



Estimando la fuerza de fricción en la caída de una servilleta

Sergio Fajardo y Tomás Rocha
Universidad Industrial de Santander
Bucaramanga, Colombia

26 de Abril del 2023

Índice

| | |
|---|----------|
| 1. Introducción | 2 |
| 2. Marco teorico | 2 |
| 2.1. Leyes de Newton | 2 |
| 2.2. Ecuaciones caída libre | 3 |
| 3. Metodología | 3 |
| 4. El experimento y los resultados | 4 |
| 4.1. Servilleta comprimida | 5 |
| 4.2. Servilleta extendida | 7 |
| 5. Conclusiones y Recomendaciones | 9 |
| 6. Material complementario | 9 |
| 7. Referencias | 9 |

Resumen

En este informe experimental, hablaremos acerca de la fricción y la fuerza que ejerce respecto a un cuerpo, que para efectos practicos en nuestro caso, se hablar de la fuerza de fricción ejercida sobre una servilleta extendida y otra comprimida. A través de un modelado experimental podremos hallar de manera aproximada el valor de la gravedad, así como también el valor de la fuerza de fricción, para ello haremos us de distintas heramientas tecnologicas tales como Tracker y JupyterLab, apps que nos ayudarán en el analisis del datos obtenidos a partir del movimiento filmado en varias ocasiones para cada tipo de servilleta.

Palabras claves: Fricción, coeficiente de fricción, aceleracion.

In this experimental inform, we will talk about of friction and the force it exerts on a body, which for practical purposes in our case, we will talk about the friction force exerted on an

extended and a compressed napkin. Through an experimental modeling we will be able to find in an approximate way the value of gravity, as well as the value of the friction force, for this we will make use of different technological tools such as Tracker and JupyterLab, apps that will help us in the analysis of the data obtained from the movement filmed on several occasions for each type of napkin.

Keywords: Friction, coefficient of friction, acceleration.

1. Introducción

A lo largo del tiempo la ciencia ha podido constatar a través de diversos experimentos y demostraciones que, la fuerza de fricción no siempre es constante, es decir esta es variable, y su magnitud dependerá principalmente del cuerpo sobre el que actúe esta fuerza.

Este experimento propuesto desde la Escuela de física de la Universidad Industrial de Santander, tiene como objetivo principal hallar de manera experimental el coeficiente de fricción que percibe un cuerpo, y que para nuestro caso equivale a una servilleta, por un lado extendida y por otro comprimida, ello con el fin corroborar que ciertamente la fuerza de fricción actúa de manera variable sobre un dos cuerpos.

Para hallar este coeficiente de fricción, partiremos haciendo uso de distintas herramientas digitales tales como Tracker y JupyterLab, las cuales tienen como funcionalidad respectivamente el análisis de videos y creación de códigos, importantes en la resolución de ecuaciones para este experimento.

Este experimento se hace con la motivación que surge a partir del querer corroborar ciertas teorías y hechos ya establecidos por la comunidad científica. Lo que se espera es poder hallar el coeficiente de fricción, así también de el valor para la gravedad y ciertos análisis obtenidos a partir de los resultados arrojados experimentalmente.

2. Marco teórico

Para este experimento a realizar, tomamos de partida las leyes de Newton, las cuales nos permitan, analizar de una forma adecuada, los movimientos de las servilletas usadas durante este experimento, para quienes no conocen con gran exactitud estas leyes, se mencionan a continuación:

2.1. Leyes de Newton

1. Inercia : Un cuerpo se mantiene en reposo o movimiento constante, si sobre este no actúan fuerzas externas o la suma de estas da cero.

$$\sum \vec{F} = 0$$

2. La suma de fuerzas es igual al producto entre la masa y la aceleración, así mismo esta ley nos indica que, la aceleración es inversamente proporcional a la masa y directamente proporcional a la

fuerza aplicada sobre el objeto.

