## SME 0520: PROBABILIDADE - V.A. CONTÍNUA - 3ª Lista de Exercícios

**Exercício 1.** *A proporção de pessoas que respondem a certa solicitação de vendas por catálogo é a variável aleatória contínua $X$, que tem como função densidade*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x+2)}{5}, 0 < x < 1 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

**(a)** *Mostre que $P(0 < X < 1) = 1$;*
**(b)** *Determine a probabilidade de que mais de 1/4 e menos do que 1/2 das pessoas contratadas responderão a esse tipo de solicitação.*

**Exercício 2.** *O prazo de validade, em dias, para frascos de certo medicamento prescrito é uma variável aleatória que tem como função de densidade*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20000}{(x+100)^3}, x > 0 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

*Determine a probabilidade de que um frasco do medicamento tenha prazo de validade de*

**(a)** *pelo menos 200 dias;*
**(b)** *qualquer valor entre 80 e 120 dias.*

**Exercício 3.** *O número total de horas, medido em unidade de 100 horas, que uma família utiliza o aspirador de pó em sua casa, durante o período de um ano, é uma variável aleatória contínua $X$, que tem função de densidade*

$$f(x) = \begin{cases} x, 0 < x < 1 \\ 2 - x, 1 \leq x < 2 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

*Determine a probabilidade de que, durante o período de um ano, a família use o aspirador*

**(a)** *menos de 120 horas;*
**(b)** *entre 50 e 100 horas.*

**Exercício 4.** *Uma variável aleatória contínua $X$, que pode assumir valores entre $x = 1$ e $x = 3$, tem função de densidade dada por $f(x) = 1/2$.*

**(a)** *Mostre que a área abaixo da curva é igual a 1;*
**(b)** *Determine $P(2 < X < 2,5)$;*
**(c)** *Determine $F(x)$;*
**(d)** *Determine $P(X \leq 1,6)$.*

**Exercício 5.** *O tempo de espera, em horas, entre sucessivos motoristas flagrados por um radar que ultrapassam o limite de velocidade, é uma variável aleatória contínua com função de distribuição acumulada*

$$F(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1 - e^{-8x}, x \geq 0. \end{cases}$$

*Determine a probabilidade de o tempo de espera entre sucessivos motoristas ser menor que 12 minutos,*

**(a)** *usando a função de distribuição acumulada de $X$;*
**(b)** *usando a função densidade de probabilidade de $X$.*

**Exercício 6.** *Em uma tarefa em um laboratório, se o equipamento estiver funcionando, a função densidade do resultado observado $X$, é*

$$f(x) = \begin{cases} a(1 - x), 0 < x < 1, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

**(a)** *Determine o valor de $a$;*
**(b)** *Calcule $P(X \leq 1/3)$;*
**(c)** *Qual é a probabilidade de que $X$ exceda 0,5?*
**(d)** *Dado que $X \geq 0,5$, qual é a probabilidade de que $X$ seja menor do que 0,75?*

**Exercício 7.** *Um importante fator no combustível sólido de um míssil é a distribuição do tamanho de partículas. Problemas significativos podem ocorrer se o tamanho das partículas for muito grande. Dos dados de produção obtidos no passado, foi determinado que a distribuição do tamanho da partícula (em micrometros) é caracterizada por*

$$f(x) = \begin{cases} 3x^{-4}, x > 1, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

**(a)** *Verifique se essa é uma função densidade válida.*
**(b)** *Obtenha $F(x)$.*
**(c)** *Qual é a probabilidade de que uma partícula aleatória de um combustível manufaturado exceda 4 micrometros?*

**Exercício 8.** *Com base em testes excessivos, foi determinado por um fabricante de máquinas de lavar roupas que o tempo $Y$, em anos, antes que sejam necessários grandes reparos na máquina, é caracterizado pela função de densidade de probabilidade*

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-y/4}, y \geq 0, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

**(a)** *Os críticos certamente considerariam o produto uma barganha se for improvável que ele necessite de grandes reparos antes do 6º ano de uso. Comente determinando $P(Y > 6)$.*
**(b)** *Qual é a probabilidade de que seja necessário um grande reparo no primeiro ano?*

