

Micro Apostila de Circuitos Digitais

José de Figueiredo

6 de Outubro de 2020

Conteúdo

1	Introdução	3
2	Tipos de Sinais	4
2.1	O que é analógico	4
2.2	o que é digital	6
2.3	Conversão de sinais	11
2.4	Conclusão da seção	12
3	Sistemas de numeração	13
3.1	Bases numéricas	13
3.1.1	Decimal	13
3.1.2	Binária	13
3.1.3	Hexadecimal	13
3.1.4	Octal	13
3.2	Introdução à aritmética binária	13
3.2.1	Soma binária	14
3.2.2	Subtração binária	16
3.3	Representação de números negativos	19

<i>CONTEÚDO</i>	2
3.3.1 Sinal-Magnitude	20
3.3.2 Complemento de 1	21
3.3.3 Complemento de 2	21
3.4 Operações aritméticas com números em Complemento de 2 . .	22
3.4.1 Somar Positivo com Positivo	23
3.4.2 Somar Positivo MAIOR com Negativo MENOR	23
3.4.3 Somar Positivo MENOR com Negativo MAIOR	23
3.4.4 Somar Negativo com Negativo	24

Capítulo 1

Introdução

Esta micro apostila apresenta o básico de Circuitos Digitais.

Como nosso objetivo é uma micro apostila, fica implícito que abrangemos apenas o básico, ou seja, muito do conteúdo aqui apresentado está em uma forma superficial.

O leitor deverá fazer suas pesquisas e ampliar horizontes no que tange aos assuntos aqui trabalhados.

Capítulo 2

Tipos de Sinais

No que tange ao estudo de Circuitos Digitais é muito importante conseguir discernir os tipos de sinais envolvidos. Neste universo os dois principais tipos de sinais são o analógico e o digital. Neste pequeno capítulo vamos apresentar o fundamental destes dois tipos de sinais.

2.1 O que é analógico

Os sinais presentes na natureza são analógicos. O som, a luz, a temperatura a eletricidade, a pressão, entre outros.

Cada uma desses fenômenos podem ser sentidos em alguma quantidade. Vamos observar a temperatura (esta observação é válida para todos os outros fenômenos). Imagine um dia de verão - que inicia a uma temperatura de $20,5^{\circ}$ e vai *gradativamente* subindo até um pico de 31° , depois retornando a um temperatura menor ao cair da noite.

O que define a temperatura como uma grandeza analógica é a variação

gradual entre os valores. Se colocar esta mudança de temperatura em um plano cartesiano (um gráfico), teremos algo que se aproxima de uma curva, que vai subindo até um pico no dia e retorna a um valor mínimo.

O gráfico apresentado na Figura 2.1 a seguir demonstra graficamente a variação gradativa da temperatura.

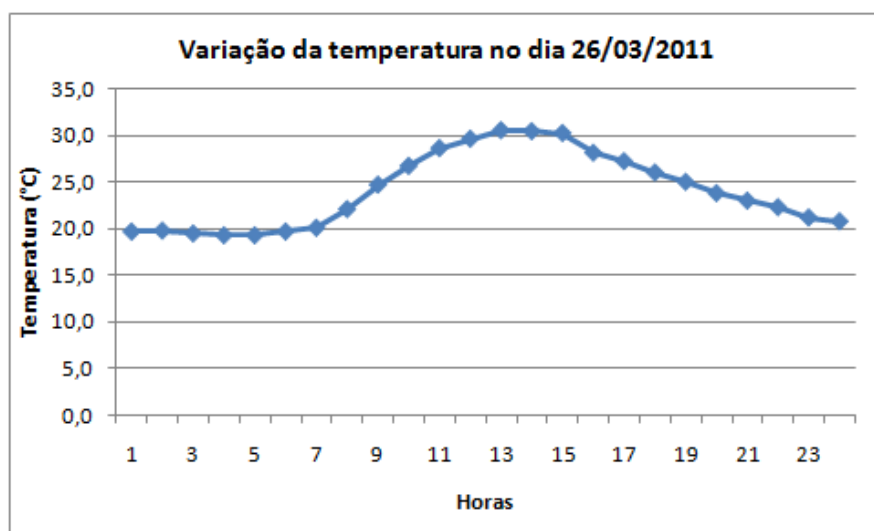


Figura 2.1: Gráfico mostrando a curva de temperatura do dia 26/03/2011.

