

## TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

### Optimización de la carga manual de contenedores con paquetes heterogéneos

Jose Gustavo Quilca Vilcapoma

Máster Universitario en Estadística Computacional y Ciencia de Datos para la Toma  
de Decisiones

(Specialization/Pathway in XXXX)

Instituto de investigación operativa

Curso 2023-2024

# Optimización de la carga manual de contenedores con paquetes heterogéneos

Jose Gustavo Quilca Vilcapoma

Máster Universitario en Estadística Computacional y Ciencia  
de Datos para la Toma de Decisiones

Instituto de investigación operativa

Universidad Miguel Hernández de Elche

Academic Year XXXX/YYYY

Palabras clave:

XXXX, YYYY, ZZZZ

*Thesis Supervisor's Name:*

*Thesis Supervisor's Name:*







## Acknowledgements

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

*Author signature*



## Abstract

## Resumen

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.





## Abbreviations

**LHS** Left Hand Side

**MF** Mean-Field

**RHS** Right Hand Side

**MSE** Mean Squared Error



# Índice

<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Revision de la literatura</b>	<b>3</b>
2.1. Origen del CLP . . . . .	3
2.2. Formulaciones del CLP . . . . .	3
2.3. Metodologías de solución . . . . .	5
2.4. Software usado en la industria . . . . .	6
<b>3. Formulación del problema</b>	<b>10</b>
3.1. Definición formal del problema . . . . .	13
3.2. Procedimiento de carga manual . . . . .	14
<b>4. Simulación de llenado manual</b>	<b>16</b>
4.1. Procedimiento de carga manual . . . . .	16
4.2. Algoritmo de llenado manual . . . . .	17
4.2.1. Unión de subespacios . . . . .	20
4.2.2. Eliminación de subespacios inaccesibles . . . . .	21
4.2.3. Eliminación de subespacios profundos . . . . .	22
4.2.4. Algoritmo de llenado manual adaptado . . . . .	24
4.3. Conclusiones . . . . .	25
<b>5. Metaheurística</b>	<b>26</b>
5.1. Codificación de soluciones . . . . .	26
5.2. Población inicial . . . . .	27
5.3. Selección . . . . .	27
5.4. Cruce . . . . .	28
5.5. Mutación . . . . .	30
5.6. Elitismo . . . . .	30

<b>6. Estudio experimental</b>	<b>31</b>
6.1. Datos de prueba . . . . .	31
6.2. Diseño del experimento . . . . .	31
6.3. Resultados y análisis . . . . .	31
<b>7. Conclusiones</b>	<b>32</b>
<b>A. Appendix I</b>	<b>33</b>
<b>B. Appendix II</b>	<b>33</b>



## 1. Introducción

En el comercio internacional, el transporte de mercancías se realiza principalmente a través de contenedores de carga. Los contenedores son cajas de acero de forma rectangular que se utilizan para transportar mercancías en barcos, trenes y camiones. Los contenedores son una forma eficiente y segura de transportar mercancías, ya que permiten que las mercancías se carguen y descarguen rápidamente y se almacenen de manera segura durante el viaje. Los contenedores vienen en diferentes tamaños y capacidades, y se utilizan para transportar una amplia variedad de mercancías, incluyendo productos manufacturados, materias primas, alimentos, etc. Para un buen aprovechamiento del espacio y la capacidad de carga de los contenedores, es importante que las mercancías se carguen de manera eficiente y se aproveche al máximo el espacio disponible.

En muchos casos, estas mercancías se encuentran en cajas o paquetes de diferentes tamaños, formas y pesos. Optimizar el llenado de dichos paquetes en los contenedores es un problema importante en la industria de la logística y el transporte ya que puede tener un impacto significativo en los costos y la eficiencia de la cadena de suministro. Por otro lado el mejor aprovechamiento del espacio y la capacidad de carga de los contenedores puede ayudar a reducir el número de viajes necesarios para transportar las mercancías, lo que puede reducir los costos de transporte y las emisiones de carbono asociadas [Parreo2008AMA].

El problema de llenado de paquetes en contenedores es un problema de optimización combinatoria que ha sido ampliamente estudiado en la literatura. Así mismo, problemas similares se pueden observar en distintas industrias, como el llenado de paquetes en camiones, carga de pallets, carga en almacenes, entre otros, donde la colocación de cajas dentro de otras cajas más grandes es una tarea que se realiza con frecuencia. El llenado de contenedores consiste en colocar paquetes de diferentes tamaños y formas en un contenedor de manera que se utilice el espacio disponible de la mejor manera posible, cumpliéndose ciertas restricciones (peso, estabilidad, etc.) y optimizando uno o más objetivos, entre los que puede estar el minimizar el espacio no utilizado o maximizar el beneficio asociado a la carga transportada, por poner sólo algunos ejemplos.. Este problema ha sido clasificado como NP-duro PISINGER2002382, lo que significa que muchas veces para instancias grandes de paquetes no existe un algoritmo de tiempo polinomial que pueda resolverlo de manera exacta. Por ello, muchos autores han propuesto diferentes enfoques heurísticos y metaheurísticos para resolver este problema de manera aproximada.

Existen diferentes variantes del problema de la carga de contenedores con paquetes, dependiendo de las restricciones y objetivos específicos que se consideren. Algunas de las variantes más estudiadas incluyen el uso de paquetes homogéneos, paquetes heterogéneos, paquetes rotativos, paquetes frágiles, entre otros. En este trabajo, nos enfocaremos en restricciones derivadas de un caso de uso real que se da cuando la carga es realizada por uno o varios operarios, es decir una carga manual, cuyo principal objetivo es facilitar el proceso de la carga poniendo énfasis en las limitaciones que un operador humano pueda tener. Para esto se considera el uso de paquetes de baja heterogeneidad, que consiste en grupos de paquetes que comparten ciertas características, como el tamaño, el peso, el costo, es decir, paquetes que pueden ser cargados por una persona sin necesidad de maquinaria. También consideraremos restricciones de rotación, que indican que los paquetes pueden ser girados en ciertas direcciones para aprovechar mejor el espacio disponible y restricciones de contigüidad, que indican que los paquetes del mismo grupo deben ser cargados de manera contigua.

En este trabajo, se propone una metaheurística basada en el algoritmo genético para resolver el problema de la carga manual de contenedores con paquetes heterogéneos. El algoritmo genético es una técnica de optimización que se basa en la evolución biológica y que ha sido ampliamente utilizada para resolver problemas de optimización combinatoria. El algoritmo genético es un enfoque de búsqueda poblacional que mantiene una población de soluciones candidatas y utiliza operadores genéticos como la selección, el cruce y la mutación para generar nuevas soluciones a partir de las soluciones existentes. El algoritmo genético es un enfoque flexible y versátil que ha demostrado ser efectivo para resolver una amplia variedad de problemas de optimización combinatoria.

Para evaluar las soluciones que el algoritmo genético va generando, se ha implementado un algoritmo que simula el llenado manual que realizaría un operario, teniendo en cuenta todos los condicionantes que supone este proceso. Por ejemplo, el operario no puede alcanzar ciertas zonas del contenedor si no hay espacio suficiente para pasar o si otros paquetes que han sido colocados anteriormente le obstruyen el paso.

Este trabajo se enfoca en resolver el problema de llenado de contenedores considerando un único contenedor y paquetes débilmente heterogéneos, esta clasificación también es conocida como Three-dimensional Single Large Object Placement Problem (SLOPP) cuya clasificación fue propuesta por **WASCHER20071109**, sin embargo muchos de los trabajos en la literatura que resuelven este problema no consideran todas restricciones prácticas que se presentan en la industria. **SAFAK2023106199** también mencionan que encontrar una disposición óptima de los paquetes en los contenedores mientras se satisfacen una variedad de restricciones del mundo real es una tarea no trivial.

Con esta falta de enfoques en la literatura con un conjunto realista de restricciones prácticas, nuestro objetivo es proponer un método metaheurístico de buen rendimiento que sea capaz de resolver problemas con un número razonable de número de paquetes y garantizar resultados consistentes de buena calidad. Consideramos las restricciones prácticas que tienen como origen del hecho de ser un llenado manual de los paquetes en el contenedor. El método de solución propuesto consiste en un enfoque de llenado priorizando el espacio más al fondo, más debajo y más a la izquierda, compuesto por un simulación de llenado por ordenador y unas propuestas de mejoras en los procesos de llenado. El método está estructurado de tal manera quede claro y facilite el procedimiento de carga para el operario.

Las contribuciones de este trabajo son las siguientes:

- Se propone un método de solución basado en una metaheurística de buen rendimiento para resolver el problema de llenado de contenedores con un conjunto realista de restricciones prácticas derivadas de un caso de uso real de carga manual.
- Se propone una mejora en el proceso de llenado que ayuda a la metaheurística a encontrar soluciones de mejor calidad en menos tiempo.
- Se presenta una serie de experimentos computacionales que muestran la eficacia del método propuesto en diferentes instancias del problema.

El resto de este trabajo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2, se presenta una revisión de la literatura relacionada con el problema de la carga de contenedores y sus variantes. En la sección 3, se presenta la definición del problema en particular. En la sección 4, se describe la metaheurística propuesta para resolver el problema. En la sección 5, se presenta un estudio computacional para evaluar el desempeño con diferentes configuraciones. Finalmente, en la sección 6, se presentan las conclusiones y las direcciones futuras de investigación.



## 2. Revision de la literatura

El problema de llenado de paquetes en contenedores es también conocido en la literatura como Container Loading Problem o CLP, ha sido ampliamente estudiado desde los años 60's (**barnett1967exact**), una de las definiciones más sencillas lo realiza **GEORGE1980147** quién lo define como encontrar posiciones adecuadas para colocar las cajas en el contenedor de tal manera que todas las cajas puedan ser colocadas en el contenedor sin superponerse de tal modo que se maximice la utilización del espacio. A continuación se presentan algunas revisiones de la literatura que se han realizado sobre el problema.

### 2.1. Origen del CLP

El problema de llenado de contenedores tiene su origen en el campo del transporte y la logística. Surge de la necesidad de empacar eficientemente objetos en contenedores o vehículos mientras se optimiza la utilización del espacio. Aunque tiene un origen en la industria, el problema ha sido ampliamente objeto de investigación en la comunidad académica, debido a su complejidad, quienes también los clasifican como un problema de optimización combinatoria derivado de otros problemas de optimización como el problema de cortes y empackado de objetos **Alvarez-Valdes2018**, el problema de la mochila **DEQUEIROZ2012200** entre otros.

Existen muchos tipo de problemas de llenado de contenedore, presentaremos a continuación algunas de las clasificaciones más comunes que se han propuesto en la literatura.

### 2.2. Formulaciones del CLP

Muchos de los tipos de problemas formulados en torno al CLP pueden categorizarse en dos tipo principales, los problemas de llenado con restricciones básicas y los problemas de llenado con restricciones prácticas o reales. Los problemas con restricciones básicas son aquellos que consideran restricciones simples, por ejemplo que los paquetes no pueden ser superpuestos y que deben ser colocados dentro de los límites del contenedor, también llamado restricciones de viabilidad del empaquetado **scheithauer2017introduction**. Los problemas con restricciones prácticas consideran restricciones más realistas como por ejemplo restricciones de estabilidad, restricciones de rotación, restricciones de contigüidad, restricciones de peso, entre otras.

