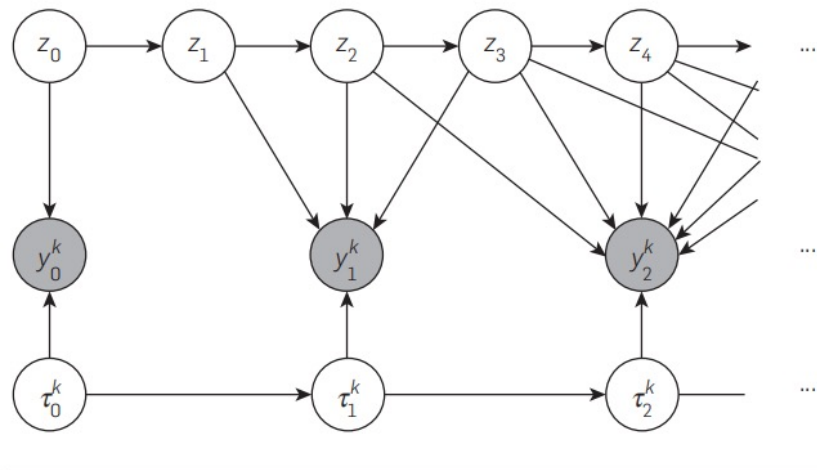
$$y_j^k = z_{\tau_j^k} + w_j^{(y)}, \quad w_j^{(y)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma^{(y)}).$$

基于示例的规划方法

□ Apprenticeship learning

- 使用Hidden Markov Model(HMM)建模示例轨迹

Figure 1: Graphical model representing our trajectory assumptions.
(Shaded nodes are observed.)



- 粗略建模飞机动力学方程，将人类操作看作一种噪声

$$z_{t+1} = f_t(z_t) + w_t^{(z)} \equiv f(z_t) + \beta_t^* + w_t^{(z)}$$

$$y_j^k = \begin{bmatrix} s_j^k \\ u_j^k \end{bmatrix} \quad z_t = \begin{bmatrix} s_t^* \\ u_t^* \end{bmatrix}$$

$$\beta_{t+1}^* \sim \mathcal{N}(\beta_t^*, \Sigma^{(\beta)}) \quad w_t^{(z)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma^{(z)})$$

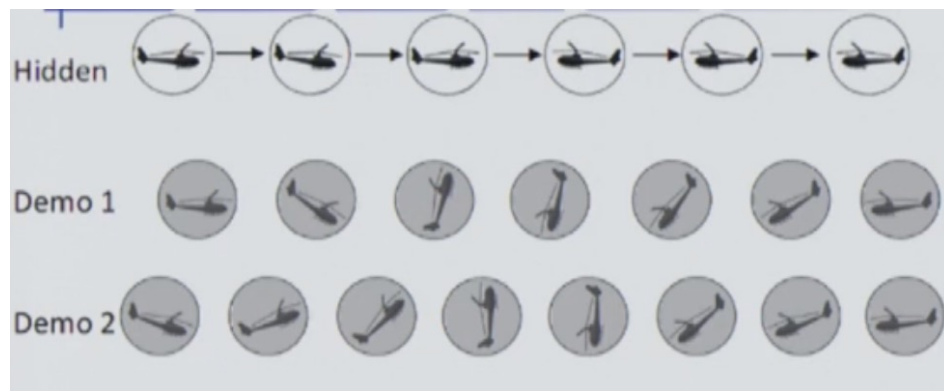
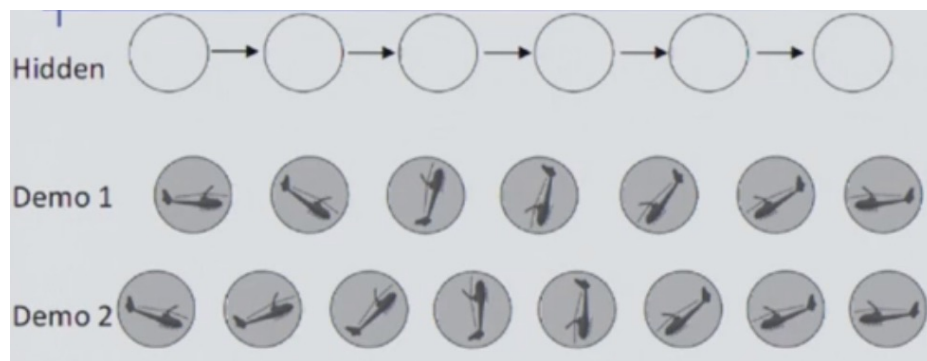
$$y_j^k = z_{\tau_j^k} + w_j^{(y)}, \quad w_j^{(y)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma^{(y)})$$

