

Aula 15

15 Dia 15: Retas tangentes

Exercício 15.1. O gráfico de $y = f(x)$ próximo de $x = 0$ é mostrado na Figura 1.

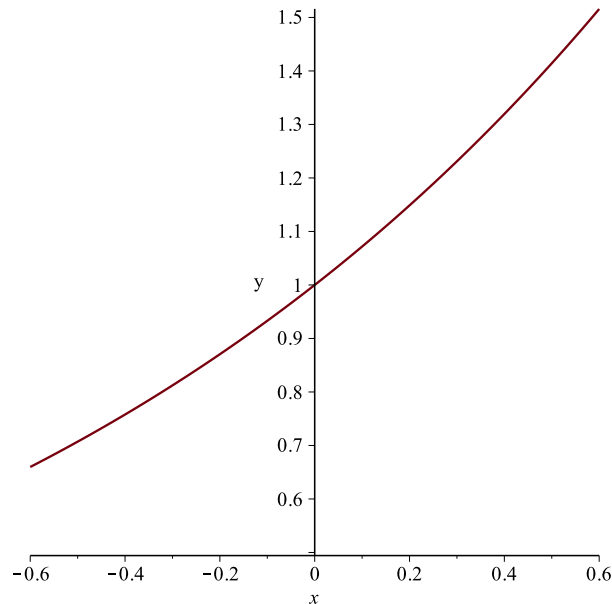


Figura 1: O gráfico de f para o Exercício 15.1.

- (a) Usando somente o gráfico acima, estime o valor da inclinação da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ em $x = 0$.
- (b) Agora utilize os dados da tabela abaixo para estimar a mesma inclinação. Arredonde para três casas decimais.

x	-0.1	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	0.93303	0.99309	0.99931	1	1.00069	1.00696	1.07177

- (c) Qual um valor aproximado para $f'(0)$?

Exercício 15.2. A função $y = f(x)$ mostrada na Figura 2 tem valores $f(4) = 25$ e $f'(4) = 1.5$.

- (a) Qual a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 4$?
- (b) Utilize a reta tangente calculada em (a) para estimar $f(3.9)$, $f(4.1)$ e $f(4.2)$.

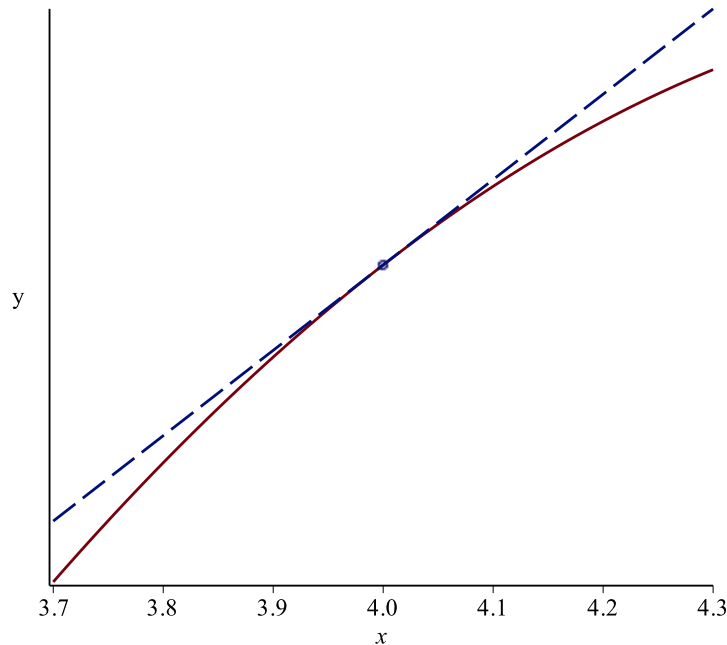


Figura 2: O gráfico de f em linhas sólidas, e o gráfico da sua reta tangente em $x = 4$, referentes ao Exercício 15.2.

Exercício 15.3. Considere a função $S(x) = \sin x$.

- (a) Usando a definição de derivada como limite, calcule $S'(0)$.
- (b) Agora, sem utilizar calculadora, utilize seu resultado em (a) para obter um valor aproximado para $\sin(0.05)$, $\sin(-0.05)$ e $\sin(0.1)$.

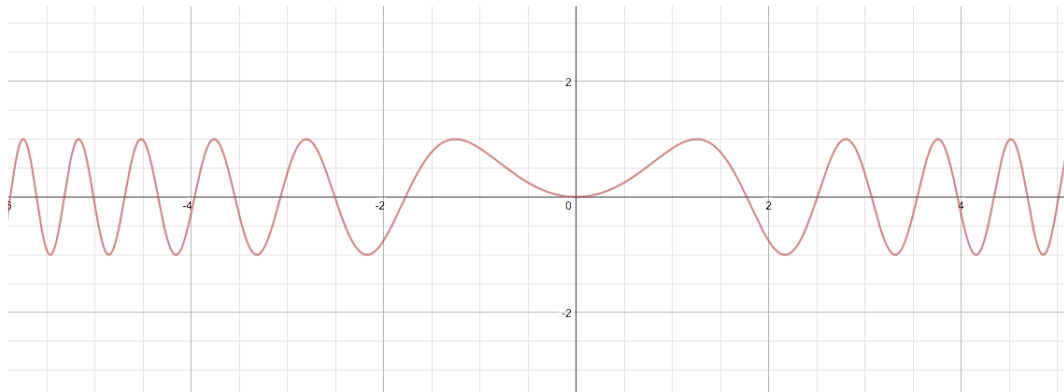
Exercício 15.4. Considere agora a função $L(x) = \ln(1 + x)$.

- (a) Usando a definição de derivada como limite, calcule $L'(0)$.
- (b) Agora, sem utilizar calculadora, utilize seu resultado em (a) para obter um valor aproximado para $\ln(0.95)$ e $\ln(1.1)$.

Exercício 15.5. Considere agora $P(x) = x^x$.

- (a) Usando a definição de derivada como limite, e contando com o auxílio de uma calculadora, estime $P'(2)$.
- (b) Agora, sem utilizar calculadora, utilize seu resultado em (a) para obter um valor aproximado para $(1.95)^{1.95}$ e $(2.1)^{2.1}$.

Exercício 15.6. O gráfico da função $f(x) = \sin(x^2)$ é mostrado abaixo.



A partir do gráfico,

- (a) Estime $f'(0)$.
- (b) Estime a derivada em $x = -2$.
- (c) Estime a taxa de variação instantânea em $x = 2$.
- (d) Encontre a taxa de variação média de $x = 1$ a $x = 2$.
- (e) Estime a inclinação do gráfico de f em $x = 1$.
- (f) Estime a inclinação da reta tangente ao gráfico de f em $x = -3$.
- (g) Estime $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-4+h) - f(-4)}{h}$.

Exercício 15.7. (a) Calcule os limites abaixo.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-3+h)^2 - 9}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1/(1+h) - 1}{h} =$$

Dica: Manipule os numeradores.

- (b) Interprete os limites em (a) como derivadas, ou seja, determine qual função $y = f(x)$ e qual ponto $x = p$ foram escolhidos.