**Bortfeldt20131** hizo una revisión de los distintos tipos de restricciones que se han considerado en la literatura, entre las que se encuentran:

**CLP con múltiples contenedores:** También conocido como el problema de llenado de contenedores múltiples, es una variante del CLP en la que se tienen varios contenedores y se busca llenarlos con un conjunto de paquetes. El objetivo es minimizar el número de contenedores utilizados, maximizando la utilización del espacio en los contenedores.

Algunas de las subvariantes de este problema incluyen el uso de contenedores del mismo tamaño o de diferentes tamaños, por ejemplo Single Bin-Size Bin Packing Problem (SBSBPP) se enfoca en llenar un conjunto de contenedores de un solo tamaño con un conjunto de paquetes (**ren2011priority**), mientras que Multiple Bin-Size Bin Packing Problem (MBSBPP) se enfoca en llenar un conjunto de contenedores de diferentes tamaños con un conjunto de paquetes (**zhao2016comparative**).

**CLP con restricciones de estabilidad:** La estabilidad se refiere a la capacidad de los paquetes de mantenerse en su lugar ya sea en reposo o durante el transporte, evitando movimientos no deseados que puedan dañar la carga o el contenedor. Las restricciones de estabilidad se refieren a las condiciones que deben cumplirse para garantizar que la carga sea estable, como por ejemplo que

los paquetes no aplasten, se deslicen o no se caigan.

**Bortfeldt20131** identifican dos tipos de restricciones de estabilidad: estática y dinámica, señalando que la mayoría de los estudios se concentran en la primera y pocos en la estabilidad dinámica. Critican las métricas de estabilidad existentes por ser insuficientes y no reflejar adecuadamente la estabilidad dinámica real, lo que puede llevar a evaluaciones incorrectas.

**RAMOS2015480** propone un enfoque para determinar métricas de estabilidad más realistas y aborda la importancia de la estabilidad en las operaciones de carga de contenedores, destacando su impacto en la satisfacción del cliente, la eficiencia operacional y la seguridad de los paquetes y de los operarios.

**CLP con restricciones de rotación:** Las restricciones de rotación se refieren a la capacidad de los paquetes de ser rotados en diferentes direcciones, lo que puede aumentar la utilización del espacio y mejorar la estabilidad de la carga. **Bortfeldt20131** señalan que es un tipo de restricción común en la literatura y que se ha investigado ampliamente, categorizando las restricciones de rotación en 6 tipos:

- Caso 1: No se permite rotar las cajas, que deben colocarse en una única orientación fija tanto vertical como horizontalmente.
- Caso 2: Solo se permite una orientación vertical fija para cada tipo de caja, pero se pueden rotar 90° en el plano horizontal.
- Caso 3: Las cajas pueden rotarse libremente en el plano horizontal y tienen restricciones limitadas en la orientación vertical.
- Caso 4: Las cajas pueden tener hasta cinco orientaciones prohibidas en cualquier dirección, permitiendo una amplia variedad de restricciones.
- Caso 5: Todas las cajas son completamente rotativas sin restricciones de orientación, proporcionando el máximo grado de libertad.

**CLP con paquetes heterogéneos:** La heterogeneidad de los paquetes se refiere a la variabilidad en las dimensiones, formas y pesos de los paquetes, lo que puede complicar el proceso de empaquetado y afectar la utilización del espacio. **WASCHER20071109** clasificaron los problemas de llenado de contenedores según la variedad de artículos grandes y pequeños, relacionándolo con el número de diferentes tipos de artículos en el problema y lo clasificaron como: homogéneo (un solo tipo), fuertemente heterogéneo (muchos tipos) o ligeramente heterogéneo (pocos tipos).

**zhao2016comparative** propusieron una clasificación más detallada basada en la homogeneidad de los contenedores y las cajas, identificando seis subtipos de problemas de llenado de contenedores:

- Problema de corte de stock de tamaño único (SSSCSP) si los contenedores son idénticos y las cajas son ligeramente heterogéneas.
- Problema de empaque de contenedor de tamaño único (SBSBPP) si los contenedores son idénticos y las cajas son muy heterogéneas.
- Problema de corte de stock de múltiples tamaños (MSSCSP) si tanto los contenedores como las cajas son ligeramente heterogéneas.
- Problema de empaque de contenedor de múltiples tamaños (MBSBPP) si los contenedores son ligeramente heterogéneos y las cajas muy heterogéneas.
- Problema de corte de stock residual (RCSP) si los contenedores son muy heterogéneos y las cajas ligeramente heterogéneas.

- Problema de empaque de contenedor residual (RBPP) si tanto los contenedores como las cajas son muy heterogéneos.

### 2.3. Metodologías de solución

Muchos autores han propuesto diferentes enfoques heurísticos y metaheurísticos para resolver este problema de manera exacta o aproximada. A continuación se presentan algunas de las metodologías de solución que se han propuesto en la literatura.

**Métodos exactos:** Los métodos exactos son aquellos que garantizan encontrar la solución óptima al problema, sin embargo, estos métodos pueden ser computacionalmente costosos y no escalables para problemas grandes. Muchos autores han intentado resolver el CLP con restricciones prácticas de manera exacta, pero la mayoría ha encontrado que los métodos exactos no son adecuados para problemas de gran tamaño. Por ejemplo **JUNQUEIRA201274** mencionan que tuvieron problemas de desbordamiento de memoria al intentar resolver instancias con mas de 20 tipos. Más recientemente **NASCIMENTO2021105186** propusieron un enfoque exacto basado en modelos de programación lineal entera y programación por restricciones para resolver el problema de llenado de contenedores, demostrando que pudieron resolver instancias de hasta 10 tipos de paquetes y hasta 110 paquetes en un tiempo razonable.

**Métodos heurísticos:** Los métodos heurísticos son aquellos que no garantizan encontrar la solución óptima, pero pueden proporcionar soluciones de buena calidad en un tiempo razonable. Los métodos heurísticos son ampliamente utilizados para resolver problemas de optimización combinatoria, como el CLP, debido a su eficiencia y escalabilidad. Algunos de los métodos heurísticos constructivos más comunes que se han propuesto en la literatura son: heurística en base a la construcción de paredes [**GEORGE1980147**], con una versión mejorada por **PISINGER2002382** y heurística en base a la construcción por capas [**BISCHOFF1995377**], con una versión mejorada por **RANCKJUNIOR2019471**.

**Métodos metaheurísticos:** El término metaheurística fue acuñado en los años 80s por **GLOVER1986533**. Una metaheurística puede entenderse como una metodología que incluye estrategias maestras capaces de guiar la búsqueda hacia la solución óptima global. Se consideran más complejas y eficientes que los algoritmos heurísticos simples porque exploran áreas en el espacio de soluciones que van más allá de las exploradas por las heurísticas simples, las cuales tienden a centrarse en encontrar una única solución óptima local. Luego **Srensen2013** lo definió como "Un marco algorítmico de alto nivel e independiente del problema que proporciona un conjunto de directrices o estrategias para desarrollar algoritmos de optimización heurísticos". Más recientemente **MARTI2024** definen una metaheurística no como un algoritmo específico con pasos precisamente definidos, sino como un conjunto más o menos consistente de ideas de alto nivel. Estas ideas sirven como directrices para desarrollar algoritmos de optimización heurísticos ajustados a problemas específicos. En esta definición, se enfatiza la flexibilidad que tiene el diseñador del algoritmo para elegir las características específicas de su método, y se destaca que puede requerirse un grado considerable de "ingeniería" para adaptar el marco de metaheurística a fin de resolver problemas de optimización concretos.

Algunos de los métodos metaheurísticos más comunes que se han propuesto en la literatura para resolver el problema de llenado de contenedores son:

- **Algoritmos Genéticos (GA):** Se describe como un algoritmo de búsqueda inspirado en la evolución natural [**goldberg2013genetic**], útil para resolver muchos problemas de optimización debido a su robustez y capacidad de manejar complejidades diversas. Los GA se utilizan en el contexto del CLP para manejar restricciones como el equilibrio de carga, considerado como una restricción estricta en algunos estudios. Por ejemplo algunos autores que han usado GA para resolver el problema de llenado de contenedores son **RAMOS20181140**, **GONCALVES2012179**, **KANG20121287** entre otros.

- **Algoritmos de Enjambre de Partículas (PSO):** Se describe como un algoritmo de optimización basado en la inteligencia de enjambre, como el de los pájaros o peces. Por ejemplo algunos autores que han usado PSO para resolver el problema de llenado de contenedores son **KUO2023110417**, **domingo2012particle**, **Cano2010** entre otros.

## 2.4. Software usado en la industria

En la industria existen varios software que permiten resolver el problema de llenado de contenedores, algunos de los más conocidos son:

**Cargo Manager:** Según **zhao2017three**, Cargo Manager (CM) es un ejecutable independiente diseñado para empaquetar contenedores siguiendo un orden de prioridad específico, comenzando por la parte trasera del contenedor. El proceso de empaquetado utiliza una serie de reglas de colocación, probando cada artículo en el orden establecido; si un artículo no es adecuado, se pasa al siguiente, volviendo a considerar los artículos no adecuados en futuras colocaciones. Los artículos de mayor prioridad se empaquetan primero y es posible configurar el sistema para que se adhiera estrictamente a las prioridades de empaque, asegurando que todos los artículos de una prioridad actual se empaquen antes de comenzar con la siguiente.

El proceso principal de empaquetado en CM utiliza diferentes métodos heurísticos constructivos que varían desde heurísticas básicas hasta métodos más complejos y consumidores de tiempo. El objetivo es maximizar el uso del espacio del contenedor formando "muros" con los artículos, donde cada bloque consiste en cajas del mismo tipo y orientación. A medida que se colocan los artículos, los espacios que ocupan ya no están disponibles, generándose nuevos espacios cúbicos que pueden fusionarse con espacios previos. Los métodos difieren en cómo seleccionan los espacios y las cajas, y las restricciones aplicadas al tamaño de los bloques.

En una etapa adicional, CM utiliza la heurística más básica para intentar empaquetar tantos artículos restantes como sea posible. Esta etapa no es adecuada para problemas de múltiples destinos o donde se requiere nivelación de carga, y excluye artículos pesados o frágiles. La solución óptima se determina comparando el volumen y la longitud utilizados por diferentes métodos, seleccionando como mejor aquella solución que ocupe mayor volumen o, en caso de igual volumen, utilice menos longitud. Los usuarios pueden decidir cuántas heurísticas se evalúan, y en caso de seleccionar un solo método, su solución se convierte automáticamente en la solución final. En la imagen 1 se muestra la interfaz gráfica de Cargo Manager.