Descrição da Figura 2.1: O gráfico é apresentado em um plano cartesiano. O eixo x representa as horas do dia, iniciando em 1 até 24; o eixo y representa a temperatura iniciando em 0,0 e indo até 35,0 com intervalos de 5. Há linha azul, que demonstra a temperatura do dia - iniciando em 20,0 (das 0h até as 7h) e sobe gradativamente até 31,0 (em torno de 13h) e desce gradativamente até 22,0 (em torno de 23h).

Importante destacar que, se observarmos a linha que descreve a temperatura, em qualquer ponto do gráfico, poderemos perceber que a mudança é gradativa. Em uma definição formal, Tocci (2015) explica que em uma gran-

deza analógica os valores podem assumir infinitos valores entre um ponto e outro e "... as quantidades podem variar em ao longo de uma faixa contínua de valores...".

Efetivamente, os seres vivos não sobreviveriam, se os fenômenos da natureza não fossem analógicos. A Natureza, e as leis que a regem, criaram um mecanismo compatível com nossas necessidades. É importante que a luz do dia mude gradativamente; o mesmo vale para a temperatura... e também para outras grandezas do nosso planeta. Imaginem se o Sol tivesse uma chave de liga/desliga - ligado é dia, desligado é noite - quais as consequências disso para os seres vivos?

A Figura 2.2 apresenta uma forma de onda senoidal genérica. Poderia ser usada para representar grandezas de tensão elétrica.

Descrição da Figura 2.2: O gráfico contém um plano cartesiano, com eixo X e eixo Y. O eixo x representa a variação do tempo que aumenta para a direita. O eixo y representa a intensidade do sinal que aumenta para cima e diminui para baixo. O sinal representado varia no tempo e na intensidade gradativamente, ou seja, o valor aumenta ou diminui SEM saltos bruscos conforme o tempo passa.

2.2 o que é digital

O sinal digital não está presente na natureza, é resultado das criações humanas. Neste tipo de sinal temos uma variação brusca entre dois estados, ou seja, NÃO HÁ variação infinita (ou gradual) entre dois pontos como nos sinais analógicos.

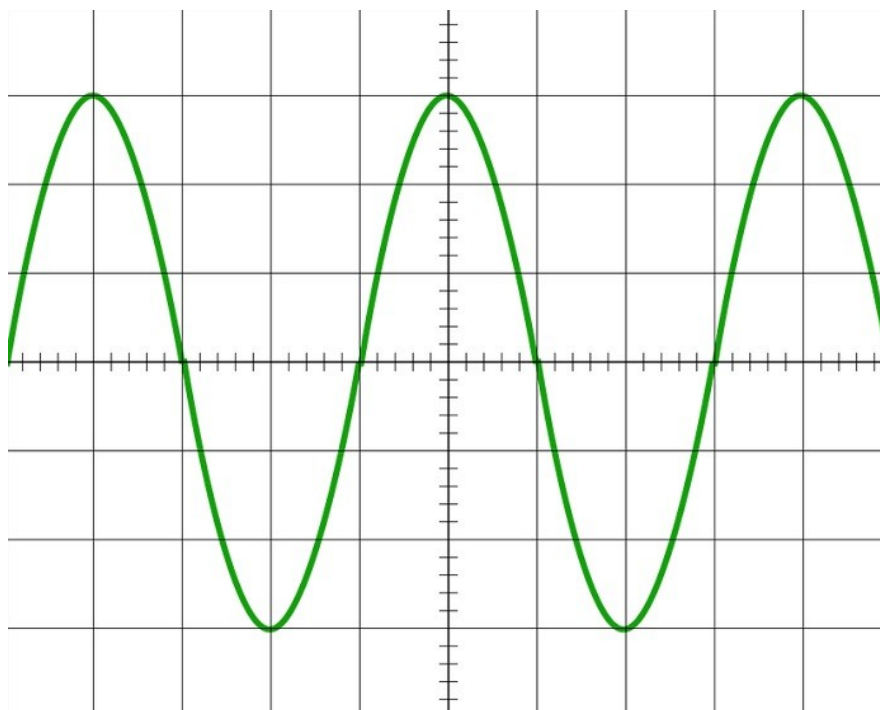


Figura 2.2: Gráfico mostrando uma onda senoidal genérico.