待求量

基于示例的规划方法

□ Apprenticeship learning

- 目的：通过多条专家轨迹，学习得到一条**满足动力学约束，可行的，最理想(无噪音)的轨迹，为控制做铺垫。**

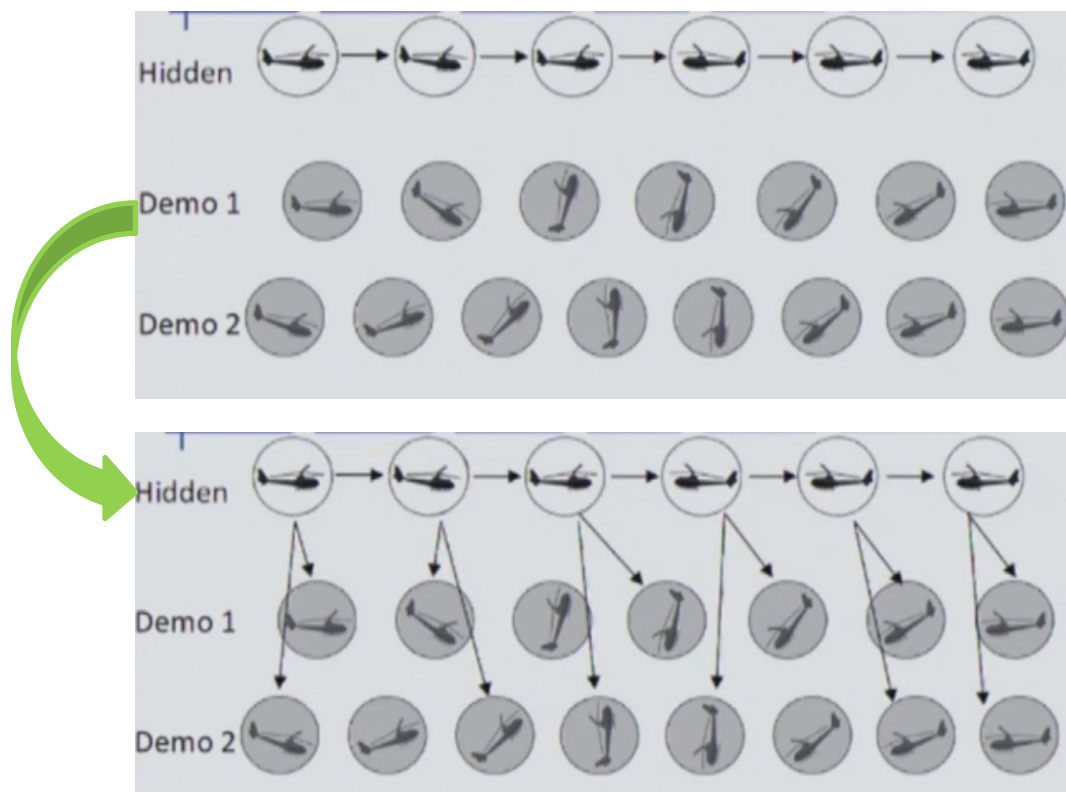


基于示例的规划方法

□ Apprenticeship learning

