MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega

1. Sean f y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^3 + 1$ y $g(x) = x^3 - 1$. Hallar las funciones $f \circ f, f \circ g, g \circ f, g \circ g$ y determinar el conjunto $\{x \in \mathbb{R} | f(g(x)) = g(f(x))\}$.
2. Se define en $\mathbb{R}^2$ la relación $(x, y)\mathcal{R}(a, b)$ si y solo si $y^2 - b^2 = x - a$. Demuestra que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia $[(0, 0)]$, $[(0, 2)]$ y $[(1, 1)]$. Describe la clase de un punto cualquiera $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Describe el conjunto cociente $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega

1. Sean X un conjunto y $f : X \to X$ y $g : X \to X$ dos aplicaciones tales que $g \circ f : X \to X$ es inyectiva y $f \circ g : X \to X$ es sobreyectiva. Demostrar que f es biyectiva.
2. Se define en $\mathbb{R}^2$ la relación $(x, y)\mathcal{R}(a, b)$ si y solo si $y^2 = b^2$. Demuestra que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia $[(0, 0)]$, $[(1, -2)]$, $[(0, 2)]$ y $[(-1, 1)]$. Describe la clase de un punto cualquiera $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Describe el conjunto cociente $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^3 - 3x$

1. Calcular el polinomio $f \circ f - f$ y calcular su raíces reales.
2. Para cada $z \in \mathbb{R}$ calcular cuantos elementos tiene el conjunto $f^{-1}(z)$ *(Puede ser útil dibujar la gráfica de f).*
3. Consideramos la relación de equivalencia $x\mathcal{R}y$ si y solo si $f(x) = f(y)$. Calcular la clase de equivalencia de 1, 2, 3. ¿Cuantos elementos hay en las clases de equivalencia de un $x \in \mathbb{R}$ arbitrario?

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega

1. Sean $f : A \to B$ una aplicación y $X \subset B$. ¿Es cierto en general que $f(f^{-1}(X)) = X$? ¿Y si f es inyectiva? ¿Y si f es sobreyectiva?
2. Sea k un entero positivo ≥ 3. En $\mathbb{Z}$ se considera la relación $\mathcal{R}$ definida por $n\mathcal{R}m$ si y sólo si $n - m$ es divisible por k^2. Demuestra que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia $[0]$, $[1]$, $[2]$. Describe la clase de un elemento cualquiera $z \in \mathbb{Z}$. Describe el conjunto cociente $\mathbb{Z}/\mathcal{R}$ y calcula su cardinal.