**Exercício 9.** *Se $X$ é uniformemente distribuída no intervalo $(0, 20)$, calcule:*

**(a)** $P(X < 3)$; **(c)** $P(4 < X < 12)$;
**(b)** $P(X > 12)$; **(d)** $P(|X - 3| < 4)$.

**Exercício 10.** *Se $X$ é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo $(-3, 7)$, determine:*

**(a)** *A f.d.a de $X$;*
**(b)** $P(|X - 1| \leq 2)$;
**(c)** $P(|X| > 3)$.

**Exercício 11.** *Se $X \sim U(-\alpha, \alpha)$, determine o valor do parâmetro $\alpha$ de modo que $P(-1 < X < 2) = 3/4$.*

**Exercício 12.** *Certo tipo de condensador tem tempo de vida distribuído exponencialmente com média 250 horas. Determine a probabilidades destes condensadores durarem menos que 320 horas.*

**Exercício 13.** *Os tempos até a falha de um dispositivo eletrônico seguem o modelo exponencial com uma taxa de 0,012 falha/hora. Indique qual a probabilidade de um dispositivo ao acaso sobreviver:*

**(a)** *a 100 horas;*
**(b)** *a 50 horas.*

**Exercício 14.** *Um componente eletrônico tem distribuição exponencial, com média de 50 horas. Suposta uma produção de 10000 unidades, quanto deles espera-se que durem entre 45 e 55 horas?*

**Exercício 15.** *Supondo que a expectativa de vida, em anos, seja $Exp(1/60)$:*

**(a)** *Determine, para um indivíduo escolhido ao acaso, a probabilidade de viver pelo menos até os 70 anos;*
**(b)** *Idem para o indivíduo morrer antes dos 70, sabendo-se que o indivíduo acabou de completar 50 anos.*

**Exercício 16.** *Seja $Z$ uma variável aleatória Normal-Padrão. Determine:*

**(a)** $P(Z = 0)$; **(e)** $P(Z \geq 2)$;
**(b)** $P(Z < 1,96)$; **(f)** $P(0,18 < Z < 2,11)$;
**(c)** $P(Z < -2,89)$; **(g)** $P(1,31 \leq Z \leq 2,41)$;
**(d)** $P(Z > -1,33)$; **(h)** $P(Z > 4,36)$.

**Exercício 17.** *Seja $Z$ uma variável aleatória Normal-Padrão. Determine o valor de $z$:*

**(a)** $P(Z < z) = 0,09$;
**(b)** $P(-1,71 < Z < z) = 0,25$.

**Exercício 18.** *Seja $T$ uma variável aleatória com distribuição Normal-Padrão. Calcule:*

**(a)** $P(T > 6)$;
**(b)** *O valor de $t$, tal que* $P(-t < T < t) = 0,90$;
**(c)** *O valor de $t$, tal que* $P(-t < T < t) = 0,99$.

**Exercício 19.** *Seja* $X \sim N(10,4)$. *Calcule:*

**(a)** $P(8 < X < 10)$;
**(b)** $P(X > 10)$;
**(c)** $P(9 \leq X \leq 12)$;
**(d)** $P(X < 8 \text{ ou } X > 11)$.

**Exercício 20.** *Para* $X \sim N(100,100)$, *calcule:*

**(a)** $P(X < 115)$;
**(b)** $P(X \geq 80)$;
**(c)** $P(|X - 100| \leq 10)$.

**Exercício 21.** *As alturas de 10000 alunos de um colégio têm distribuição aproximadamente normal, com média 170 cm e desvio padrão 5 cm. Qual é o número esperado de alunos com altura superior a 165 cm?*

**Exercício 22.** *As vendas de determinado produto têm distribuição aproximadamente normal, com média 500 unidades e desvio padrão 50 unidades. Se a empresa decide fabricar 600 unidades no mês de estudo, qual a probabilidade de que não possa atender a todos os pedidos desse mês, por estar com a produção esgotada?*

**Exercício 23.** *Se a altura de 300 estudantes são normalmente distribuída com média igual a 172,72 cm e variância 49,5 cm$^2$, determine quanto estudantes têm altura superior a 182,88 cm.*

**Exercício 24.** *A quantidade diária de café, em litros, dispensada por uma máquina localizada no saguão de um aeroporto é uma variável aleatória $X$, que tem uma distribuição uniforme contínua com parâmetros $A = 7$ e $B = 10$. Encontre a probabilidade de que, em um certo dia, a quantidade de café dispensada pela máquina será:*

**(a)** *no máximo de 8,8 litros;*
**(b)** *mais de 7,4 litros, mas menos de 9,5 litros;*
**(c)** *pelo menos de 8,5 litros.*