- 目的：通过多条专家轨迹，学习得到一条**满足动力学约束，可行的，最理想(无噪音)**的轨迹，为控制做铺垫。

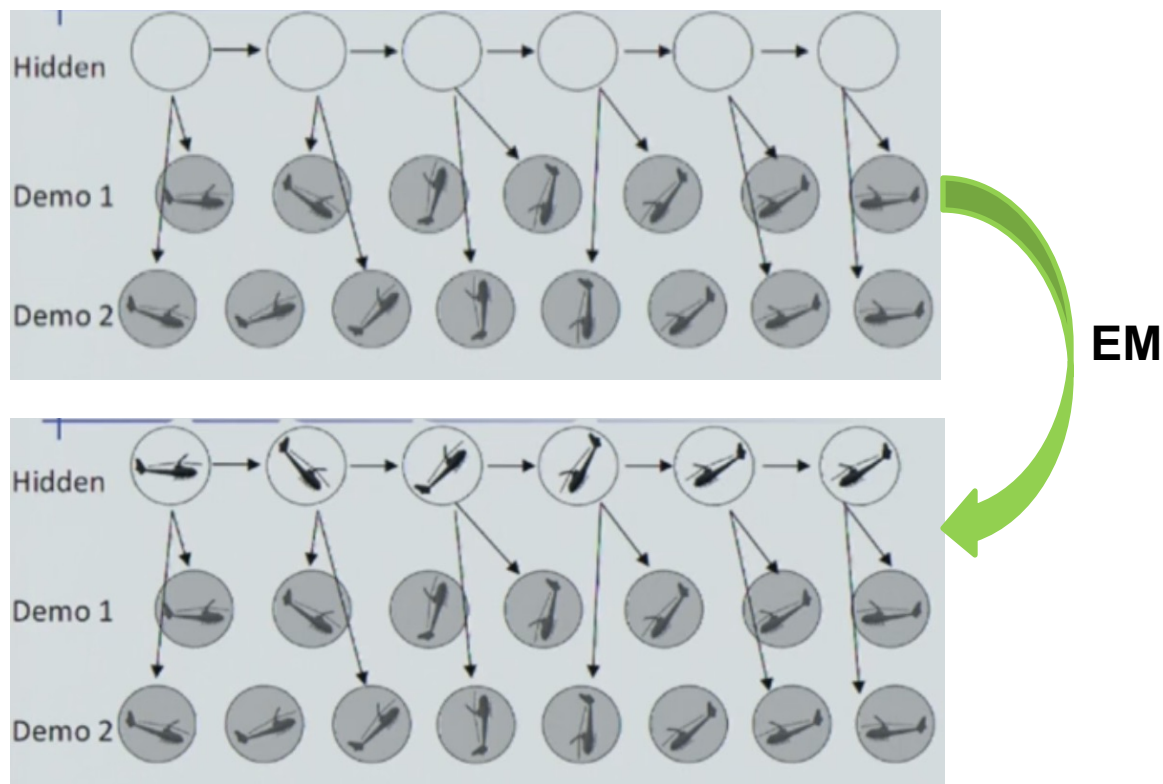
DTW



基于示例的规划方法

□ Apprenticeship learning

- 目的：通过多条专家轨迹，学习得到一条**满足动力学约束，可行的，最理想(无噪音)**的轨迹，为控制做铺垫。

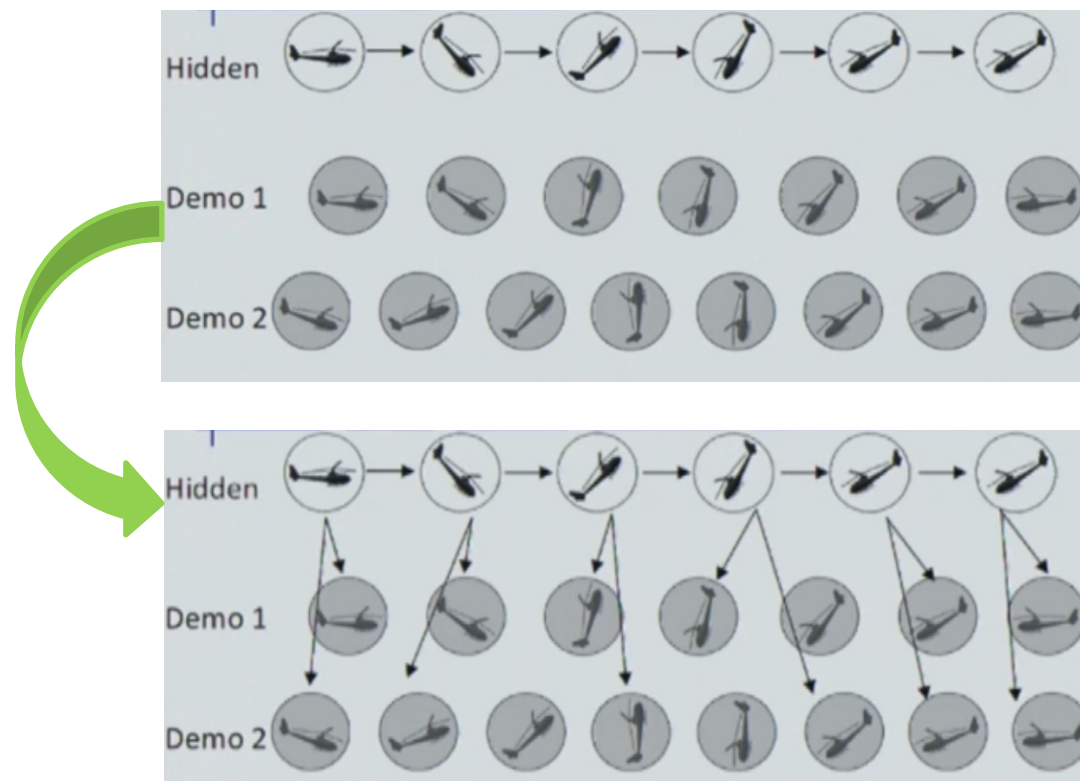