O exemplo mais comum (e simples de explicar) de sinal digital é a iluminação de uma sala. A lampada está ligada ou desligada - sem estágios intermediários.

Outro sinal bastante simples de explicar é o telegrafo, considerado a primeira forma de comunicação por meio elétrico. Para funcionar, este sistema precisa do código morse, que basicamente é composto por sinais chamados TRAÇO e PONTO. Sendo que ponto é um pulso elétrico de menor duração que o pulso do tipo traço. Este sistema é digital porque consta com dois sinais distintos e únicos - apenas o traço e o ponto. A codificação morse é feita combinando vários destes sinais.

A Figura 2.3 apresenta os sinais traço/ponto no tempo.

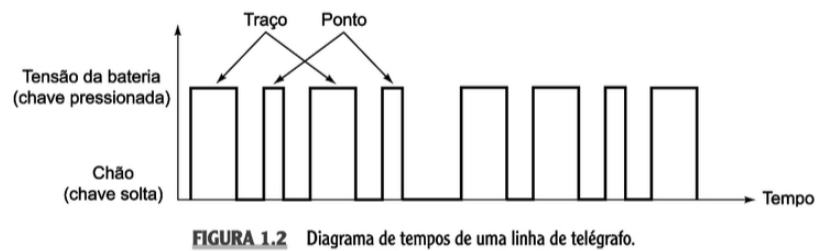


Figura 2.3: Gráfico mostrando os sinais Traço e Ponto gerados pelo telegrafo.
Fonte: Velloso, 2017

Descrição da Figura 2.3: Gráfico de tensão da bateria (eixo Y) por Tempo (eixo X). Tensão alta corresponde a chave do telégrafo pressionada; tensão baixa corresponde a chave do telegrafo solta. Os pulsos gerados são longos (correspondem ao traço) e curtos (correspondem ao ponto).

Formas mais atuais de sinais digitais podem ser explicadas pelo termômetro digital. Este aparelho, usado para medir a temperatura corporal faz a medida de uma grandeza analógica (temperatura do corpo) mas precisa discretizar as medidas para mostrar os valores digitalmente.

Um termômetro digital comum irá variar a temperatura a cada 0,1 graus C (precisão decimal). Isto quer dizer que valores de temperatura entre o termômetro será capaz de mostrar valores de 36,8 e 36,9. Entretanto o mesmo aparelho não consegue mostrar valores de 36,82 36,83 36,85 - mesmo elas existindo no corpo humano.

O termômetro digital discretiza a amostragem dos valores de temperatura - dando saltos decimais no valor medido. Um típico termômetro digital é mostrado na Figura 2.4

Ao levar um valor discretizado para um gráfico, teremos uma linha que



Figura 2.4: Um termômetro digital mostrando 36.5 graus C - Fonte: Internet

faz pequenos saltos entre os valores apresentados. Ainda no exemplo do termômetro, que não mostra valores como 31,15 e 31,17, simplesmente o gráfico irá saltar de 31,5 para 31,6. A Figura 2.5

Descrição da Figura 2.5: Gráfico com eixo y, com uma $f(t)$, representando qualquer grandeza, eixo x representando t (Tempo). Duas linhas são desenhadas sobre o gráfico - uma cinza claro que mostra um clássico sinal analógico e sobreposta a esta um linha vermelha demonstrando a discretização - ou seja a linha vermelha tem pequenos saltos entre os valores mostrados

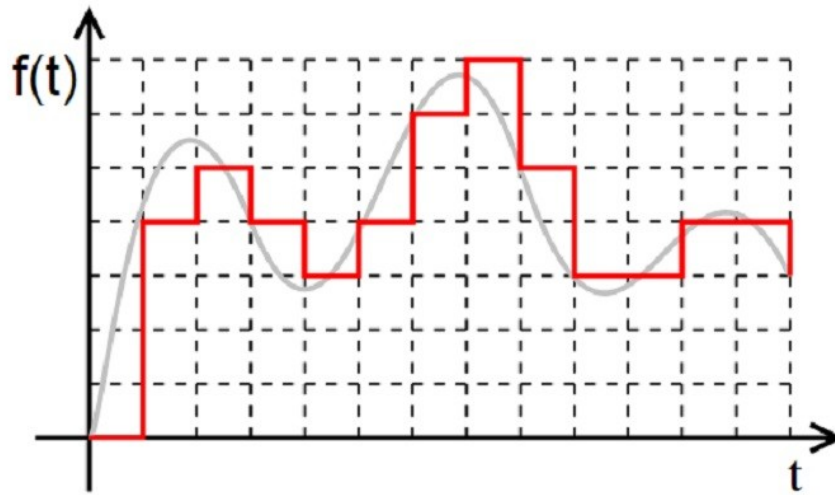


Figura 2.5: Um grafio mostrando os saltos entre as medidas de uma grandeza
- Fonte: Velloso, 2017.