$$\sum \vec{F} = m * a$$

3. Acción-Reacción : Para una acción existe una reacción de igual magnitud, pero en sentido contrario.

Así mismo, durante el desarrollo de este experimento haremos uso de las ecuaciones pertenecientes al movimiento de caída libre, las cuales se describen en consiguiente:

2.2. Ecuaciones caída libre

$$y1 = \frac{a * t^2}{2} + v0 * t + y0$$

$$v1 = a * t + v0$$

$$a1 = a$$

Recordemos así mismo, que estas ecuaciones enunciadas anteriormente se hacen valida, para cuando la aceleración equivale a un valor constante*

3. Metodología

Para la realización de este experimento usamos como soporte tecnológico el programa, Tracker, aplicativo de análisis de video, justo lo necesario para la implementación experimental a realizar, partiendo de ello y con el fin de evitar que Tracker analice de manera errónea el video, se optó por seleccionar como plano de filmación, un fondo de color oscuro, puesto que la servilleta a usar durante la filmación era de color blanca, seguido de ello, se procedió a filmar por cada tipo de servilleta 10 videos, cada uno de ellos consistía en dejar caer la servilleta desde cierta altura y en que en el caso nuestro fue 1.48 m, hasta que llegase al suelo, cada uno de estos videos filmados se replicaron bajo las mismas condiciones, únicamente variando la forma de la servilleta, para las 10 primeras tomas la servilleta se encontraba estirada/extendida, mientras que para las 10 tomas restantes esta se encontraba comprimida, ahora, se preguntarán el por qué 10 tomas en cada tipo de servilleta, pues bien, lo que se quería lograr con ello era promediar los datos arrojados por cada uno de estos videos, con el ánimo de tener datos con mayor precisión, por si alguna condición externa llegase a afectar o intervenir en nuestro experimento.

Posterior a lo mencionado, se procedió a analizar de manera individual cada video en Tracker, el cual luego de ciertas indicaciones, tales como ubicar el sistema de referencia y ajustar una vara de calibración, nos brindó datos en cuanto respecta la posición de la servilleta para cierto lapso de tiempo, estos datos, fueron exportados en formato txt, para luego poder hacer uso de ellos.

Ahora, trabajando desde la web en un notebook de JupyterLab, se promedian los datos provenientes de los 10 videos filmados por tipo de servilleta, este promedio da como resultado gráficamente en lo que respecta a la servilleta comprimida [1](#), mientras que para la servilleta extendida la gráfica [2](#), ahora bien, luego de ello, para la servilleta comprimida lo que buscamos es obtener un valor que

represente el valor de la gravedad, mientras que para la servilleta extendida, lo que buscamos es el coeficiente de fricción el cual se halla de la ecuación $a = g - bv$ donde g representa la gravedad, v la velocidad, mientras que b representa el cociente entre el coeficiente de fricción y la masa de la servilleta, para poder llegar a obtener el dato que deseamos, haremos uso de dos herramientas matematicas, el primero interpolación y el segundo minimos cuadrados no lineales.

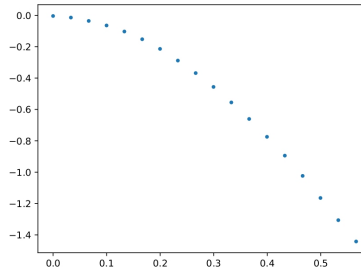


Figura 1: Posición vs Tiempo - Servilleta arrugada

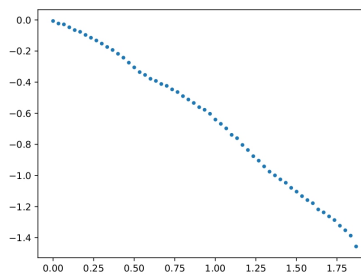


Figura 2: Posición vs Tiempo - Servilleta extendida

4. El experimento y los resultados

Durante la realización de este experimento, nuestro principal objetivo siempre se enfoco en hallar la constante de rozamiento o fricción que afectaba a un cuerpo y que para nuestro caso era el de una servilleta extendida, para contraste de la información y como forma de poder apreciar que la fricción afecta de manera distinta, y que del cuerpo sobre el que actue dependiera su fuerza, ya que como veremos más adelante en los resultados obtenidos experimentalmente, para la servilleta comprimida, la fuerza de fricción llega a considerarse despreciable.

