

MI602 – Métodos Computacionais em Estatística
'Smoothing and projecting age-specific probabilities of death by
TOPALS'
Joop de Beer, 2012

José H C Monteiro da Silva

Janeiro 2021

Motivação

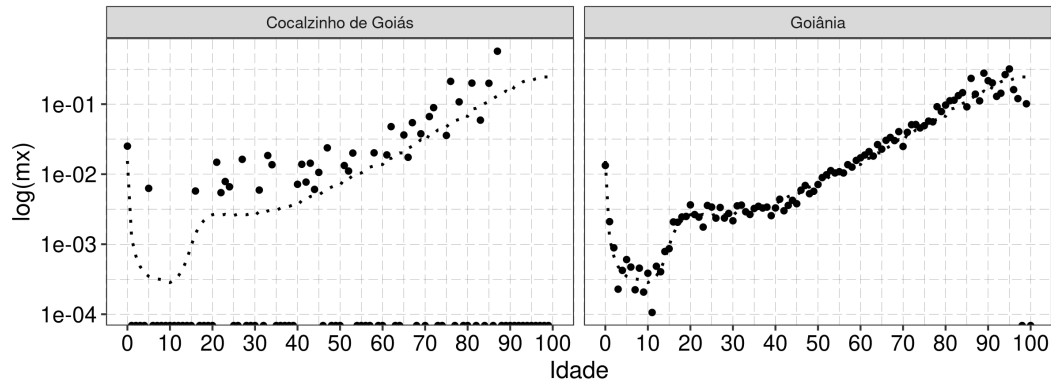


Figura 1: Taxas específicas de mortalidade masculina - Cocalzinho de Goiás (2010), Goiânia (2010) e Brasil (2010, linha pontilhada).

Métodos de Suavização de Mortalidade

Modelos Paramétricos

- Modelo de Heligman-Pollard (Heligman and Pollard 1980): desenvolvido a partir das leis da mortalidade, com 3 termos e 8 parâmetros

$$\frac{q_x}{p_x} = A^{(x+B)^C} + D \exp[-E(\log x - \log F)^2] + GH^x$$

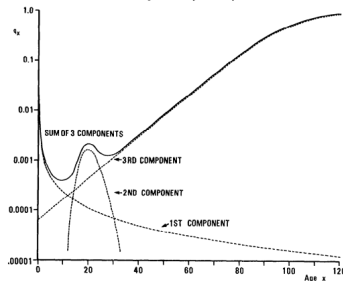


Figura 2: Curva q_x para modelo de Heligman and Pollard (1980)

Métodos de Suavização de Mortalidade

Modelos Relacionais

- ▶ Modelo Relacional de Brass (Stewart 2004): ajusta curva de mortalidade observada a partir da relação linear entre os logitos da curva observada e de uma curva escolhida como padrão (*standard*)

$$Y(x) = \log \left(\frac{q(x)}{1 - q(x)} \right)$$

$$Y(x) = \alpha + \beta Y_s(x)$$

Métodos de Suavização de Mortalidade

Métodos não-paramétricos

- ▶ Splines e polinômios
- ▶ Ajustes melhores e mais flexíveis que os modelos paramétricos
- ▶ Desvantagem: falta de parâmetros interpretáveis do ponto de vista teórico (Beer 2011)

TOPALS Apresentação

TOols for

Projecting

Age-Specific rates using

Linear

Splines

- ▶ Modelo relacional para suavização de taxas específicas (por idade) de mortalidade e fecundidade
- ▶ TOPALS utiliza de um spline linear pra modelar as razões entre taxas/probabilidades específicas por idade

Aplicações em Estudos de Mortalidade

- ▶ Projeções: Wilson (2018) e Beer (2012)
- ▶ Suavização de taxas: Gonzaga and Schmertmann (2016) usam o TOPALS para suavização de taxas em pequenas áreas do Brasil, aplicação que destacaremos a seguir

Suavização de Taxas utilizando o Método TOPALS

$$q_x^{observado} = r_x q_x^{padrão}$$

- ▶ q_x : probabilidade de morte à idade x ($q_x \propto m_x$)
- ▶ r_x : razão de risco à idade x modelada como uma função spline linear

$$r_x = a + \sum_{j=1}^n b_j (x - k_j) D_{xj}$$

- ▶ $D_{xj} = 0$ caso $x \leq k_j$ e $D_{xj} = 1$, caso contrário
- ▶ k_j são os nós que conectam os segmentos
- ▶ a e b_j são parâmetros a serem estimados

