EXAMEN MMI. Septiembre 2012

1. Obtener los números reales tales que:
$$|x-5|-1>|2x|$$

2. Halla el valor de
$$a$$
 que hace que sea continua la función:
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } x \ge 1 \\ \frac{ax-1}{x-1} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

3. Dibuja la gráfica de:
$$f(x) = \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x}$$

4.
$$\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$$
. Integral racional

5. Una tinaja modelada en un torno tiene un radio interior de $x^2 + 1$, donde x es la altura. Si la cavidad de la tinaja tiene dos metros de altura total, calcula la cantidad de líquido que puede albergar.

- 7. Discutir y resolver, en los casos que sea posible, por el método de Gauss $\begin{cases} 2x + y z = 1 \\ x 2y + z = 3 \\ 5x 5y + 2z = m \end{cases}$
 - 8. Sea U et subespacio de \mathbb{R}^+ definido por las ecuaciones x+y+z+t=0, 2x-y+2z=0. Consideramos et subespacio W de \mathbb{R}^+ dado por $W=\left\{(x,y,z,t)\colon x=\lambda+3\mu,\,y=\lambda-\mu,z=\lambda-2\mu,t=\lambda+4\mu,\,\,\lambda,\,\mu\in\mathbb{R}\right\}$ Hallar bases y dimensiones de $U\cap W$ y U+W
- 9. Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal de modo que: $f(\overrightarrow{e_1}) = (1,2,0), \ f(\overrightarrow{e_2}) = \left(\frac{3}{2},2,0\right), \ f(\overrightarrow{e_3}) = (6.12,0)$ Calcular la dimensión de la imagen de f
- 10. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Halla la matriz diagonal y la base de autovectores.

EXAMEN SEPTIEMBRE MMI

Lunes 10 de Septiembre de 2012

- 1. Obtener los números reales x tales que |x-5|-1>|2x|
- ${f 2.}$ Halla el valor de a que hace que sea continua la función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax}, & \text{si } x \ge 1, \\ \frac{ax - 1}{x - 1}, & \text{si } x < 1. \end{cases}$$

3. Dibuja la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x}$$

- **4.** Calcula la siguiente integral racional: $\int \frac{1}{x^4 1} dx$
- **5.** Una tinaja modelada en un torno tiene un radio interior de $x^2 + 1$, donde x es la altura. Si la cavidad de la tinaja tiene dos metros de altura total, calcula la cantidad de líquido que puede albergar.
- **6.** Calcular $\sqrt[5]{-1}$.
- 7. Discutir y resolver, en los casos que sea posible, por el método de Gauss

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = m \end{cases}$$

8. Sea U el subespacio de \mathbb{R}^4 definido por las ecuaciones $x+y+z+t=0,\ 2x-y+2z=0.$ Consideramos el subespacio W de \mathbb{R}^4 dado por

$$W = \{(x, y, z, t) : x = \lambda + 3\mu, y = \lambda - \mu, z = \lambda - 2\mu, t = \lambda + 4\mu, \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}.$$
 Hallar bases y dimensiones de $U \cap W$ y $U + W$.

9. Sea $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal de modo que

$$f(\overrightarrow{e_1}) = (1, 2, 0), \qquad f(\overrightarrow{e_2}) = (\frac{3}{2}, 3, 0), \qquad f(\overrightarrow{e_3}) = (6, 12, 0).$$

Calcular la dimensión de la imagen de f.

10. Dada la matriz

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

Hallar la matriz diagonal y la base de autovectores.

Las notas se publicarán el día 14 a las 10 horas. La revisión se efectuará el día 19 a las 17 horas en el aula 11. No es obligatorio asistir.

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. No se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.