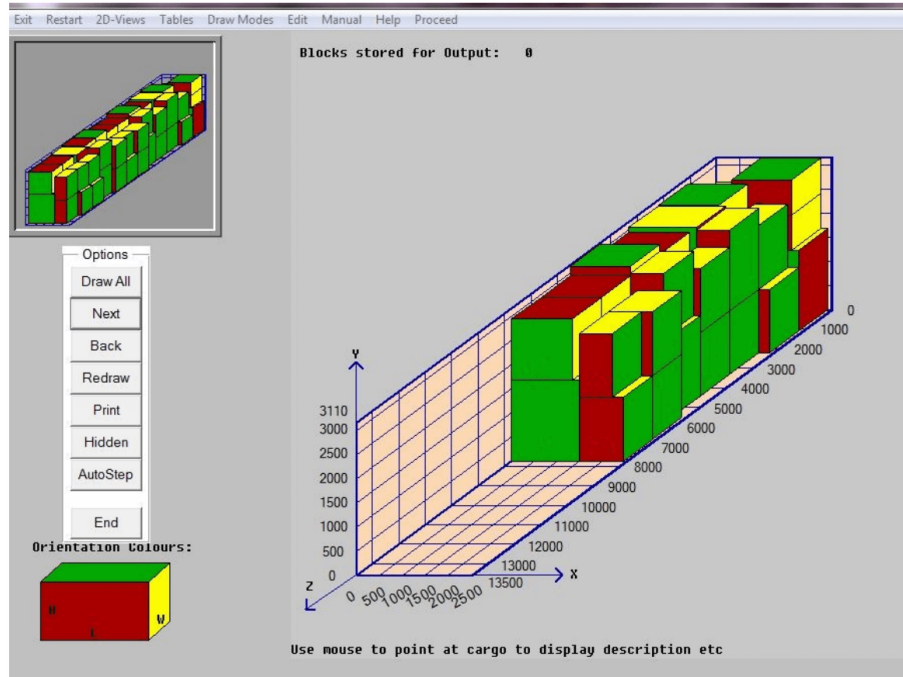


Figura 1: La interfaz gráfica de Cargo Manager permite a los usuarios empaquetar contenedores siguiendo un orden de prioridad específico, maximizando el uso del espacio y minimizando la longitud utilizada [zhao2017three].

**PackageCargo:** PackageCargo es una herramienta de apoyo a la decisión, diseñada para abordar el problema de carga de contenedores (CLP), que es esencial en la logística de transporte [MARTINEZFRANCO2020100601]. Desarrollada como una aplicación de código abierto usando el motor de juegos Unity, esta herramienta permite calcular, visualizar y guardar patrones eficientes de empaque, además de estimar métricas de estabilidad de la carga mediante modelos matemáticos y simulaciones físicas. Su objetivo principal es ofrecer un sistema utilizable tanto en entornos industriales como académicos, permitiendo a los usuarios modificar el marco de trabajo según sus necesidades, lo que ahorra tiempo en desarrollo de software y fomenta la contribución comunitaria para su mejora continua.

El software utiliza un diseño modular que incluye componentes para la visualización de soluciones, simulación de la estabilidad de la carga, y optimización de los patrones de empaque. La arquitectura de PackageCargo facilita la integración de algoritmos de optimización para generar patrones eficientes y su simulación correspondiente para evaluar la estabilidad, usando el motor de físicas PhysX de Nvidia. Esta estructura permite una fácil extensión y adaptación del software, fomentando la innovación y colaboración entre investigadores y profesionales del sector.

PackageCargo no solo ofrece una alternativa competitiva a soluciones comerciales, sino que también se posiciona como una plataforma valiosa para la investigación y el desarrollo en el ámbito del CLP. Al proporcionar una herramienta accesible y extensible, promueve el avance en la comprensión y solución de problemas complejos de carga, beneficiando tanto a la comunidad académica como a la industrial. En la imagen 2 se muestra la interfaz gráfica de PackageCargo.

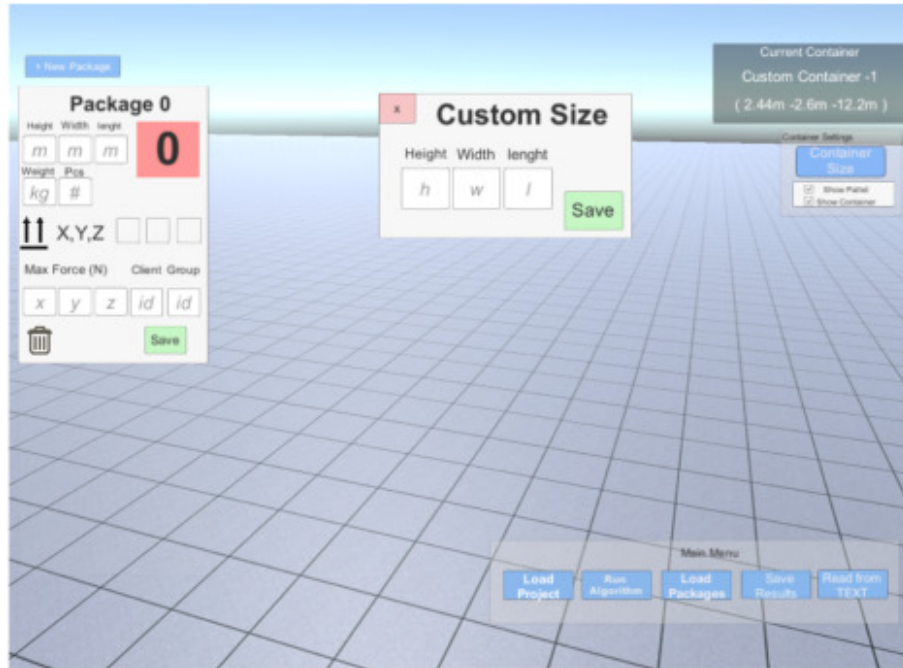


Figura 2: La interfaz gráfica permite al usuario definir variedades de carga, dimensiones, restricciones y cantidades. Esta información se convierte en un archivo de entrada para los algoritmos generadores de patrones de empaque [MARTINEZFRANCO2020100601].

**LoadCargo:** LoadCargo es un software comercial diseñado para facilitar la planificación y optimización de la carga en contenedores y camiones. Utiliza tecnología en 3D para ofrecer visualizaciones interactivas que mejoran la precisión de las simulaciones de carga. Este sistema admite tanto planificaciones automáticas como manuales, proporcionando herramientas flexibles para diversos requerimientos logísticos [loadcargo2024].

El software es accesible en múltiples plataformas a través de Adobe Air, compatible con sistemas operativos como Windows, Mac OS X y Linux. Soporta tanto unidades métricas como imperiales y se integra con sistemas EDI (Intercambio Electrónico de Datos) para facilitar la importación de datos. Además, incluye características como la visualización del centro de gravedad, exportaciones de planificaciones a varios formatos y herramientas para la construcción de pallets, entre otras.

LoadCargo es eficaz para optimizar el uso del espacio en contenedores y camiones, aunque mencionan que presenta limitaciones como la incapacidad de manejar cargas de formas irregulares o volúmenes muy altos de cajas. Sin embargo, para operaciones estándar, ofrece soluciones robustas que mejoran la eficiencia en la carga y reducen los costos operativos. En la imagen 3 se muestra la interfaz gráfica de LoadCargo.

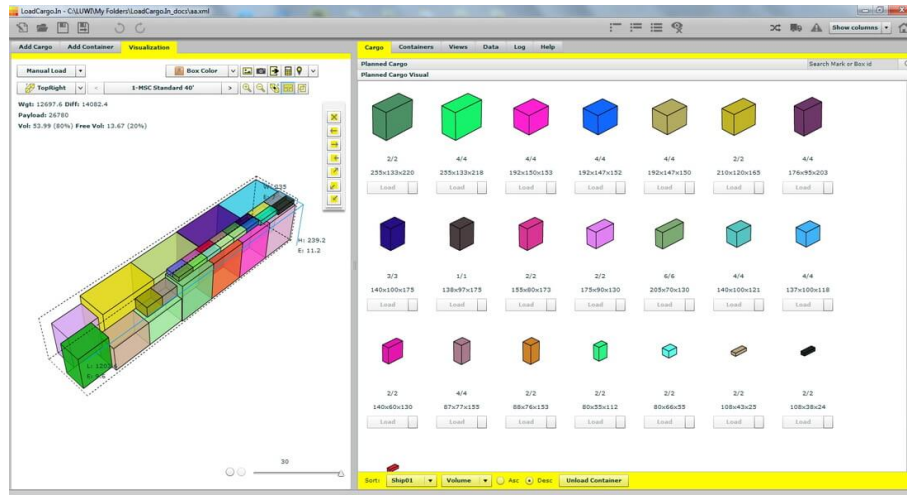


Figura 3: La interfaz gráfica de LoadCargo permite a los usuarios visualizar y planificar la carga de contenedores y camiones, mejorando la eficiencia y reduciendo los costos operativos [loadcargo2024].

### 3. Formulación del problema

El desafío presentado se basa en una situación real relacionada con una empresa que gestiona un elevado volumen de pedidos de cajas de diferentes tipos. Cada semana, la empresa busca determinar cuántas cajas de cada tipo debe enviar en un contenedor para maximizar el beneficio total de dicho envío.

El desafío principal al que se enfrenta la empresa es optimizar el proceso de envío de cajas, donde cada una proporciona un ingreso específico. El objetivo es maximizar el uso del espacio en los contenedores para obtener el mayor beneficio posible. Dado que las cajas tienen distintos tamaños, pesos y valores, se plantea una dificultad para estimar de manera eficaz cómo llenar completamente un contenedor sin desperdiciar espacio. Este desperdicio no solo implica una pérdida financiera, sino que también tiene un impacto ambiental negativo, ya que cada viaje consume combustible y genera emisiones contaminantes.

Para abordar este desafío, es crucial considerar el proceso manual de carga del contenedor. El procedimiento actual de carga no está optimizado y no considera la disposición óptima de las cajas, lo que lleva a una carga subóptima y un desperdicio de espacio. Por tanto, es necesario revisar y mejorar este procedimiento para asegurar que se aproveche al máximo el espacio disponible en los contenedores.

El procedimiento de carga manual debe ser meticulosamente evaluado y optimizado. Este aspecto es crucial porque los operarios son los responsables de organizar físicamente las cajas en el contenedor. Un procedimiento manual de carga bien diseñado garantizaría que se aproveche cada centímetro disponible del contenedor, reduciendo así el espacio vacío y aumentando la rentabilidad del envío.

Respecto a las restricciones que se generan debido a la carga manual, se consideran las siguientes:

Los paquetes que son cajas de forma rectangular, pueden variar en tamaño, peso y valor, pero han sido concebidos previamente para que puedan ser cargados manualmente es decir que no son paquetes muy grandes o pesados.

Los paquetes que comparten el mismo tamaño, peso y valor estrictamente se consideran del mismo tipo, dos paquetes pueden tener el mismo tamaño y peso pero distinto valor, lo que los convierte en tipos diferentes. El valor de un paquete no depende de su tamaño o peso, es decir que un paquete sea más grande y pesado que otro no implica que sea de mayor valor y viceversa.

Los paquetes llegan a la puerta del contenedor agrupados por tipo y en un orden específico, los paquetes pueden apilarse unos sobre otros independientemente de su tipo ya que las cajas lo soportan y sus pesos no son muy dispares, pero se debe asegurar la estabilidad de la carga. Por ejemplo en el la Figura 4 se muestra un ejemplo de cómo se apila un tipo de paquete encima de otro.



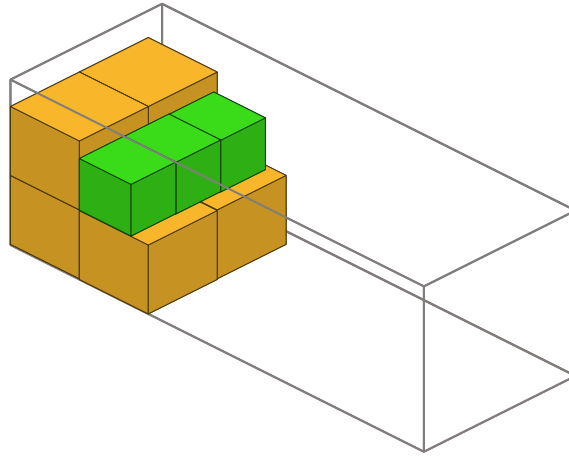


Figura 4: Ejemplo de cómo se apila un tipo de paquete encima de otro.

