

Proto3d: Um estudo de como tornar uma simulação computacional acessível

Róger Matheus Lasch¹, José Antônio de Figueiredo¹

¹Curso Bacharel em Ciência da Computação – Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSUL)
Passo Fundo – RS – Brasil

rogerlasch@gmail.com, josefigueiredo@ifsul.edu.br

Abstract.

Resumo. O artigo descreve o desenvolvimento de uma aplicação chamada Proto3d, dedicada ao estudo da simulação de corpos rígidos, que são usados para modelar o movimento e interação entre objetos. O objetivo principal é criar uma abordagem alternativa para testar os componentes construídos sem depender exclusivamente de recursos visuais, tornando os resultados acessíveis para pessoas com deficiência visual.

O artigo está organizado nas seguintes seções:

1. *Introdução:* O artigo introduz o objetivo da aplicação Proto3d e a necessidade de uma abordagem acessível para simulações de colisão entre corpos rígidos. 2. *Simulação Computacional:* Esta seção aborda conceitos fundamentais relacionados à simulação computacional, destacando sua ampla aplicação em diversas áreas e a importância de representações matemáticas e computacionais dos sistemas a serem simulados. 3. *Materiais e Métodos:* Aqui, são detalhados os principais componentes da aplicação Proto3d, incluindo classes como Mundo, Corpo Rígido, Pré-filtragem, Integração Numérica, Fase Ampla, Fase Estreita, Resolvedor de Colisões e Despacho de Eventos. Cada componente desempenha um papel na simulação de movimento e colisão de corpos rígidos. 4. *Resultados Obtidos:* Esta seção destaca a aplicação Proto3d, que realiza simulações de movimento e colisão de corpos rígidos em um ambiente configurável pelo usuário. Os resultados da simulação são apresentados em um Registro Acessível, compatível com leitores de tela. 5. *Considerações Finais:* O artigo conclui resumindo os principais achados e destacando possíveis direções futuras para a pesquisa.

A simulação de uma esfera caindo e colidindo com um objeto estático (uma caixa) é apresentada como um exemplo prático no artigo. Os detalhes da simulação, incluindo a trajetória da esfera, velocidades, e interações, são registrados em um formato acessível no Registro Acessível.

1. Introdução

O objetivo primordial deste trabalho é desenvolver uma aplicação dedicada ao estudo da simulação de corpos rígidos, que servem para modelar o movimento e a interação entre diversos objetos. Durante o processo de desenvolvimento dessa aplicação, surgiu a necessidade de considerar como testar os componentes construídos sem depender exclusivamente de recursos visuais.

Embora a visualização da colisão entre corpos rígidos seja comumente realizada de maneira visual, este estudo busca criar uma abordagem alternativa, especialmente projetada para atender às necessidades de pessoas com deficiência visual. O método proposto prioriza a rastreabilidade das propriedades críticas do problema em detrimento da representação visual, o que torna os resultados acessíveis e compreensíveis tanto para o público-alvo quanto para outros leitores.

Neste trabalho são apresentados os principais resultados da construção da aplicação Proto3d, um simulador de movimento e colisão de corpos rígidos, que mostra os resultados em uma saída acessível aos leitores de tela disponíveis no mercado. Além disso o Proto3d é uma ferramenta configurável, que permite adicionar e personalizar o mundo e os objetos para a simulação.

2. Simulação Computacional

Segundo [Durán 2018] a simulação computacional é uma técnica amplamente utilizada em diversas áreas, como por exemplo no estudo de sistemas complexos que por diversos fatores, não podem ser facilmente reproduzidos.

A simulação permite avaliar diversos cenários de uma pesquisa, apenas alterando suas variáveis de controle, reduzindo assim os custos e os riscos de um experimento físico. Conforme [Marschner and Shirley 2018], essa técnica pode ser aplicada em diversas áreas como biologia, engenharia, física, química, entre outras.

Para construir uma simulação, é necessário uma representação matemática e/ou computacional do comportamento do sistema a ser simulado.

2.1. Formas Geométricas e Movimento

A técnica usada para representar uma forma geométrica computacionalmente dependerá do nível de detalhamento desejado [Pharr et al. 2016]. É possível fazer esta representação de diversas maneiras, por exemplo: forma vetorial, paramétrica ou de forma poligonal. Neste trabalho, adota-se a representação vetorial, com coordenadas cartesianas tridimensionais.