"cortando as partes menores".

É muito importante compreender que nossos sentidos não percebem pequenas discretizações. Este problema está presente no exemplo dos discos de música - o disco de vinil é analógico enquanto o CD-ROM é digital. Muitas pessoas alegam que a qualidade sonora da música do vinil é superior a do CD-ROM. Entretanto nossos sentidos (em geral) não são capazes de perceber a diferença. Em outras palavras, a discretização do sinal digital contido no CD-ROM é tão pequena que nossos ouvidos não conseguiriam captar aquele som (mesmo que estivesse presente).

2.3 Conversão de sinais

Um problema clássico na área de computação é a conversão entre o mundo digital e o mundo analógico. Para isso vamos analisar a Figura 2.6. Neste exemplo, trazido por Tocci (2015), temos que controlar a temperatura em um ambiente (poderia ser uma caldeira). O equipamento tem um aquecedor e um sensor. Este ambiente é analógico, mas tudo é controlado por um processador digital (que é digital). O sistema deve ler a temperatura por meio do sensor e controlar (aumentar/reduzir) a temperatura pelo aquecedor.

Para isso funcionar, temos dispositivos de conversão entre os mundos analógicos e digitais. No controle do aquecedor, temos um circuito especial que converte comandos digitais do processador para valores analógicos do aquecedor; na leitura do sensor temos um circuito especial que converte o sinal analógico do sensor e entrega digitalizado para o processador digital.

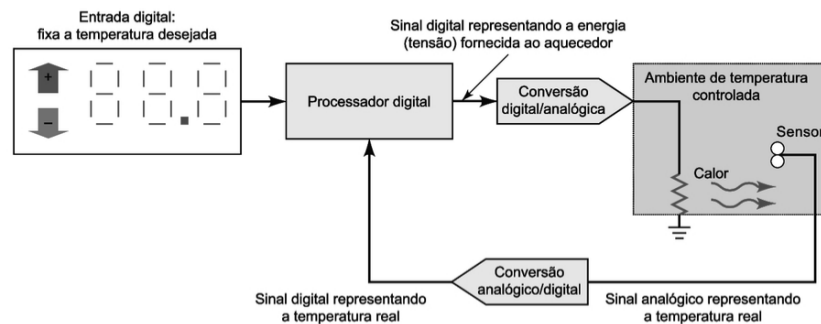


FIGURA 1.7 Diagrama de um sistema de controle de temperatura de precisão que utiliza processamento digital.

Figura 2.6: Diagrama mostrando um controle digital de caldeira - Fonte: Tocci, 2015.

Descrição da Figura 2.6: A figura apresenta um diagrama de blocos que representa o controle de temperatura em um ambiente. O sistema possui um

processador digital, que lê um termômetro analógico e controla um aquecedor (também analógico) - tanto aquecedor como sensor estão em uma "caixa". Ligando o processador digital ao aquecedor há um bloco chamado Conversão digital/analógica; e para ligar o sensor de temperatura ao processador digital há um bloco chamado Conversão analógico/digital. Esta figura foi retirada do livro *Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações*, Tocci, 2015.

2.4 Conclusão da seção

Esse capítulo fez uma breve apresentação sobre os sinais analógicos e digitais. É muito importante que todo estudante de computação tenha uma ciência básica do que os diferencia sinais analógicos de digitais. Importante destacar que há muito mais detalhamentos e aprofundamentos que poderiam ser feitos nessa área de conhecimento.

Bibliografia desta seção: Velloso, Felipe. Sinal analógico ou digital?

Entenda as tecnologias e suas diferenças. Disponível em <www.techtudo.com.br>

Acesso em: Fev 2017.

TOCCI, Ronald J.; WIDMER, Neal S.; MOSS, Gregory L. *Sistemas digitais*. Pearson Educación, 2010.