**Exercício 25.** *Um ônibus chega a cada dez minutos em um ponto de parada. Assume-se que o tempo de espera para um indivíduo particular é uma variável aleatória com distribuição uniforme.*

**(a)** *Qual é a probabilidade de que o indivíduo espere mais de sete minutos?*
**(b)** *Qual é a probabilidade de que o indivíduo espere entre dois e sete minutos?*
**(c)** *Dado que o indivíduo está espererando o ônibus há cinco minutos, qual é a probabilidade de que o indivíduo espere não mais que dois minutos.*

**Exercício 26.** *O tempo de resposta de computadores é uma importante aplicação da distribuição exponencial. Suponha que um estudo sobre certo sistema de computador revele que o tempo de resposta, em segundos, tem uma distribuição exponencial com média de três segundos.*

**(a)** *Qual é a probabilidade de que o tempo de resposta exceda cinco segundos?*
**(b)** *Qual é a probabilidade de que o tempo de resposta não exceda dez segundos?*

**Exercício 27.** *Suponha que a duração de vida de um dispositivo eletrônico seja exponencialmente distribuída. Sabe-se que a probabilidade desse dispositivo ter duração de vida superior a um período de 100 horas de operação é de 0,90. Pelo menos quantas horas de operação devem ser levadas em conta para conseguir uma probabilidade de 0,95?*

**Exercício 28.** *Uma enchedora automática de garrafas de refrigerante esta regulada para que o volume médio de líquido em cada garrafa seja de 1.000 cm$^3$ e o desvio padrão de 10 cm$^3$. Pode-se admitir que a distribuição da variável seja normal.*

**(a)** *Qual a probabilidade de garrafas em que o volume de líquido é menor que 990 cm$^3$?*
**(b)** *Qual a probabilidade de garrafas em que o volume de líquido não se desvia da média em mais que dois desvios padrão?*

**Exercício 29.** *Suponha que o diâmetro médio dos parafusos produzidos por uma fabrica é de 0,25 polegadas e o desvio padrão 0,02 polegadas. Um parafuso é considerado defeituoso se seu diâmetro é maior que 0,28 polegadas ou menor que 0,20 polegadas. Suponha distribuição normal.*

**(a)** *Encontre a probabilidade de parafusos defeituosos.*
**(b)** *Qual deve ser a medida mínima para que tenhamos no máximo 12% de parafusos defeituosos.*

**Exercício 30.** *Estudos meteorológicos indicam que a precipitação pluviométrica mensal em períodos de seca numa certa região pode ser considerada como seguindo a distribuição Normal de média 30mm e variância 16mm$^2$.*

**(a)** *Qual a probabilidade de que a precipitação pluviométrica mensal no período da seca esteja entre 24mm e 38mm?*
**(b)** *Qual seria o valor da precipitação pluviométrica de modo que exista apenas 10% de chance de haver uma precipitação inferior a esse valor?*

---

**Respostas:** 1-b)19/80; 2-a) 1/9; b) 0,1020; 3-a) 0,68; b) 0,375; 4-b) 0,25; d) 0,3; 5-a) 0,798; b) 0,798; 6-a) 2; b) 5/9; c) 0,25; d) 0,75; 7-c) 0,0156; 8-a) 0,2231; b) 0,2212; 9-a) 0,15; b) 0,4; c) 0,4; d) 0,35; 10-b) 0,4; c) 0,4; 11- 2; 12- 0,722; 13-a) 0,301; b) 0,549; 14- 737; 15-a) 0,311; b) 0,283; 16-a) 0; b) 0,9750; c) 0,0019; d) 0,9082; e) 0,0228; f) 0,4112; g) 0,0871; h) 0; 17-a) -1,34; b) -0,54; 18-a) 0; b) $\pm 1,65$; c) $\pm 2,58$; 19-a) 0,3413; b) 0,5; c) 0,5328; d) 0,4672; 20-a) 0,9332; b) 0,9772; c) 0,6826; 21- 8413; 22- 0,0228; 23- 23; 24-a) 0,6; b) 0,7; c) 0,5; 25-a) 0,3; b) 0,5; c) 0,4; 26-a) 0,1889; b) 0,9643; 27- 48,68; 28-a) 0,1587; b) 0,9545; 29-a) 0,0730; b) 0,2266; 30-a) 0,9104; b) 24,88.