Aula 5

5 Dia 5: Operações em funções

Exercício 5.1. Playground de transformações.
O gráfico de uma função $m(t)$ é esboçado na Figura 1.

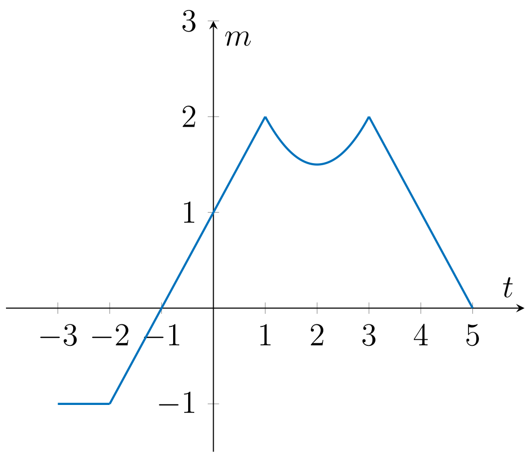
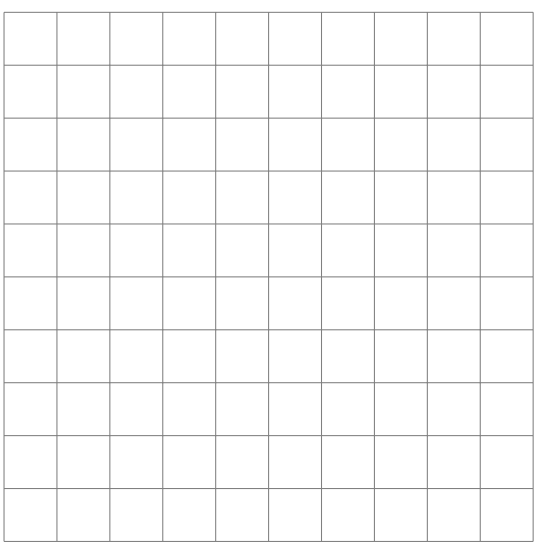
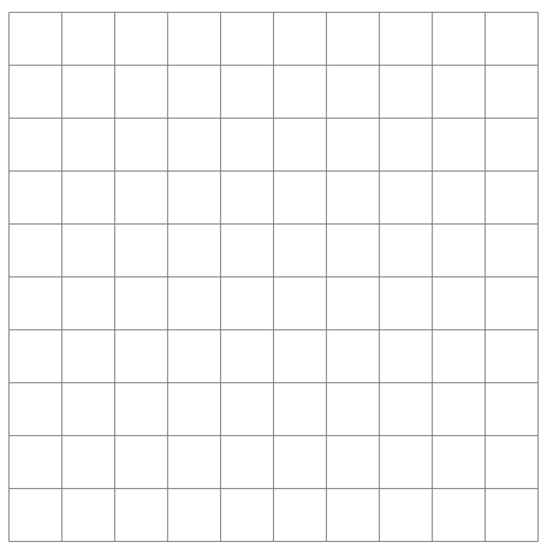


Figura 1: Gráfico da função $m(t)$ para o Exercício 5.1

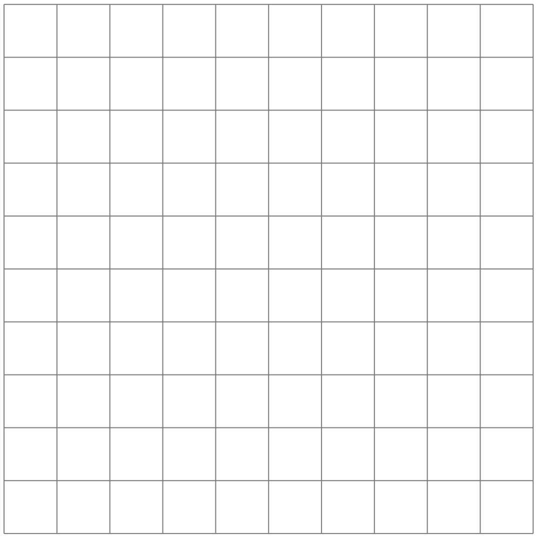
Baseado na função $m(t)$ da Figura 1, esboce as seguintes funções. Certifique-se de rotular adequadamente seus eixos.



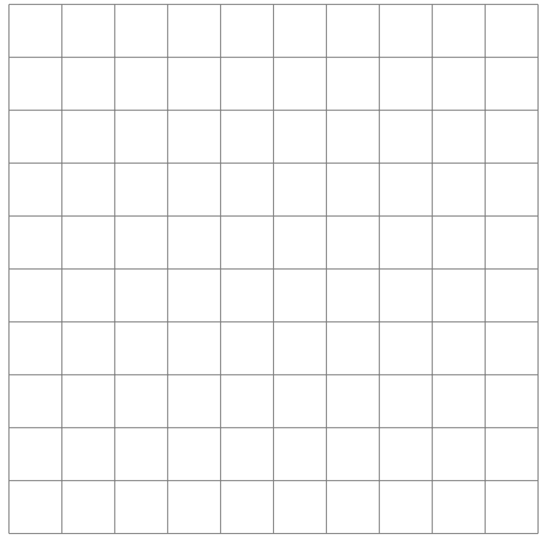
(a) $n(t) = m(t) + 2$



(b) $k(t) = m(t + 1)$



(c) $z(t) = m(t - 0.5) - 2.5$



(d) $w(t) = m(2t) + 1$

Exercício 5.2. Playground de transformações - parte 2. Considere $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Trace o gráfico de f primeiro (você pode usar a calculadora para isso). Em seguida, desenhe o gráfico de $g(x) = -2f(x + 1) - 5$. Para fazer isso, escreva a sequência de transformações usadas (na ordem correta!) para obter $g(x)$ a partir de $f(x)$. Trace um por um. Você pode utilizar o grid abaixo para te auxiliar, certifique-se de dividi-lo em quantas partes quanto necessário para os vários gráficos.