Para fins de simplificação, este trabalho limita-se a modelar objetos na forma de esferas e caixas. Esferas são modeladas com um ponto (centro da esfera) e um raio, enquanto caixas são modeladas com um ponto mínimo e um ponto máximo, que representam o canto inferior esquerdo, e o canto superior direito da caixa.

No contexto desta simulação, os objetos podem ser categorizados em duas classes principais: Objetos estáticos e objetos dinâmicos. Os objetos estáticos não se movem por conta própria e nem sob influência de forças externas. Em contrapartida, os objetos dinâmicos podem se mover por conta própria, bem como em resposta a forças externas.

2.2. Colisão e Detecção de Colisão

Uma colisão ocorre quando dois ou mais objetos entram em contato, compartilhando algum espaço do ambiente simulado [Ericson 2004]. Segundo [Bourg and Bywalec 2013], a colisão envolve cálculos para determinar as consequências/efeitos desse contato.

Segundo [Bourg and Bywalec 2013] a detecção de colisão é um problema de geometria computacional, que procura determinar *se* e *onde*, dois ou mais objetos colidiram.

Pode ser detectada de diversas maneiras, dependendo da natureza dos objetos envolvidos [Foley 1996], por exemplo: 1) se a distância entre os dois objetos está abaixo de uma determinada tolerância; 2) se os objetos estiverem sobrepondo-se em um ou mais pontos.

O processo para detecção de colisão é dividido em fase de previsão e de identificação. A previsão busca objetos que possivelmente estejam colidindo, enquanto a identificação localiza as colisões ocorridas. A separação em duas fases distintas garante um consumo racional do recurso computacional.

Após detectar uma colisão entre dois objetos, torna-se necessário resolver o evento, atualizando a posição da simulação. Em simulações que não requerem realismo, apenas a correção das posições dos objetos é suficiente. Já em simulações mais avançadas, outros métodos podem ser necessários, como a resolução de colisão por impulso discutida em [Bourg and Bywalec 2013] e [Baraff 1992], onde as características físicas dos objetos são considerados para que a reação seja a mais adequada possível.

3. Materiais e Métodos

O Proto3d é um programa que permite realizar simulações de corpo rígido. Ele possui algumas propriedades configuráveis tais como gravidade, e limites do ambiente. No ambiente, objetos são adicionados para se realizar a simulação. Estes objetos são normalmente chamados de corpos rígidos. Os corpos rígidos, são compostos com diversas propriedades como restituição, posição, velocidade, orientação, forma, e outras propriedades dependendo do nível de detalhamento que se deseja. O simulador, é constituído por diversos componentes:

- Classe Mundo: Esta classe representa o ambiente virtual onde a simulação ocorre, sendo o núcleo central de todo o sistema.
- Classe Corpo Rígido: Esta classe é responsável por representar objetos no ambiente, podendo ser objetos dinâmicos ou estáticos.
- Classe Pré-filtragem: No início de cada quadro, essa classe realiza uma filtragem em uma lista de objetos, preparando-os para a simulação de movimento.
- Classe Integração Numérica: Aqui, as equações de movimento são resolvidas para cada objeto previamente preparado pela classe de pré-filtragem.
- Classe Fase Ampla: Nesta classe, ocorre a verificação de uma lista de pares de objetos cujas caixas delimitadoras (AABBs) estão se sobrepondo, o que pode indicar uma possível colisão entre os objetos.
- Classe Fase Estreita: Essa classe aplica testes específicos de interseção entre geometrias para confirmar ou descartar colisões entre os objetos previamente identificados pela fase ampla.
- Classe Resolvedor de Colisões: Aqui, a ação é tomada para separar objetos que estejam em sobreposição, trabalhando com o conjunto de objetos retornados pela fase estreita.
- Classe Despacho de Eventos: Nesta classe, notificações são enviadas ao usuário para informar sobre os eventos ocorridos no quadro atual da simulação.

4. Resultados Obtidos

O principal resultado é a aplicação Proto3d, que executa simulações de movimento e colisão de corpos rígidos em duas ou três dimensões, dentro do ambiente configurado pelo usuário.

A simulação do movimento é implementada na dinâmica newtoniana, enquanto a detecção de colisão é implementada em uma estrutura de dados *Octree*, com algoritmos *Broad Phase* *Narrow Phase* para previsão e identificação, respectivamente.

Além disso, o Proto3d é uma ferramenta acessível às pessoas com deficiência visual, desta forma os resultados das simulações são apresentados no Registro Acessível, um log compatível com os leitores de tela disponíveis no mercado.

