

MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega

1. Encontrar dos números complejos cuyo cubo sea

$$z_0 := -11 - 2i.$$

2. Se define la transformación $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ como $T(z) = z^3$. Calcula la imagen por T de la región comprendida entre las rectas $y = x$, $y = -x$ y $x = 1$. Representa gráficamente la región inicial y la final. Encuentra un lugar geométrico cuya imagen vía T sea una circunferencia.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega

1. Se consideran los números complejos $z_1 := 4 - i$, $z_2 := 2 + 5i$ y $z_3 := i$ y el triángulo \mathcal{T} que los tiene por vértices. ¿Es \mathcal{T} isósceles? ¿Es \mathcal{T} rectángulo?
2. Se define la transformación $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ como $T(z) := z(\bar{z} + i)$. Calcula $T^{-1}(\{0\})$. ¿Es T inyectiva? Para cada $z := x + yi \in \mathbb{C}$, calcula la parte real y la parte imaginaria de $T(z)$. Describe los conjuntos

$$\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} T(z) = 0\} \quad \text{y} \quad \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} T(z) = 0\}.$$

Representa ambos conjuntos y su intersección.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega

1. Dada la función $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{z}{1+i}$, donde $i = \sqrt{-1}$, se definen las funciones $f^2 := f \circ f$ y $f^k := f \circ f^{k-1}$ para cada entero $k \geq 3$.
 - (1) Demostrar que $f^n(z) = \frac{z}{(1+i)^n}$, para cada $n \in \mathbb{N}^+$.
 - (2) Hallar el menor entero positivo n tal que $s_n := \sum_{k=1}^n f^k(i)$ es un número real y calcular s_n para dicho valor de n .
 - (3) Hallar $z^{1/5}$ donde $f^{300}(z) = i$.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Cuarta entrega

1. Encuentra todos los números complejos z que cumplan la igualdad:

$$|z + 2i| = 2|z + 3|.$$

2. Sea $z_0 := 3 - i$ el centro de un cuadrado y $z_1 := 5 - 3i$ uno de sus vértices. Halla los otros vértices del cuadrado.