EXAMEN PARCIAL MMI. 9 Febrero 2012

1. Si $0 < a < b$ son números reales, prueba que se verifica: $\dfrac{a+b}{2} < \sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$

2. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$

3. Estudia la convergencia de las series:

a) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2-1}}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

4. Dibuja la gráfica de la función: $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x}$

5. Si f es derivable en $[0,+\infty)$ y $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = A$, calcula $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{f(2x)-f(x)}{x}$

6. Demuestra que si $x > 0$, entonces es

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \le \sqrt{1+x} \le 1 + \frac{x}{2}$$

7. Deriva la función F, definida en $[0,1]$ del siguiente modo:

$$F(x) = \int_{x^2}^{x} \sqrt{1-t^2}\, dt$$

8. Calcula el límite siguiente: $\lim\limits_{n\to\infty} \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k\sqrt{n^2-k^2}}{n^3} \Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right.$

9. Calcula la integral: $\displaystyle\int_0^1 x^3 \sqrt{(1-x)^5}\, dx$

10. Estudia la convergencia y halla, si es posible, la integral impropia: $\displaystyle\int_0^{\infty} x e^{-x^2}\, dx$

EXAMEN PARCIAL MMI

Jueves 9 de Febrero de 2012

1. Si $0 < a < b$ son números reales, prueba que se verifica:

$$\frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

2. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$

3. Estudia la convergencia de las series

$$\text{a)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2-1}} \qquad\qquad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$$

4. Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x}$

5. Si f es derivable en $[0,+\infty)$ y $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = A$, calcula $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{f(2x)-f(x)}{x}$

6. Demuestra que si $x > 0$, entonces es

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \leq \sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{x}{2}$$

7. Deriva la función F, definida en $[0,1]$ del siguiente modo

$$F(x) = \int_{x^2}^{x} \sqrt{1-t^2}\,dt$$

8. Calcula el límite siguiente

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k\sqrt{n^2-k^2}}{n^3}$$

9. Calcular la integral

$$\int_0^1 x^3 \sqrt{(1-x)^5}\,dx$$

10. Estudia la convergencia y halla, si es posible, la integral impropia

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2}\,dx$$

Las notas se publicarán el martes 14 a las 15 horas. La revisión se efectuará el miércoles 15 a las 14 horas en el aula 7. No es obligatorio asistir.

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.