Para asegurar la estabilidad de la carga, por ejemplo un paquete más grande no puede estar encima de uno más pequeño, es decir un paquete siempre debe tener una base sobre la que se apoye, en la Figura 5 se muestra un ejemplo de una carga inestable.

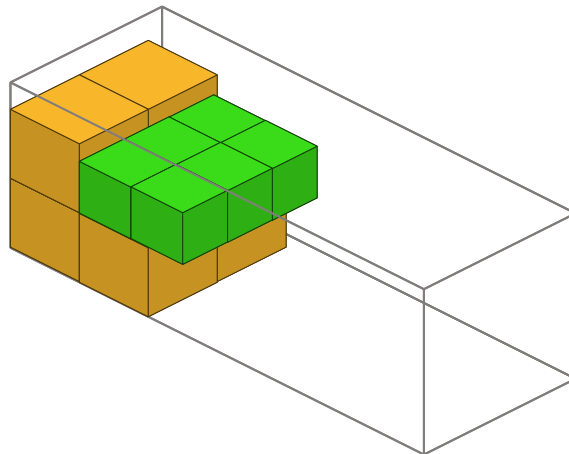


Figura 5: Ejemplo de una carga inestable.

Para facilitar la carga manual se considera de que todos los paquetes de un mismo tipo deben mantener la misma orientación, es decir que no se pueden colocar paquetes de un mismo tipo en diferentes orientaciones, por ejemplo en la Figura 6 se muestra un ejemplo de cómo no se deben colocar los paquetes, ya que dificultaría al operario seguir dicho procedimiento, además que aumentaría el riesgo de desperdiciar espacio o de que la carga sea inestable.

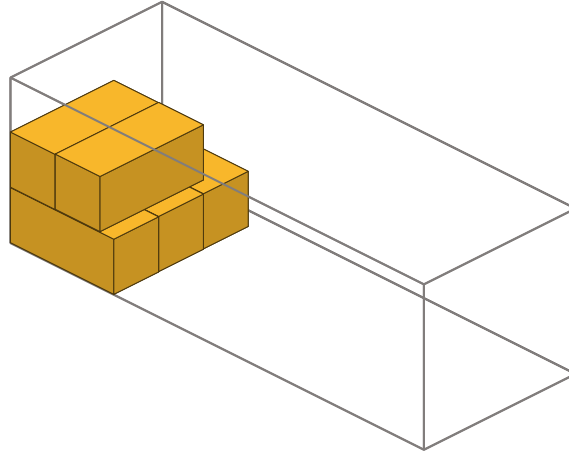


Figura 6: Ejemplo de cómo los paquetes de un mismo tipo tienen distinta orientación.

Muchas de las cajas están diseñadas para ser apiladas y soportar un gran peso encima siempre y cuando se respete la indicación de mantener una posición mirando hacia arriba, por lo que los paquetes solo pueden ser girados en un eje, por ejemplo en la Figura 7 se muestra un mismo tipo de paquete girado en un eje.

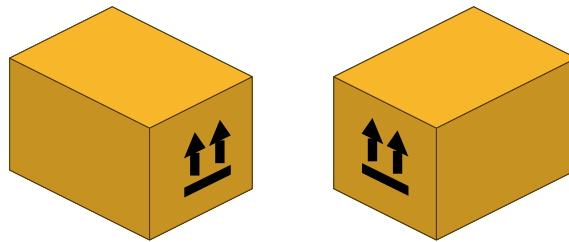


Figura 7: Ejemplo de cómo los paquetes de un mismo tipo pueden ser girados en un eje.

Para evitar la fatiga del operador de levantar los paquetes, la empresa suele usar cintas o bandas transportadoras, para aprovechar su uso, esto implica que los paquetes deben ser colocados en primer lugar lo más profundo posible del contenedor, es decir que los paquetes que están siendo cargados, deben ser colocados en la parte más alejada de la puerta del contenedor, de este modo también se evita que los paquetes obstruyan el ingreso del personal de carga al contenedor. En la Figura 8 se muestra un ejemplo de cómo se puede hacer uso de una cinta transportadora que desliza los paquetes hacia el fondo del contenedor, mientras el contenedor se va llenando la cinta se va moviendo en sentido contrario.

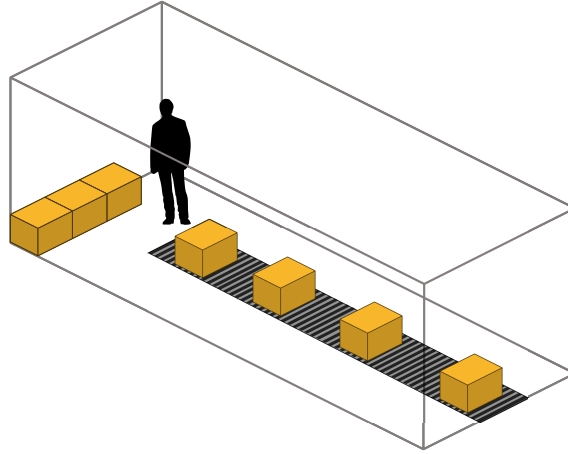


Figura 8: Ejemplo del uso de una cinta transportadora.

La empresa ha implementado un procedimiento específico para guiar a los operadores en la colocación de paquetes dentro del contenedor, con el objetivo de cumplir con todas las condiciones preestablecidas. No obstante, este procedimiento aún no está optimizado y no garantiza la disposición óptima de los paquetes, lo que conduce a una carga subóptima y al desperdicio de espacio.

El desafío que se enfrenta es conocer con anticipación la cantidad de paquetes por tipo que deben cargarse en el contenedor para poder proponer a los clientes incrementar la cantidad de productos en sus pedidos, así como definir el orden de carga y la rotación de cada tipo de paquete. El objetivo es lograr una disposición que no solo cumpla con las restricciones de espacio y los requerimientos del llenado manual, sino que también maximice la eficiencia en el uso del espacio y el valor económico de la carga transportada.

### 3.1. Definición formal del problema

El problema de la carga manual de paquetes en un contenedor se define formalmente de la siguiente manera:

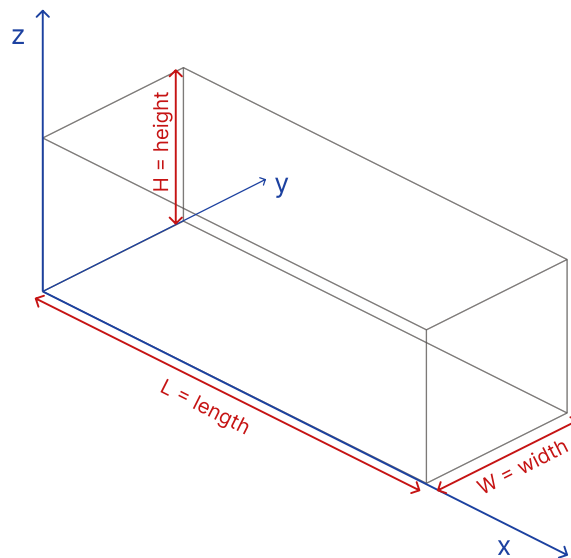


Figura 9: Contenedor con dimensiones  $W$ ,  $L$ ,  $H$

Siendo un contenedor una caja de forma rectangular, de ancho  $W$ , largo  $L$ , alto  $H$ , en la figura 9 se muestra un contenedor con sus dimensiones, y una capacidad de carga  $P$ , se tiene definido unos tipos de paquetes también de formas rectangulares  $t \in T = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ , donde cada tipo  $t$  posee ciertas dimensiones de ancho  $w_t$ , largo  $l_t$ , alto  $h_t$ , también posee un peso  $p_t$  y un valor  $v_t$ , además se conoce la cantidad deseada por un cliente de paquetes por cada tipo  $q_t$  que un contenedor puede tener.

En este problema, consideramos que  $W, L, H$  y  $P, w_t, l_t, h_t, p_t, q_t$  son enteros positivos, los cuales podrían ser representados en unidades de medida centímetros, milímetros, kilogramos, litros, entre otros.

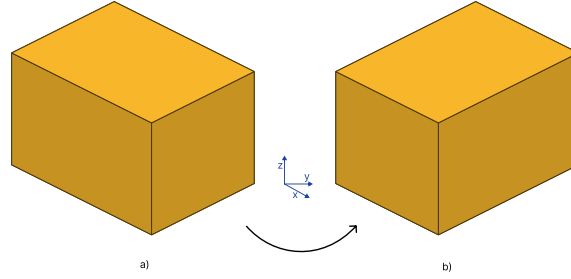


Figura 10: Rotación de un paquete en el eje  $x$

Se tienen restricciones de rotación debido al enfoque de carga manual, en el cual se establece que  $\forall r \in r_t, r \in \{0, 1\}, t \in T$  donde 0 representa que el tipo no se encuentra girado y 1 que el tipo está girado 90 grados en el eje  $x$ , esto se puede ver en la figura 10 a) sin rotación y b) con rotación. Esto implica que los anchos y largos pueden intercambiarse, mientras que la altura no puede ser modificada.

Por otro lado para facilitar la carga manual, se debe disponer de un orden de carga  $o_t$  para cada tipo  $t$ , donde  $o_t \in O = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ , que indica el orden en el que se debe cargar cada tipo de paquete en el contenedor.

El problema consiste en determinar la cantidad de paquetes por cada tipo a cargar  $\tilde{q}_t$  (la cual se encuentra en torno a la cantidad deseada por tipo,  $\tilde{q}_t q_t$ ) y el orden de carga de cada tipo  $o_t$  con determinada rotación  $r_t$ , de tal modo que se pueda obtener la disposición óptima de los paquetes en el contenedor, asegurando el cumplimiento de las restricciones relacionadas al espacio disponible. Además, se busca maximizar el costo de la carga y al mismo tiempo la utilización del espacio del contenedor.

### 3.2. Procedimiento de carga manual

Para estandarizar la carga manual y facilitar el modelado por ordenador, así como simplificar la labor del operador, se han establecido una serie de supuestos, restricciones y normas que deben seguirse para optimizar la carga de paquetes en el contenedor.

En relación con la definición del problema, se establecen las siguientes suposiciones acerca de los paquetes:

- Los paquetes son cajas de forma rectangular.
- Los paquetes pueden variar en tamaño, peso y valor.
- Los paquetes presentan tamaños y pesos razonables para ser cargados manualmente.

- Los paquetes que comparten el mismo tamaño, peso y valor estrictamente se consideran del mismo tipo.
- Dos paquetes pueden tener el mismo tamaño y peso pero distinto valor, lo que los convierte en tipos diferentes.
- El valor de un paquete no depende de su tamaño o peso, es decir que un paquete sea más grande y pesado que otro no implica que sea de mayor valor y viceversa.
- Los paquetes llegan al contenedor agrupados por tipo y en un orden específico.
- Los paquetes pueden apilarse unos sobre otros, independientemente de su tipo, pero se debe asegurar la estabilidad de la carga.
- Cada tipo de paquete tiene una cantidad fija deseada que debe ser cargada en el contenedor.
- Todos los paquetes de un mismo tipo deben mantener la misma orientación.
- Los grupos de paquetes llegan en bloques del mismo tipo o de forma secuencial, por ejemplo, a través de cintas transportadoras.