4.1. Simulador Proto3d

O Proto3d é um simulador de movimento e colisão de corpos rígidos. Para executar uma simulação, a ferramenta permite dimensionar e personalizar um ambiente (mundo), bem como inserir e personalizar corpos rígidos estáticos ou dinâmicos. Os seguintes parâmetros são configuráveis:

- **Mundo:** gravidade, limites físicos do ambiente e passo de tempo;
- **Corpos rígidos estáticos:** forma, posição e orientação;
- **Corpos rígidos dinâmicos:** forma, massa, posição, velocidade e coeficiente de restituição¹;

O mundo criado na simulação utiliza o *sistema de coordenadas de física*, onde o eixo X representa a largura, o eixo Y representa a profundidade e Z representa a altura. O ponto de origem do mundo (X=0,Y=0,Z=0) é localizado no canto inferior esquerdo. A localização e o tamanho dos corpos rígidos é definida pela posição e espaço que ocupa. Posição indica a coordenada para o ponto central do objeto, enquanto o espaço que ele ocupa, conhecido como "AABB"(Axis Aligned Bounding Box) encapsula o objeto é mostrado como duas coordenadas no respectivo eixo.

A execução da simulação é apresentada em formato texto no Registro Acessível, sendo que esta versão do Proto3d não dispõe de interface gráfica. Para validação das simulações, foram executados alguns testes com grandezas conhecidas.

Para este estudo, optou-se em restringir o formato dos objetos em esferas e caixas, apresentando os resultados da simulação para um destes testes.

4.2. Registro Acessível

O Proto3d apresenta os resultados de cada simulação no Registro Acessível, em formato de log de texto e também armazena em um arquivo para análise posterior. O registro é organizado em duas partes principais: *Visão Geral* e *Rastreo do Movimento*.

Visão Geral: Apresenta as configurações gerais do ambiente simulado, como: gravidade, especificação dos limites do mundo e a lista de objetos simulados. Por convenção, as grandezas na simulação podem ser lidas como: dimensão em metros (m), massa em quilogramas (kg), tempo em segundos (s), velocidade em metros/segundo (m/s) e força de movimento em *metros/segundo*² (m/s^2).

Rastreo do Movimento: Apresenta informações das iterações do simulador a cada passo de tempo. Os registros possuem informações conforme a legenda:

- T: Tempo decorrido desde o início da simulação até este registro;

¹O coeficiente de restituição é um valor que varia de 0 a 1 e especifica o quanto de energia cinética é conservada no objeto após uma colisão

- Dir: Trajetória do objeto dinâmico conforme a legenda: s (direção sul), n (direção norte), o (direção oeste), l (direção leste), c (direção acima/para cima), b (direção abaixo/para baixo). É possível ocorrer combinações entre as trajetórias básicas.
- Pos: Posição do objeto em um determinado instante (em metros) nos eixos X (horizontal), Y (profundidade) e Z (vertical);
- Vel: Velocidade do objeto neste instante (m/s).

4.3. Testando uma simulação

O funcionamento do Proto3d é demonstrado com a simulação de um objeto dinâmico que, atraído pela gravidade, cai e colide com um objeto estático. Depois desta colisão, sob efeito de uma nova força horizontal, o objeto dinâmico é movido novamente. As etapas da simulação para o teste são detalhadas a seguir.

O Quadro 1 mostra o Registro Acessível² de inicialização do ambiente, para o teste proposto.

O registro inicia mostrando Tempo atual=0.00s e Último passo de tempo=0.00s, indicando que a simulação ainda não começou. Na linha 2 são mostrados os parâmetros Gravidade=True e Gravidade: 0.00:0.00:-9.81, indicando que a gravidade está ativada, com força $9,81m/s^2$ apenas no eixo Z (o valor é negativo para que a força "atraia" os objetos para baixo). Por fim, na linha 3 são mostrados os limites do ambiente, sendo os 3 eixos iniciados em 0 (origem) vão até 1000000m.

O chão do mundo (piso) é definido a seguir. A linha 5 informa que este elemento é um objeto em forma de caixa e seu ponto central encontra-se na posição X=500000, Y=500000, Z=-0.5. Pode-se observar que o ponto em Z está negativo, ou seja, está um pouco abaixo da origem.

A linha 6 mostra o espaço ocupado pelo chão com X=0.00:1000000 e Y=0.00:1000000, indicando que esta forma geométrica ocupa toda a largura e comprimento do mundo. Já a altura do chão é definida por Z=-1.00:0.00, indicando que a altura do mesmo é de 1m, mas ocupa o espaço abaixo do mundo.

