



# Estimando la fuerza de fricción en la caída de una servilleta

**Miguel Stiven Ascanio Quinchia**

*Escuela de Física*

*Universidad Industrial de Santander*

*Bucaramanga, Colombia*

13 de mayo de 2023

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Marco teórico</b>	<b>2</b>
2.1. Caída con fricción despreciable . . . . .	2
2.2. Caída con fricción significativa . . . . .	3
<b>3. Metodología</b>	<b>3</b>
3.1. Servilleta comprimida . . . . .	3
3.1.1. Media y desviación estándar . . . . .	4
3.1.2. Calculando la gravedad . . . . .	4
3.1.3. Datos experimentales vs teóricos . . . . .	4
3.2. Servilleta extendida . . . . .	5
3.2.1. Media y desviación estándar . . . . .	5
3.2.2. Calculando los instantes con fricción . . . . .	6
<b>4. Resultados</b>	<b>6</b>

## Resumen

El objetivo de este proyecto es determinar la fuerza de fricción que actúa sobre una servilleta al caer. Para lograrlo, se llevará a cabo un experimento en el que se dejará caer la servilleta en su forma extendida y comprimida. Utilizaremos “Tracker” para tomar los datos y luego los analizaremos en “Python” para calcular la fuerza de fricción correspondiente. El propósito de este experimento es comparar cómo la fricción afecta a un cuerpo que cae dependiendo de su forma. Se espera que la servilleta extendida caiga más lentamente, lo que nos permitirá obtener el valor de la fuerza de fricción que la frena.

## 1. Introducción

La fricción es una fuerza presente en la mayoría de los movimientos, y su efecto sobre la velocidad y la trayectoria de los cuerpos que se mueven puede afectar la manera en que se comporta. En este proyecto nos enfocaremos en la fricción que actúa sobre una servilleta que se deja caer, y buscamos calcular cual es esa fuerza de fricción que frena su caída. Para lograr dicho objetivo, llevaremos a cabo un experimento en el que vamos a dejar caer la servilleta tanto de en su forma extendida como en su forma comprimida, y haremos uso de “Tracker” para registrar los datos, los cuales, importaremos y analizaremos en “Python” donde calcularemos la fuerza de fricción correspondiente. La comparación entre la servilleta extendida y comprimida nos va a permitir entender como la forma de un cuerpo puede afectar la fuerza de fricción que experimenta al caer, ya que, en ambos casos lo único que varía es la forma del objeto porque tanto la gravedad como el peso del objeto en ambos casos son el mismo. A través de este proyecto, esperamos poder responder a preguntas como ¿por qué la servilleta extendida cae más lentamente? ¿Cómo podemos medir la fuerza de fricción? ¿Cómo podemos utilizar esta información para entender mejor los fenómenos de fricción en el movimiento de los objetos? En resumen, este proyecto busca explorar y comprender la influencia de la fricción en el movimiento de los cuerpos, a través de un experimento práctico y el análisis de datos, así que, vamos a ello.

## 2. Marco teórico

Para abordar el problema deberemos tener en cuenta dos casos, uno con la servilleta extendida y otro con la servilleta comprimida, ya que a pesar de que las condiciones para cada experimento son las mismas, hay una cosa que varía, la forma en la que se lanza la servilleta, y es de aquí que nace nuestro problema ¿Por qué la forma de la servilleta afecta su movimiento?, pues miremos que nos dice la teoría.

### 2.1. Caída con fricción despreciable

En el caso de la servilleta comprimida, la fricción es muy mínima por lo que es despreciable, así que con ayuda de esta vamos a calcular la gravedad de nuestro experimento. La manera en la que vamos a hacer esto es simple, lo haremos haciendo uso de la siguiente formula:

$$h = vt - \frac{1}{2}gt^2 + H \quad (1)$$

Donde, “h” es la altura (m), “v” es la velocidad inicial (m/s) que se le aplica al cuerpo, la cual en este caso es 0, “g” es la aceleración de la gravedad y es el valor que vamos a despejar, t es el tiempo (t) desde que inicia el movimiento y “H” es la altura a la que se deja caer el cuerpo, la cual en este caso es 0. Por lo que la función despejada para g quedaría de la siguiente fórmula:

$$g = \frac{2h}{t^2} \quad (2)$$

## 2.2. Caída con fricción significativa

En el caso de la servilleta extendida, la fricción es mucho más significativa por su forma, por lo cual no la podemos despreciar. Con ayuda de estos datos es que vamos a intentar determinar cuál es la fuerza de fricción que afecta a la servilleta al caer. La manera en la que vamos a hacer esto es con ayuda de las siguientes formulas.