Como mencionamos en un inicio, para llevar a cabo este experimento se usaron distintas herramientas computacionales, con el fin de hacer un poco más sencillo el proceso, Tracker y Jupyter Lab, este último sobretodo, fue de gran ayuda ya que basto con indicar unas condiciones iniciales, junto con un par de ecuaciones, para que este nos ayudara en la construcción de graficas, las cuales finalmente nos permitieron hallar la constante de fricción, pero, se preguntaran que codigos o condiciones le indicamos al programa. Para iniciar lo que realizamos fue un promedio de los datos, columna

a columna, es decir de las 10 tomas de video para la servilleta comprimida, en la columna 0, correspondiente a tiempo (t), hallamos promedio, de la columna 1, correspondiente a posición (y) se realizó lo mismo, ahora para nuestra servilleta extendida en un inicio se realizó el mismo procedimiento, se calculo el promedio tanto para la columna 0 de los datos obtenidos en la toma de los 10 videos, así también como la columna 1. Ahora es aquí donde separaremos nuestros estudios experimentales en dos partes, una sobre el estudio de la servilleta comprimida y otra para el estudio de la servilleta extendida, ya que en ambos casos el movimiento es distinto.

4.1. Servilleta comprimida

Como ya hemos mencionado con anterioridad, conocemos que la fuerza de fricción actúa de manera distinta dependiendo del cuerpo sobre el que actúa, en este caso experimental, la fuerza de fricción aplicada sobre la servilleta comprimida, es considerablemente pequeña por lo que se considera despreciable, ahora bien, entonces se preguntaran, para qué entonces filmamos y analizamos este movimiento y no solamente nos quedamos con la teoría ya mencionada, pues bien como parte de interés que aguarda en nosotros, quisimos usar esta filmación y su respectivo análisis de tracker, con el objetivo de verificar la aceleración de la servilleta, recordemos que para el movimiento de caída libre, la aceleración hace equivalencia a la gravedad, por lo que constataremos con ello de manera aproximada el valor para la gravedad.

Para llegar a ello, primero que todo luego de analizar el video fotograma a fotograma en Tracker, se procederá a realizar el promedio de datos, obtenidos para cada uno de los 10 videos grabados para este tipo de servilleta, ello con el objetivo de obtener una mejor precisión en los datos experimentales, estos datos pueden graficados a manera de posición vs tiempo, pueden verse plasmados en la imagen 2, así mismo este conjunto de datos promediados puede observarse en la tabla 1.

| <i>Tiempo</i> | <i>Distancia</i> |
|---------------|------------------|
| 0.03329667 | -0.01419684 |
| 0.06659222 | -0.03573182 |
| 0.09989111 | -0.06461738 |
| 0.13319 | -0.10315932 |
| 0.16648889 | -0.15237908 |
| 0.19978889 | -0.21388729 |
| 0.23308667 | -0.28841395 |
| 0.26638111 | -0.36825388 |
| 0.29968 | -0.45637765 |
| 0.33297889 | -0.55531845 |
| 0.36627889 | -0.66062934 |
| 0.39957778 | -0.77453621 |
| 0.43287556 | -0.89444973 |
| 0.46617111 | -1.02355128 |
| 0.49946889 | -1.1645018 |
| 0.53276778 | -1.30598057 |
| 0.56606778 | -1.44182173 |

