



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SUL-RIO-GRANDENSE  
Campus Passo Fundo



# **ESTRUTURA DE DADOS II**

**Prof. Adilso Nunes de Souza**



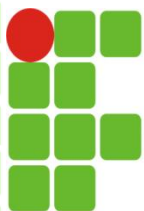
# GRAFOS - CONCEITOS

- É um modelo matemático que representa as relações entre objetos de determinado conjunto.
- É considerado a generalização da estrutura do tipo árvore, pois apresenta uma coleção de vértices (ou nós) e as conexões entre eles (arestas), sem a dependência de uma relação hierarquizada.



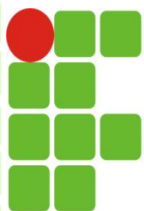
# GRAFOS - CONCEITOS

- Importante ferramenta matemática com aplicação em diversas áreas do conhecimento como: genética, química, pesquisa operacional, telecomunicações, engenharia elétrica, redes de computadores, conexão de voos aéreos, restrições de precedência, fluxo de programas, entre outros.



# GRAFOS - CONCEITOS

- VÉRTICE: um vértice é cada uma das entidades representadas em um grafo. O seu significado dentro do grafo depende da aplicação na qual o grafo é usado, ou seja, depende da natureza do problema modelado. Pode ser:
  - Pessoas
  - Lugares
  - Uma tarefa em um projeto



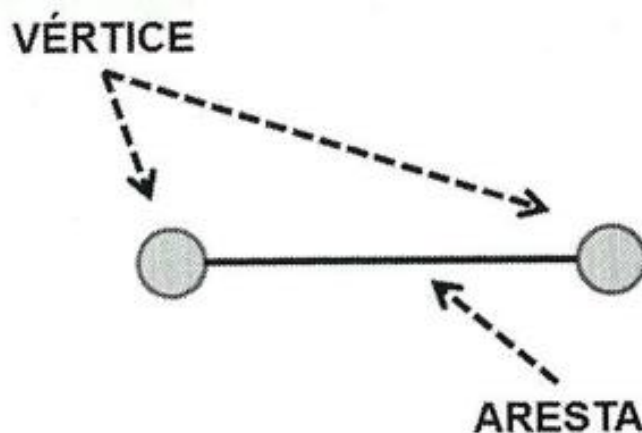
# GRAFOS - CONCEITOS

- **ARESTAS:** uma aresta (também chamado de arco) está sempre associada a dois vértices. É responsável por fazer a ligação entre esses dois vértices, ou seja, representa a relação que existe entre eles.
- O significado da aresta dentro do grafo depende da aplicação na qual o grafo é usado. Exemplo:
  - Pessoas: parentesco ou amizade entre elas
  - Lugares: estradas que existem entre os lugares
  - Tarefas: pré-requisito entre as tarefas



# GRAFOS - CONCEITOS

- Notação:  $G(V,A)$
- Um grafo “**G**” é definido em termos de dois conjuntos, um conjunto de vértices “**V**” e um conjunto de arestas “**A**”





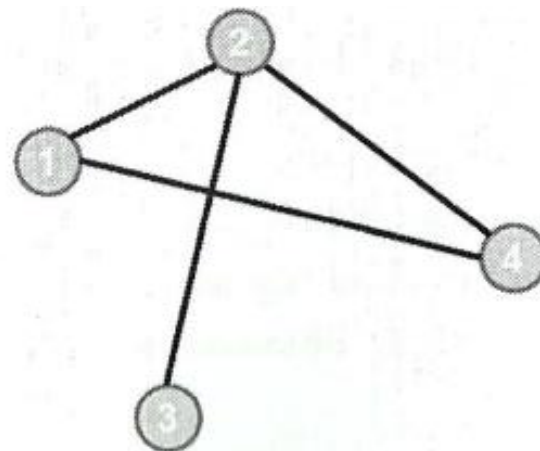
# VÉRTICES ADJACENTES

- Dois vértices são considerados adjacentes se existir uma aresta ligando-os.