$$a_{n-1} = g - Bv_{n-1} \quad (3)$$

$$v_n = v_{n-1} + a_{n-1} \cdot \Delta t \quad (4)$$

$$y_n = \frac{g \cdot \Delta t^2}{2} + v_{n-1} \cdot \Delta t + y_{n-1} \quad (5)$$

Estas fórmulas se utilizan para calcular la caída con fricción significativa de un objeto en movimiento. En este caso, se aplican para los datos de nuestra servilleta extendida.

- La ecuación (3) es la ecuación de movimiento de Newton para un objeto en caída con fricción, donde “a” es la aceleración, “g” es la gravedad, “B” es el coeficiente de fricción y “v” es la velocidad. Esta fórmula se utiliza para calcular la aceleración del objeto en cada instante de tiempo, teniendo en cuenta la fuerza de fricción que se opone al movimiento.
- La ecuación (4) es la ecuación de velocidad, que relaciona la velocidad en un instante “n” con la velocidad en el instante anterior “n-1” y la aceleración correspondiente. Esta fórmula se utiliza para calcular la velocidad del objeto en cada instante de tiempo, teniendo en cuenta la aceleración calculada en la ecuación anterior.
- La ecuación (5) es la ecuación de posición, que relaciona la posición en un instante “n” con la posición en el instante anterior “n-1”, la velocidad correspondiente y la aceleración. Esta fórmula se utiliza para calcular la posición del objeto en cada instante de tiempo, teniendo en cuenta la velocidad y la aceleración calculadas en las ecuaciones anteriores.

Por ultimo con estos datos y con ayuda “curvefit” podremos calcular el valor de “B” el cual luego lo multiplicaremos por la masa para encontrar el coeficiente de fricción dado por fomrula “ $k = B.m$ ” Donde “k” es el coeficiente de fricción, “B” es la magnitud de la fuerza de fricción y “m” es la masa de la servilleta.

## 3. Metodología

### 3.1. Servilleta comprimida

Para asegurarnos de obtener los resultados mas precisos posibles en nuestro experimento, es importante grabar los videos en un ambiente adecuado, evitando así que sea alterado por fuerzas externas. Una vez grabados, importaremos los videos a “Tracker” para rastrear la masa de la servilleta y así registrar los datos de altura y tiempo. Luego, importaremos estos datos a “Python” donde haremos uso de las formula (2) para calcular la gravedad, pero antes de eso vamos a calcular la media y la desviación estándar de los datos para conocer que tan precisos seran nuestros resultados.

### 3.1.1. Media y desviación estándar

Para calcular el margen de error o la desviación estándar, vamos a usar del módulo de “Numpy” de “Python” una función llamada “numpy.std()” la cual se usa para calcular la desviación estándar de los elementos de una matriz, y para calcular la media de los datos vamos a usar la función llamada “numpy.mean()” la cual se usa para calcula la media de los elementos de nuestros datos. Estos datos los podremos ver a continuación de manera gráfica:

