

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega (Tipo 1)

---

1. Encontrar dos números complejos cuyo cuadrado sea

$$z_0 := -8 + 6i.$$

2. Se define la transformación  $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  como  $T(z) = z^2$ . Calcula la imagen por  $T$  de las rectas  $y = x$ ,  $y = -x$  y  $x = 1$ . Representa gráficamente las rectas anteriores y sus imágenes por  $T$ . Encuentra un subconjunto de  $\mathbb{C}$  cuya imagen sea una circunferencia.

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega (Tipo 2)

---

1. Se consideran los números complejos  $z_1 := -i$ ,  $z_2 := 2 - 5i$  y  $z_3 := 4 + i$  y el triángulo  $\mathcal{T}$  que los tiene por vértices. ¿Es  $\mathcal{T}$  isósceles? ¿Es  $\mathcal{T}$  rectángulo?
2. Se define la transformación  $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  como  $T(z) := \bar{z}(z - i)$ . Calcula  $T^{-1}(\{0\})$ . ¿Es  $T$  inyectiva? Para cada  $z := x + yi \in \mathbb{C}$ , calcula la parte real y la parte imaginaria de  $T(z)$ . Describe los conjuntos

$$\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(T(z)) = 0\} \quad \text{y} \quad \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(T(z)) = 0\}.$$

Representa ambos conjuntos y su intersección.

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega (Tipo 3)

---

1. Dada la función  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $z \mapsto \frac{z}{1-i}$ , donde  $i = \sqrt{-1}$ , se definen las funciones  $f^2 := f \circ f$  y  $f^k := f \circ f^{k-1}$  para cada entero  $k \geq 3$ .
  - (i) Demostrar que  $f^n(z) = \frac{z}{(1-i)^n}$ , para cada  $n \in \mathbb{N}^+$ .
  - (ii) Hallar el menor entero positivo  $n$  tal que  $s_n := \sum_{k=1}^n f^k(i)$  es un número real y calcular  $s_n$  para dicho valor de  $n$ .
  - (iii) Hallar  $z^{1/6}$  donde  $f^{200}(z) = i$ .

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega (Tipo 4)

---

1. Encuentra todos los números complejos  $z$  que cumplan:

$$|z - 2i| = 2|z + 3|.$$

2. Sea  $z_0 := 3 + i$  el centro de un cuadrado y  $z_1 := 5 + 3i$  uno de sus vértices. Halla los otros vértices del cuadrado.