Examen 3

Álgebra Lineal

Nombre:____

Resolver explicando tu respuesta e incluyendo todos los cálculos.

1- Considere la matriz a) Define que es la inversa de una matriz cuadrada y aplica el método de Gauss-Jordan para calcular A^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Calcular los valores propios y vectores propios de A.

b) Determinar si la matriz es diagonalizable.

c) Si b) es afirmativa, obtener la base $\mathcal{B}'$ que diagonaliza a la matriz.

d) Calcular a las matrices tal que $P^{-1}AP$ es una matriz diagonal.

2- Si $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por

$$T\left(x, y, z\right) = \begin{pmatrix} x + y + z \\ 2x - y - z \\ x + 2y - z \end{pmatrix}$$

a) Obtener la matriz que representa a T en la base canónica, $\left[T\right]_{\mathcal{C}}$.

b) Obtener $Ker(T)$ y calcular la nulidad y el rango de la transformación.

c) Sea $\mathcal{B}' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. Calcular las matriz cambio de base (o de transición) de $\mathcal{C} \to \mathcal{B}'$ con $\mathcal{C}$ la base canónica de $\mathbb{R}^3$. Calcular $\left[T\right]\mathcal{B}'$.

d) Usando c), si $\mathtt{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, coordenadas en la base canónica. Calcular las coordenadas de $T\mathtt{v}$ con respecto a la base $\mathcal{B}'$, $\left[T\right]_{\mathcal{B}'}$.

3- Sea T la transformación lineal en $\mathbb{R}^2$ dada por $T\mathtt{v} = A\mathtt{v}$ con $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Determinar si la transformación es diagonalizable.

b) Calcular A^5.

c) Calcular $B = A^{1/3}$ es decir, B es una matriz tal que $B^3 = A$.