Las suposiciones relacionadas con el operario son las siguientes:

- Uno o varios operarios realizan la carga de los paquetes en el contenedor de forma manual.
- El operario recibe indicaciones previas sobre cómo cargar los paquetes en el contenedor, incluyendo el orden, la cantidad y la orientación de cada tipo de paquete.
- Las indicaciones también podrían especificar los espacios que deberán quedar vacíos en el contenedor, los cuales pueden ser llenados con material de relleno para evitar que los paquetes se muevan durante el transporte.
- Las indicaciones previas proporcionadas al operario son el resultado de la solución del problema de optimización de la carga.
- El objetivo del operario es seguir las indicaciones previas de manera eficiente y precisa, sin necesidad de tomar decisiones adicionales sobre la disposición de los paquetes.

El procedimiento de carga manual se basa en la combinación de las suposiciones, restricciones y reglas mencionadas anteriormente, con el objetivo de lograr una carga eficiente y organizada de los paquetes en el contenedor. Este procedimiento se implementa siguiendo una metodología específica que guía al operario en la colocación de los paquetes, asegurando que se cumplan todas las condiciones establecidas.

## 4. Simulación de llenado manual

Para resolver el problema de la carga manual de paquetes en un contenedor, esta sección presenta un procedimiento específico que incluye restricciones orientadas a facilitar la tarea del operador humano. Este método está diseñado para ser la forma más sencilla y eficiente de organizar los paquetes dentro del contenedor, con el fin de estandarizar el proceso de carga y minimizar la carga cognitiva del operador reduciendo la necesidad de tomar decisiones sobre la disposición de los paquetes. Este proceso actúa como un puente entre la solución de optimización y la intervención manual del operador, proporcionando instrucciones claras y precisas para una carga eficiente.

En las secciones siguientes, detallaremos cómo se efectúa la carga de los paquetes, las suposiciones y restricciones que se consideran, luego presentaremos el algoritmo de llenado manual. Este algoritmo se basa en el método **Deepest Bottom Left with Fill (DBLF)** propuesto por Karabulut y otros **karabulut2004hybrid**, el cual ha sido adaptado para cumplir con las restricciones de un llenado manual de contenedores.

### 4.1. Procedimiento de carga manual

Para estandarizar la carga manual y facilitar la simulación por computadora, así como simplificar el trabajo del operador, se han establecido una serie de supuestos, restricciones y reglas que deben seguirse para optimizar la carga de paquetes en el contenedor.

En relación con la definición del problema, se resume las siguientes suposiciones acerca de los paquetes:

- Los paquetes son cajas de forma rectangular.
- Los paquetes pueden variar en tamaño, peso y valor.
- Los paquetes presentan tamaños y pesos razonables para ser cargados manualmente.
- Los paquetes que comparten el mismo tamaño, peso y valor estrictamente se consideran del mismo tipo.
- Dos paquetes pueden tener el mismo tamaño y peso pero distinto valor, lo que los convierte en tipos diferentes.
- El valor de un paquete no depende de su tamaño o peso, es decir que un paquete sea más grande y pesado que otro no implica que sea de mayor valor y viceversa.
- Los paquetes llegan al contenedor agrupados por tipo y en un orden específico.
- Los paquetes pueden apilarse unos sobre otros, independientemente de su tipo, pero se debe asegurar la estabilidad de la carga.
- Cada tipo de paquete tiene una cantidad fija deseada que debe ser cargada en el contenedor.
- Todos los paquetes de un mismo tipo deben mantener la misma orientación.
- Los grupos de paquetes llegan en bloques del mismo tipo o de forma secuencial, por ejemplo, a través de cintas transportadoras.

Las suposiciones relacionadas con el operador humano son las siguientes:

- Uno o varios operadores humanos realizan la carga de los paquetes en el contenedor de forma manual.

- El operador humano recibe indicaciones previas sobre cómo cargar los paquetes en el contenedor, incluyendo el orden, la cantidad y la orientación de cada tipo de paquete.
- Las indicaciones también podrían especificar los espacios que deberán quedar vacíos en el contenedor, los cuales pueden ser llenados con material de relleno para evitar que los paquetes se muevan durante el transporte.
- Las indicaciones previas proporcionadas al operador humano son el resultado de la solución del problema de optimización de la carga.
- El objetivo del operador humano es seguir las indicaciones previas de manera eficiente y precisa, sin necesidad de tomar decisiones adicionales sobre la disposición de los paquetes.

El procedimiento de carga manual se basa en la combinación de las suposiciones, restricciones y reglas mencionadas anteriormente, con el objetivo de lograr una carga eficiente y organizada de los paquetes en el contenedor. Este procedimiento se implementa siguiendo una metodología específica que guía al operador humano en la colocación de los paquetes, asegurando que se cumplan todas las condiciones establecidas.

Para resolver esta primera parte problema, se propone un algoritmo de llenado manual que guía al operador humano en la colocación exacta de los paquetes en el contenedor, siguiendo un orden específico y respetando las restricciones de rotación y orientación de los paquetes.

## 4.2. Algoritmo de llenado manual

El algoritmo de llenado propuesto está basado en el método Deepest Bottom Left with Fill (DBLF) propuesto por Karabulut y otros [karabulut2004hybrid], cuyo uso se ha extendido y varios autores han realizado propuestas para mejorarlo o adaptarlo a determinados contextos por ejemplo Wang y otros [wang2010hybrid], Kang y otros. [kang2012hybrid]. El algoritmo propuesto en el presente trabajo está enfocado en cumplir las restricciones y adaptarse al contexto de una carga manual de paquetes en un contenedor.

La idea básica del algoritmo DBLF es que los paquetes comienzan a ser cargados en el contenedor de forma secuencial, se prioriza que el paquete se coloque en las siguientes posiciones:

- La posición más profunda del contenedor, que ayuda a llenar primero los espacios más alejados de la puerta y evitar obstaculizar el ingreso del operador humano al contenedor.
- La posición más baja del contenedor, se da naturalmente debido al efecto de la gravedad, un paquete no podría ser colocado en una posición alta si no se ha llenado primero las posiciones más bajas.
- La posición más a la izquierda del contenedor, aunque no es una restricción fuerte, podría usarse el criterio de priorizar la posición más a la derecha si se considera necesario, lo crucial es mantener la consistencia al elegir una de estas dos direcciones. Para el caso de este trabajo se ha elegido la posición más a la izquierda.

Al inicio del procedimiento un paquete se coloca en la posición más profunda, más baja y más a la izquierda del contenedor vacío, luego al colocar el paquete en el contenedor, el espacio restante se divide en tres nuevos subespacios, la parte superior, la parte lateral y la parte frontal, en la figura 11 se muestra de cómo se divide el espacio restante en el contenedor al colocar un paquete.

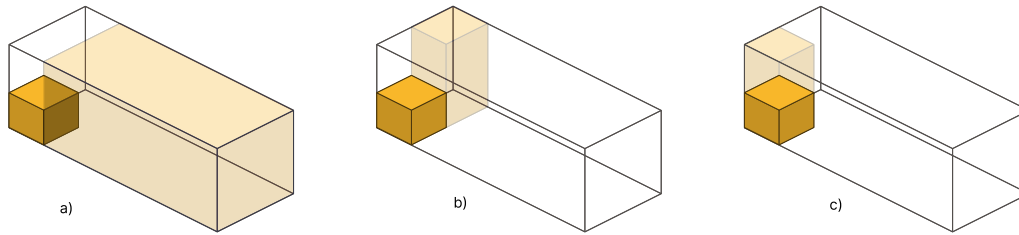


Figura 11: División del espacio restante en el contenedor al colocar un paquete. a) Subespacio frontal, b) Subespacio lateral, c) Subespacio superior.

Cada subespacio es considerado como un nuevo contenedor y se repite el proceso de colocar el siguiente paquete en uno de los subespacios creados. Para elegir el siguiente subespacio donde colocar el siguiente paquete, se usa el mismo criterio de priorización DBL, es decir, se elige el subespacio más profundo, más bajo y más a la izquierda, luego se coloca el paquete en dicho subespacio y se repite el proceso.

En la figura 12 se muestra un ejemplo de cómo se coloca un segundo paquete en el contenedor siguiendo el algoritmo DBLF.

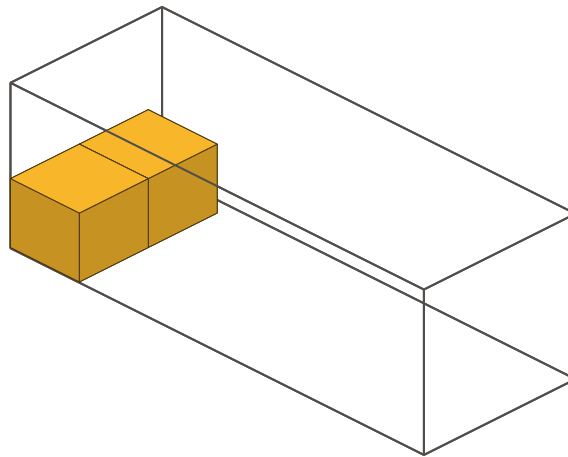


Figura 12: Ejemplo de colocación de un segundo paquete en el contenedor luego de elegir el último subespacio lateral.

Para este segundo paquete, se ha elegido el anterior subespacio lateral, el cual fué el subespacio más profundo, más bajo y más a la izquierda, siguiendo el criterio de priorización DBL, luego se coloca el paquete en dicho subespacio y se repite el proceso de dividir el espacio restante. Como resultado de esta subdivisión, se obtienen en este caso solamente dos subespacios, la parte superior y la parte lateral, ya que no queda espacio frontal para dividir. En la figura 13 se muestra estos dos nuevos subespacios.



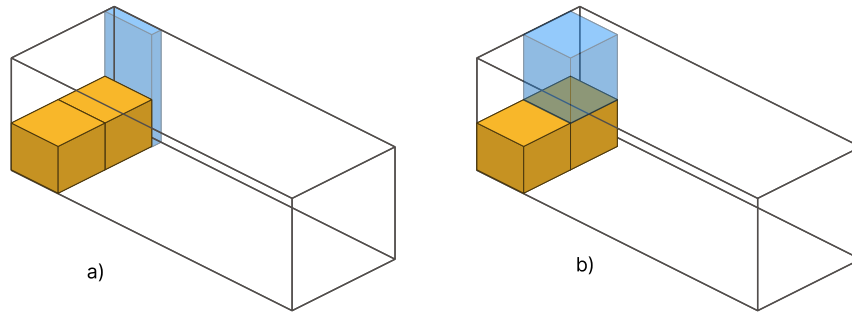


Figura 13: División del espacio restante en el contenedor al colocar un segundo paquete. a) Nuevo subespacio lateral, b) Nuevo subespacio superior.

Este procedimiento se repite hasta que se hayan colocado todos los paquetes en el contenedor o no se pueda colocar más paquetes debido a restricciones de espacio. En la figura 14 se muestra como este procedimiento se asemeja a un tipo de construcción de un muro el cuál es otro método de llenado de contenedores.

