EXAMEN de SEPTIEMBRE de MMI

Lunes 9 de Septiembre de 2013

1. Calcula

$$\bigcap_{n=4}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}, 2-\frac{1}{n}\right)$$

2. Demuestra que el polinomio $P(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1$ tiene cuatro raíces reales.

3. Dibuja la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x}.$$

4. Calcula las primitivas

$$\int x\sqrt{1-x^2}dx.$$

5. Calcula el área encerrada por las funciones $f(x) = x^3 + 6x$ y $g(x) = 5x^2$.

6. Encuentra polinomios P de grado menor o igual que 2 tales que $P(-1) = 2$, $P(1) = 1$, $P(0) = 1$.

7. Estudia si el conjunto $A = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ respecto de las operaciones

$$\begin{aligned}(x, y) + (x', y') &= (x + x', y + y')\\ \alpha(x, y) &= (\alpha x, 0)\end{aligned}$$

es un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$.

8. Sea f una aplicación lineal de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (x, y, z - y)$. Y sea $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ otra aplicación lineal tal que $g(1, 0, 0) = (1, 1)$, $g(0, 1, 0) = (1, -1)$ y $g(0, 0, 1) = (1, 0)$. Halla la matriz de la aplicación $g \circ f$ y el rango de $g \circ f$.

9. Demuestra la fórmula

$$\begin{vmatrix} bc & abc & a^2bc \\ ac & abc & ab^2c \\ ab & abc & abc^2 \end{vmatrix} = a^2b^2c^2(c-a)(b-a)(c-b).$$

10. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal definida por $f(\overrightarrow{u_1}) = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2}$, $f(\overrightarrow{u_2}) = \overrightarrow{u_1} - \frac{1}{2}\overrightarrow{u_3}$ y $\mathrm{Ker} f = L(2\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_3})$. Halla la forma diagonal y una base de autovectores.

Las notas se publicarán el viernes 13 a las 12 horas. La revisión se efectuará el lunes 16 a las 17 horas en el aula 13. No es obligatorio asistir.

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.