Examen 1 Álgebra lineal

Nombre:____

Resolver explicando tu respuesta 4 de 6 problemas, los problemas 1 y 3 son obligatorios.

1. a) Define que es la inversa de una matriz cuadrada.

b) Aplica el método de Gauss-Jordan para calcular A^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

c) Usando el resultado en b). Resolver el siguiente sistema como función de α. (Usar b))

$$\begin{array}{cccccc} 9x & +3y & -3z & = & 3 \\ 4x & +2y & & = & 0 \\ x & +2y & +4z & = & \alpha \end{array}$$

2. Para las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

Calcular $\det(AB^2)$, $\det(A^{-1}B^T)$ y $\det(2A^2 \cdot B^3)$

3. a) Si $a \in \mathbb{R}$, calcular el determinante de la matriz A

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & a \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & a \end{vmatrix}$$

b) Usando la regla de Cramer, resolver el sistema para $a = 2$

$$\begin{array}{cccccc} x & -2y & +az & = & 1 \\ 3x & +2y & +z & = & 2 \\ 2x & & +az & = & 3 \end{array}$$

4. Para el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{array}{cccccc} \lambda 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = -6\alpha \\ 2x_1 & + & x_2 & + & (\beta+1)x_3 & = 4 \\ \beta x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & = 2\alpha \end{array}$$

a) Encontrar los valores de β y α para los cuales el sistema tiene solución única, soluciones infinitas y para cuales es inconsistente.

5. Si A es la matriz del sistema

$$\begin{array}{ccc} 2x_2 & -3x_3 & = 2 \\ x_2 & +4x_3 & = 4 \end{array}$$

a) Obtener la factorización $PA = LU$.

b) Resolver el sistema usando la factorización $PA = LU$

6. Contestar los siguientes incisos explicando su razonamiento de manera clara. Suponga que A es una matriz de orden n, $A \in \mathcal{M}^{n,n}(\mathbb{R})$.

- Definir a la matriz transpuesta.
- Si $B = A^T A$, explicar por que B es simétrica.
- Explicar por qué, si A es invertible entonces B invertible