

Aula 8

8 Dia 8: Modelagem Matemática - tomada II

Exercício 8.1. Um retângulo cuja base é paralela ao eixo x está inscrito na elipse de equação

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$$

- (a) Determine a área deste retângulo como função de sua base.
- (b) Você consegue estimar as dimensões do retângulo com maior área possível?

Exercício 8.2. Uma caixa sem tampa, com a forma de um paralelepípedo, tem um dos lados da base com o dobro do comprimento do outro, em volume total de $15m^3$. A base, mais sólida, tem custo de produção de R\$ 45,00/m², ao passo que as laterais tem custo de produção de R\$ 32,00/m².

- (a) Encontre uma função que descreva o custo de produção desta caixa.
- (b) Encontre dimensões aproximadas da caixa de menor custo possível. Utilize os recursos computacionais que achar apropriado.

Exercício 8.3. As funções $r = f(t)$ e $V = g(r)$ fornecem o raio e o volume de um balão de ar quente comercial sendo inflado para testes. A variável t é em minutos, r é em centímetros, e V é em centímetros cúbicos. O tempo $t = 0$ corresponde ao início do processo de inflar os balões. Em cada um dos itens abaixo, forneça uma expressão matemática que represente a afirmação dada.

- (a) O volume do balão t minutos após o início da inflação.
- (b) O volume do balão se seu raio fosse duas vezes maior.
- (c) O tempo que se passou quando o raio do balão é de 900 cm.
- (d) O tempo que se passou quando o volume do balão é de 285 cm³.

Exercício 8.4. Uma empresa de eletricidade precisa construir uma ligação entre dois lados de um rio. A usina de energia fica na margem leste do rio, e ela quer ligar a usina à uma estação de distribuição, localizada na margem oeste do rio, a L km acima do ponto da usina. O rio possui uma largura de 3km.

- (a) O custo de construção da rede elétrica por água é 25% mais caro que o custo de produção por terra. Como você determinaria as dimensões ideais para se construir essa conexão elétrica?
- (b) Considere agora $L = 10$. Se produzir pela água e pela terra tem o mesmo custo, então a melhor estratégia é construir somente por água. Existe algum custo para o qual a melhor estratégia é produzir somente 3 km por água?

Exercício 8.5. Uma árvore de altura y metros tem, em média, B galhos, onde $B = y - 1$. Cada galho tem, em média, n folhas, onde $n = 2B^2 - B$. Encontre o número médio de folhas de uma árvore como uma função da altura.

Exercício 8.6. A Figura 1 mostra $f(t)$, o número (em milhões) de veículos motorizados registrados no mundo no ano t .

- (a) f é invertível? Explique.
- (b) Qual é o significado de $f^{-1}(400)$ em termos práticos? Avalie $f^{-1}(400)$.
- (c) Esboce o gráfico de f^{-1} .

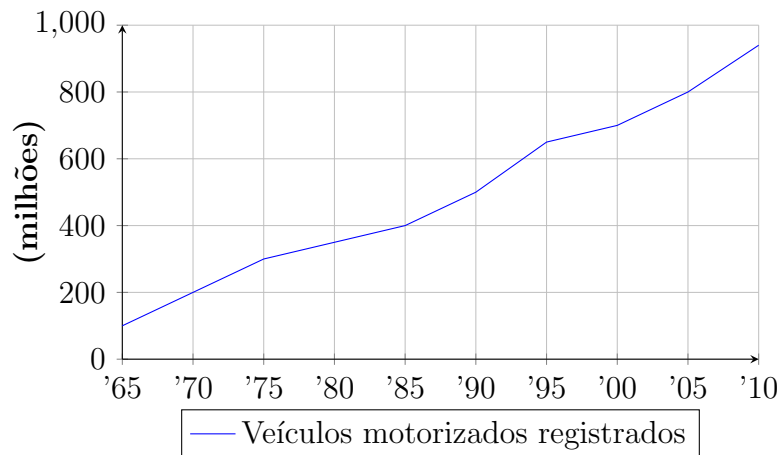


Figura 1: O gráfico para o Exercício 8.6

Exercício 8.7. O custo de produção de q artigos é dado pela função $C = f(q) = 100 + 2q$.

- (a) Encontre uma fórmula para a função inversa.
- (b) Explique em termos práticos o que a função inversa diz.