



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo



ESTRUTURA DE DADOS II

Prof. Adilso Nunes de Souza



PROBLEMAS DAS ED JÁ ESTUDADAS

- São estruturas Lineares
- Pilha e Fila
 - Eficiente para inserção e remoção dinâmica de elementos (início ou fim), mas ineficiente para busca
- Lista Encadeada (ordenada) estática
 - Eficiente para busca (busca binária), mas ineficiente para inserção e remoção de elementos (requer abrir espaços)



ÁRVORE

- São estruturas de dados não lineares, pois os membros podem apresentar múltiplos sucessores.
- Neste tipo de estruturas os elementos não se ligam entre si através de uma relação anterior-seguinte, mas existe uma relação hierárquica, são portanto estruturas hierarquizadas.



ÁRVORE

- Árvores apresentam uma solução eficiente para inserção, remoção e busca;
- Este tipo de estrutura pode representar:
 - O organograma de uma empresa;
 - Uma árvore genealógica;
 - A estrutura de um livro;
 - Uma expressão matemática;



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

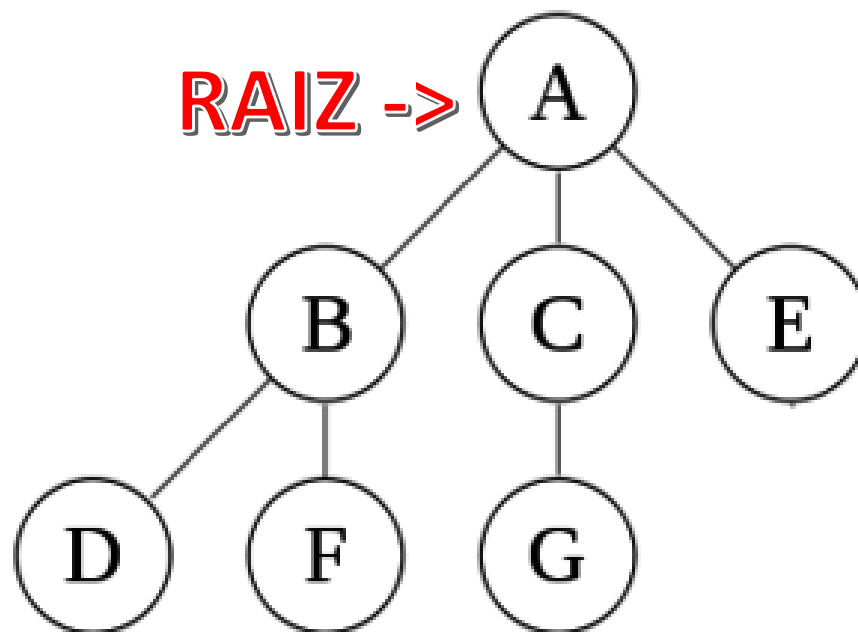
ÁRVORE





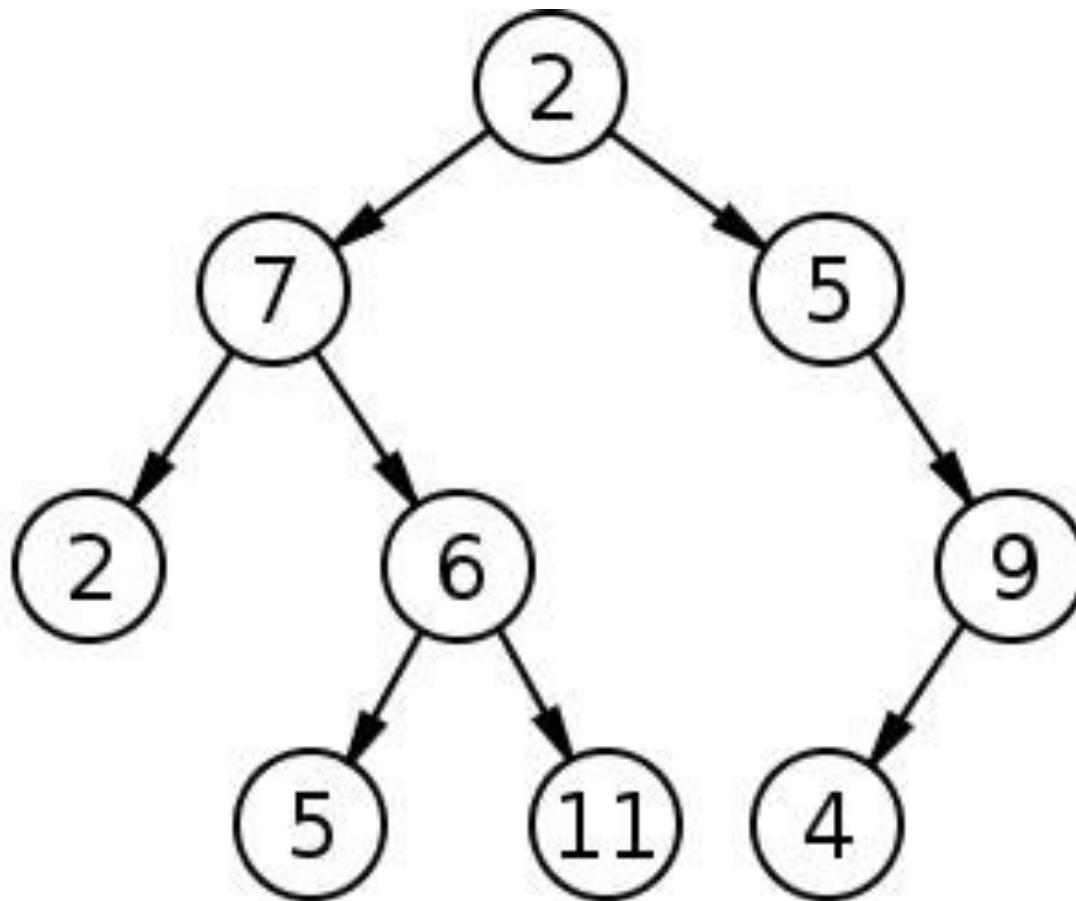
ÁRVORE

- Normalmente, as árvores são desenhadas de forma invertida, com a raiz para cima.