$G(V,A)$

$V = \{1,2,3,4\}$

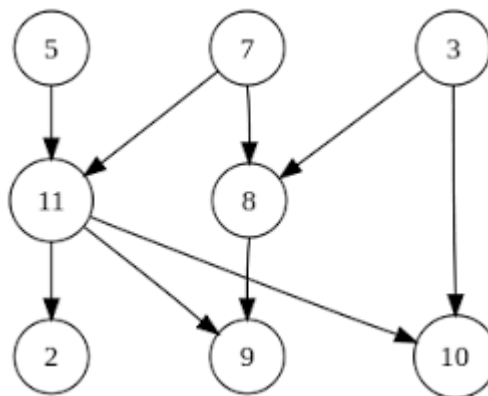
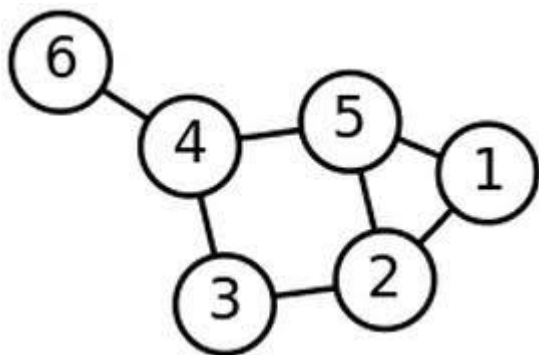
$A = \{\{1,2\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,4\}\}$





# DIREÇÃO DAS ARESTAS

- Dependendo da aplicação na qual o grafo é usado, as arestas podem ou não ter uma direção associada a cada uma delas.

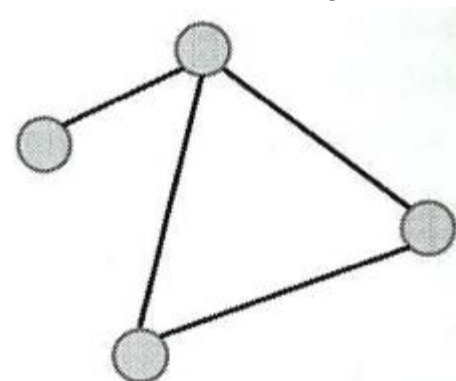






# DIREÇÃO DAS ARESTAS

- Em um grafo não direcionado ou simplesmente grafo, não existe nenhuma orientação quanto ao sentido da aresta, ou seja, se uma aresta liga os vértices A a B, isso significa que podemos ir de A para B ou de B para A.

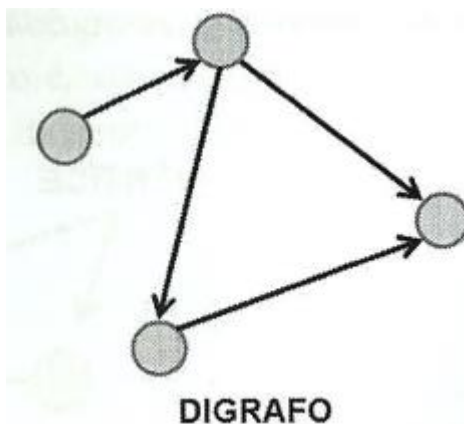


GRAFO



# DIREÇÃO DAS ARESTAS

- Em um grafo direcionado ou digrafo, existe uma orientação quanto ao sentido da aresta, ou seja, se uma aresta liga os vértices A a B, isso significa que podemos ir de A para B, mas não o contrário.





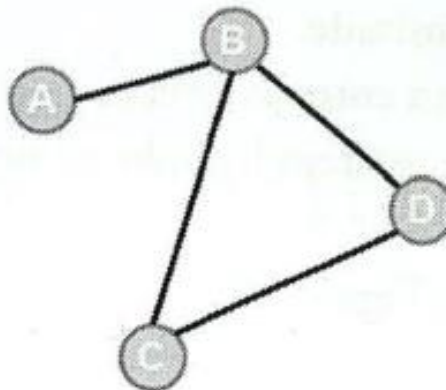
# GRAU DE UM VÉRTICE

- O grau de um vértice corresponde ao número de arestas que conectam aquele vértice a outro vértice do grafo.
- No caso dos digrafos, temos dois tipos de grau:
  - Grau de entrada: corresponde ao número de arestas que chegam ao vértice partindo de outro.
  - Grau de saída: corresponde ao número de arestas que partem do vértice em direção a outro.