Quadro 1. Registro Acessível: Inicialização do ambiente

1	Tempo atual: 0.00s; Último passo de tempo: 0.00;
2	Gravidade: True; Gravidade: 0.00:0.00:-9.81
3	Limites: 0.00:1000000.00,0.00:1000000.00,0.00:1000000.00
4	
5	Nome: Chão; Forma Geom: Caixa; Pos: 500000.00:500000.00:-0.50
6	AABB -> X: 0.00:1000000.00; Y: 0.00:1000000.00; Z: -1.00:0.00
7	
8	Nome: Caixa estática; Forma Geom: Caixa; Pos: 35.00:35.00:5.00
9	AABB -> X: 10.00:60.00; Y: 10.00:60.00; Z: 0.00:10.00;
10	
11	Nome: Esfera dinâmica; Forma Geo: esfera; Pos: 10.00:10.00:50.00
12	Raio: 2.50; Masss: 5.00; Restituição: 0.25
13	AABB -> X: 7.50:12.50; Y: 7.50:12.50; Z: 47.50:52.50

²Para fins de adequação ao formato de artigo, algumas linhas do Registro Acessível original são omitidas nos quadros apresentados

Nas linhas 8 e 9 encontram-se as especificações de um objeto, denominado caixa estática, de forma cúbica com lado 10m, que está repousada sobre o chão.

A linha 8 informa que a posição do ponto central deste objeto está na coordenada X=35,Y=35,Z=5. Na linha 9 estão os valores do AABB, que demarcam os limites da caixa, com as seguintes dimensões: X=10.00:60.00, ou seja inicio=10 e fim=60 definindo largura de 50m; Z=10.00:60.00, ou seja inicio=10 e fim=60 definindo profundidade de 50m; Y=0.00:10.00, ou seja inicio=10 e fim=10 definindo altura de 10m.

Nas linhas 11 a 14 estão as especificações de um objeto dinâmico, denominado esfera dinâmica, de forma esférica, situado a 50m de altura a partir do chão.

A linha 11 informa que o ponto central da esfera está na Posição=10.00:10.00:50.00, ou seja, está a 10m da origem no eixo X, 10m da origem no eixo Y e 50m da origem no eixo Z. A linha informa que a esfera possui raio=2.5m, massa=5kg e coeficiente de restituição=0.25. Na linha 13 estão os valores do AABB, indicando os limites da caixa delimitadora desta esfera, com as seguintes dimensões: X=7.50:12.50;Y=7.50:12.50;Z=47.50:52.50, indicando que o diâmetro da esfera é 5m em todos os eixos.

4.3.1. Simulação de queda da esfera

A simulação consiste em deixar a esfera cair, atraída pela força da gravidade, até colidir com o objeto caixa estática. Entre a borda da esfera e a borda da caixa, a queda simulada é de 37,5m, e segundo a física clássica, com uma força $G=9,81m/s^2$ levaria cerca de 2,76s para ocorrer a colisão. No momento em que os objetos colidem, a velocidade estimada da esfera é de 27,12m/s.

Com a execução da simulação planejada no Quadro 1, a esfera é atraída para baixo pela gravidade, até que eventualmente colida com a caixa que está sobre o chão. Quando a colisão ocorre, a esfera recebe um impulso com sentido contrário à queda, que faz o objeto quicar algumas vezes.

Este trecho da simulação pode ser verificado no Quadro 2, onde as coordenadas apresentadas representam o centro da esfera. Destaca-se que apenas alguns instantes da simulação são mostrados no quadro. O detalhamento dos eventos apresentados no Registro Acessível encontra-se a seguir:

Quadro 2. Registro Acessível: Queda da esfera.

1	T: 0.20s, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:49.61, Vel: 1.96m/s
2	T: 1.80S, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:32.34, Vel: 17.66m/s
3	T: 2.00S, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:28.42, Vel: 19.62m/s
4	T: 2.20S, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:24.10, Vel: 21.58m/s
5	T: 2.40S, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:19.39, Vel: 23.54m/s
6	T: 2.60s, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:14.29, Vel: 25.51m/s
7	T: 2.80s, Dir: c, Pos: 10.00:10.00:12.50, Vel: 6.87m/s
8	T: 3.00S, Dir: c, Pos: 10.00:10.00:13.87, Vel: 6.87m/s
9	T: 3.60S, Dir: c, Pos: 10.00:10.00:15.64, Vel: 0.98m/s
10	T: 3.80S, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:15.25, Vel: 1.96m/s
11	T: 4.20S, Dir: b, Pos: 10.00:10.00:13.28, Vel: 5.89m/s
12	T: 4.40S, Dir: c, Pos: 10.00:10.00:12.50, Vel: 1.96m/s

