

Aula 4

4 Dia 4: Funções trigonométricas

Exercício 4.1. Identifique cada um dos gráficos abaixo com as seguintes funções.

(a) $f(x) = 2 \cos x$

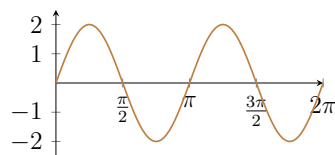
(d) $q(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

(b) $g(x) = -\frac{1}{2} \sin(2x)$

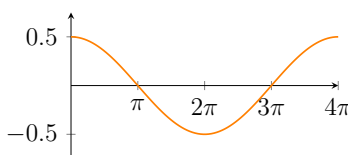
(e) $p(x) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

(c) $h(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

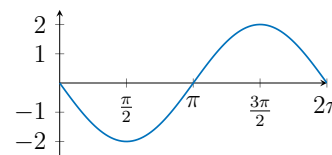
(f) $r(x) = -2 \sin(2x + \pi)$



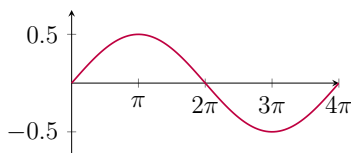
(a)



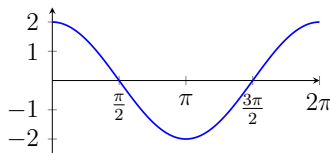
(b)



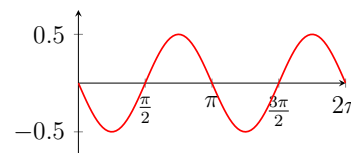
(c)



(d)



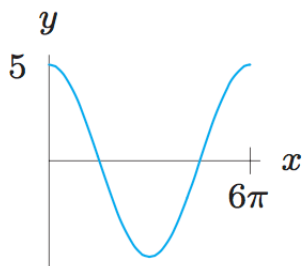
(e)



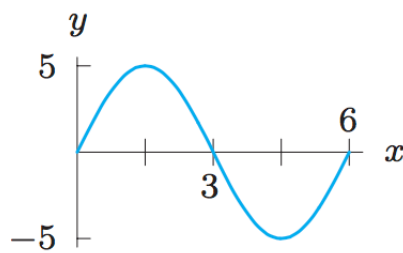
(f)

Figure 1: Gráficos das funções sinusoidais para o Exercício 4.1.

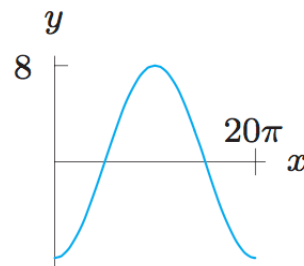
Exercício 4.2. Encontre uma fórmula possível para cada um dos gráficos abaixo.



(a)



(b)



(c)

Exercício 4.3. The Walking Dead 2. Depois de algum tempo, observou-se que a longo prazo a população de zumbis em São Carlos não explodiu, mas começou a oscilar sinusoidalmente entre um mínimo de 1.1 mil no dia 1 de janeiro e um máximo de 4.4 mil no dia 1 de julho. Seja $Z(t)$ a população, em milhares, de zumbis em São Carlos t meses desde o dia 1 de janeiro de 2025.

- (a) No eixo mostrado na Figura 2, faça o gráfico da função $Z(t)$, mostrando pelo menos um período completo. Certifique-se de que as características importantes do gráfico estejam claras.