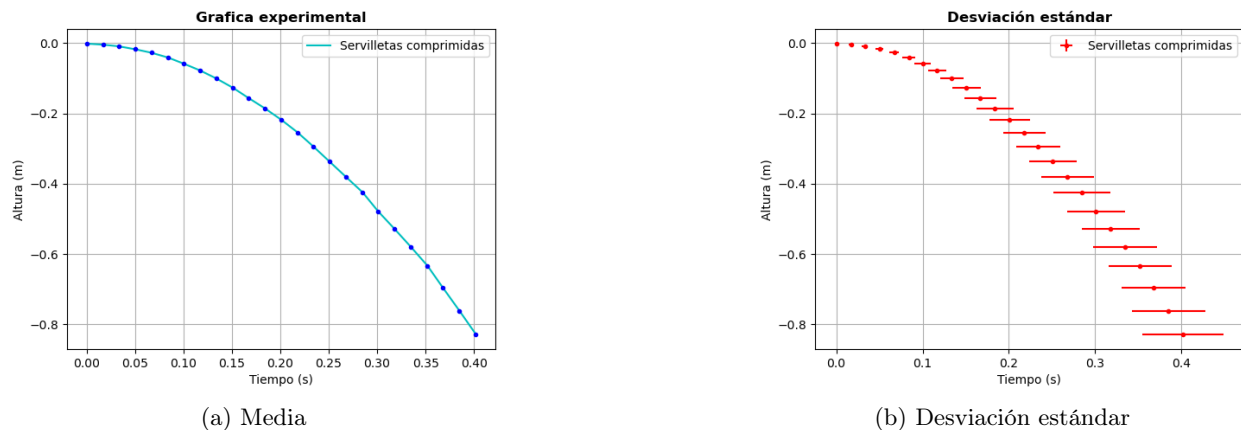


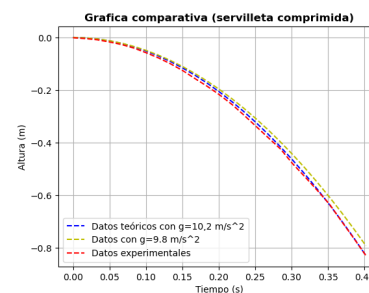
Figura 1: Media y desviación estándar de la servilleta comprimida

### 3.1.2. Calculando la gravedad

Para calcular la gravedad en nuestro experimento, utilicé la fórmula (2) con los últimos datos de las 10 listas de datos, lo que me dio 10 resultados distintos. Luego, saqué la media de los resultados, obteniendo una gravedad de  $10,26m/s^2$  con una desviación estándar de 0.58. Aunque este resultado no es exactamente igual al valor real de la gravedad, es bastante preciso, especialmente si se considera que no contamos con el ambiente ni el equipo ideal para tomar los datos. Además, dentro del rango de la desviación estándar, se encuentra el valor real de la gravedad.

### 3.1.3. Datos experimentales vs teóricos

Ya con nuestros datos, gravedad experimental y gravedad “normal” podemos observar con la siguiente grafica: : En color amarillo los datos teóricos con la gravedad teórica, en color azul los datos teóricos con nuestra gravedad experimental y en rojo nuestros datos experimentales que es nuestra grafica experimental.

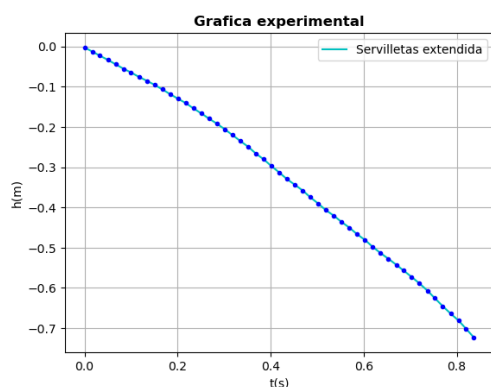


### 3.2. Servilleta extendida

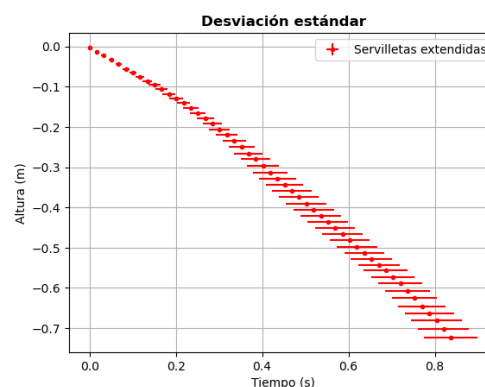
Al igual que con la servilletas comprimidas, es importante grabar los en un ambiente adecuado para evitar alteraciones por fuerzas externas, especialmente porque la trayectoria de caída de una servilleta extendida no sigue un patrón predecible. Luego de tomar los datos en “Tracker”, los importaremos a “Python” y haremos uso de las fórmulas (3), (4) y (5) para calcular los instantes de la caída de la servilleta. Con estos cálculos, podremos ajustar los datos y determinar la fuerza de fricción que actúa sobre la servilleta.