Capítulo 3

Sistemas de numeração

Em construção

3.1 Bases numéricas

3.1.1 Decimal

3.1.2 Binária

3.1.3 Hexadecimal

3.1.4 Octal

3.2 Introdução à aritmética binária

Segundo definição do dicionário Oxford, aritmética é a parte da matemática que estuda (ou, por assim dizer, trabalha) com as operações numéricas de soma, subtração, multiplicação, divisão, entre outras.

Nesta sessão iremos discutir o básico sobre operações aritméticas soma e subtração na base binária.

3.2.1 Soma binária

A soma de números binários é muito semelhante a soma de números decimais. O método é exatamente o mesmo, mudando apenas a base utilizada.

Os valores das somas são:

- $0 + 1 = 1$
- $1 + 0 = 1$
- $1 + 1 = 10$
- $1 + 1 + 1 = 11$

No caso de operações com números binários com mais que um dígito é preciso sempre somar os dígitos correspondentes entre os números da conta.

Em binário, sempre que o resultado da soma der um número maior que 1 a resposta vai ocupar 2 dígitos. Veja a soma a seguir:

- $1 + 1 = 10$

Onde a resposta é 10 (que tem dois dígitos). Neste caso é preciso separar o número 10 em duas partes. A parte menos significativa (dígito mais a direita) fica nesta parte da resposta enquanto que a parte mais significativa (dígito mais a esquerda) vai para a próxima casa. O que chamamos normalmente de vai-um.

O mesmo ocorre na soma a seguir:

- $1 + 1 + 1 = 11$

Onde a resposta é 11. Neste caso fica 1 e vai 1 para a próxima casa.

Exemplo A):

$$101 + 10 \quad (3.1)$$

Armando a conta:

dígitos	d_2	d_1	d_0
1ª parcela	1	0	1
2ª parcela		1	0
soma	1	1	1

De forma descritiva:

No exemplo da equação 3.1, iniciamos somando os dígitos menos significativos (d_0) dos dois números, que no caso são $1 + 0 = 1$. A resposta desta parcial é 1, sem "vai-um".

A seguir, indo da direita para esquerda, somamos os números do próximo dígito (d_1), no caso $0 + 1 = 1$. A resposta desta parcial é 1, sem "vai-um".

Por fim, somamos os números do próximo dígito (d_2), que no caso é apenas 1, pois o segundo número não possui valor neste dígito. A resposta desta parcial é 1, sem "vai-um".

A resposta final da operação é 111.

Podemos verificar a operação simplesmente convertendo tudo para decimal. Convertendo 101 para decimal temos 5 e convertendo 10 para decimal temos 2.

E $5+2=7$, onde $7 = 111$ em binário.

Exemplo B):

$$101 + 11 \quad (3.2)$$

Armando a conta:

"vai-um"	1	1	1	
dígitos	d_3	d_2	d_1	d_0
1ª parcela		1	0	1
2ª parcela			1	1
soma	1	0	0	0

De forma descritiva:

No exemplo da equação 3.2, iniciamos somando os dígitos menos significativos (d_0) dos dois números, que no caso são $1 + 1 = 10$. A resposta dessa parcial é 0 e "vai-um", ou seja, na casa do d_0 fica o dígito 0 e o 1 vai para a próxima, no caso d_1 .

Indo para a esquerda, vamos executar a conta dos dígitos na casa d_1 , que no caso são $1 + 0 + 1 = 10$. A resposta dessa parcial é 0 e "vai-um", ou seja, na casa do d_1 fica o dígito 0 e o 1 vai para a próxima (d_2).

Seguindo mais para a esquerda, passamos para a casa d_2 , que no caso deverá executar $1 + 1 = 10$. A resposta dessa parcial é 0 e "vai-um", ou seja, na casa d_2 fica o dígito 0 e o 1 vai para próxima (d_3).

Na casa d_3 temos apenas o dígito que veio da operação anterior e não soma com nada - o resultado dessa parcial é 1.

No final temos o número 1000.

3.2.2 Subtração binária

A subtração em binário segue a mesma lógica da subtração no sistema decimal.

Os valores das subtrações são:

- $0 - 0 = 0$

- $1 - 1 = 0$

- $1 - 0 = 1$

- $0 - 1 = -1$

- $10 - 1 = 1$

Caso o número tenha mais dígitos. Se um dígito do subtraendo for menor que dígito correspondente do minuendo será necessário "pedir emprestado".

