Tarea 1

álgebra lineal

2024-09-14

Vectores

1. Una partícula tiene una posición en el tiempo de acuerdo a un movimiento rectilíneo uniforme dado por $\vec{\mathbf{r}}(t) = 6t\hat{\imath} + (8t+2)\hat{\jmath} + (2t+1)\hat{\mathbf{k}}$. Suponga que a partir del tiempo $t = 0$ se observa su desplazamiento

a) ¿Cúal es la posición de la partícula después de 4 segundos?

b) Calcular a que distancia del origen se encuentra la partícula al segundo 5.

c) Si la rápidez de la partícula se calcula como $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. Calcular la rapidez que tiene la partícula en el instante $t = 4$.

1. Investigar el concepto de *cosenos directores*. Calcular los cosenos directores de los siguientes vectores $\vec{\mathbf{a}} = (12, -15, -16)$, $\vec{\mathbf{a}} = (2, -3, -1)$ y $\vec{\mathbf{a}} = (3, 4, 5)$
2. Sean $\vec{\mathbf{a}} = (3, -1, 2, 4)$, $\vec{\mathbf{b}} = (1, 2, 0, 1)$, $\vec{\mathbf{c}} = (3, 2, -3, 5)$ y $\vec{\mathbf{d}} = (7, -4, 1, 11)$. Mostrar que $\vec{\mathbf{ab}}$ es paralelo a $\vec{\mathbf{cd}}$.
3. Sea $\vec{\mathbf{a}} = (3, -1, 4)$ y $\vec{\mathbf{b}} = (4, 2, -1)$. Encontrar *a)* $\|\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}\|$ *b)* $\|\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{b}}\|$ *c)* $\|2\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{b}}\|$.
4. Encontrar un vector $\vec{\mathbf{x}}$, $\vec{\mathbf{x}} \neq \vec{\mathbf{0}}$ que sea ortogonal a $\vec{v} = (1, 3, 2)$. Encuentra una condición que cumplan todos los vectores ortogonales al vector $\vec{v}$. (*sugerencia*: en este caso, el vector $\vec{v}$ es un vector normal).
5. Sean $\vec{A} = (5, 3, 3)$, $B = (1, 3, 1)$ y $C = (2, 6, -1)$. Uno de los ángulos del tríangulo ABC es recto. ¿qué ángulo es?
6. Escribir una condición para caracterizar a todos los vectores $\vec{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3$ que sean ortogonales a los vectores $\vec{\mathbf{a}} = (1, 3, 2)$, $\vec{\mathbf{b}} = (-1, -2, 1)$ y $\vec{\mathbf{c}} = (0, 1, 4)$.

Axiomas de Espacio vectorial

1. Demostrar que $\mathbb{R}^3$ con las operaciones de suma de vectores $+ : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ y multiplicación escalar $\cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ cumple los axiomas de espacio vectorial.

Producto escalar en $\mathbb{R}^n$

1. Probar usando la definición de la norma euclidiana que para todo $c \in \mathbb{R}$ y $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, $\|c \cdot \vec{x}\| = |c|\|\vec{x}\|$.
2. Probar que $(a\vec{v} + b\vec{w}) \cdot (c\vec{v} + d\vec{w}) = ac\|\vec{v}\|^2 + (ad + bc)(\vec{v} \cdot \vec{w}) + bd\|\vec{w}\|^2$, para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ y $\vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^n$
3. Probar la identidad de *polarización*. Para todo $\vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^n$
$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \frac{1}{4}(\|\vec{v} + \vec{w}\|^2 - \|\vec{v} - \vec{w}\|^2)$$
4. En $\mathbb{R}^2$, graficar el conjunto $D = \{\vec{v} \in \mathbb{R}^2 \, : \, \|\vec{v}\| = 1\}$.
5. Encontrar a tal que $\vec{v} = (2, a, -3)$ sea ortogonal a $\vec{w} = (-1, 3, -2)$

Rectas y planos

1. Encontrar las ecuaciones vectorial y paramétricas del plano que pasa por $A = (-1, 2, 2)$, $B = (0, 3, 1)$ y $C = (0, 0, 2)$.

2. Determinar la ecuación del plano que pasa por $A = (1, 0, 4)$ que es ortogonal a la línea que pasa por el origen y $(2, 3, 4)$

3. Escribir la ecuación del plano que pasa por el punto $(3, 7, 2)$ y es paralelo a las rectas $l_1 : \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{2}$ y $l_2 : \frac{x-3}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$

4. Escribir la ec. del plano que pasa por $(1, 0, -1)$ y contiene a la recta $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$.

