

# EXAMEN PARCIAL MMI

Jueves 9 de Febrero de 2012

1. Si  $0 < a < b$  son números reales, prueba que se verifica:

$$\frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

2. Calcula el siguiente límite:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$

3. Estudia la convergencia de las series

a)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2-1}}$                       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

4. Dibuja la gráfica de la función  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$

5. Si  $f$  es derivable en  $[0, +\infty)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = A$ , calcula  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x) - f(x)}{x}$

6. Demuestra que si  $x > 0$ , entonces es

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \leq \sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{x}{2}$$

7. Deriva la función  $F$ , definida en  $[0, 1]$  del siguiente modo

$$F(x) = \int_{x^2}^x \sqrt{1-t^2} dt$$

8. Calcula el límite siguiente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k\sqrt{n^2-k^2}}{n^3}$$

9. Calcular la integral

$$\int_0^1 x^3 \sqrt{(1-x)^5} dx$$

10. Estudia la convergencia y halla, si es posible, la integral impropia

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$$

**Las notas se publicarán el martes 14 a las 15 horas. La revisión se efectuará el miércoles 15 a las 14 horas en el aula 7. No es obligatorio asistir.**

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.