EXAMEN FINAL MMI. 8 Septiembre 2014

1. Estudia la convergencia de las series: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n!}{n^n}$ y $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\log n}{2n^3-1}$

2. Representa la gráfica de la función: $f(x)=|x|+|x-1|-|1-2x|$

3. Halla los máximos mínimos absolutos y relativos de $f(x)=x^3-x^2-8x+1$ en $[-2,2]$

4. Deriva la función F definida en el intervalo $[0,1]$ como $F(x)=\int_{x^2}^{2x}\log(1+t^2)dt$

5. Calcula la integral impropia: $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+4x^2}dx$

6. Encuentra todas las raíces de la ecuación: $z^3+1-\sqrt{3}i=0 \quad z\in\mathbf{C}$

7. Dados los subespacios de $\mathbf{R}^3$

$U=L[(1,1,1);(0,2,2)]$ y $W=\{(x,y,z):x+2y+z=0\}$

1. Prueba que W es un subespacio vectorial de $\mathbf{R}^3$.
2. Halla las ecuaciones y las bases de $U\cap W$ y de $U+W$

8. Sea f la aplicación lineal de $(V_3,+,\cdot\mathbf{R})$ en sí mismo, tal que $f(\overrightarrow{u_1})=\overrightarrow{v_1}+\overrightarrow{v_3}$,

$f(\overrightarrow{u_2})=2\overrightarrow{v_1}-\overrightarrow{v_2}$, $f(\overrightarrow{u_3})=\overrightarrow{v_2}-\overrightarrow{v_3}$, donde $B_1=\{\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}\}$ y $B_2=\{\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2},\overrightarrow{v_3}\}$ son dos bases de V_3.

Halla:

a) La matriz de la aplicación lineal

b) La dimensión de $Kerf$ y el rango de la aplicación.

c) Las ecuaciones de la aplicación y la imagen del vector $\vec{u}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}+\overrightarrow{u_3}$.

d) ¿Es inyectiva?, ¿es sobreyectiva?, ¿es biyectiva?.

9. ¿Para qué valores del parámetro m el siguiente sistema tiene solución?, ¿por qué?

$$\begin{cases} mx+y+z=2m \\ x-my+z=0 \\ x+my+z=2 \end{cases}$$

10. ¿Para qué valores de los parámetros p y q es diagonalizable la matriz C?

$$C=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & q \\ 3 & 0 & p \end{pmatrix}$$