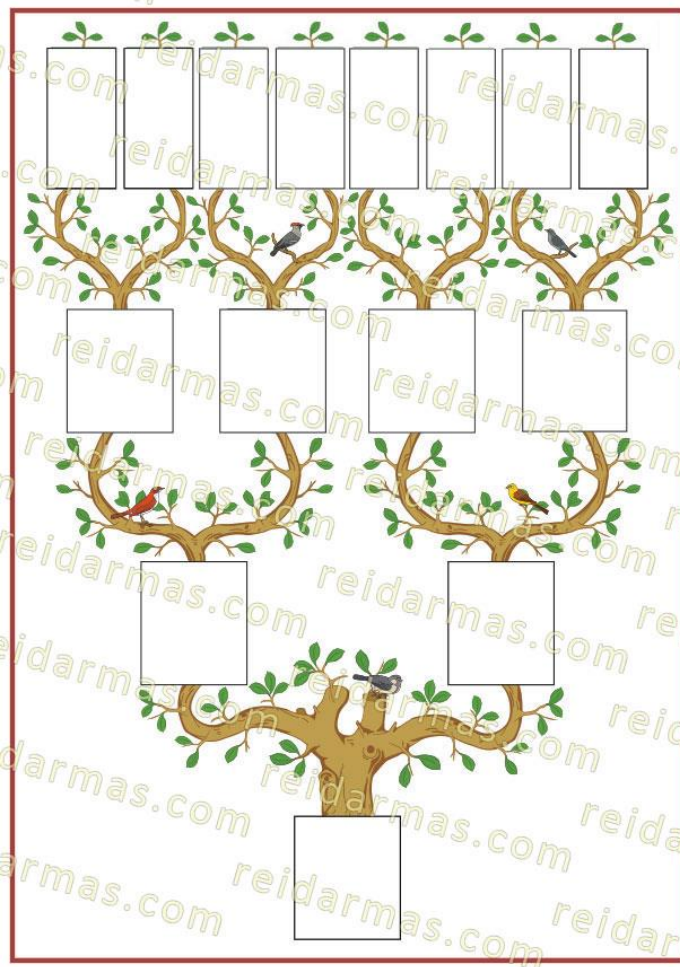
ÁRVORE





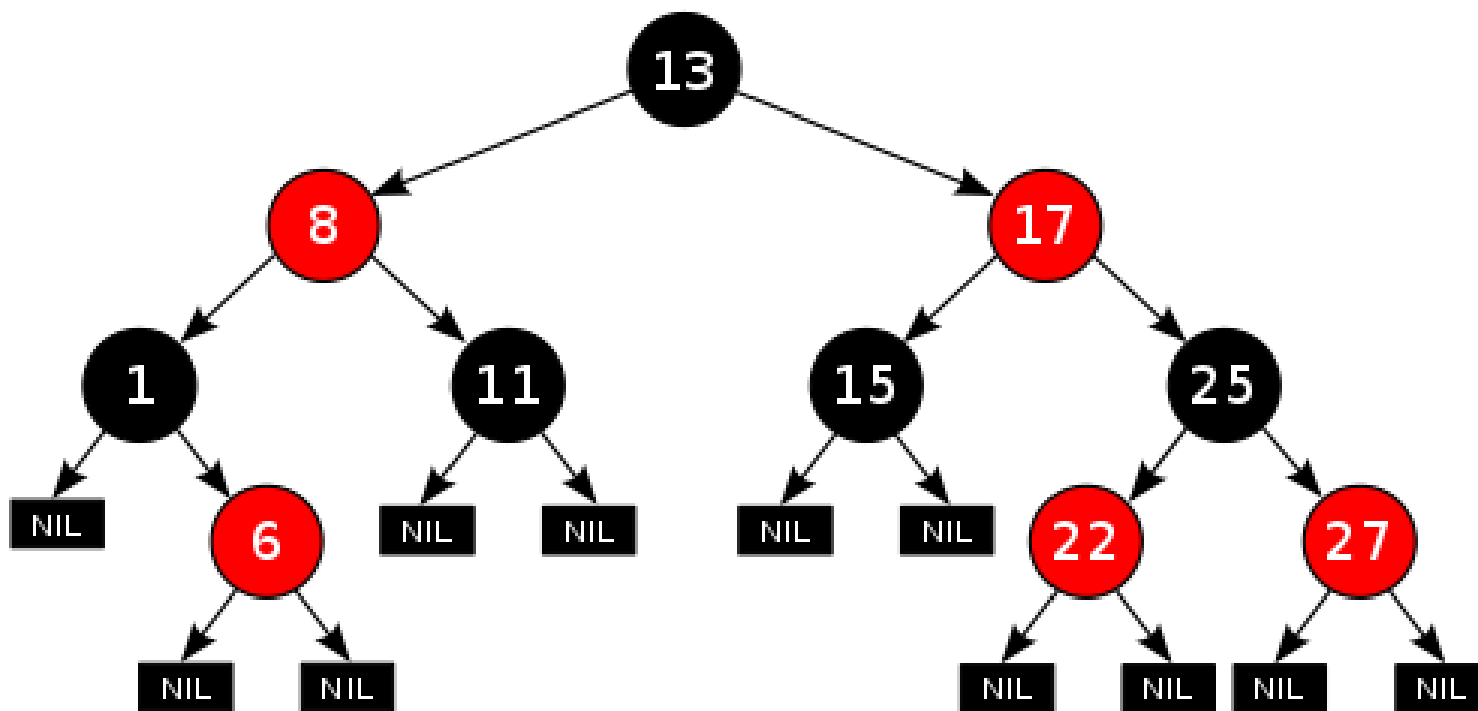
INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