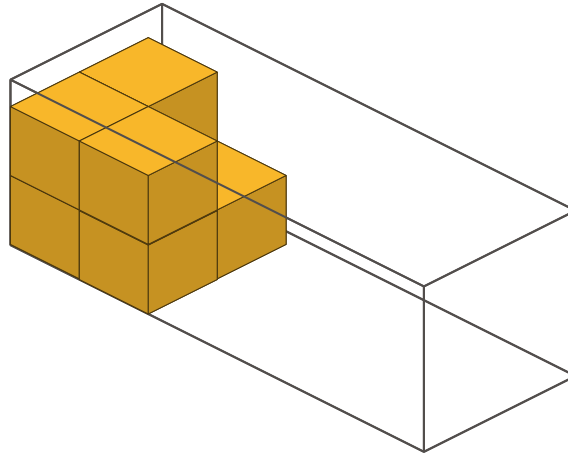


Figura 14: Ejemplo de colocación de más paquetes en el contenedor

El Algoritmo 1 muestra el procedimiento de llenado manual de paquetes en un contenedor basado en el algoritmo DBLF.

**Algoritmo 1** Algoritmo de llenado manual de paquetes en un contenedor

---

```

1: Paquetes  $\leftarrow$  lista de paquetes ordenados por tamaño
2: Inicialización: dblf  $\leftarrow$  lista inicializada con el espacio total del contenedor
3: Contenedor  $\leftarrow$  lista vacía para almacenar los paquetes colocados
4: for paquete  $\in$  Paquetes do
5:   SubespacioOptimo  $\leftarrow$  buscar el subespacio más adecuado en dblf
6:   if SubespacioOptimo  $\neq$  null then
7:     Contenedor.add(colocar(paquete, SubespacioOptimo))
8:     NuevosSubespacios  $\leftarrow$  dividir(SubespacioOptimo, paquete)
9:     dblf.remove(SubespacioOptimo)
10:    dblf.extend(NuevosSubespacios)
11:   else
12:     print "No se encontró espacio para el paquete."
13:   end if
14: end for
15: return Contenedor

```

---

El el Algoritmo 1, en la línea 1: se inicializa una lista llamada *Paquetes* que contiene los paquetes ordenados. Este orden será determinado previamente por el algoritmo de optimización genético, el cual se detallará en la próxima sección. En la línea 2: Se inicializa una lista llamada *dblf*, que representa los subespacios libres en el *Contenedor*. Inicialmente, esta lista contiene un único subespacio que es el contenedor entero. En la línea 3: Se crea una lista vacía llamada *Contenedor* donde se almacenarán la posición y tamaños de los paquetes que se vayan colocando. Para la parte del proceso de llenado, en la líneas 4: El ciclo for recorre cada paquete en la lista de paquetes. En la línea 5: Se busca en *dblf* el primer subespacio disponible que sea suficientemente grande para el paquete. La búsqueda tiene en cuenta que el subespacio debe ser el más profundo, más bajo y más a la izquierda posible donde el paquete pueda caber. En la línea 6: Si tiene una condicional por si se encuentra o no un subespacio adecuado. De continuar con el procedimiento En la línea 7: La función *colocar* ubica el *paquete* en la posición más profunda, más baja y más a la izquierda del *SubespacioOptimo* y devuelve la posición del paquete en el *Contenedor*, la función *add* agrega el valor devuelto a la lista *Contenedor*. En la línea 8: El subespacio original *SubespacioOptimo* donde se colocó el paquete se divide hasta en tres nuevos subespacios menores usando la función *dividir*. En la línea 9: se elimina el subespacio original *SubespacioOptimo* de *dblf* y en la línea 10: se agregan los nuevos subespacios a la lista *dblf*. En la línea 12: Si no se encuentra un subespacio adecuado para el paquete, se imprime un mensaje de error. Finalmente, en la línea 15: se retorna la lista *Contenedor* con los paquetes colocados.

En el contexto del llenado manual de contenedores, la propuesta de algoritmo presentado no es suficiente ya que no considera las restricciones propias de un llenado manual, por ejemplo un paquete más grande podría ser colocado encima de varios paquetes más pequeños. Por lo tanto se proponen mejoras al algoritmo DBLF para adaptarlo a las restricciones de un llenado manual de contenedores.

#### 4.2.1. Unión de subespacios

El primer cambio a considerar es la posibilidad que un paquete pueda ser colocado encima de otros paquetes, en el algoritmo DBLF presentado, un paquete no podía ser colocado encima de otro paquete debido a que los subespacios superiores están separados, por lo tanto se propone una estrategia de unión de subespacios similares. Por ejemplo en la figura 15 se muestra como se unen dos subespacios superiores para permitir que un paquete de otro tipo pueda ser colocado encima de otros paquetes.

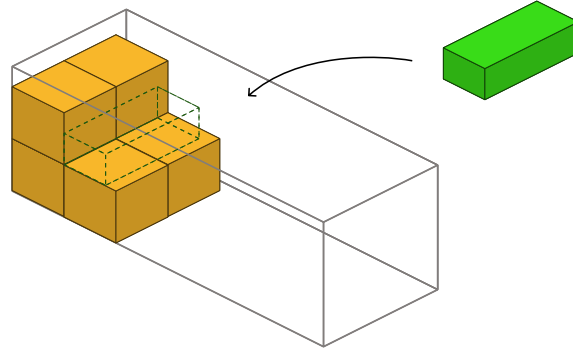


Figura 15: Ejemplo de unión de dos subespacios superiores para permitir que un paquete pueda ser colocado encima de otros paquetes.

Para realizar la unión de subespacios superiores, se propone un algoritmo de unión de subespacios que se detalla en el Algoritmo 2. Este algoritmo recibe como entrada la lista de subespacios disponibles y recorre dicha lista de atrás hacia adelante, buscando subespacios contiguos y similares para unirlos en un solo subespacio. El algoritmo se detiene cuando no se encuentran más subespacios para unir.

---

**Algoritmo 2** Algoritmo de unión de subespacios

---

```

1: Subespacios  $\leftarrow$  lista de subespacios disponibles
2:  $i \leftarrow$  longitud de Subespacios  $- 1$ 
3: while  $i > 0$  do
4:   if Subespacios[ $i$ ].esSimilar(Subespacios[ $i - 1$ ]) then
5:     Subespacios[ $i - 1$ ].unir(Subespacios[ $i$ ])
6:     Subespacios.remove(Subespacios[ $i$ ])
7:   end if
8:    $i \leftarrow i - 1$ 
9: end while
10: return Subespacios

```

---

En el Algoritmo 2, en la línea 1: se inicializa una lista llamada *Subespacios* que contiene los subespacios disponibles en el contenedor. En la línea 2: se inicializa una variable  $i$  con la longitud de la lista de subespacios menos uno, esto para iterar siempre el último con el anterior. En la línea 3: Se inicia un ciclo while que recorre la lista de subespacios desde el último hasta el primero. En la línea 4: Se verifica si el subespacio actual y el subespacio anterior son similares, es decir si comparten ciertas características de posición en el contenedor y tamaño. En la línea 5: Si los subespacios son similares, se unen en un solo subespacio y se elimina el subespacio actual de la lista. En la línea 6: Se decrementa el valor de  $i$  en uno. En la línea 8: Se retorna la lista de subespacios actualizada.

#### 4.2.2. Eliminación de subespacios inaccesibles

En el contexto del llenado manual un espacio se vuelve inaccesible cuando un operador no puede colocar un paquete en dicho espacio debido a que fue bloqueado por otro paquete, en la figura 16 se muestra un ejemplo de un subespacio inaccesible.

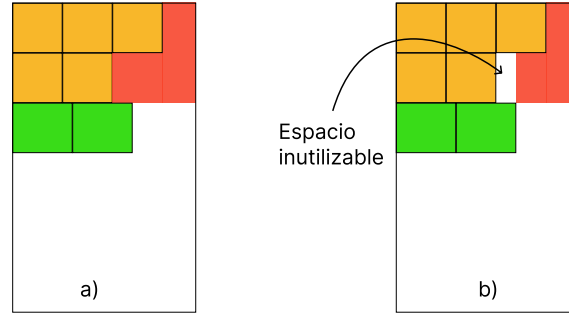


Figura 16: Ejemplo de un subespacio inaccesible.

La figura 16 muestra desde una perspectiva superior del contenedor, en a) espacios libres en rojo que ha sido bloqueado por un paquete verde colocado, en b) este espacio inaccesible no podrá ser utilizado en su totalidad y se partirá para que quede solo la parte accesible.

Para evitar que un subespacio inaccesible sea considerado en el proceso de llenado, se propone un algoritmo de eliminación de subespacios inaccesibles que se detalla en el Algoritmo 3. Este algoritmo recibe como entrada la lista de subespacios disponibles y recorre dicha lista desde el último hacia el primero, eliminando o recortando los subespacios inaccesibles.

---

**Algoritmo 3** Algoritmo de eliminación de subespacios inaccesibles

---

```

1: Subespacios  $\leftarrow$  lista de subespacios disponibles
2:  $i \leftarrow$  longitud de Subespacios - 1
3: while  $i > 0$  do
4:   if Subespacios[ $i$ ].esInaccesibleParcialmente() then
5:     Subespacios[ $i$ ].recortar()
6:   else if Subespacios[ $i$ ].esInaccesibleTotalmente() then
7:     Subespacios.remove(Subespacios[ $i$ ])
8:   end if
9:    $i \leftarrow i - 1$ 
10: end while
11: return Subespacios

```

---

En el Algoritmo 3, en la línea 1: se inicializa una lista llamada *Subespacios* que contiene los subespacios disponibles en el contenedor. En la línea 2: se inicializa una variable  $i$  con la longitud de la lista de subespacios menos uno, esto para iterar siempre desde el último ya que la lista podría ser modificada durante la ejecución del bucle. En la línea 3: Se inicia un ciclo while que recorre la lista de subespacios desde el último hasta el primero. En la línea 4: Se verifica si el subespacio actual es inaccesible parcialmente, es decir si un paquete bloquea parcialmente el subespacio. En la línea 5: Si el subespacio es inaccesible parcialmente, se recorta el subespacio para eliminar la parte inaccesible. En la línea 6: Se verifica si el subespacio actual es inaccesible totalmente, es decir si un paquete bloquea completamente el subespacio. En la línea 7: Si el subespacio es inaccesible totalmente, se elimina el subespacio de la lista. En la línea 8: Se decrementa el valor de  $i$  en uno. En la línea 10: Se retorna la lista de subespacios actualizada.

#### 4.2.3. Eliminación de subespacios profundos

Un espacio profundo se considera inaccesible cuando un operador no puede alcanzar dicho espacio usando sus brazos, en este caso la distancia máxima que una persona puede alcanzar con sus brazos es una constante a definir en el sistema ya que podría usarse un valor promedio que no resulte en

un esfuerzo excesivo para el operador humano. Una estrategia para evitar que un espacio profundo sea considerado en el proceso de llenado es recortar la parte posterior del espacio, en la figura 17 se muestra un ejemplo de un subespacio profundo.

