# Examen 1B 2BV2

Resolver explicando tu respuesta e incluyendo todos los cálculos.

1- (2 pts) a) Define que es la inversa de una matriz cuadrada y aplica el método de Gauss-Jordan para calcular $A^{-1}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

b) (0.75 pts) Usando el resultado en b). Resolver el siguiente sistema como función de $\alpha, \beta$.

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 4y & + & 4z & = & \alpha \\ 6x & - & 2y & & & = & \beta \\ x & - & y & - & 6z & = & -\alpha\beta \end{array}$$

2- Se dan los vértices de un paralelogramo $ABCD$ conn $A = (1, 0, -2)$, $C = (0, 1, 3)$ y $D = (2, -1, 1)$.

i) (0.25 pts) calcular las coordenadas de $B = (x_0, y_0, z_0)$ considerando que $\overrightarrow{AD}$ es paralelo a $\overrightarrow{BC}$. Calcular los ángulos internos del vértice $A$.

ii) (1.5 pts) Calcular la ecuación del plano que contiene al paralelogramo $ABCD$.

iii) (1 pts) Encontrar el conjunto intersección del plano en iii) y el plano $x + y + z = 1$

3.- a) (2 pts) Resolver por Gauss-Jordan y obtener la forma escalonada *reducida* de la matriz $A$

$$\begin{array}{cccccccl} 2x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = 0 \\ 2x_1 & & & + & 4x_3 & - & x_3 & = 0 \end{array}$$

b) (1 pts) Encontrar el conjunto solución (o solución general) de forma paramétrica.

4.- Para el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{array}{cccccl} x_1 & + & x_2 & + & \lambda x_3 & = 2 \\ x_1 & + & \lambda x_2 & + & x_3 & = -1 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = -1 \end{array}$$

a) (2 pts) Usando la regla de Cramer, resolver el sistema para $\lambda = 2$

b) (0.5 pts) Encontrar los valores para los cuales el sistema no tiene solución, tiene una única solución y tiene una infinidad de soluciones.

5.- a) (2 pts) Obtener la factorización $LU$ de la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

b) (0.75 pts) Usando la factorización en $A$ resolver los sistemas

$$\begin{array}{ccccc} 3x & - & y & = & 1 \\ -x & + & 2y & = & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 3x & - & y & = & 0 \\ -x & + & 2y & = & 1 \end{array}$$

c) (0.5 pts) Con lo hecho en b), obtener (sin cálculos adiciones) la inversa de $A$.

6- Aplicando las propiedades del determinante

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Calcular $\det(A)$ (2pts)
- Calcular $\det(AA^T)$ (1.25 pts),
- Calcular $\det(A - \frac{\lambda}{2}A)$ (1 pts)