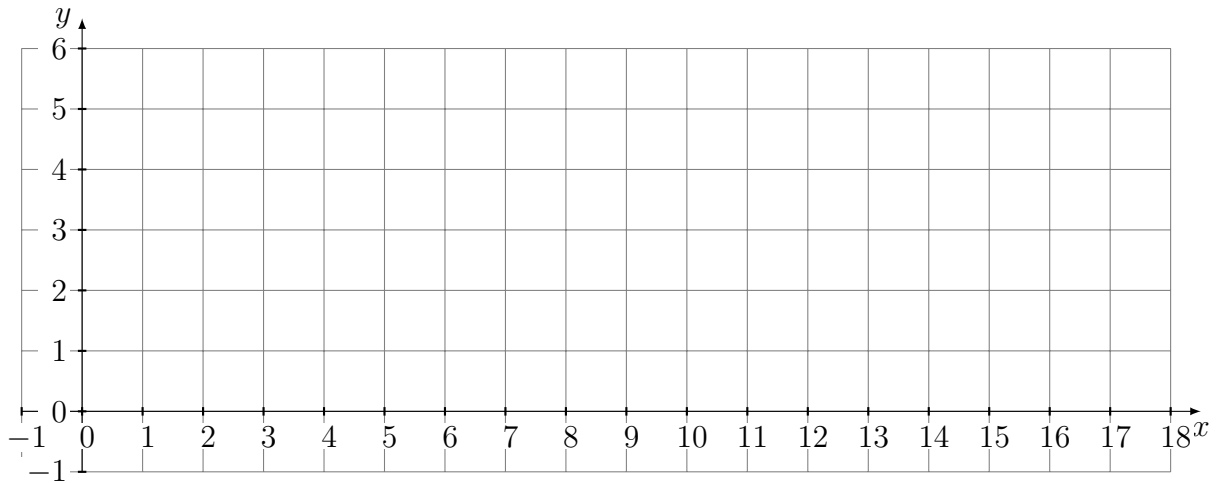


Figure 2: Esboce seu gráfico para o Exercício 4.3 aqui.

- (b) Use seu gráfico para encontrar uma fórmula para $Z(t)$.
- (c) Qual a população de zumbis estimada para dia 15 de fevereiro de 2029?
- (d) Quais são o período e a amplitude de $Z(t)$?
- (e) Qual seria uma possível explicação para a oscilação?

Exercício 4.4. As marés são devidas aos efeitos gravitacionais da lua e do sol sobre os oceanos. Um modelo simples para a profundidade y em metros de água, no tempo t em horas, é dado por $y = D + 15 \cos((t - C)/1.97)$.

- (a) Qual é o significado físico de D ?
- (b) O que o número 15 representa fisicamente?
- (c) O que o número 1.97 representa fisicamente?
- (d) Qual é o significado físico de C ?

Exercício 4.5. Durante este exercício, calculamos seno e cosseno em decimais, o que nos dá aproximações. Apenas como referência, os valores exatos correspondentes são

$$0.50 = \frac{1}{2}, \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87.$$

Este problema introduz as funções arco-cosseno (ou cosseno inverso) $\arccos(x)$ e arco-seno (ou seno inverso) $\arcsen(x)$, denotada por \cos^{-1} na maioria das calculadoras.

(a) A função $\arccos(x)$ tem a seguinte interpretação:

$\arccos(x) = y$ significa que y é o ângulo cujo cosseno tem valor x (em radianos).

Complete a seguinte sentença:

$\arccos(w) = t$ significa...

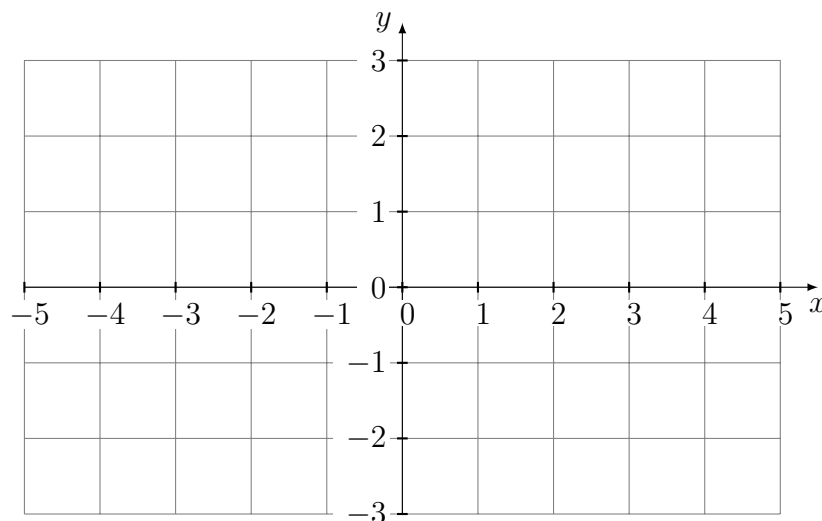
(b) Complete a tabela abaixo.

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$					0	0.50	0.71	0.87	1.00
$\cos(x)$					1.00	0.87	0.71	0.50	0

(c) Usando a tabela do item (b), complete a tabela abaixo.

x	0.71	0	1.00	0.50	0.87
$\arcsin(x)$					
$\arccos(x)$					

(d) Baseado nos pontos que você calculou em (c), esboce o gráfico de $\arccos x$ e $\arcsen x$ no eixo abaixo.



Principais perguntas pra ter em mente e fixar idéias sozinho/em casa:

- Que tipos de fenômenos as funções trigonométricas modelam?
- Como compreender uma função trigonométrica através dos picos e períodos de seu gráfico?