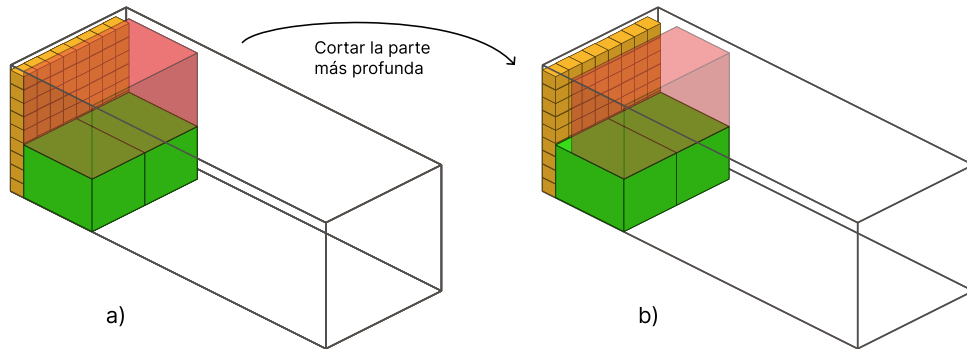


Figura 17: Ejemplo de un subespacio profundo.

La figura 17 muestra desde una perspectiva lateral del contenedor, en a) un espacio profundo en rojo, en b) este espacio profundo ha sido recortado para solo ser considerado la parte frontal accesible.

Para evitar que un subespacio profundo sea considerado en el proceso de llenado, se propone un algoritmo que se detalla en el Algoritmo 4. Este algoritmo recibe como entrada la posición de la caja más cercana a la puerta del contenedor para calcular la posición máxima que un operador puede alcanzar con sus manos, y también recibe la lista de subespacios disponibles, recorre dicha lista desde el último hacia el primero, eliminando o recortando los subespacios profundos.

---

**Algoritmo 4** Algoritmo de eliminación de subespacios profundos

---

```

1: Subespacios  $\leftarrow$  lista de subespacios disponibles
2: PosicionCajaMasCercana  $\leftarrow$  posición de la caja más cercana a la puerta
3: PosicionMaxima  $\leftarrow$  posición máxima que un operador puede alcanzar
4:  $i \leftarrow$  longitud de Subespacios - 1
5: while  $i > 0$  do
6:   if Subespacios[ $i$ ].esProfundoParcialmente(PosicionMaxima) then
7:     Subespacios[ $i$ ].recortar()
8:   else if Subespacios[ $i$ ].esProfundoTotalmente(PosicionMaxima) then
9:     Subespacios.remove(Subespacios[ $i$ ])
10:  end if
11:   $i \leftarrow i - 1$ 
12: end while
13: return Subespacios

```

---

En el Algoritmo 4, en la línea 1: se inicializa una lista llamada *Subespacios* que contiene los subespacios disponibles en el contenedor. En la línea 2: se inicializa una variable *PosicionCajaMasCercana* con la posición de la caja más cercana a la puerta del contenedor contando el largo de la caja, el cuál daría el punto más cercano a la puerta del contenedor. En la línea 3: se inicializa una variable *PosicionMaxima* con la posición máxima que un operador puede alcanzar con sus brazos, se calcula usando el punto más cercano a la puerta del contenedor menos la distancia establecida que los brazos de un operador puede alcanzar. En la línea 4: se inicializa una variable  $i$  con la longitud de la lista de subespacios menos uno, esto para iterar siempre desde el último ya que la lista podría ser modificada durante la ejecución del bucle. En la línea 5: Se inicia un ciclo while que recorre la lista de subespacios desde el último hasta el primero. En la línea 6: Se verifica si el subespacio actual es profundo parcialmente. En la línea 7: Si el subespacio es profundo parcialmente, se recorta

el subespacio para eliminar la parte profunda y se mantiene la parte más frontal accesible. En la línea 8: Se verifica si el subespacio actual es profundo totalmente. En la línea 9: Si el subespacio es profundo totalmente, se elimina el subespacio completamente de la lista. En la línea 10: Se decrementa el valor de  $i$  en uno. En la línea 12: Se retorna la lista de subespacios actualizada.

#### 4.2.4. Algoritmo de llenado manual adaptado

El Algoritmo 5 muestra el procedimiento de llenado manual de paquetes en un contenedor considerando que los paquetes se reciben por tipos además usando las estrategias de unión de subespacios, eliminación de subespacios inaccesibles y eliminación de subespacios profundos.

---

##### Algoritmo 5 Algoritmo de llenado manual de paquetes en un contenedor adaptado

---

```

1: Parámetros:  $Tipos \leftarrow$  lista de tipos de paquetes
2: Inicialización:  $dblf \leftarrow$  lista inicializada con el espacio total del contenedor
3:  $Contenedor \leftarrow$  lista vacía para almacenar los paquetes colocados
4: for  $tipo \in Tipos$  do
5:   for  $i \leftarrow 1$  to  $tipo.cantidad$  do
6:      $SubespacioOptimo \leftarrow$  buscar el subespacio más adecuado en  $dblf$ 
7:     if  $SubespacioOptimo \neq \text{null}$  then
8:        $Contenedor.add(colocar(tipo, SubespacioOptimo))$ 
9:        $NuevosSubespacios \leftarrow dividir(SubespacioOptimo, tipo)$ 
10:       $dblf.remove(SubespacioOptimo)$ 
11:       $dblf.extend(NuevosSubespacios)$ 
12:     else
13:       print "No se encontró espacio para el paquete."
14:     end if
15:   end for
16:    $dblf \leftarrow unirSubespacios(dbfl)$ 
17:    $dblf \leftarrow eliminarSubespaciosInaccesibles(dbfl)$ 
18:    $dblf \leftarrow eliminarSubespaciosProfundos(dbfl)$ 
19: end for
20: return  $Contenedor$ 

```

---

En el Algoritmo 5, en la línea 1: se recibe una lista llamada  $Tipos$  que contiene los tipos de paquetes cuya información incluye el tamaño, rotación y cantidad de paquetes. En la línea 2: Se inicializa una lista llamada  $dblf$ , que representa los subespacios libres en el  $Contenedor$ . Inicialmente, esta lista contiene un único subespacio que es el contenedor entero. En la línea 3: Se crea una lista vacía llamada  $Contenedor$  donde se almacenarán la posición y tamaños de los paquetes que se vayan colocando. Para la parte del proceso de llenado, en la línea 4: El ciclo for recorre cada tipo de paquete en la lista de tipos. En la línea 5: Se inicia un ciclo for que recorre la cantidad de paquetes por tipo. En la línea 6: Se busca en  $dblf$  el primer subespacio disponible que sea suficientemente grande para el paquete. La búsqueda tiene en cuenta que el subespacio debe ser el más profundo, más bajo y más a la izquierda posible donde el paquete pueda caber. En la línea 7: Si tiene una condicional por si se encuentra o no un subespacio adecuado. De continuar con el procedimiento En la línea 8: La función  $colocar$  ubica el  $tipo$  en la posición más profunda, más baja y más a la izquierda del  $SubespacioOptimo$  y devuelve la posición del paquete en el  $Contenedor$ , la función  $add$  agrega el valor devuelto a la lista  $Contenedor$ . En la línea 9: El subespacio original  $SubespacioOptimo$  donde se colocó el paquete se divide hasta en tres nuevos subespacios menores usando la función  $dividir$ . En la línea 10: se elimina el subespacio original  $SubespacioOptimo$  de  $dblf$  y en la línea 11: se agregan los nuevos subespacios a la lista  $dblf$ . En la línea 16: Se unen los subespacios similares en  $dblf$  usando la función  $unirSubespacios$ . En la línea 17: Se eliminan los subespacios inaccesibles en  $dblf$  usando la función  $eliminarSubespaciosInaccesibles$ . En la línea 18: Se eliminan los subespacios profundos en  $dblf$  usando la función  $eliminarSubespaciosProfundos$ .

En la línea 20: Se retorna la lista *Contenedor* con los paquetes colocados.

### 4.3. Conclusiones

En este capítulo se ha detallado la problemática, también se ha descrito una propuesta de solución, se ha especificado las restricciones, reglas y suposiciones para el problema, formulando una representación matemática, así como una propuesta de algoritmo de llenado manual basado en el método Deepest Bottom Left with Fill (DBLF) adaptado a las restricciones de un llenado manual de contenedores. Se han propuesto mejoras al algoritmo DBLF, como la unión de subespacios, la eliminación de subespacios inaccesibles y la eliminación de subespacios profundos, para adaptarlo a las restricciones de un llenado manual de contenedores.

En el siguiente capítulo se presentará un algoritmo de optimización genético para resolver el problema de optimización de la carga manual de paquetes en un contenedor, considerando las restricciones de espacio del contenedor, así como las restricciones de rotación y orientación de los paquetes.

## 5. Metaheurística

### 5.1. Codificación de soluciones

Existen diferentes maneras de codificar las soluciones para el problema de llenado de contenedores. Algunos de los más interesantes son por ejemplo Bortfeldt y otros [GEHRING1997401] que propusieron una codificación basada en dos listas de igual longitud, la primera representa la secuencia de llenado de los paquetes y la segunda indica la rotación de cada paquete. De manera similar Xianbo y otros [2] propusieron el uso de la primera lista como la secuencia de llenado de cada tipo de paquete y la segunda como la rotación de cada tipo de paquete.

Sin embargo, para las restricciones en nuestro problema, estas codificaciones no son adecuadas ya que necesitamos considerar que las cantidades de un tipo de paquete no son fijas sino que pueden variar de un rango mínimo a un máximo. Por lo tanto, proponemos una codificación basada en 3 listas de igual longitud, la primera lista representa la secuencia de llenado de cada tipo de paquete, la segunda lista indica la rotación de cada tipo de paquete y la tercera lista indica la cantidad de paquetes de cada tipo que se llenan en el contenedor.

Por ejemplo, si tenemos 4 tipos de paquetes  $T = \{1, 2, 3, 4\}$ , todos los tipos con un mínimo de 0 paquetes y el tipo 1 con un máximo de 10 paquetes  $q_1 \in [0, 10]$ , el tipo 2 con un máximo de 30 paquetes  $q_2 \in [0, 30]$ , el tipo 3 con un máximo de 20 paquetes  $q_3 \in [0, 20]$  y el tipo 4 con un máximo de 22 paquetes  $q_4 \in [0, 22]$ , una solución factible para el problema de llenado de contenedores podría ser la siguiente:

Tipo	2	1	4	3
Rotación	0	1	1	0
Cantidad	27	10	18	13

Figura 18: Codificación de una solución con 4 tipos de cajas

La primera lista indica que el tipo 2 se llena primero, luego el tipo 1 seguido del tipo 4, y finalmente el tipo 3. La segunda lista indica que el tipo 2 no se rota, el tipo 1 se rota, el tipo 4 se rota y el tipo 3 no se rota. La tercera lista indica que se llenan 27 paquetes del tipo 2, 10 paquetes del tipo 1, 18 paquetes del tipo 4 y 13 paquetes del tipo 3. En la Figura 2 se muestran dos ejemplos adicionales sobre cómo se usa la codificación propuesta para representar soluciones para el problema.

Estas tres listas son necesarias para el algoritmo de llenado presentado en la sección 2, el cuál se encargará de llenar el contenedor de forma determinista y de acuerdo a las restricciones del problema, es decir dada una lista siempre se llenará el contenedor de una única manera. Una vez que el contenedor se ha llenado y si aún quedan paquetes por llenar se irán descartando los paquetes que ya no caben lo que implica actualizar o corregir la lista de cantidades de paquetes de cada tipo, de este modo se garantiza que la solución sea factible.

