Aula 6

6 Dia 6: Operações em funções - tomada II

Exercício 6.1. Uma função $f(x)$ é chamada de *par* se satisfaz

$$f(x) = f(-x) \quad \text{para todo } x,$$

e ela é chamada de *ímpar* se satisfaz

$$f(x) = -f(-x), \quad \text{para todo } x.$$

Decida se cada uma das funções abaixo é par ou ímpar.

(a) $\operatorname{sen}(x)$

(b) $\cos(x)$

(c) $\operatorname{sen}(x) + \cos(x)$

(d) $x^3 + x$

(e) $x^2 + 1$

(f) e^x

(g) e^{-x^2}

(h) $x + \operatorname{sen}(x)$

Exercício 6.2. Compondo numericamente. Complete a tabela abaixo com valores para as funções f, g e h, dado que:

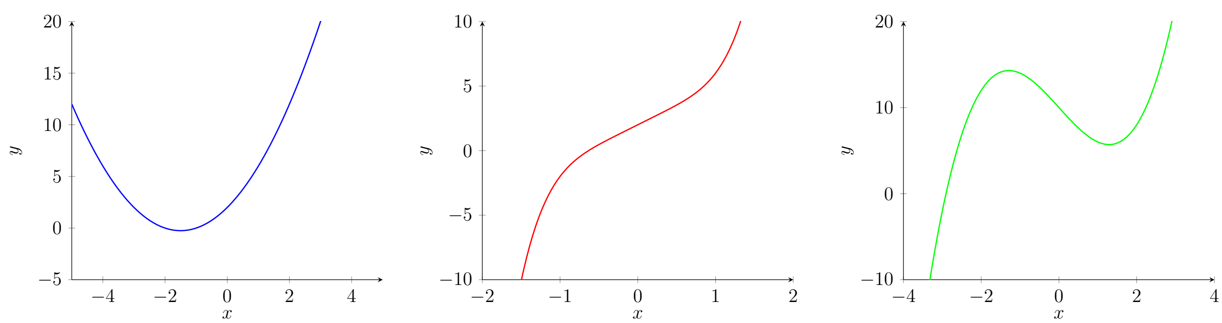
(i) f é uma função par

(ii) g é uma função ímpar

(iii) h é a composição $h(x) = g\big(f(x)\big)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	2	2	0			
$g(x)$	0	2	2	0			
$h(x)$							

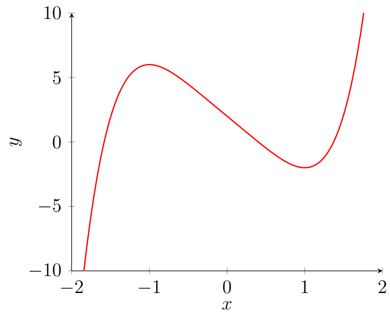
Exercício 6.3. Considere o gráfico das seguintes funções



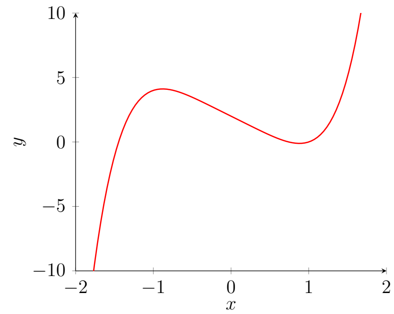
(a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ (b) $g(x) = x^5 + 3x + 2$ (c) $h(x) = x^3 - 5x + 10$

Olhando somente para esses gráficos, decida se cada uma dessas funções é invertível.

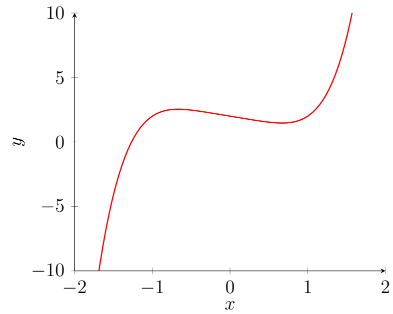
Exercício 6.4. Na figura seguinte são mostrados vários gráficos, correspondentes à função $f(x) = x^5 + ax + 2$, para vários valores do parâmetro $a > 0$.



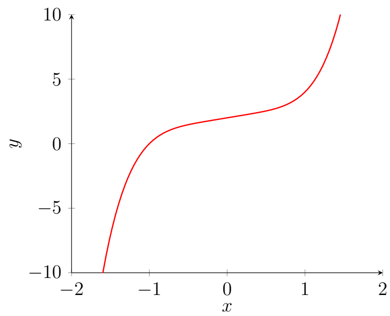
(d) $g(x) = x^5 - 5x + 2$



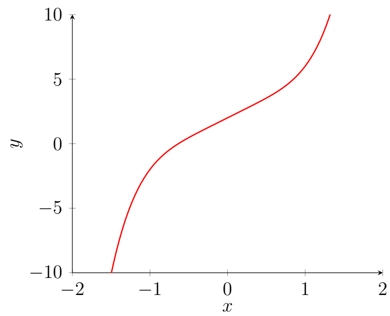
(e) $g(x) = x^5 - 3x + 2$



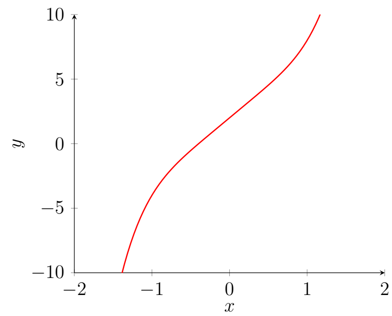
(f) $g(x) = x^5 - x + 2$



(g) $g(x) = x^5 + x + 2$



(h) $g(x) = x^5 + 3x + 2$



(i) $g(x) = x^5 + 5x + 2$

(a) Quais desses gráficos correspondem à funções invertíveis?

