EXAMEN PARCIAL MMI

Viernes 8 de Febrero de 2013

1. Demuestra por inducción que

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

2. Se considera la sucesión (x_n) definida por $x_1 = \sqrt{3}$, $x_{n+1} = \sqrt{3 + x_n}$ para $n \geq 1$.

a) Demuestra que (x_n) es monótona creciente y acotada superiormente.

b) Calcula $\lim x_n$.

3. Estudia la convergencia de las series

$$\text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}, \qquad \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+2}.$$

4. Representar gráficamente la función $f(x) = |x| + |x-1| - |1-2x|$.
¿Es continua? Hallar $f^{-1}\left(\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]\right)$.

5. Demuestra que la ecuación

$$\frac{x^2+3}{x-1} + \frac{x^4+5}{x-2} = 0$$

tiene al menos una solución en el intervalo $(1, 2)$.

6. Un rectángulo tiene dimensiones a y b. ¿Cuál es el área del mayor rectángulo circunscrito a éste? Es decir, los vértices del rectángulo dado están sobre los lados del rectángulo pedido.

7. Halla el polinomio de Taylor de grado n, centrado en $x = 1$, de la función $f(x) = e^x$.

8. Escribe como integral y calcula

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{4n^2 - k^2}}.$$

9. Calcula por partes la integral

$$\int \operatorname{arcsen} x\, dx$$

10. Calcula el volumen del cuerpo engendrado por la rotación en torno al eje OX de la gráfica de la función $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, $x \in [0, 1]$.

Las notas se publicarán el jueves 14 a las 10 horas. La revisión se efectuará el lunes 18 a las 14 horas en el aula 13. No es obligatorio asistir.

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.