EXAMEN FINAL MMI

8 de Septiembre de 2015

1.- Estudia la convergencia de la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^{1/n}}$.

2.- Sea una función continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que su gráfica admite como asíntota a la recta de ecuación $y = x - 1$. Determina la veracidad de las siguientes afirmaciones y justifica tu respuesta:
A) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. B) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. C) $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - x) = 0$.

3.- Representa la gráfica de la siguiente función, indicando los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la misma:

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}.$$

4.- Mediante la integral de Riemann calcula el límite: $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2 + k^2}\right)$.

5.- Calcula las integrales impropias: $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$ y $\displaystyle\int_0^{\infty} xe^{-x^2}\,dx$.

6.- Determina todos los números complejos z que verifican: $z^3 + 1 - i = 0$.

7.- En $\mathbb{R}^3$ se consideran los subespacios de $\mathbb{R}^3$

$$\begin{aligned} U &= L[(1,0,-1),(0,1,-2),(0,2,2)] \qquad \text{y} \\ W &= \{(x,y,z) : x = y\}. \end{aligned}$$

Halla las ecuaciones y las bases de $U \cap W$ y de $U + W$.

8.- Discute por Rouché y resuelve en $\mathbb{R}^3$ el siguiente sistema según los valores del parámetro m:

$$\left\{ \begin{array}{c} mx + y + z = 2m \\ x - my + z = 0 \\ x + my + z = 2 \end{array} \right.$$

9.- Halla el rango de la matriz: $A = \begin{pmatrix} 9 & 14 & 12 & 12 \\ 17 & 26 & 22 & 22 \\ 17 & 20 & 16 & 22 \\ 8 & 16 & 15 & 13 \end{pmatrix}$

10.- ¿ Es diagonalizable la siguiente matriz? $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

La revisión del examen se efectuará el día 17 de Septiembre a las 15 horas en el aula 7. No es obligatorio asistir a la revisión.

Observaciones: Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada pregunta se resolverá en una cara de un folio y todas las preguntas se contestarán por orden. **Es obligatorio entregar el examen.**

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula antes de 45 minutos.