5. Sea E el conjunto de vectores en $\mathbb{R}^3$ que son ortogonales a $(3, 2, 1)$. Mostrar que E es un plano encontrando su ecuación.

6. Sea E el conjunto de puntos de la forma

$$\{\vec{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^3 \, : \, \vec{\mathbf{v}} = (3, 2, 1) + s(2, 0, 1) + t(1, 1, 2), s, t \in \mathbb{R}\}$$

   Mostrar que E es un plano y encontrar su ecuación cartesiana.

7. Sea E el plano con ecuación $x + y - 2z = 3$. Si l es la recta con ecuación $X(t) = (2, 1, 3) + t(0, 1, 4)$. Hallar la intersección de la recta y el plano.

8. Sea $\vec{A} = (-1, 2, 3)$, $\vec{B} = (2, 5, -3)$, $\vec{C} = (4, 1, -1)$ y $\vec{D} = (1, 3, -3)$.

a) Encuentre el vector de los puntos de trisección de la recta que pasa por $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

b) Encuentre la distancia entre los puntos A y B.

c) Encontrar la ecuación del plano que pasa por $\vec{A}$ y perpendicular a $\vec{OB}$.

d) Encontrar la ecuación del plano que pasa por el origen $\mathbf{O}$ y los puntos $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

e) Encontrar la distancia de $\vec{OD}$ al plano formado por A, B y C. *Sugerencia*: revisar la fórmula o bien calcular la recta que pasa por OD y dirección $\vec{d} = \vec{n}$.

f) Encontrar la ecuación vectorial (paramétrica) que pasa por $\vec{A}$ y paralelo a $\vec{BC}$.

g) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por $\vec{D}$ y forma un ánuglo de 30ř con la normal al plano formado por ABC.

9. Se dan los vértices de un triángulo en $A = (0, 0, 0)$, $B = (0, 4, 4)$ y $C = (3, 3, 0)$.

i) Calcular los ángulos internos en cada vértice y el perímetro del triángulo

ii) Calcular el plano que contiene al triángulo.

iii) Encontrar el conjunto intersección del plano en ii) y el plano $2x - y - 2z = 4$

Sistemas de ecuaciones

1. Considere los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 5 \\ x_1 - 4x_2 &= -3 \\ 2x_1 - 8x_2 &= -6 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 5 \\ x_1 - 4x_2 &= -3 \end{aligned}$$

   Determine el conjunto solución de cada uno de los sistemas ¿Son sistemas equivalentes?

2. Encontrar todos los vectores en $\mathbb{R}^3$ que sean ortogonales a $(1, 2, 3)$ y a $(-2, 0, 1)$.

3. Usar eliminación gaussiana para resolver los siguientes sistemas

$$\begin{array}{cccc} x_1 & +x_2 & +x_3 & = 1 \\ x_1 & +2x_2 & +2x_3 & = 1 \\ x_1 & +2x_2 & +3x_3 & = 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 4x_2 & -3x_3 & = 3 \\ -x_1 & +7x_2 & -5x_3 & = 4 \\ -x_1 & +8x_2 & -6x_3 & = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 2x_1 & -x_2 & & = 0 \\ -x_1 & +2x_2 & -x_3 & = 0 \\ & -x_2 & +x_3 & = 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & = 1 \\ x_1 & +x_2 & +3x_3 & +3x_4 & = 3 \\ x_1 & +x_2 & +2x_3 & +3x_4 & = 3 \\ x_1 & +3x_2 & +3x_3 & +3x_4 & = 4 \end{array}$$

4. Determinar el valor de λ para que el siguiente sistema de ecuaciones tenga soluciones no nulas (y de hecho una infinidad).

$$\begin{array}{cccc} x_1 & +2x_2 & -2x_3 & = 0 \\ 2x_1 & -x_2 & +\lambda x_3 & = 0 \\ 3x_1 & +x_2 & -x_3 z & = 0 \end{array}$$