(b) Manualmente, desenhe várias retas tangentes à esses gráficos. O que você observa sobre a inclinação da reta tangente em cada um dos casos?

Exercício 6.5. Durante este exercício, calculamos seno e cosseno em decimais, o que nos dá aproximações. Apenas como referência, os valores exatos correspondentes são

$$0.50 = \frac{1}{2}, \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87.$$

Este problema introduz as funções arco-cosseno (ou cosseno inverso) $\arccos(x)$ e arco-seno (ou seno inverso) $\operatorname{arcsen}(x)$, denotada por $\cos^{-1}$ na maioria das calculadoras.

(a) A função $\arccos(x)$ tem a seguinte interpretação:

$\arccos(x) = y$ *significa que* y *é o ângulo cujo cosseno tem valor* x *(em radianos).*

Complete a seguinte sentença:

$\operatorname{arcsen}(w) = t$ significa...

(b) Complete a tabela abaixo.

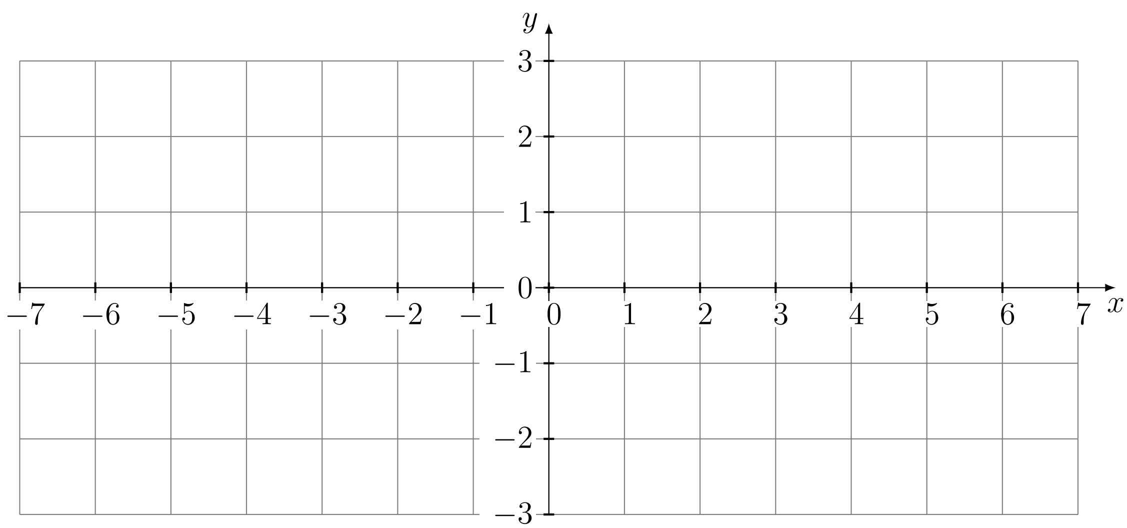
x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$					0	0.50	0.71	0.87	1.00
$\cos(x)$					1.00	0.87	0.71	0.50	0

(c) Usando a tabela do item (b), complete a tabela abaixo.

x	0.71	0	1.00	0.50	0.87
$\arcsin(x)$					
$\arccos(x)$					

Você percebe alguma inconsistência em $\arccos(x)$? Qual deve ser o domínio de definição de $\arccos(x)$?

(d) Baseado nos pontos que você calculou em (c), e no domínio que estabeleceu para $\arccos(x)$, esboce o gráfico de $\arccos x$ e $\operatorname{arcsen} x$ no eixo abaixo.



Exercício 6.6. ***Refrigerante com sabor de bacon*.** Bill é dono de uma pequena empresa de refrigerantes e está experimentando novos sabores. Seja $b(p)$ o número de milhares de garrafas de refrigerante com sabor de bacon vendidas por sua empresa por mês se ele cobrar p centavos por garrafa.

(a) Qual das seguintes fórmulas é correta para expressar uma função $h(d)$ que fornece o número de milhares de garrafas vendidas por mês a um preço de d reais por garrafa? (Circule sua resposta.)

$$h(d) = 100b(d), \qquad h(d) = \frac{b(d)}{100}, \qquad h(d) = b(100d), \qquad h(d) = b\left(\frac{d}{100}\right).$$

(b) Escreva uma frase que forneça uma interpretação prática da afirmação $b^{-1}(8) = 150$. Sua frase não deve conter termos matemáticos.

(c) Escreva uma expressão que seja igual ao preço (em centavos) que a empresa teria que cobrar por garrafa para vender o dobro de garrafas de refrigerante com sabor de bacon do que vende a um preço de 125 centavos por garrafa.