# GRAU DE UM VÉRTICE

GRAFO



Grau

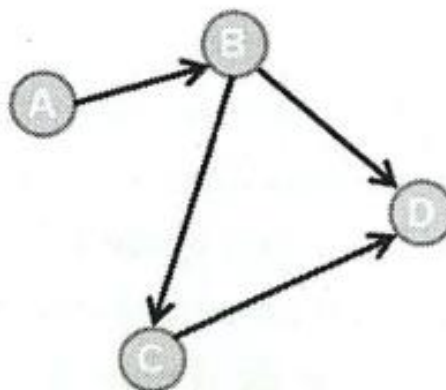
$$G(A) = 1$$

$$G(B) = 3$$

$$G(C) = 2$$

$$G(D) = 2$$

DIGRAFO



Grau  
Entrada

Grau  
Saída

$$G(A) = 0 \quad G(A) = 1$$

$$G(B) = 1 \quad G(B) = 2$$

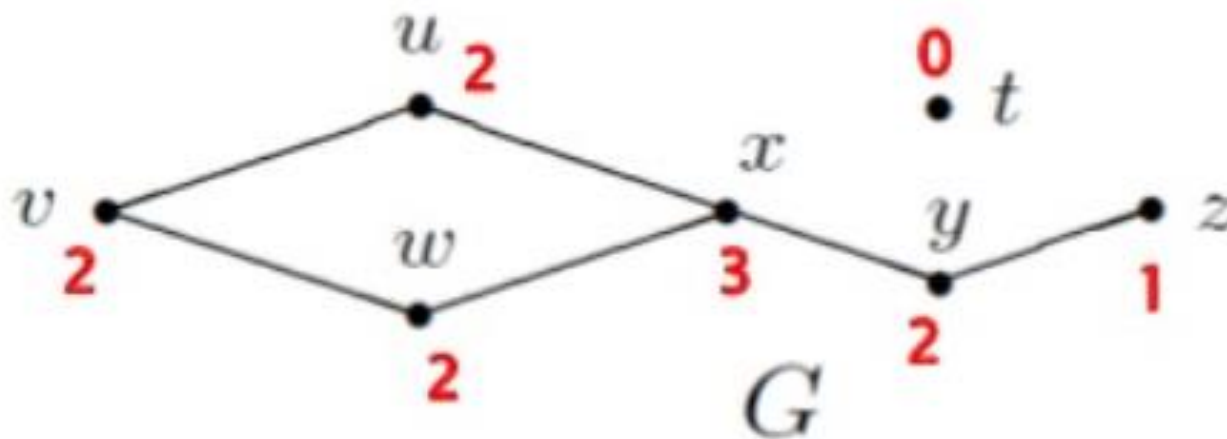
$$G(C) = 1 \quad G(C) = 1$$

$$G(D) = 2 \quad G(D) = 0$$



# GRAU DE UM VÉRTICE

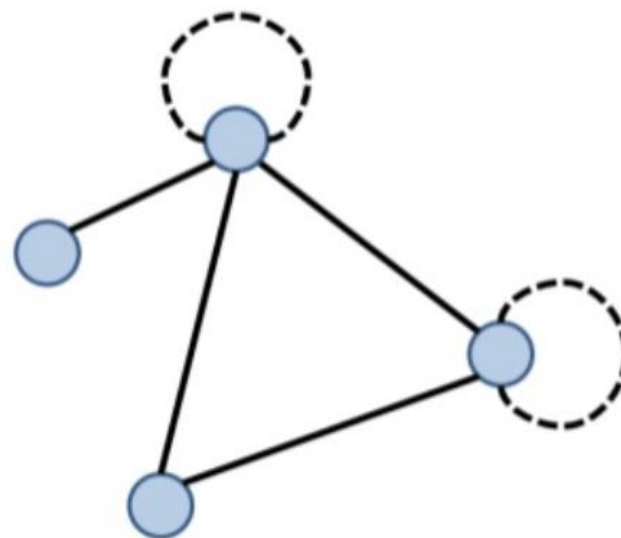
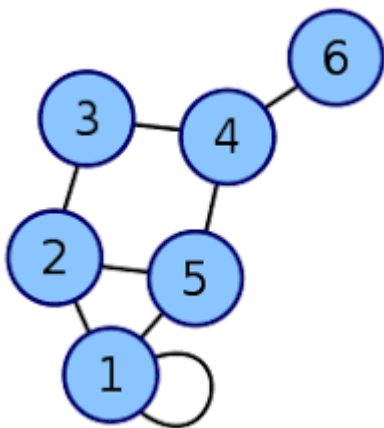
- Um vértice que não possui nenhuma relação possui grau zero.