基于示例的规划方法

□ Apprenticeship learning

- 目的：通过多条专家轨迹，学习得到一条**满足动力学约束，可行的，最理想(无噪音)**的轨迹，为控制做铺垫。

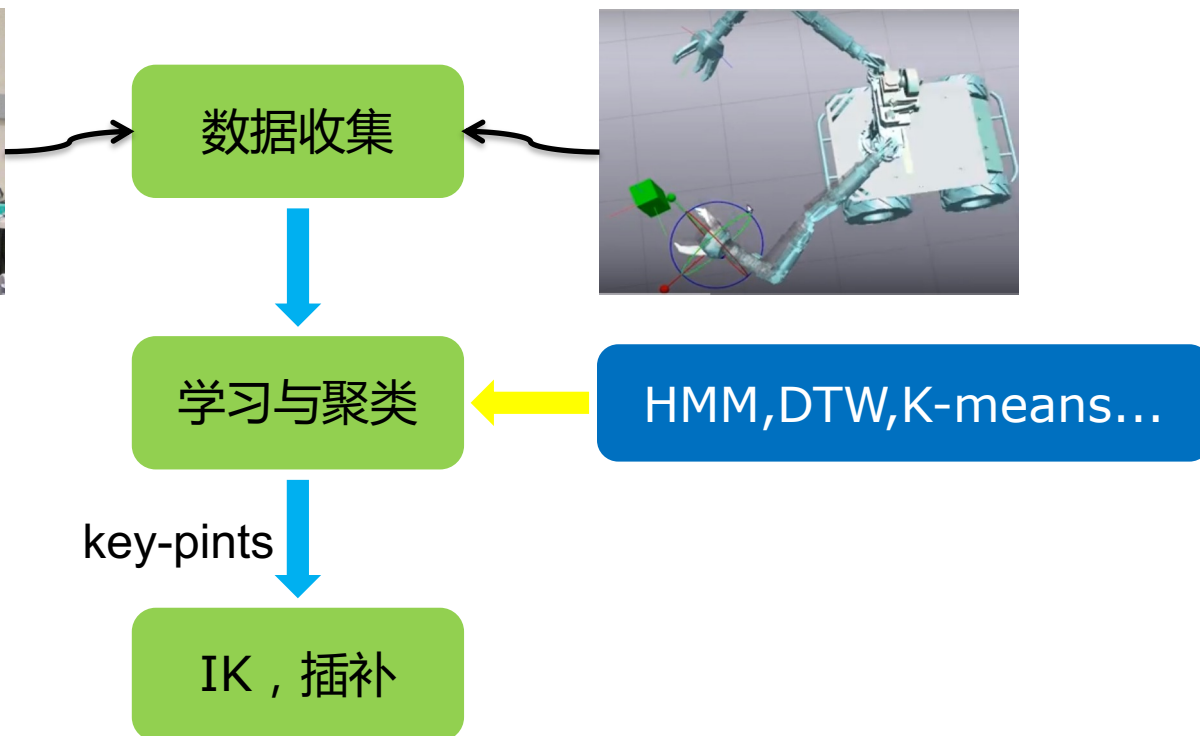
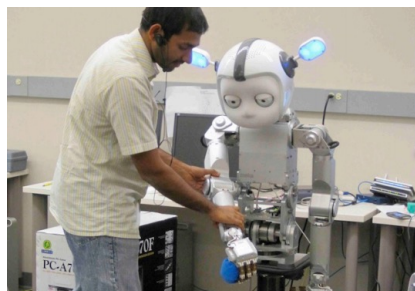
DTW