- Linha 1 - iteração em 0,20s: A gravidade começa atrair a esfera para baixo;
- Linha 2 - iteração em 2,60s: A esfera deslocou-se 35,32m em relação a posição da primeira iteração, estando agora com velocidade de 25,51m/s. A colisão ocorrerá no instante 2,76s, mas este momento não é registrado pelo log.
- Linha 3 - iteração em 2,80s: A esfera já colidiu com a caixa e recebeu um impulso de força contrária à queda, fazendo-a mudar de direção. Agora a esfera está subindo (na posição 12,50m) a uma velocidade de 6,87m/s.
- Linha 4 - iteração em 3,00s: A esfera está subindo devido ao impulso, mas perdendo velocidade gradativamente devido a gravidade.
- Linha 5 - iteração em 3,60s: A esfera atinge o pico do primeiro salto com sua velocidade praticamente anulada pela gravidade.
- Linha 6 - iteração em 3,80s: A esfera começa a cair novamente após a gravidade conseguir anular a velocidade.
- Linha 7 - iteração em 4,20s: A esfera está prestes a colidir com a caixa uma segunda vez
- Linha 8 - iteração em 4,40s: A esfera colide com a caixa e salta novamente, mas agora seu pico será em uma altura menor que a anterior.

/* revisei até aqui em 30-9 */ No instante 4,40s a esfera está parando de quicar, quando uma força lateral de $35m/s^2$ é aplicada, causando um deslocamento para leste (direita da origem). A esfera será empurrada até chegar ao limite da caixa. Este momento da simulação pode ser verificado no Quadro 3. O detalhamento dos eventos registrados encontra-se a seguir:

Quadro 3. Registro Acessível: Esfera sobre a caixa.

1	T: 4.40s, Dir: c, Pos: 10.00:10.00:12.50, Vel: 1.96m/s
2	T: 4.60s, Dir: lc, Pos: 11.40:10.00:12.89, Vel: 7.27m/s
3	T: 4.80s, Dir: l, Pos: 14.20:10.00:12.89, Vel: 14.00m/s
4	T: 5.60s, Dir: l, Pos: 39.40:10.00:12.50, Vel: 42.00m/s

- Linha 1: Iteração em 4.40s. Instante que a força lateral é aplicada;
- Linha 2: Iteração em 4.60s. Esfera começa a mover-se também para leste. A esfera ainda está "quicando", mas em uma distância muito pequena da caixa (apenas 39cm). As duas forças causam um movimento na direção lc, para leste e acima, descrevendo uma pequena parábola;
- Linha 3: Iteração em 4.80s. Esfera estabilizou verticalmente sobre a caixa. Agora com movimento para leste, com velocidade 14m/s, devido a força aplicada desde o instante 4.40s;
- Linha 4: Iteração em 5.60s. A esfera continua acelerando na direção leste em cima do cubo, agora na posição 39.40m com 42m/s.

A esfera continua sendo "empurrada" para leste, até o momento em que "sai de cima da caixa", iniciando um movimento diagonal, para leste e abaixo. A força lateral ainda está agindo sobre o objeto. Este trecho da simulação pode ser verificado no Registro Acessível 4, que mostra apenas alguns instantes da simulação. O detalhamento é feito a seguir:

Quadro 4. Esfera se movendo diagonalmente

1	T: 6.00s, Dir: l Pos: 60.40:10.00:12.50, Vel: 56.00m/s
2	T: 6.20S, Dir: lb Pos: 73.00:10.00:12.11, Vel: 63.03m/s
3	T: 7.40S, Dir: c Pos: 178.00:10.00:2.50, Vel: 105.06m/s
4	T: 8.00S, Dir: lb Pos: 249.40:10.00:3.38, Vel: 126.00m/s
5	T: 8.60S, Dir: l, Pos: 333.40:10.00:2.50, Vel: 147.00M/s

- Linha 1: Iteração em 6.00s. Esfera continua sua trajetória na direção leste, no entanto, seu centro ultrapassou a borda da caixa;
- Linha 2: Iteração em 6.20s. Esfera começa a ser puxada pela gravidade novamente. Agora, duas forças estão agindo neste objeto, fazendo com que descreva um movimento diagonal, na direção lb (leste e abaixo), com velocidade de 63.03m/s.
- Linha 3: Iteração em 7.40s. Esfera atingiu o chão pela primeira vez e continua a ser empurrada para leste.
- Linha 4: Iteração em 8.00s. Esfera está descrevendo um movimento de parábola e atinge sua altura máxima após quicar no chão. A direção está leste e baixo, com velocidade de 126m/s;
- Linha 5: Iteração em 8.60s. Esfera para de quicar, movimentando-se para leste, com velocidade crescente, até a borda do mundo.

