EXAMEN FINAL MMI. 16 Junio 2014

1. Resuelve la inecuación $\dfrac{x+1}{x+3} < |x-2|$

2. Los beneficios de una fábrica de camisas dependen del número de camisas que se fabrican cada día, según la fórmula $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 19$, donde x mide el número de miles de camisas fabricadas al dia y $f(x)$ la ganancia en miles de euros al mes., Atendiendo al número de máquinas y personal necesarios, la fábrica puede optar por fabricar un número diario de camisas comprendido entre 2000 y 1400. ¿Cuántas camisas debe fabricar para obtener un beneficio máximo?

3. Demuestra que el polinomio $P(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1$ tiene cuatro raíces reales.

4. Calcula la siguiente primitiva: $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sqrt{1+x}}$

5. Consideramos la función $F(x)$ definida en $(1, +\infty)$ por la fórmula: $\displaystyle F(x) = \int_0^{\log x} e^{-t^2}\,dt$

   Calcula la derivada de $F(x)$ ¿Es $F(x)$ creciente en el intervalo $(1, +\infty)$?

6. Describe geométricamente el conjunto de los números $z \in C$ tales que $\dfrac{z+1}{z+4} = 2$

7. Halla las coordenadas del vector $\vec{u} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} + \overrightarrow{u_3}$ respecto de una base $\{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3}\}$

   sabiendo que $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{v_2} + \overrightarrow{v_3}$ $\quad \overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_3}$ $\quad \overrightarrow{u_3} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2}$

   Halla las coordenadas del vector $\vec{v} = \overrightarrow{v_1} - 2\overrightarrow{v_2} + \overrightarrow{v_3}$ respecto de la base $\{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\}$

8. Halla por determinantes la matriz inversa (si existe) de la matriz: $D = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ 1 & 1 & -4 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

9. Discute por Rouché: $\left.\begin{array}{l} (m+2)x + y + z = m-1 \\ mx + (m-1)y + z = m-1 \\ (m+1)x + (m+1)z = m-1 \end{array}\right\}$

10. **Calcula la potencia A^{33} de la matriz:** $A = \begin{pmatrix} \sqrt[3]{2} & 4 & 6 \\ 0 & -\sqrt[3]{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt[3]{2} \end{pmatrix}$