Cuadro 1: Promedio de datos servilleta comprimida

Luego de ello, crearemos un código que nos permitirá aplicar las leyes de los logaritmos, con el objetivo de transformar la ecuación de segundo grado en una lineal, ya que recordemos que como mencionamos en el apartado del marco teórico, al considerarse la aceleración constante, para este tipo de servilleta si aplican las ecuaciones de un movimiento rectilíneo uniforme o simplemente de caída libre. Luego de aplicada las leyes de logaritmos la ecuación se puede escribir como:

$$\ln(y) = \ln\left(-\frac{1}{2}gt^2 + vt + y\right)$$

La gráfica resultante por consiguiente luego de aplicados los logaritmos es [3](#), para finalizar con lo planteado, lo único que nos queda por hallar para este tipo de servilleta es su aceleración, en nuestro caso, este valor aproximadamente fue de 7.116. así de esta manera hallamos de manera aproximada el valor de la gravedad experimentalmente, para lo cual existió un margen de error 1.29

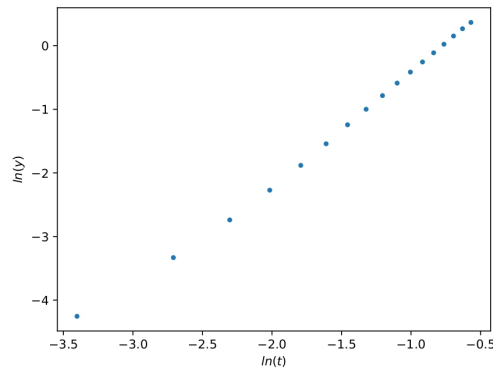


Figura 3: Aceleración vs tiempo

4.2. Servilleta extendida

Luego de hallar el promedio general sobre los datos de cada video, lo que realizamos es, graficar barras de error, tanto en tiempo como en posición, que para nuestro caso hace correspondencia a la figura 4. Ello con el objetivo de observar el margen de error que existe entre los datos.

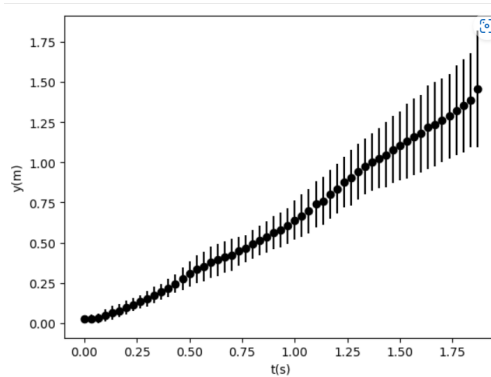


Figura 4: Posición vs Tiempo- Barras error

Luego de ello y partiendo cde que las ecuaciones de caída libre, solo sirven para aquellos casos en que la aceleración sea constante, y como en nuestro experimento, la servilleta extendida, se ve afectada por la fuerza de fricción, es decir la aceleración con la que se mueve este cuerpo no es del todo constante, a este punto las ecuaciones de movimiento rectilineo uniforme o caída libre no tienen funcionamiento. A forma de recordatorio la fuerza de fricción se describe como $\frac{k}{m} * v$, donde m representa la masa del objeto, v velocidad y por último k que equivale a la constante de fricción. Retomando, a partir de lo anterior, lo que procedemos a hacer, es expresar nuestros datos obtenidos en pequeños intervalos, ello con el objetivo de hacer que la aceleración en cada uno de estos intervalos se haga casi constante, a razón de poder hacer uso de las ecuaciones mencionadas con anterioridad, estas ecuaciones a usar serían por tanto:

$$y = \frac{a_0 * t^2}{2} + v_0 * t + y_0$$

$$v = a_0 * t + v_0$$

$$a = g$$

Teniendo como base las anteriores ecuaciones, lo prosiguiente, es apoyarnos de nuestra herramienta tecnologica y virtual JupyterLab, para crear una función que nos permita obtener datos para cualquier intervalo de tiempo y poder así luego de ello graficar. Esta función es la siguiente:

