

EXAMEN SEPTIEMBRE MMI

Lunes 10 de Septiembre de 2012

1. Obtener los números reales x tales que $|x - 5| - 1 > |2x|$

2. Halla el valor de a que hace que sea continua la función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax}, & \text{si } x \geq 1, \\ \frac{ax - 1}{x - 1}, & \text{si } x < 1. \end{cases}$$

3. Dibuja la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x}$$

4. Calcula la siguiente integral racional: $\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$

5. Una tinaja modelada en un torno tiene un radio interior de $x^2 + 1$, donde x es la altura. Si la cavidad de la tinaja tiene dos metros de altura total, calcula la cantidad de líquido que puede albergar.

6. Calcular $\sqrt[5]{-1}$.

7. Discutir y resolver, en los casos que sea posible, por el método de Gauss

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = m \end{cases}$$

8. Sea U el subespacio de \mathbb{R}^4 definido por las ecuaciones $x + y + z + t = 0$, $2x - y + 2z = 0$. Consideramos el subespacio W de \mathbb{R}^4 dado por

$$W = \{(x, y, z, t) : x = \lambda + 3\mu, y = \lambda - \mu, z = \lambda - 2\mu, t = \lambda + 4\mu, \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}.$$

Hallar bases y dimensiones de $U \cap W$ y $U + W$.

9. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal de modo que

$$f(\vec{e}_1) = (1, 2, 0), \quad f(\vec{e}_2) = \left(\frac{3}{2}, 3, 0\right), \quad f(\vec{e}_3) = (6, 12, 0).$$

Calcular la dimensión de la imagen de f .

10. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Hallar la matriz diagonal y la base de autovectores.

Las notas se publicarán el día 14 a las 10 horas. La revisión se efectuará el día 19 a las 17 horas en el aula 11. No es obligatorio asistir.

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. No se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.