

1. Calcula el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{n^2 - 1} \right)$$

2. Demuestra que el polinomio
- $p(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 6$
- tiene cuatro raíces reales.

3. Enuncia el Teorema del Valor Medio. Demuestra que:

$$\frac{1}{9} \leq \sqrt{66} - 8 \leq \frac{1}{8}$$

4. Calcula la siguiente integral impropia
- $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{|x|}}$
- , si es que es convergente.

5. Calcula el número
- $\cos 1$
- con un error menor que
- 10^{-3}
- .

6. Sea
- A
- una matriz antisimétrica. Demuestra que
- A^2
- y
- A^4
- son simétricas, mientras que
- A^3
- y
- A^5
- son antisimétricas.

$$7. \text{ Resuelve la ecuación } \begin{vmatrix} x & -1 & -2 \\ x-2 & x-1 & 1 \\ 0 & x+1 & x+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix}$$

8. Discute por Rouché y resuelve en
- \mathbb{R}^3
- el siguiente sistema según los valores del parámetro
- p
- :

$$\begin{cases} px + y + z = 1 \\ x + py + z = 1 \\ x + y + pz = 1 \end{cases}$$

9. Sean
- f
- y
- g
- las aplicaciones lineales definidas de
- \mathbb{R}^2
- en
- \mathbb{R}^3
- y de
- \mathbb{R}^3
- en
- \mathbb{R}^4
- tales que
- $f(-1,1) = (-2,1,-2)$
- ,
- $f(2,1) = (1,1,4)$
- ,
- $g(1,1,2) = (4,1,1,7)$
- ,
- $g(-1,0,-2) = (-3,0,-2,-7)$
- ,
- $g(3,2,0) = (1,1,-2,-3)$
- . Halla:

- a) La matriz de la aplicación $g \circ f$ respecto de las bases canónicas.
 b) La dimensión del núcleo de $g \circ f$.

10. Dada la aplicación

$$x_{n+1} = 3x_n + 2y_n$$

$$y_{n+1} = x_n + 2y_n$$

Con $x_1 = 1$, $y_1 = 0$, calcula x_{100} .