EXAMEN PARCIAL MMI. 9 Febrero 2015

1. Demuestra por inducción que: $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2^n}\geq 1+\frac{n}{2}$

2. Definimos $x_1=\sqrt{2}$ y $x_{n+1}=\sqrt{3+x_n}$ $\forall n\in\mathbf{N}$. Prueba que (x_n) es creciente y acotada. Calcula su límite.

3. Estudia la convergencia de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\,n!}{n^n}$

4. Para la función siguiente di si está acotada superior y/o inferiormente y señala los extremos locales y absolutos si los tiene. Justifica tu respuesta.

$$g(x)=\frac{3}{2+x^2}\text{ en }[-3,2]$$

5. Un rectángulo tiene dimensiones a y b. ¿Cuál es el área del mayor rectángulo circunscrito a éste? (Es decir, los vértices del rectángulo dado están sobre los lados del rectángulo pedido).

6. Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} sen\,\pi x & si \quad x<-1 \\ 2+x^2 & si \quad -1\leq x\leq 0 \\ 1+e^{-x} & si \quad x>0 \end{cases}$$

Dibuja aproximadamente la gráfica de la función.

7. Deriva F, definida sobre $[0,1]$ del modo siguiente:

1) $F(x)=\int_0^x sen\,t^2\,dt$ 2) $F(x)=\int_0^{x^2}(1+t^3)^{-1}dt$ 3) $F(x)=\int_{x^2}^{x}\sqrt{1-t^2}\,dt$

8. Halla el área del recinto limitado por:

$$f(x)=x(x-2)\text{ y }g(x)=x/2,\ x\in[0,2]$$

9. Calcula el volumen del cuerpo engendrado por la rotación en torno al eje OX de la gráfica de la función $f(x)=x\sqrt{1-x^2}$, $x\in[0,1]$

10. Halla el polinomio de Taylor de la función $f(x)=\log x$, de grado 4 y centrado en el punto 2