Otra ventaja de esta codificación es la flexibilidad que ofrece para adaptar el problema a diferentes restricciones, por ejemplo si se desea considerar una cantidad fija de paquetes de un tipo, simplemente se puede fijar el mínimo y el máximo de ese tipo de paquete. De igual manera, la estructura soporta si se desea considerar otros tipos de rotaciones, además de las consideradas en el presente trabajo.

Este tipo de codificación permite representar soluciones factibles para el problema de llenado de contenedores, ya que considera la cantidad de paquetes de cada tipo que se llenan en el contenedor. Además, esta codificación es fácil de implementar y de entender, lo que facilita la implementación



del algoritmo de llenado y del algoritmo de optimización para resolver el problema.

## 5.2. Población inicial

Para generar la población inicial se propone un mecanismo simple de generación de soluciones aleatorias. Dado un conjunto de tipos de paquetes  $T = \{1, 2, \dots, n\}$ , donde cada tipo de paquete  $t_i \in T$  tiene un mínimo y un máximo de paquetes a insertar en el contenedor  $t_i \in [t_i^{\min}, t_i^{\max}]$ , se generan soluciones aleatorias de la siguiente manera:

1. Se selecciona aleatoriamente un tipo de paquete  $t_i \in T$ .
2. Se selecciona aleatoriamente un tipo de rotación  $r_i \in R, R \in \{0, 1\}$ .
3. Se selecciona aleatoriamente una cantidad de paquetes  $q_i \in [t_i^{\min}, t_i^{\max}]$ .
4. Se repiten los pasos 1 al 3 hasta que se hayan seleccionado todos los tipos de paquetes.
5. Se repiten los pasos 1 al 4 hasta que se hayan generado  $N$  soluciones.

El algoritmo de generación de la población inicial se muestra en el Algoritmo 6. En este algoritmo,  $T$  es el conjunto de tipos de paquetes,  $R$  es el conjunto de rotaciones,  $N$  es el tamaño de la población,  $t_i^{\min}$  y  $t_i^{\max}$  son el mínimo y el máximo de paquetes de cada tipo, respectivamente, y  $P$  es la población inicial.

---

### Algoritmo 6 Generación de la población inicial

---

**Require:**  $T, R, N, t_i^{\min}, t_i^{\max}$

**Ensure:**  $P$

```

1:  $P \leftarrow \emptyset$ 
2: for  $i = 1$  to  $N$  do
3:    $S \leftarrow \emptyset$ 
4:   for each  $t_i \in T$  do
5:      $r_i \leftarrow$  rotación aleatoria de  $t_i$ 
6:      $q_i \leftarrow$  cantidad aleatoria de paquetes de  $t_i$ 
7:      $S \leftarrow S \cup \{(t_i, r_i, q_i)\}$ 
8:   end for
9:    $P \leftarrow P \cup \{S\}$ 
10: end for
11: return  $P$ 

```

---

De esta manera, se generan soluciones aleatorias que cumplen con las restricciones del problema, es decir, se garantiza que la cantidad de paquetes de cada tipo que se insertan en el contenedor esté dentro del rango definido por el mínimo y el máximo de paquetes de cada tipo. Además, se garantiza que la cantidad de paquetes de cada tipo que se insertan en el contenedor sea un número entero.

## 5.3. Selección

Para seleccionar las soluciones que se utilizarán en cada generación del algoritmo evolutivo, se propone un mecanismo de selección basado en el método de torneo usando un tamaño de torneo de 2, también conocido como torneo binario. Anand y otros [3] lo describen como uno de los más eficientes métodos de selección para algoritmos evolutivos. Para usar el método de torneo binario,

se seleccionan aleatoriamente dos soluciones de la población y se selecciona la mejor solución de las dos. Este proceso se lleva a cabo junto con el operador de cruce para lo cual cada padre se selecciona mediante un torneo binario.

En el Algoritmo 7,  $P$  es la población,  $N$  es el tamaño de la población,  $P1$  y  $P2$  son los padres seleccionados.

---

**Algoritmo 7** Selección de padres
 

---

**Require:**  $P, N$

**Ensure:**  $P1, P2$

```

1:  $P1 \leftarrow$  solución aleatoria de  $P$ 
2:  $P2 \leftarrow$  solución aleatoria de  $P$ 
3: for  $i = 1$  to  $N$  do
4:    $S1 \leftarrow$  solución aleatoria de  $P$ 
5:    $S2 \leftarrow$  solución aleatoria de  $P - S1$ 
6:   if  $S1 \not\prec P1$  then
7:      $P1 \leftarrow S1$ 
8:   end if
9:    $S3 \leftarrow$  solución aleatoria de  $P$ 
10:   $S4 \leftarrow$  solución aleatoria de  $P - S3$ 
11:  if  $S3 \not\prec P2$  then
12:     $P2 \leftarrow S3$ 
13:  end if
14: end for
15: return  $P1, P2$ 

```

---

De esta manera, se generan dos listas de padres que se utilizarán en el operador de cruce para generar una nueva población. Este método de selección procura que siempre se tienda a seleccionar soluciones mejores aunque tampoco se descartan soluciones peores, lo que permite mantener la diversidad en la población.

#### 5.4. Cruce

Como resultado de la selección de padres, se generan dos listas de padres que se utilizarán en el operador de cruce para generar una nueva población. Para el operador de cruce se propone un mecanismo de cruce basado en el cruce de un punto. Según **Umbarkar2015**, para este tipo de operador, se selecciona un punto aleatorio en la solución y se intercambian las partes de las dos soluciones que están a la izquierda y a la derecha del punto. Este operador de cruce es simple y fácil de implementar, y se ha demostrado que es eficiente para resolver problemas de optimización combinatoria.

Cabe mencionar que el operador de cruce se aplica a una proporción de la población, dependiendo de la tasa de cruce  $P_{CROSS}$ , que se define como la probabilidad de que dos soluciones seleccionadas se crucen. De esta manera, se garantiza que la población se mantenga diversa y que se generen nuevas soluciones que puedan ser mejores que las soluciones actuales.

En el Algoritmo 8,  $P1$  y  $P2$  son los padres seleccionados,  $C1$  y  $C2$  son los hijos generados,  $N$  es el tamaño de la población y  $T$  es el conjunto de tipos de paquetes.

---

**Algoritmo 8** Cruce de padres genérico

---

**Require:**  $P1, P2, N, T$ **Ensure:**  $C1, C2$ 

```

1:  $C1 \leftarrow \emptyset$ 
2:  $C2 \leftarrow \emptyset$ 
3:  $p \leftarrow$  punto aleatorio en la solución
4: for  $i = 1$  to  $N$  do
5:   if  $i \leq p$  then
6:      $C1 \leftarrow C1 \cup P1[i]$ 
7:      $C2 \leftarrow C2 \cup P2[i]$ 
8:   else
9:      $C1 \leftarrow C1 \cup P2[i]$ 
10:     $C2 \leftarrow C2 \cup P1[i]$ 
11:   end if
12: end for
13: return  $C1, C2$ 

```

---

Aunque este algoritmo de cruce es genérico y aplicado a muchos tipos de problemas, se puede adaptar para el problema de llenado de contenedores y para considerar la codificación propuesta en la sección 5.1. ya que realizar el cruzamiento simple podría generar soluciones que no sean factibles, por ejemplo repitiendo un tipo de paquete que ya se ha llenado en el contenedor. Por lo tanto, se propone un mecanismo de cruce que garantice que las soluciones generadas sean factibles. Para ello, se propone usar la primera partición de la solución de un padre y completar la solución con tipos de paquetes que no se han seleccionado en la primera partición. De esta manera, se garantiza que la solución generada sea factible y que contenga todos los tipos de paquetes.

Entonces, el algoritmo de cruce se modifica de la siguiente manera:

---

**Algoritmo 9** Cruce de padres propuesto

---

**Require:**  $P1, P2, N, T$ **Ensure:**  $C1, C2$ 

```

1:  $C1 \leftarrow \emptyset$ 
2:  $C2 \leftarrow \emptyset$ 
3:  $p \leftarrow$  punto aleatorio en la solución
4: for  $i = 1$  to  $N$  do
5:   if  $i \leq p$  then
6:      $C1 \leftarrow C1 \cup P1[i]$ 
7:      $C2 \leftarrow C2 \cup P2[i]$ 
8:   else
9:     for each  $t_i \in T$  do
10:      if  $C1$  no contiene  $P2[i]$  then
11:         $C1 \leftarrow C1 \cup P2[i]$ 
12:      end if
13:      if  $C2$  no contiene  $P1[i]$  then
14:         $C2 \leftarrow C2 \cup P1[i]$ 
15:      end if
16:    end for
17:   end if
18: end for
19: return  $C1, C2$ 

```

---

De esta manera, se garantiza que las soluciones generadas sean factibles y que contengan todos los tipos de paquetes. Además, se garantiza que las soluciones generadas sean diferentes a las soluciones

de los padres, lo que permite mantener la diversidad en la población.

## 5.5. Mutación

Según **Dockhorn2022**, la mutación consiste en aplicar pequeños cambios a las soluciones candidatas para tratar de explorar nuevas regiones locales del espacio de búsqueda. Para el presente problema, ya que codificación propuesta consta de tres listas, se propone también tres operadores de mutación, uno para cada lista. El primer tipo de mutación intercambia dos tipos de paquetes en la secuencia de llenado, el segundo tipo de mutación cambia la rotación de un tipo de paquete y el tercer tipo de mutación cambia la cantidad de paquetes de un tipo de paquete.

El algoritmo de mutación se muestra en el Algoritmo 10. En este algoritmo,  $S$  es la solución a mutar,  $T$  es el conjunto de tipos de paquetes,  $R$  es el conjunto de rotaciones,  $t_i^{\min}$  y  $t_i^{\max}$  son el mínimo y el máximo de paquetes de cada tipo, respectivamente, y  $S'$  es la solución mutada.

---

### Algoritmo 10 Mutación de soluciones

---

**Require:**  $S, T, R, t_i^{\min}, t_i^{\max}$

**Ensure:**  $S'$

```

1:  $S' \leftarrow S$ 
2:  $r \leftarrow$  número aleatorio entre 1 y 3
3: if  $r = 1$  then
4:    $i, j \leftarrow$  dos números aleatorios entre 1 y  $|T|$ 
5:    $S'[i], S'[j] \leftarrow S'[j], S'[i]$ 
6: else if  $r = 2$  then
7:    $i \leftarrow$  número aleatorio entre 1 y  $|T|$ 
8:    $S'[i] \leftarrow$  rotación aleatoria de  $T[i]$ 
9: else if  $r = 3$  then
10:   $i \leftarrow$  número aleatorio entre 1 y  $|T|$ 
11:   $q \leftarrow$  cantidad aleatoria de paquetes de  $T[i]$ 
12:   $S'[i] \leftarrow q$ 
13: end if
14: return  $S'$ 

```

---

## 5.6. Elitismo

Según **Hasni2013**, el principio del elitismo consiste en mantener las mejores soluciones de una generación a la siguiente, lo que permite garantizar que siempre se mantenga la mejor solución encontrada hasta el momento, ya que los operadores de cruce y mutación pueden generar soluciones las cuales no sean mejores que las soluciones actuales, en dicho caso se reemplazan el mejor individuo de la generación anterior por el peor individuo de la generación actual.

## **6. Estudio experimental**

### **6.1. Datos de prueba**

### **6.2. Diseño del experimento**

### **6.3. Resultados y análisis**

## 7. Conclusiones

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

## A. Appendix I

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

## B. Appendix II

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.