Examen_Reposición

Álgebra Lineal

9/1/2025

Responder

1- Sean $S = \{(-1,2,1),(0,1,1),(-2,2,1)\}$ y $\mathcal{T} = \{(-1,1,0),(0,1,0),(0,1,1)\}$ dos conjuntos de vectores de $\mathbb{R}^3$.

a) Verificar que S es una base de $\mathbb{R}^3$ usando la definición de base de un espacio vectorial.

b) Encontrar la matriz cambio de base de $\mathcal{T}$ a S, puede calcular la matriz directamente o bien calculando $Q_{\mathcal{T}\to\mathcal{C}}$ y de $Q_{\mathcal{C}\to S}$.

c) Si $(\mathtt{v})_S = (1,0,-2)_S$ calcular las coordenadas del vector con respecto a $\mathcal{T}$.

2- Sea W el conjunto de vectores que son ortogonales a $\mathtt{w} = (-1,2,1)$.

a) Obtener una expresión del conjunto W.

b) Determinar si es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$.

c) Calcular una base para W y su dimensión.

3- Construir una base ortonormal para $\mathbb{R}^3$ a partir del siguiente conjunto de vectores $\mathcal{A} = \{\mathtt{v}_1 = (1,-1,1), \mathtt{v}_2 = (-2,3,1), \mathtt{v}_3 = (-3,5,1), \mathtt{v}_4 = (1,2,-4)\}$. (!!) *'cuántos elementos debe tener una base de* $\mathbb{R}^3$.

4- Para qué valores de k, los siguientes vectores

i) son linealmente independientes,

ii) generan una recta.

iii) un plano.

$$A = \{(1,2,3),(3,k,k+3),(2,4,k)\}$$

5- Considere el subespacio W de $\mathbb{R}^4$ generado por los vectores $A = \{\mathtt{v}_1 = (0,1,-3,2),\ \mathtt{v}_2 = (1,-1,0,1),$ $\mathtt{v}_3 = (3,0,1,-1)$ y $\mathtt{v}_4 = (3,0,1,-1,13)\}$.

i) ¿Es una base de $\mathbb{R}^4$?

ii) Extraer una base del subespacio generado y su dimensión

iii) Obtener la ecuación o conjunto de ecuaciones que describan al subespacio.

6- Deomstrar que el siguiente conjunto es un subespacio vectorial. Encontrar una base para el subespacio. Sea $V = M^{2,2}(R)$ y

$$W_1 = \left\{ A \in M^{2,2}(\mathbb{R}) :\ A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \right\}, \quad W_2 = \left\{ A \in M^{2,2}(\mathbb{R}) :\ A = \begin{pmatrix} 0 & -a \\ a & c \end{pmatrix} \right\}$$

Demostrar que W_1 y W_2 son subespacios de V y encontrar las dimensiones de W_1, W_2 y $W1 \cap W2$.