5. Encontrar las soluciones del sistema de ecuaciones

$$\begin{array}{cccc} x_1 & +x_2 & +x_5 & = 0 \\ x_1 & +x_2 & -x_3 & = 0 \\ x_3 & +x_4 & +x_5 & = 0 \end{array} \tag{1}$$

$$\begin{array}{cccc} x_1 & +x_2 & -x_3 & = 0 \\ 2x_1 & +2x_2 & -x_3 & = 2 \\ -x_1 & -x_2 & +x_3 & = 0 \end{array} \tag{3}$$

$$\begin{array}{cccc} x_1 & +x_2 & -x_3 & = 2 \\ x_1 & -3x_2 & +3x_3 & = 0 \\ 2x_1 & +x_2 & +x_3 & = 6 \end{array} \tag{2}$$

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & +x_2 & -2x_3 & +x_4 & = 3 \\ 2x_1 & +2x_2 & +x_3 & -3x_4 & = 1 \\ x_1 & -2x_2 & +x_3 & +x_4 & = 3 \\ x_1 & -x_2 & -x_3 & +2x_4 & = 4 \end{array} \tag{4}$$

6.Determinar el valor de λ para que el siguiente sistema de ecuaciones tenga una infinidad de soluciones. ¿En que casos no tiene solución?

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & = 0 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & \lambda x_3 & = 0 \\ 3x_1 & + & x_2 & - & \lambda x_3 & = 0 \end{array}$$

7.Para las siguientes matrices:

- Usando eliminación gaussiana encontrar su forma escalonada reducida.
- Escribir el sistema de ecuaciones resultante $Ax = 0$.
- Resolver el sistema de ecuaciones y expresar el conjunto solución.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

8. Encuentra los posibles valores para h y k tales que el sistema con matriz aumentada

$$A = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & h \\ 2 & k & 12 \end{array}\right]$$

tenga solución única.

Matrices

1. Calcula los productos ABC y BA de las matrices, con

$$A = \begin{pmatrix} 991 & 992 & 993 \\ 994 & 995 & 996 \\ 997 & 998 & 999 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 12 & -6 & -2 \\ 18 & -9 & -3 \\ 24 & -12 & -4 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

2. a) Una matriz se dice *idempotente* si $A^2 = A$. Probar que

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

es idempotente

b) Demuestre qu si A es idempotente, entonces $B = I_n - A$ también es idempotente,
c) Si A y B son como en b) entonces demuestre que $AB = BA = \mathbf{0}$

2. Se dice que una matriz $n \times n$ es *involutiva* si y sólo si $A^2 = I_n$.

a) Verifica que $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ es involutiva

b) Demuestre que si A es involutiva entonces $\frac{1}{2}(I_n + A)$ y $\frac{1}{2}(I_n - A)$ son idempotentes y su producto es igual a la matriz cero.

3. Para las siguientes matrices, encontrar la fórmula para A^n con $n \in \mathbb{N}$,

$$A = \begin{pmatrix} \cos x & -\mathrm{sen} x \\ \mathrm{sen} x & \cos x \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

4. En $\mathbb{R}^3$ la matriz

$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\mathrm{sen}\phi & 0 \\ \mathrm{sen}\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

a) Calcular $R_z(\phi)\vec{x}$ y exlicar rota al vector $\vec{x}$ alrededor del eje z.)

b) Demuestre que si $\vec{v}' = R_z(\phi)\vec{v}$ entonces $\|\vec{vt}\| = \|\vec{v}\|$

5. Dada la matriz $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ encontrar todas las matrices $\mathbf{Y}$ tales que $\mathbf{XY} = \mathbf{YX}$

6. El *conmutador* de dos matrices cuadradas A y B se define como

$$\big[A, B\big] = AB - BA$$

a) Mostrar que las matrices conmutan con la multiplicación si $\big[A, B\big] = \mathbf{0}$

b) Calcular el conmutador de las siguientes matrices

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

c) Demostrar que $\big[A, I\big] = \mathbf{0}$ para toda A matriz $n \times n$

7. Calcular M^2, M^3 si M está dada por

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ calcular A^5.