Estimativa de parâmetros

Aplicamos aqui a variante de Gonzaga and Schmertmann (2016) e Schmertmann (2018) para estimativa dos parâmetros a partir de uma Regressão Poisson baseada no método TOPALS. Sejam,

- ▶ $\lambda(\alpha)$ um vetor com os logaritmos das taxas específicas de mortalidade (usando idades 0 a 99, vetor 100×1);
- ▶ B matriz de constantes em que cada coluna é uma função linear B-spline (com nós fixados nas idades 0, 1, 10, 20, 40, 60 e 80); e
- ▶ α um vetor de parâmetros que representam o *offset* para a curva padrão escolhida de mortalidade; assim:

$$\lambda(\alpha) = \lambda^{padr\tilde{a}o} + B * \alpha$$

Estimativa de parâmetros

Assume-se que a contagem de óbitos observada (D_x) segue uma distribuição Poisson (independente por idade), tal que $D_x \sim \text{Pois}(N_x \exp(\lambda_x))$, onde N_x é a população exposta ao risco de morte na idade x (Gonzaga and Schmertmann 2016), assim, o logarítmo da função de verossimilhança é tal que:

$$\log L(\alpha) = K + \sum_x \left[D_x \lambda_x(\alpha) - N_x \exp(\lambda_x(\alpha)) \right]$$

Adiciona-se um termo de penalização à função de verossimilhança para evitar ajustes não plausíveis nas áreas em que a contagem de óbitos forem pequenas:

$$Q(\alpha) = \sum_x \left[D_x \lambda_x(\alpha) - N_x \exp(\lambda_x(\alpha)) \right] - \sum_{k=0}^5 (\alpha_{k+1} - \alpha_k)^2$$

- O termo de penalização tem pouco efeito em áreas com N_x e D_x grandes e ajuda a estabilizar as estimativas em áreas com populações pequenas

Aplicação: Estado de Goiás

Suavização de taxas de mortalidade em pequenas áreas do Estado de Goiás utilizando a curva de mortalidade do Brasil como padrão.

Cidades selecionadas:

- ▶ Goiânia (1 302 001 habitantes)
- ▶ Aparecida de Goiânia (455 657 habitantes)
- ▶ Águas Lindas de Goiás (159 378 habitantes)
- ▶ Cocalzinho de Goiás (17 407 habitantes)
- ▶ Corumbá de Goiás (10 361 habitantes)

Fontes de dados

População Exposta (N_x): Censo Demográfico 2010 (IBGE)

Óbitos (D_x): DATASUS (Ministério da Saúde)

- ▶ Para os municípios, selecionou-se somente os óbitos ocorridos em 2010;
- ▶ Para a curva padrão do Brasil, a contagem de óbitos para o meio do período de referência (meio do ano de 2010) foi estimada a partir da média anual de óbitos ocorridos entre 2009-2011

Resultados: Municípios de pequeno porte

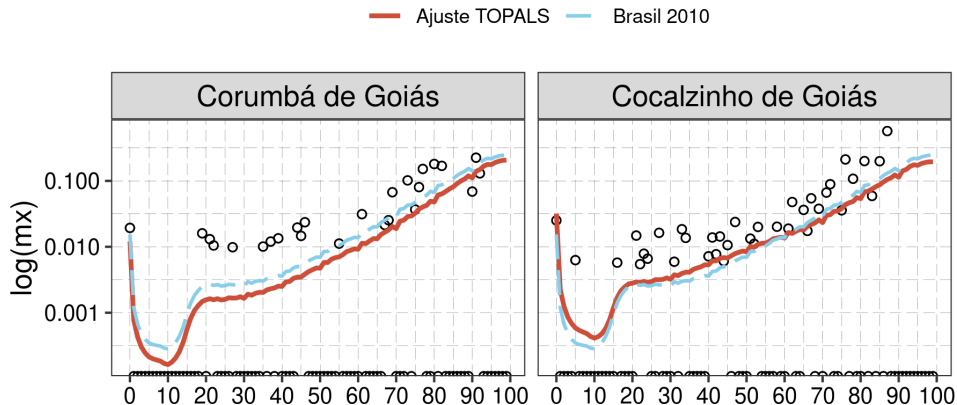


Figura 3: Taxas específicas de mortalidade masculina ajustadas por TOPALS - Cocalzinho de Goiás, Corumbá de Goiás e Brasil (2010).