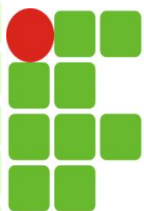




# LAÇOS

- Uma aresta é chamado de laço se seu vértice de partida é o mesmo que o de chegada, ou seja, a aresta conecta o vértice a ele mesmo.





# CAMINHOS E CICLOS

- É comum em um grafo que entre dois vértices não exista uma aresta conectando-os, isto é, eles não são adjacentes.
- A grande maioria dos grafos são esparsos, ou seja, apresentam apenas uma pequena fração de todas as arestas possíveis. Isso significa que um vértice se conecta com poucos vértices vizinhos. No entanto, dois vértices não adjacentes podem ser conectados por uma sequência de arestas:  $(a, b), (b, c), (c, d) \dots$



# CAMINHOS E CICLOS

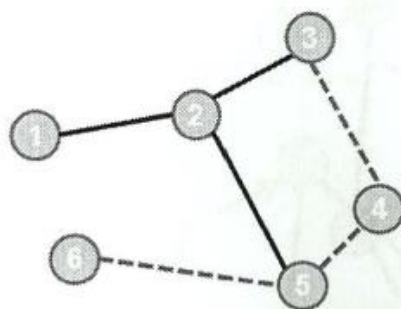
- Um caminho entre dois vértices é uma sequência de vértices em que cada vértice está conectado ao vértice seguinte por meio de uma aresta.
- Neste caso o número de vértices que precisamos percorrer é denominado **comprimento do caminho**.



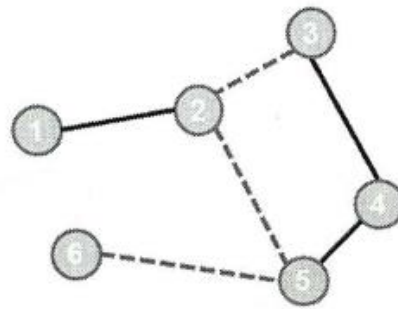


# CAMINHOS E CICLOS

- Podemos dizer que o primeiro vértice (vértice inicial) está conectado ao último vértice da sequência (vértice final) se existir ao menos um caminho conectando-os.
- Caminho simples** é quando nenhum dos vértices se repete ao longo do caminho.