Exemplo A):

$$111 - 10 = 110 \quad (3.3)$$

Armando a conta:

dígitos	d_3	d_2	d_1	d_0
subtraendo		1	1	1
minuendo			1	0
diferença		1	0	1

De forma descritiva: Tal como a soma, a subtração é iniciada pelos dígitos menos significativos, (direita para esquerda). No exemplo da equação 3.3, caso o dígito d_0 subtraímos 0 de 1, onde o resultado é 1.

Indo para esquerda, no dígito d_1 , subtraímos 1 de 1, onde o resultado é 0.

Agora no dígito d_2 subtraímos nada (poderíamos dizer 0) de 1, resultado em 1.

A resposta final é 101.

Exemplo B):

$$110 - 1 = 101 \quad (3.4)$$

Armando a conta:

dígitos	d_3	d_2	d_1	d_0
subtraendo		1	1	0
minuendo				1
diferença		1	0	1

De forma descritiva:

No exemplo da equação 3.4, iniciamos pelo dígito menos significativo (d_0), onde subtraímos 1 de 0. Esta operação daria um resultado negativo, mas como o subtraendo é maior que o minuendo, podemos "pegar emprestado" do próximo dígito. Desta forma o dígito d_2 empresta uma unidade para o dígito d_0 . Quando este dígito troca de posição (salta de uma posição maior para uma menor), passa para a posição menor tendo o valor da base. Em outras palavras, emprestamos 1, mas ao chegar na casa do d_0 veio valendo 10. Agora poderemos subtrair 1 de 10, operação que tem como resposta 1.

O dígito d_1 que antes era 1 agora é 0 (isso porque "emprestou 1"). Ao subtrairmos 0 de 0 temos resultado 0.

Na posição do dígito d_2 subtraímos 0 de 1, tendo o resultado 1.

O resultado final da operação é 101.

Exemplo C):

$$1001 - 11 = 1 \quad (3.5)$$

Armando a conta:

De forma descritiva:

dígitos	d_3	d_2	d_1	d_0
subtraendo	1	0	0	1
minuendo			1	1
diferença		1	1	0

No exemplo da equação 3.5, iniciamos a operação no dígito d_0 , subtraindo 1 de 1, resultando em 0.

No dígito d_1 , precisamos subtrair 1 de 0, sendo necessário pegar "emprestado" de d_2 . Ao fazer isso, passamos a subtrair 1 de 10, resultado em 1.

O dígito d_2 agora vale -1, porque emprestou 1 "sem ter para emprestar". Nessa posição precisamos subtrair 0 de -1 e para isso vamos pedir emprestado de d_3 . Ao fazer isso, o valor dessa casa fica 1 (porque $10 - 1 = 1$). Então o resultado dessa posição será 1.

Na casa d_3 , que "emprestou" 1, ficamos agora com 0, que subtraído de 0 dá 0.

O resultado final da operação é 110.

3.3 Representação de números negativos

Em sistemas digitais e na computação como um todo, os únicos símbolos que temos para trabalhar são o 0 e o 1. Todos os outros símbolos precisam ser construídos a partir destes.

Esta regra se aplica também aos símbolos de números negativos. Como, digitalmente, dizemos para um computador que um número é negativo? como o número negativo é armazenado na memória de um computador? Nesta seção vamos demonstrar 2 métodos (técnicas) conhecidos.

Note quem em todas as técnicas temos apenas uma quantidade definida de bits, com 0 ou 1. A utilização das técnicas varia conforme a aplicação.

Todos os exemplos vão trabalhar com *6 bits*. Em uma máquina real esta quantidade de bits será compatível com a arquitetura da máquina e a técnica adotada poderá ser uma variação das aqui apresentadas.

3.3.1 Sinal-Magnitude

Neste técnica reservamos o bit mais significativo para representar o sinal e o restante dos bits são usados para representar o valor do número (magnitude).

Com 6 bits o maior número que conseguiremos representar será +31, e o menor número será -31. Isto porque o sexto bit é reservado para o sinal.

Número -10

Para representar o número -10, o bit mais a esquerda (o mais significativo) fica 1, pois está reservado para o sinal. Os outros 5 bits são usados para o número ficando 01010.

1	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---

Representar +15

Para representar o número +15, o bit mais a esquerda (o mais significativo) fica 0, pois está reservado para o sinal. Os outros 5 bits são usados para o número ficando 01111.