9. Calcular $(ABC)^{-1}$ aplicando las propiedades de las matrices inversas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

10. Si $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ calcular A^{1000}.

11. Si $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ calcular B^{1000}.

12. Calcular $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- calcular A^2.
- calcular A^3.
- calcular A^k. *observe un patrón y aplique inducción matemática.*

1. Para $\begin{pmatrix} 1/2 & \alpha \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ determinar para que casos de α existe el límite $\lim_{n\to\infty} A^n$. (*sugerencia*: *determinar algunas potencias de* A^n)

2. Sea $\vec{\mathbf{e}}_j$ el vector unitario j, el cual contiene en la j-ésima posición a 1 y en las demás coordenadas es igual a 0. Para una matrix A describir los siguientes productos

a) $A \cdot e_j$ b) $e_i^T \cdot A$ c) $e_i^T \cdot A \cdot e_j$

Matrices inversas

1. Encuentre la inversa de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \tag{5}$$

2. Generalize el problema para

$$A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \tag{6}$$

3. Encontrar la inversa de matriz

$$A_5 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \end{pmatrix} \tag{7}$$

4. Usando el método de Gauss-Jordan encontrar la inversa de

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ a_{n-1} & 0 & 0\dots & 1 & \end{bmatrix} \tag{8}$$

5. Calcular la inversa A^{-1} de las siguientes matrices

a)

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

b)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

c)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$

d)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

e)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

6. Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ resuelva cada una de las siguientes ecuaciones de matrices:

a) $AX + B = C$.
b) $XA + B = C$.
c) $XA + C = X$.

7. Calcular $A+B$, AB, $A-B$, A^{-1}, B^{-1} y $(AB)^{-1}$ si

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8. Sean

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcular AB, CAB, $B^T A^T C^T$, CB, BC, $AC^T B$, CBA.

9. Considere la siguiente matriz A ¿para qué valores de k, la matriz es invertible?

$$\begin{bmatrix} k+3 & -1 & 1 \\ 5 & k-3 & 1 \\ 6 & -6 & k+4 \end{bmatrix}$$

10. Aplicando el método de Gauss-Jordan, mostrar que las siguientes matrices son no invertibles

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 6 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

11. Mostrar que para todo real θ la matriz es invertible y encontrar su inversa.

$$A = \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

12. ¿Para que valores de λ el sistema tiene solución única, infinidad de soluciones o ninguna solución?

$$\begin{array}{cccc} \lambda x & +y & +z & =1 \\ x & +\lambda y & +z & =1 \\ x & +y & +\lambda z & =1 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} (1+\lambda)x & +y & +z & =1 \\ x & +(1+\lambda)y & +z & =\lambda \\ x & +y & +(1+\lambda)z & =\lambda^2 \end{array}$$

13. Use el método de Gauss-Jordan para encontrar la inversa de la matriz o explicar por que no existe.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$$

14. Demostrar que si A es invertible y simérica entonces A^{-1} también es simétrica.

15. Si A es una matriz cuadrada de tamaño n, tal que $\mathbf{I} - A$ es invertible, probar que

$$A(\mathbf{I} - A)^{-1} = (\mathbf{I} - A)^{-1} A$$

Regla de Cramer

1. Usa la regla de Cramer para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{ccccc} x & +y & +z & -w & = & 2 \\ & y & -z & +w & = & 1 \\ & & z & -w & = & 0 \\ & & z & +2w & = & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} x & +y & +z & = & 11 \\ 2x & -6y & -z & = & 0 \\ 3x & +4y & +2z & = & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} x & +y & +z & = & a \\ & y & +z & = & 0 \\ & & z & = & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} x & +2y & +3z & = & 7 \\ 2x & +y & +2z & = & 0 \\ -2x & +y & -z & = & 4 \end{array}$$

2. Usando la fórmula de la adjunta calcula la inversa de las siguientes matrices:

$$1)A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ 6 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad 2)B = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad 3)A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -3 \end{vmatrix} \qquad 4)A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

3. Determinar las condiciones sobre a y b tal que el sistema

$$\begin{array}{cccc} x & +y & -az & = 1 \\ 2x & +3y & 2z & = b \\ x & -y & +bz & = a \end{array}$$

4. Aplicando la regla de Cramer, indica todos los valores de a tales que la solución del siguiente sistema *no* sea única.

$$\begin{array}{cccccc} (8-a)x & +2y & +3z & +aw & = & 0 \\ x & +(9-a)y & +4z & +aw & = & 0 \\ x & +2y & +3z & +aw & = & 0 \\ x & +2y & +3z & +aw & = & 0 \end{array}$$

Para el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & - & 2x_2 & + & ax_3 & = 1 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = 2 \\ 2x_1 & & & + & ax_3 & = 3 \end{array}$$

a) Usando la regla de Cramer, resolver el sistema para a = 2

b) Encontrar los valores para los cuales el sistema tiene una infinidad de soluciones.