CAMINHO: 3-4-5-6



CAMINHO: 3-2-5-6



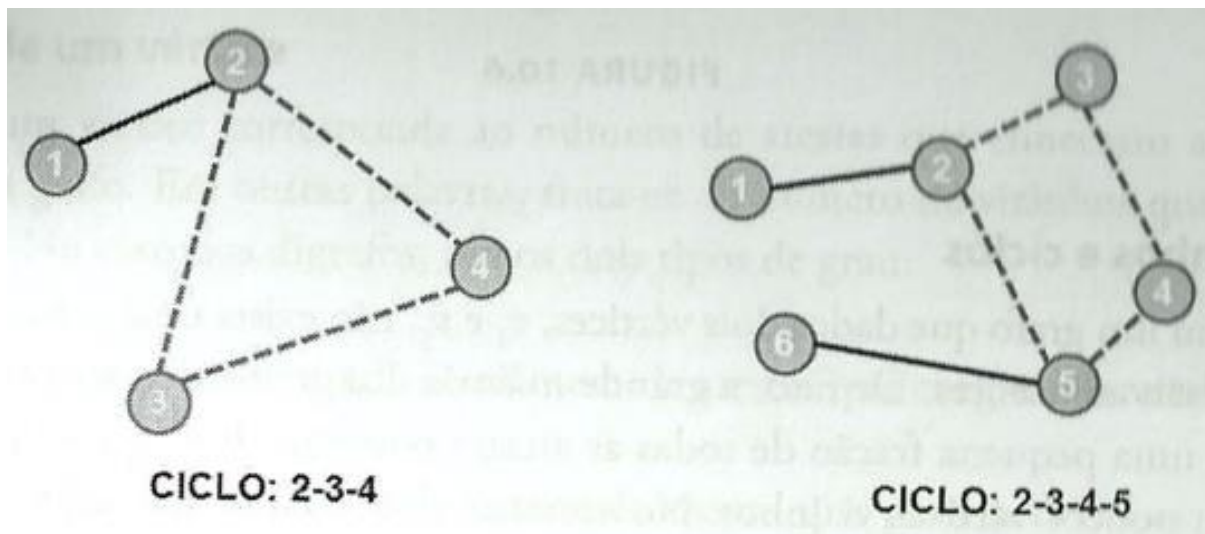
# CICLO

- Um ciclo é um caminho em que os vértices inicial e final são o mesmo vértice.
- Neste caso, o comprimento do ciclo é o número de vértices que precisamos percorrer do vértice inicial até o final, onde o vértice final não é contado pois ele já foi contado como inicial.
- É um caminho fechado sem vértices repetidos



# CICLO

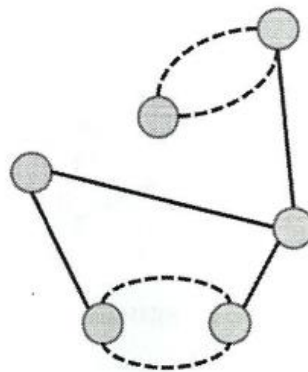
- A escolha do vértice inicial em um ciclo é uma tarefa arbitrária.
- Um laço é um ciclo de comprimento 1.





# ARESTAS MÚLTIPLAS

- Um grafo que possui arestas múltiplas é chamado de **multigrafo**.
- É um tipo de grafo especial que permite mais de uma aresta conectando o mesmo par de vértices. Neste caso as arestas são ditas **paralelas**.





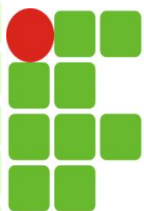
# REPRESENTAÇÃO DE GRAFOS

- Ao se modelar um problema utilizando um grafo, surge a questão: como representar este grafo no computador?
- Existem duas abordagens muito utilizadas:
  - Matriz de adjacência
  - Lista de adjacência



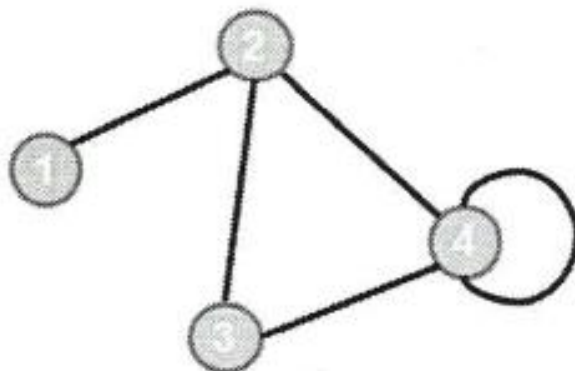
# MATRIZ DE ADJACÊNCIA

- Faz uso de uma matriz para descrever as relações entre os vértices.
- Um grafo contendo  $N$  vértices utiliza uma matriz com  $N$  linhas e  $N$  colunas para armazenar o grafo.
- Uma aresta ligando dois vértices é representada por uma marca, por exemplo: 1 existe aresta, 0 não existe aresta na posição  $(i, j)$  da matriz, sendo  $i$  o vértice inicial e  $j$  o vértice final da aresta.



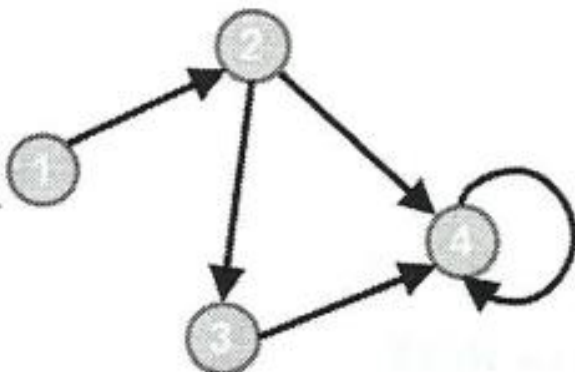
# MATRIZ DE ADJACÊNCIA

GRAFO



	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	1	0	1	1
3	0	1	0	1
4	0	1	1	1

DIGRAFO



	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	1



# MATRIZ DE ADJACÊNCIA

- A representação de um grafo por matriz de adjacência possui um alto custo computacional e não é indicada para um grafo que possui muitos vértices mas poucas arestas ligando-os.
- Operações como encontrar todos os vértices adjacentes a um vértice exigem que se pesquise em toda a linha da matriz.





