

MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega (Tipo 1)

1. Encontrar todos los enteros positivos n tales que los números $3n - 4$, $4n - 5$ y $5n - 3$ son primos.
2. ¿De cuantas formas diferentes se puede dividir un grupo de 15 personas en 3 equipos A , B y C de 5 personas cada una?
3. Demuestra que si A es un conjunto de 101 enteros positivos diferentes, no superiores a 200 y elegidos al azar existen, al menos, dos elementos de A tales que uno divide al otro.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega (Tipo 2)

1. Sean p y q primos impares consecutivos. Probar que $p+q$ tiene al menos tres factores primos, no necesariamente distintos. Dar un ejemplo en el que el número de factores primos distintos sea uno, otro en el que sea dos y otro en el que sea tres.
2. ¿Cuántas palabras se pueden formar con todas las letras de la palabra “Discreta”? ¿Cuántas de ellas tienen las tres vocales juntas?
3. Sean n un entero positivo y S un conjunto formado por $n + 1$ números enteros positivos, todos menores que $2n + 1$. Demostrar que existen $x, y \in S$ distintos tales que $\frac{x}{y}$ es potencia de 2.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega (Tipo 3)

1. Sean n y m números enteros tales que $1 \leq m \leq n$. Demostrar que

$$\frac{\text{mcd}(m, n)}{n} \cdot \binom{n}{m}$$

es un número entero.

2. Tenemos un grupo de 5 personas (3 chicas y 2 chicos). ¿De cuantas maneras pueden sentarse en 5 sillas dispuestas en línea recta si al menos 2 chicas deben estar juntas?
3. Demuestra que en cualquier conjunto de 38 enteros positivos menores de 1000 siempre hay dos cuya diferencia es menor de 27.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega (Tipo 4)

1. Demostrar que $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ es un múltiplo de 133 para todo número natural $n \geq 1$.
2. Una empresa de seguridad va a comercializar un nuevo tipo de llave que se fabrica realizando incisiones de varias profundidades en ciertas posiciones fijas de la llave. Si las incisiones se pueden hacer de 4 posibles profundidades, ¿cuántas incisiones deben hacerse en cada llave para que se puedan producir más de 100.000 llaves diferentes?
3. Demuestra que en cualquier conjunto de 38 enteros positivos menores de 1000 siempre hay dos cuya diferencia es menor de 27.