Quadro 5. Esfera sobre o chão e saída do ambiente

1	T: 8.60S, Dir: l, Pos: 333.40:10.00:2.50, Vel: 147.00M/s
2	T: 243.20S, Dir: l, Pos: 998791.00:10.00:2.50, Vel: 8358.00M/s
3	T: 244.20S, Dir: lb, Pos: 1007170.00:10.00:-1.42, Vel: 8393.00M/s
4	T: 500.01S, Dir: lb, Pos: 4300083.50:10.00:-323212.34, Vel: 17527.70M/s

Linha 1: Iteração no tempo 8.60s. A esfera se estabiliza no solo e apenas acelera na direção leste até o final do ambiente. Linha 2: Iteração no tempo 243.20s. A esfera está em alta velocidade na direção leste e está próxima ao limite leste do ambiente. Linha 3: Iteração no tempo 244.20s. A esfera ultrapassa os limites do ambiente e volta a ser puxada para baixo pela força da gravidade e continua em uma trajetória diagonal até o fim da simulação. Linha 4: Iteração no tempo 500.01s. Última iteração da simulação, e a esfera se encontra em alta velocidade extremamente longe dos limites do ambiente de simulação.

5. Considerações finais

O Proto3d é uma aplicação desenvolvida com a finalidade de simular o movimento de um ou mais corpos sólidos, detectar e resolver as colisões entre estes corpos e ainda, apresentar a simulação em uma saída acessível a pessoas com deficiência visual.

No simulador, tanto o ambiente como os corpos sólidos, possuem parâmetros configuráveis de forma independente. Os parâmetros do ambiente são: gravidade e limites. E os parâmetros dos corpos rígidos são: massa, velocidade, orientação, coeficiente de restituição, forma, forças, e outras propriedades. Destaca-se que neste relato, para fins de simplificação, optou-se em restringir a forma dos objetos em esferas e caixas.

A simulação executada pelo Proto3d atingiu os objetivos estabelecidos. Os resultados de movimento mostrados no Registro Acessível podem ser validados com cálculos

de física newtoniana. As colisões são detectadas e o movimento resultante também têm resultados coerentes com os esperados.

Como trabalhos futuros no desenvolvimento do Proto3d, planeja-se implementar o rastreamento de múltiplos objetos, criar uma interface gráfica para tornar o simulador mais acessível, aprimorar o método de integração usado para calcular os movimentos dos objetos, e considerar outras propriedades físicas, como velocidade angular. Além disso, espera-se adicionar a opção configurável de introduzir arrasto do ar no ambiente de simulação.

Referências

- Baraff, D. (1992). *Dynamic simulation of nonpenetrating rigid bodies*. Cornell University.
- Boulic, R. and Renault, O. (1991). 3d hierarchies for animation. In Magnenat-Thalmann, N. and Thalmann, D., editors, *New Trends in Animation and Visualization*. John Wiley Sons Ltd.
- Bourg, D. M. and Bywalec, B. (2013). *Physics for Game Developers: Science, math, and code for realistic effects*. "O'Reilly Media, Inc."
- Durán, J. M. (2018). *Computer simulations in science and engineering: Concepts-Practices-Perspectives*. Springer.
- Ericson, C. (2004). *Real-time collision detection*. Crc Press.
- Foley, J. D. (1996). *Computer graphics: principles and practice*, volume 12110. Addison-Wesley Professional.
- Knuth, D. E. (1984). *The Book*. Addison-Wesley, 15th edition.
- Marschner, S. and Shirley, P. (2018). *Fundamentals of computer graphics*. CRC Press.
- Pharr, M., Jakob, W., and Humphreys, G. (2016). *Physically based rendering: From theory to implementation*. Morgan Kaufmann.
- Smith, A. and Jones, B. (1999). On the complexity of computing. In Smith-Jones, A. B., editor, *Advances in Computer Science*, pages 555–566. Publishing Press.