#### 3.2.1. Media y desviación estándar

Para calcular el margen de error o la desviación estándar, vamos a usar nuevamente la función llamada “numpy.std()” y para calcular la media de los datos vamos a usar la función llamada “numpy.mean()”. Estos datos los podremos ver a continuación de manera gráfica.



(a) Media



(b) Desviación estándar

Figura 2: Gráficos de la desviación estándar y la media

En la “grafica experimental” de la servilleta extendida podemos observar la media de los datos proporcionados, la cual podemos ver que es bastante diferente de la “grafica experimental” de la servilleta comprimida, esto lo indagaremos mas adelante. Por otro lado, en la gráfica “desviación estándar” podemos ver el margen de error de los datos, los cuales como se observan, al principio la desviación es mínima, pero a medida que la servilleta cae la desviación se hace más notable.

### 3.2.2. Calculando los instantes con fricción

Para obtener los instantes de altura en función del tiempo con fricción significativa, se utilizarán las fórmulas (3), (4) y (5) para modelar el movimiento de la servilleta en caída con fricción significativa en función del tiempo. Se creará una función llamada “modelo” que reciba dos parámetros: “tiempo” y “B”. Esta función calculará y devolverá la posición de un objeto que cae en un ambiente donde hay una fuerza de fricción de magnitud “B” actuando sobre él. Luego, para encontrar el mejor ajuste del modelo a los datos experimentales, se utilizará la función “curvefit” de la biblioteca “scipy.optimize” esto nos ahorra tener que realizar el ajuste manualmente, y esto nos arrojará el valor de “B” que buscamos.

## 4. Resultados

Antes de concluir, para tener una mejor comprensión de los resultados, haremos un breve repaso de todo lo que hemos realizado hasta el momento. Primero, grabamos los videos y obtuvimos los datos utilizando “Tracker”. Luego, importamos estos datos a “Python”, donde calculamos la gravedad experimental utilizando las servilletas comprimidas, y finalmente, calculamos el valor de la fuerza de fricción.

Entonces, ¿cuáles son los resultados obtenidos? La magnitud de la fuerza de fricción (B) fue de 11,53284395, y con este valor y la masa de la servilleta ( $m = 0,002\text{kg}$ ) pudimos calcular el coeficiente de fricción (k) mediante la fórmula  $k = B.m$ . Así, se obtuvo un coeficiente de fricción k de  $0,0230656879\text{Ns/m}$ .

Utilizando el modelo teórico construido con las fórmulas (3), (4), (5) y nuestros datos experimentales, podemos comparar los resultados teóricos (representados en azul) con los experimentales (en amarillo) mediante la siguiente grafica:

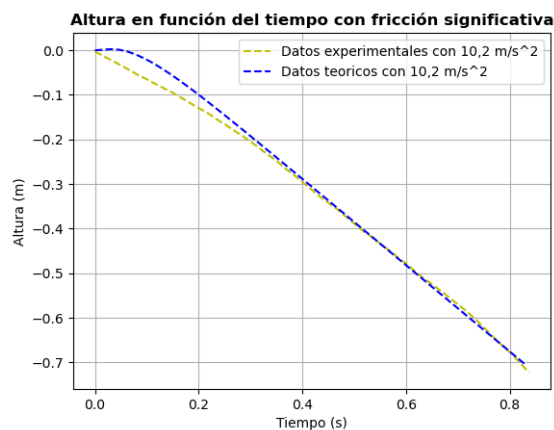


Figura 3: Datos teóricos vs experimentales (Servilleta Extendidas)