0	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---

Representar -27

Para representar o número -27, o bit mais a esquerda (o mais significativo) fica 1, pois está reservado para o sinal. Os outros 5 bits são usados para o número ficando 11011.

1	1	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---

3.3.2 Complemento de 1

O Complemento de 1 consiste em inverter os bits do número um-a-um.

Representar -10

10 em binário:	0	0	1	0	1	0
Complemento de 1:	1	1	0	1	0	1

Este procedimento é base para o Complemento de 2, descrito na seção 3.3.3.

3.3.3 Complemento de 2

O Complemento de 2 é uma técnica que consiste aplicar o Complemento de 1 e somar 1 no fim - o resultado deste procedimento representa o número negativo.

É sempre necessário ter um bit a mais para fazer a representação, ou seja, se o número precisa de 5 bits para representar seu valor, será necessário mais 1 para o complemento.

Dentre todas, esta técnica é mais utilizada, pois podemos fazer operações aritméticas diretamente com o número em Complemento de 2.

Representar -10

10 em binário é 1010, com 6 bits temos 00 1010. Os passos para passar esse número para Complemento de 2 são:

10 em binário:	0	0	1	0	1	0
Complemento de 1:	1	1	0	1	0	1
Soma 1						1
-10 em Complemento de 2:	1	1	0	1	1	0

O número 11 0110 é -10 na notação Complemento de 2.

Representar -23

23 em binário é 1 0111, com 6 bits temos 01 0111.

23 em binário:	0	1	0	1	1	1
Complemento de 1:	1	0	1	0	0	0
Soma 1						1
-23 em Complemento de 2:	1	0	1	0	0	1

3.4 Operações aritméticas em Complemento de 2

Uma das vantagens da notação Complemento de 2 (seção 3.3.3) é que ela possibilita o uso de operações aritméticas. A operação é sempre soma (não precisa fazer subtração) e se o resultado for negativo a resposta já sai em Complemento de 2.

Vamos demonstrar isso por meio de 4 exemplos, todos com 6 bits.

3.4.1 Somar Positivo com Positivo

Neste caso os números não estão em complemento de 2 e soma acontece diretamente.

Exemplo: $10 + 5$

10 em binário:	0	0	1	0	1	0
5 em binário:	0	0	0	1	0	1
Resultado (15):	0	0	1	1	1	1

3.4.2 Somar Positivo MAIOR com Negativo MENOR

Exemplo: $10 + -5$

O operando que for negativo, no caso -5, precisa ser convertido para a Notação Complemento de 2.

A resposta esperada é um número positivo (+5). Ao efetuarmos a conta veremos que o resultado já está no formato certo.

	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0
10 em binário:		0	0	1	0	1	0
-5 em binário:		1	1	1	0	1	1
Resultado (+5):	1^*	0	0	0	1	0	1

* o 7º bit (d_6) excede a quantidade de bits "reservada" para a conta (que no caso é 6 bits). Neste caso este bit que excede é DESCARTADO. O bit mais significativo da resposta (d_5) tem valor 0, o que indica que o resultado é um número positivo.

3.4.3 Somar Positivo MENOR com Negativo MAIOR

Exemplo: $4 + -7$

O operando que for negativo, no caso -7, precisa ser convertido para a Notação Complemento de 2.

A resposta esperada é um número negativo (-3). Ao efetuarmos a conta veremos que o resultado já está no formato certo. -3 em Complemento de 2 com 6 bits é 111101.

	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0
4 em binário:		0	0	0	1	0	0
-7 em binário:		1	1	1	0	0	1
Resultado (-3):		1	1	1	1	0	1

3.4.4 Somar Negativo com Negativo

Exemplo: -4 + -7

Os operandos negativos, no caso -7 e -4, precisam ser convertidos para a Notação Complemento de 2.

A resposta esperada também será um número negativo (-11). Ao efetuarmos a conta veremos que o resultado já está no formato certo. -11 em Complemento de 2 com 6 bits é 111101.

	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0
-4 em binário:		1	1	1	1	0	0
-7 em binário:		1	1	1	0	0	1
Resultado (-11):	1^*	1	1	0	1	0	1

* o 7º bit (d_6) excede a quantidade de bits "reservada" para a conta (que no caso é 6 bits). Neste caso este bit que excede é DESCARTADO. O bit mais significativo da resposta (d_5) tem valor 1, o que indica que o resultado é um número negativo.