

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega (Tipo 1)

---

1. Sean  $f$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas por  $f(x) = x^3 + 1$  y  $g(x) = x^3 - 1$ . Hallar las funciones  $f \circ f, f \circ g, g \circ f, g \circ g$  y determinar el conjunto  $\{x \in \mathbb{R} \mid f(g(x)) = g(f(x))\}$ .
2. Se define en  $\mathbb{R}^2$  la relación  $(x, y)\mathcal{R}(a, b)$  si y solo si  $y^2 - b^2 = x - a$ . Demuestra que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia  $[(0, 0)], [(0, 2)]$  y  $[(1, 1)]$ . Describe la clase de un punto cualquiera  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ . Describe el conjunto cociente  $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$ .

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega (Tipo 2)

---

1. Sean  $X$  un conjunto y  $f : X \rightarrow X$  y  $g : X \rightarrow X$  dos aplicaciones tales que  $g \circ f : X \rightarrow X$  es inyectiva y  $f \circ g : X \rightarrow X$  es sobreyectiva. Demostrar que  $f$  es biyectiva.
2. Se define en  $\mathbb{R}^2$  la relación  $(x, y)\mathcal{R}(a, b)$  si y solo si  $y^2 = b^2$ . Demuestra que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia  $[(0, 0)], [(1, -2)], [(0, 2)]$  y  $[(-1, 1)]$ . Describe la clase de un punto cualquiera  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ . Describe el conjunto cociente  $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$ .

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega (Tipo 3)

---

1. Sean  $f : A \rightarrow B$  una aplicación y  $X \subset B$ . ¿Es cierto en general que  $f(f^{-1}(X)) = X$ ? ¿Y si  $f$  es inyectiva? ¿Y si  $f$  es sobreyectiva?
2. Sea  $k$  un entero positivo  $\geq 3$ . En  $\mathbb{Z}$  se considera la relación  $\mathcal{R}$  definida por  $n\mathcal{R}m$  si y sólo si  $n - m$  es divisible por  $k^2$ . Demuestra que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia  $[0], [1], [2]$ . Describe la clase de un elemento cualquiera  $z \in \mathbb{Z}$ . Describe el conjunto cociente  $\mathbb{Z}/\mathcal{R}$  y calcula su cardinal.