基于示例的规划方法

□ Kinematics demonstration

- key-points\keyframe : 可以描述执行器轨迹或任务特征的一系列点(笛卡尔空间)
 - 位姿变化、速度变化、加速度变化



目录

01

问题背景

02

基本概念与知识

03

基于优化的规划

04

基于示例的规划

05

结合示例与优化的规划

06

创新思路

结合示例与优化

□ 基于优化的方法

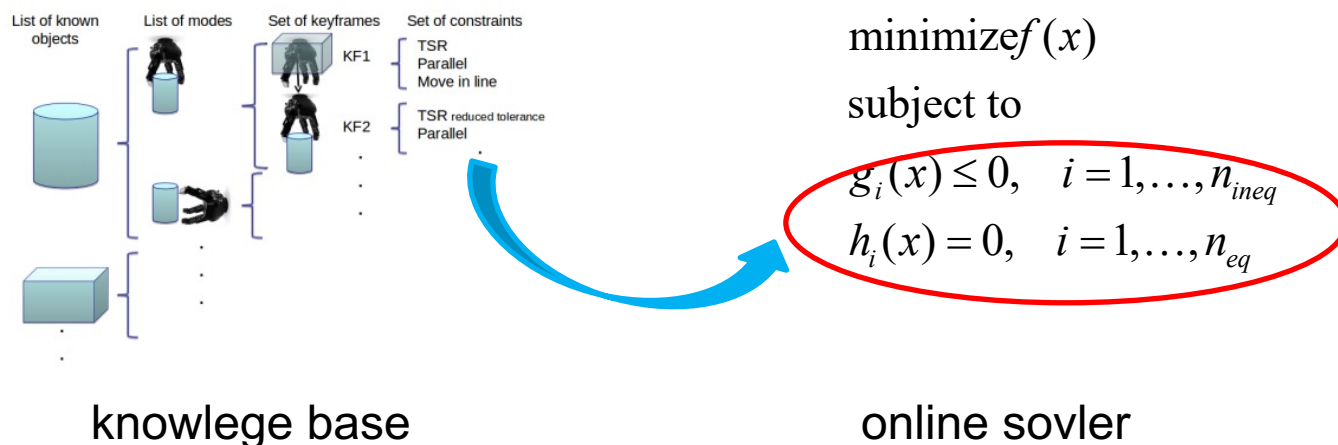
- 需要人对特定问题做大量精细的设置、编程

□ 基于示例的方法

- 无法考虑一些硬约束

□ C-LEARN

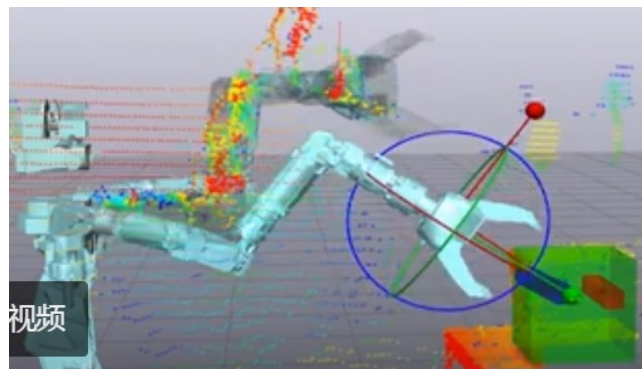
- 结合示例与优化方法，对特定任务仅需一次示例即可规划好轨迹并满足可能的硬约束



结合示例与规划

□ C-LEARN与人机交互

- 示例时使用GUI界面
- 示例时仅需操作执行器，
其余关节的联动可由系统自动生成(Drake system)
- 执行前征求人类意见
- 单次示例提取key-points
相当于在任务层面上给了机器人提示



目录

01

问题背景

02

基本概念与知识

03

基于优化的规划

04

基于示例的规划

05

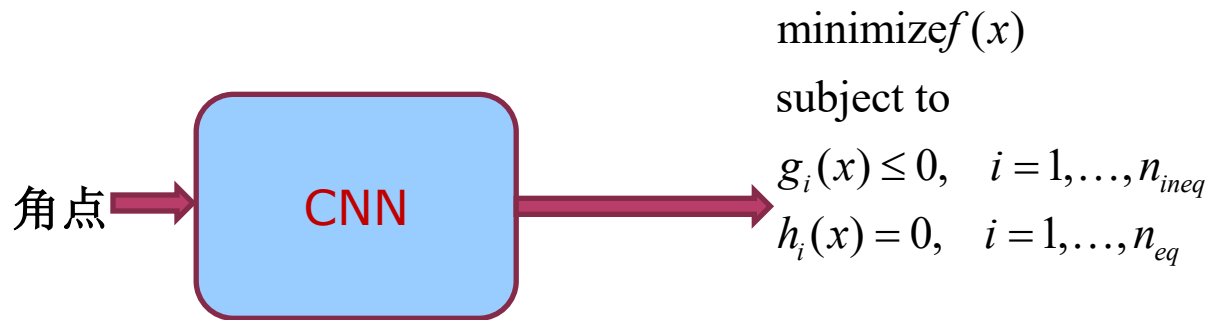
结合示例与优化的规划

06

创新思路

□ 用CNN替代优化器约束项

- 启发来自于人类认知与决策
 - 移动手臂时，不需计算，仅通过视觉与空间想象



如有问题，请指正