Exercício 5.3. ***Deslocamento e escalonamento***. O gráfico de uma função $y = f(x)$ é mostrado na Figura 2. Os gráficos das funções g e h na Figura 2 estão relacionados ao gráfico de f. Determine uma fórmula para g e h em termos da função f.

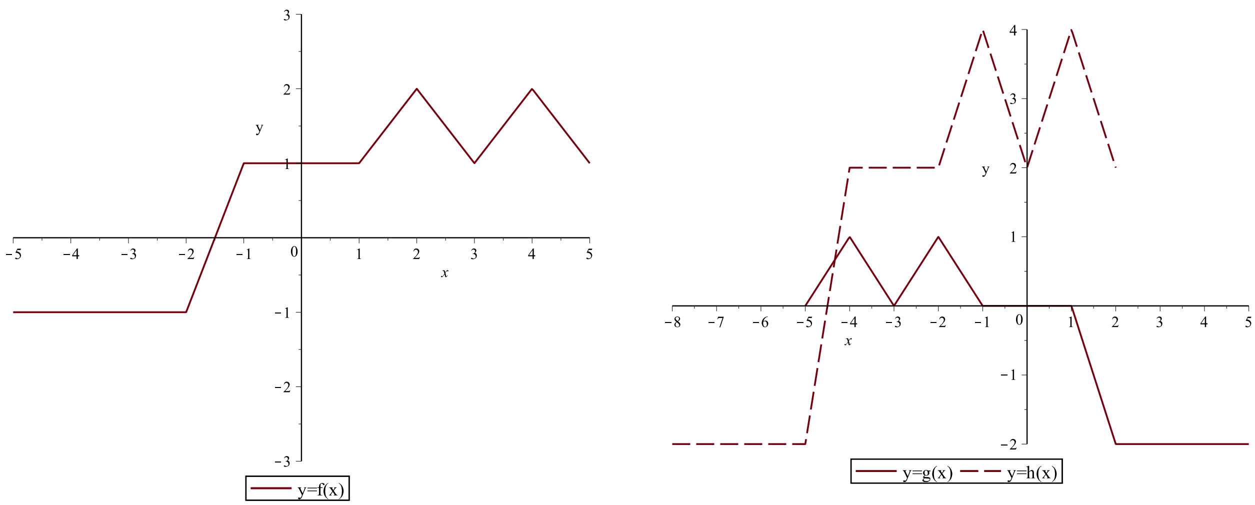


Figura 2: A função f (painel à esquerda) e suas transformações g e h (painel à direita) para o Exercício 5.3

Exercício 5.4. ***Refrigerante com sabor de bacon***. Bill é dono de uma pequena empresa de refrigerantes e está experimentando novos sabores. Seja $b(p)$ o número de milhares de garrafas de refrigerante com sabor de bacon vendidas por sua empresa por mês se ele cobrar p centavos por garrafa.

(a) Qual das seguintes fórmulas é correta para expressar uma função $h(d)$ que fornece o número de milhares de garrafas vendidas por mês a um preço de d reais por garrafa? (Circule sua resposta.)

$$h(d) = 100b(d), \qquad h(d) = \frac{b(d)}{100}, \qquad h(d) = b(100d), \qquad h(d) = b\left(\frac{d}{100}\right).$$

(b) Escreva uma frase que forneça uma interpretação prática da afirmação $b^{-1}(8) = 150$. Sua frase não deve conter termos matemáticos.

(c) Escreva uma expressão que seja igual ao preço (em centavos) que a empresa teria que cobrar por garrafa para vender o dobro de garrafas de refrigerante com sabor de bacon do que vende a um preço de 125 centavos por garrafa.

Exercício 5.5. Uma função $f(x)$ é chamada de *par* se satisfaz

$$f(x) = f(-x) \quad \text{para todo } x,$$

e ela é chamada de *ímpar* se satisfaz

$$f(x) = -f(-x), \quad \text{para todo } x.$$

Decida se cada uma das funções abaixo é par ou ímpar.

(a) $\text{sen}(x)$

(b) $\cos(x)$

(c) $\text{sen}(x) + \cos(x)$

(d) $x^3 + x$

(e) $x^2 + 1$

(f) e^x

(g) e^{-x^2}

(h) $x + \text{sen}(x)$

Exercício 5.6. Compondo numericamente. Complete a tabela abaixo com valores para as funções f, g e h, dado que:

(i) f é uma função par

(ii) g é uma função ímpar

(iii) h é a composição $h(x) = g\big(f(x)\big)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	2	2	0			
$g(x)$	0	2	2	0			
$h(x)$							

Principais perguntas pra ter em mente e fixar idéias sozinho/em casa:

- Translação vertical $f(x) \mapsto f(x) + k$: translação para cima se $k > 0$, translação para baixo se $k < 0$.
- Translação horizontal $f(x) \mapsto f(x + k)$: translação para a esquerda se $k > 0$, translação para a direita se $k < 0$.
- Reflexão vertical $f(x) \mapsto -f(x)$: reflexão em relação ao eixo x.
- Reflexão horizontal $f(x) \mapsto f(-x)$: reflexão em relação ao eixo y.
- Escalonamento vertical $f(x) \mapsto k \cdot f(x)$: alongamento se $k > 1$, encolhimento se $0 < k < 1$.
- Escalonamento horizontal $f(x) \mapsto f(k \cdot x)$: encolhimento se $k > 1$, alongamento se $0 < k < 1$.
- Se f transforma um sapo em um príncipe, então f^{-1} começa com o príncipe e retorna ao sapo.