MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega

1. Calcula el $\mathrm{mcd}(56,99)$. Encuentra $m,n \in \mathbb{Z}$ tales que $56m+99n=1$. Justifica que la función $f:\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ dada por $f(m,n)=56m+99n$ es sobreyectiva. Calcula $f^{-1}(\{0\})$. ¿Es cierto que si $m,n,k,j\in\mathbb{Z}$, entonces $f(m+k,n+j)=f(m,n)+f(k,j)$?

2. Se considera $U=\{m\in\mathbb{N}: m=1+10+10^2+...+10^k, \text{ con } 0\leq k\leq 31\}$ (es decir, el conjunto de los números naturales de a lo sumo 32 cifras, todas ellas unos). Justifica que la diferencia de dos de ellos es múltiplo de 31. Deduce que existe un número que tiene todas sus cifras unos y es múltiplo de 31.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega

1. Calcula el $\mathrm{mcd}(30,77)$. Encuentra $m,n \in \mathbb{Z}$ tales que $30m+77n=1$. Justifica que la función $f:\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ dada por $f(m,n)=30m+77n$ es sobreyectiva. Calcula $f^{-1}(\{0\})$. ¿Es cierto que si $m,n,k,j\in\mathbb{Z}$, $f(m,n)=1$ y $(k,j)\in f^{-1}(\{0\})$, entonces $f(m+k,n+j)=1$?

2. Se considera el conjunto $A=\{1,2,3,...,19,20\}$. Calcula cuántos subconjuntos distintos de 11 elementos pueden formarse con los elementos de A. Justifica que en cada uno de estos conjuntos de 11 elementos existen dos cuya diferencia es exactamente 2.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega

1. Calcula el $\mathrm{mcd}(30,111)$. Encuentra $m,n \in \mathbb{Z}$ tales que $30m+111n=\mathrm{mcd}(30,111)$. Justifica que la función $f:\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ dada por $f(m,n)=30m+111n$ no es sobreyectiva. Calcula $f^{-1}(\{0\})$. ¿Es cierto que la imagen de f es el conjunto $\{k\in\mathbb{Z}: k \text{ es múltiplo de } 3\}$?

2. Se consideran un número natural $n\geq 2$ y $A=\{1,2,3,4,...,2n-1,2n\}$. ¿Cuantos números impares pertenecen a A? Prueba que si $X\subset A$ y X tiene $n+1$ elementos, en X hay dos números tales que uno divide a otro. [Sugerencia: usa que cada $j\in X$ puede expresarse como $j=2^{r_j}m_j$, con $r_j\geq 0$ y m_j impar].

MATEMÁTICAS BÁSICAS Quinta entrega

1. Prueba que si $a,b,c\in\mathbb{N}$ y $\mathrm{mcd}(a,b)=1$ y $\mathrm{mcd}(a,c)=1$, entonces $\mathrm{mcd}(a,bc)=1$. [Sugerencia: usa que existen $m,n,r,s\in\mathbb{Z}$ tales que $ma+nb=1=ra+sc$]. ¿Es cierto que si $a,b_1,b_2,...,b_k\in\mathbb{N}$ cumplen que $\mathrm{mcd}(a,b_j)=1$ para $1\leq j\leq k$, entonces $\mathrm{mcd}(a,b_1\cdot b_2\cdot....\cdot b_k)=1$?

2. Se considera el conjunto $A=\{1,2,3,...,149,150\}$. Prueba que en todo subconjunto de 26 elementos hay al menos dos cuya diferencia es menor que 6. ¿Con cuántos elementos de A se garantiza que hay dos que acaban en la misma cifra?