$$y_i = \frac{a[i-1] * dt^2}{2} + v[i-1] * dt + y[i-1]$$

$$v_i = a[i-1] * dt + v[i-1]$$

$$a_i = g - B * v_i$$

Estas ecuaciones, nos permiten hallar de manera acertada la posición, velocidad y aceleración, en cada instante de tiempo que transcurre el movimiento de la servilleta, así logrando poder comprender de una manera más clara el movimiento de la misma. Ahora, luego de ello, se procede a realizar un cambio adicional en nuestros datos, el cual se denomina interpolación y tiene como proposito estimar nuevos valores, partiendo de un conjunto de valores ya conocidos, esto con el objetivo de tener más puntos que nos disminuyan el margen de error durante el experimento, seguido a ello lo que haremos será aplicar el metodo de minimos cuadrados no lineales, con el cual se busca obtener una curva que pase por la mayoría de puntos, así de esta manera para evitar o minimizar datos experimentales como residuo, este metodo aplicado puede observarse en la figura 5. Estos metodos usados con anterioridad pueden encontrarse en el notebook de JupyterLab ubicado en la sección material complementario. Por consiguiente, después de realizar el metodo de minimos cuadrados no lineales, experimentalmente el programa nos arroja el valor de b que equivale a 12.9, donde para efectos de recordatorio, $a = g - bv$, es decir la aceleración que percibe el cuerpo para determinado lapso de tiempo es igual a la diferencia entre la gravedad y el producto b por la velocidad. Ahora como el valor de b corresponde a $b = \frac{k}{m}$ basta con despejar a k, para hallar la constante de fricción de nuestro experimento, es decir $k = bm$, donde m representa la masa del objeto. Así de esta forma remplazamos, sabiendo que la masa de la servilleta usada durante el experimento es de 0.11 g, $k = 0,11 * 13$, lo cual daría como resultado $k=1.43$, que sería nuestro coeficiente de fricción hallado experimentalmente.

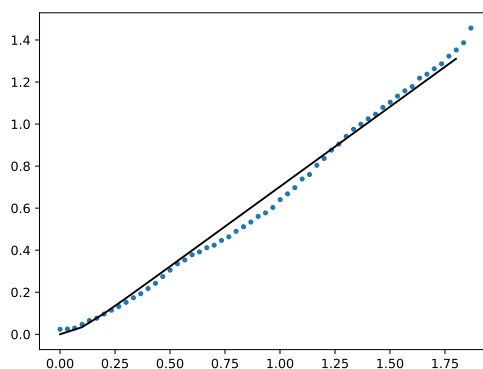


Figura 5: Posición vs Tiempo

5. Conclusiones y Recomendaciones

Los resultados de nuestro montaje experimental confirman lo ya sabido desde un inicio, es que la fuerza de rozamiento actúa de manera distinta en dos cuerpos con forma distinta, como apreciamos durante el desarrollo experimental, para la servilleta arrugada la aceleración que esta percibe es similar/parecida en un tanto a la gravedad, es decir la fuerza de fricción se considera casi despreciable, mientras que para la servilleta extendida, pudimos constatar que la fricción ejerce una fuerza contraria a la de la gravedad que hace que la aceleración varíe, hasta que la fuerza de fricción se iguale a la de la gravedad y la aceleración se vuelva casi nula y la velocidad constante.

Para nuestro experimento, hablando desde la servilleta extendida, el valor experimental del coeficiente de fricción fue de 1.43. Mientras que el valor de la gravedad aproximadamente fue de 7.11.

Las herramientas digitales usadas durante el experimento fueron muy útiles y fundamentales para el análisis de datos, su óptimo procesamiento y eficaz trabajo, permitieron ahorrar mucho tiempo y obtener datos mucho más precisos. Por tanto se recomienda el uso de estas para futuros experimentos a realizar, que posean similitud con el expuesto en este informe.

6. Material complementario

1. JupyterLab. (2023). Localhost. <http://localhost:8888/lab/tree/Servilleta>
2. JupyterLab. (2023). Localhost. <http://localhost:8888/lab/tree/Servilleta>

7. Referencias

1. the, O. (2019). Fisica0EstimarRoce - Overleaf, Online LaTeX Editor. Overleaf.com. <https://www.overleaf.com>