Resultados: Municípios de porte intermediário

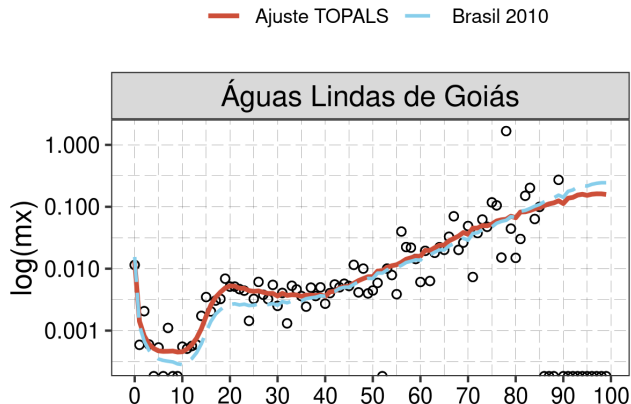


Figura 4: Taxas específicas de mortalidade masculina ajustadas por TOPALS - Águas Lindas de Goiás (2010).

Resultados: Municípios de maior porte

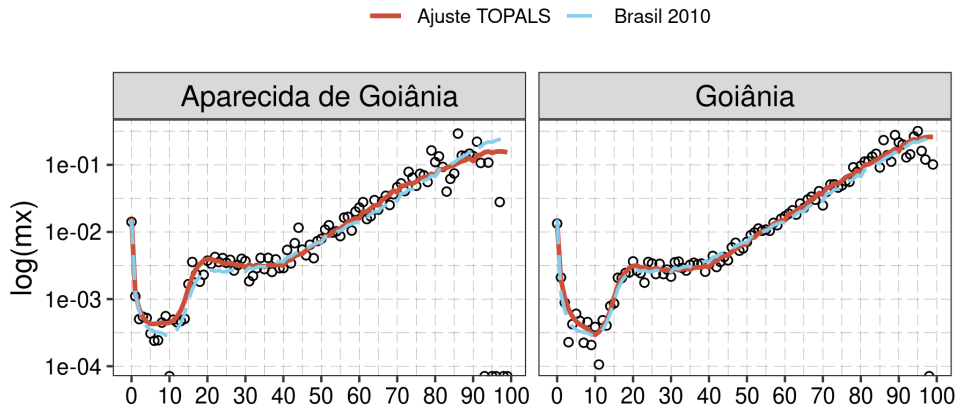


Figura 5: Taxas específicas de mortalidade masculina ajustadas por TOPALS - Aparecida de Goiânia e Goiânia (2010).

Considerações Finais

- ▶ TOPALS: método de ajuste e suavização de curvas de mortalidade útil para áreas com populações pequenas ou poucas contagens/alto sub-registro de eventos
- ▶ Para áreas maiores, o papel da curva padrão é minimizado
- ▶ Ferramenta importante para estudos demográficos mais desagregados ou em países com fontes de informações de baixa qualidade

Bibliografia I

Beer, Joop de. 2011. "A new relational method for smoothing and projecting age-specific fertility rates: TOPALS." *Demographic Research* 24 (18).

———. 2012. "Smoothing and projecting age-specific probabilities of death by TOPALS." *Demographic Research* 27 (20).

Gonzaga, Marcos Roberto, and Carl Paul Schmertmann. 2016. "Estimating age- and sex-specific mortality rates for small areas with TOPALS regression: an application to Brazil in 2010." *Revista Brasileira de Estudos de População* 33 (3).

Heligman, L, and J H Pollard. 1980. "The Age Pattern of Mortality." *Journal of the Institute of Actuaries* 107 (1): 49–80.

Schmertmann, Carl Paul. 2018. "Fitting a TOPALS mortality model by Newton-Raphson." <https://github.com/schmert/TOPALS>.

Stewart, Quincy Thomas. 2004. "Brass' Relational Model: A Statistical Analysis." *Mathematical Population Studies* 11 (1): 51–72.

Bibliografia II

Wilson, Tom. 2018. "Evaluation of simple methods for regional mortality forecasts."
Genus 74 (14).