

1. Demostrar por inducción la fórmula:

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

2. Calcular el siguiente límite: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$

3. Estudia la convergencia de la serie: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2-1}}$

4. Prueba que la ecuación $x^{15} + \frac{x^4 - 17x + 13}{(x^2 - 1)^2} = 0$ tiene al menos una solución.

5. Estudia la derivabilidad de la función: $f(x) = \begin{cases} -\cos x & \text{si } x < 0 \\ \cos x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

6. Calcula: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\log x} - \frac{1}{x-1} \right)$

7. Halla el polinomio de Taylor de grado 6 centrado en $x=0$ de $f(x) = \cos x$

8. Si $[x]$ representa la parte entera de x , calcula $I_n = \int_0^n [x] dx$ con $n \in \mathbb{N}$

9. Calcule la siguiente primitiva: $\int x^2 \sin x dx$

10. Determina la convergencia: $\int_{-1}^{\infty} \frac{20x}{(1+7x^2)^2} dx$