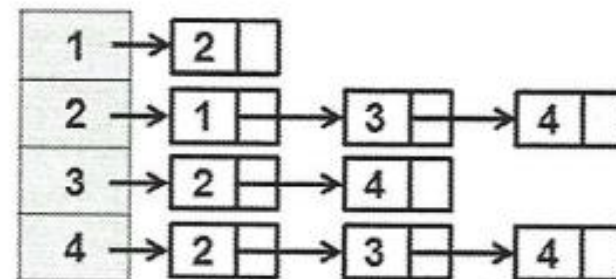
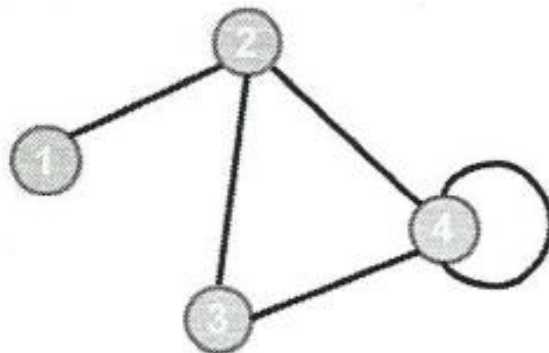
# LISTA DE ADJACÊNCIA

- A representação de um grafo por lista de adjacência faz uso de uma lista de vértices para descrever as relações entre os vértices.
- Neste tipo de representação, um grafo contendo  $N$  vértices utiliza um array de ponteiros de tamanho  $N$  para armazenar os vértices do grafo.
- Em seguida, para cada vértice é criada uma lista de arestas, em que cada posição da lista armazena o índice do vértice e a quais vértices ele se conecta.

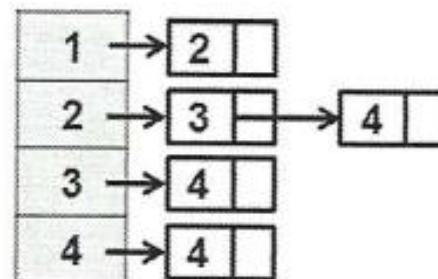
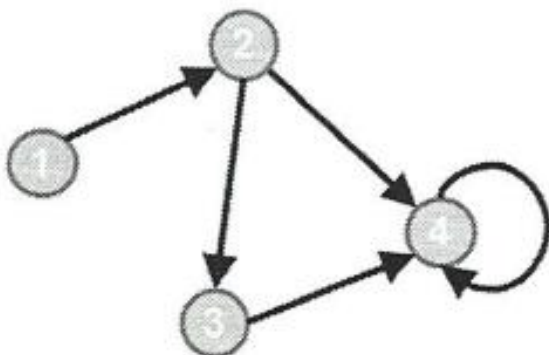


# LISTA DE ADJACÊNCIA

GRAFO



DIGRAFO





# LISTA DE ADJACÊNCIA

- A representação por lista de adjacência é mais indicada para um grafo que possui muitos vértices mas poucas arestas ligando-os.
- À medida que o número de arestas cresce, e não havendo nenhuma informação associada à aresta, o uso de uma matriz de adjacência se torna mais eficiente.
- Além disso, descobrir se dois vértices estão conectados implica percorrer todas as arestas de um deles, enquanto na matriz de adjacência essa tarefa é imediata.



# REFERÊNCIAS

- PEREIRA, Silvio do Lago. Estrutura de Dados Fundamentais: Conceitos e Aplicações, 12. Ed. São Paulo, Érica, 2008.
- BACKES, André Ricardo, Estrutura de dados descomplicada: em linguagem C, 1 Ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2016.
- SENGER, H., Notas de Aula, Universidade de São Judas Tadeu, 1999.
- WALDEMAR Celes, Renato Cerqueira, José Lucas Rangel, Introdução a Estruturas de Dados, Editora Campus (2004).
- VELOSO, Paulo. SANTOS, Celso dos. AZEVEDO, Paulo. FURTADO, Antonio. Estrutura de dados. Rio de Janeiro: Ed. Elsevier, 1983 27ª reimpressão.
- <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>