ÁRVORE





ÁRVORE





ÁRVORE

- A terminologia utilizada neste tipo de estrutura é intuitiva que se baseia em árvores de família, com os termos "pai", "filho", "ascendentes", "descendentes".
- Árvore é um tipo abstrato de dados que guarda os elementos (nós) hierarquicamente.
- A ligação entre os elementos é chamado de "ramo".

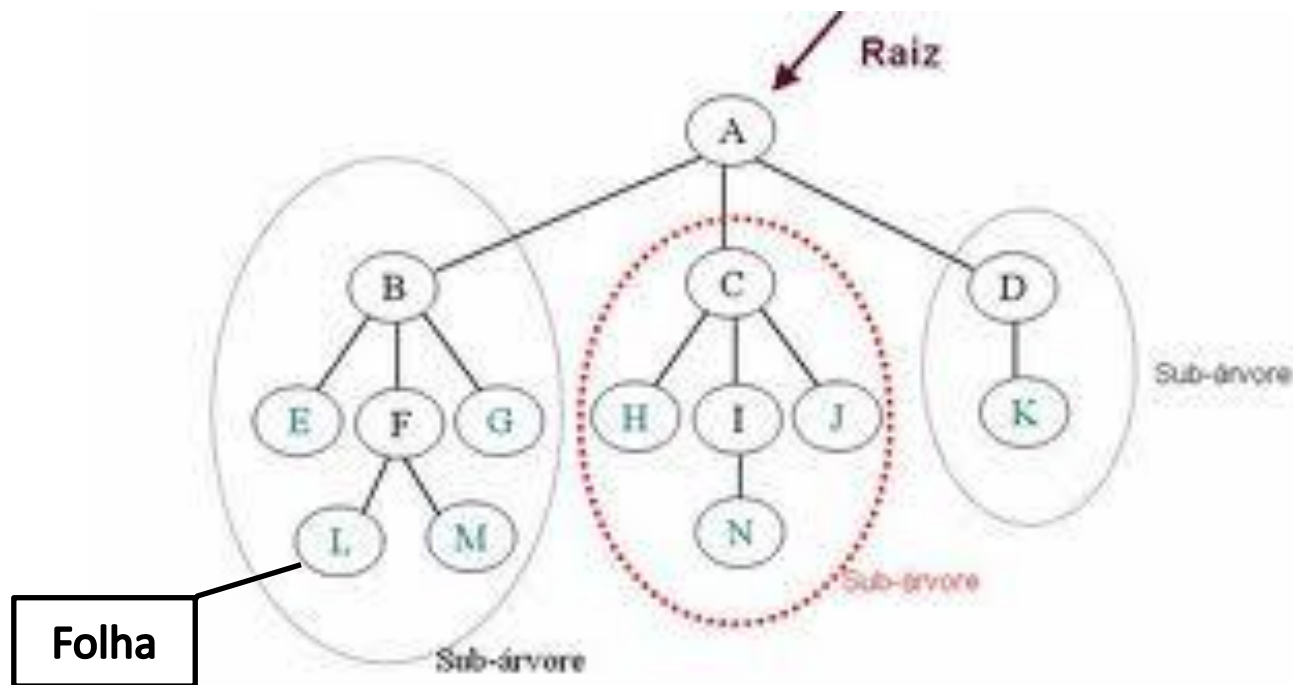


ÁRVORE

- Com exceção do elemento topo ou elemento raiz, cada elemento tem um elemento pai e zero ou mais elementos filhos.
- Cada elemento numa árvore é a raiz da sub-árvore que é definida pelo nó e todos os descendentes do nó.



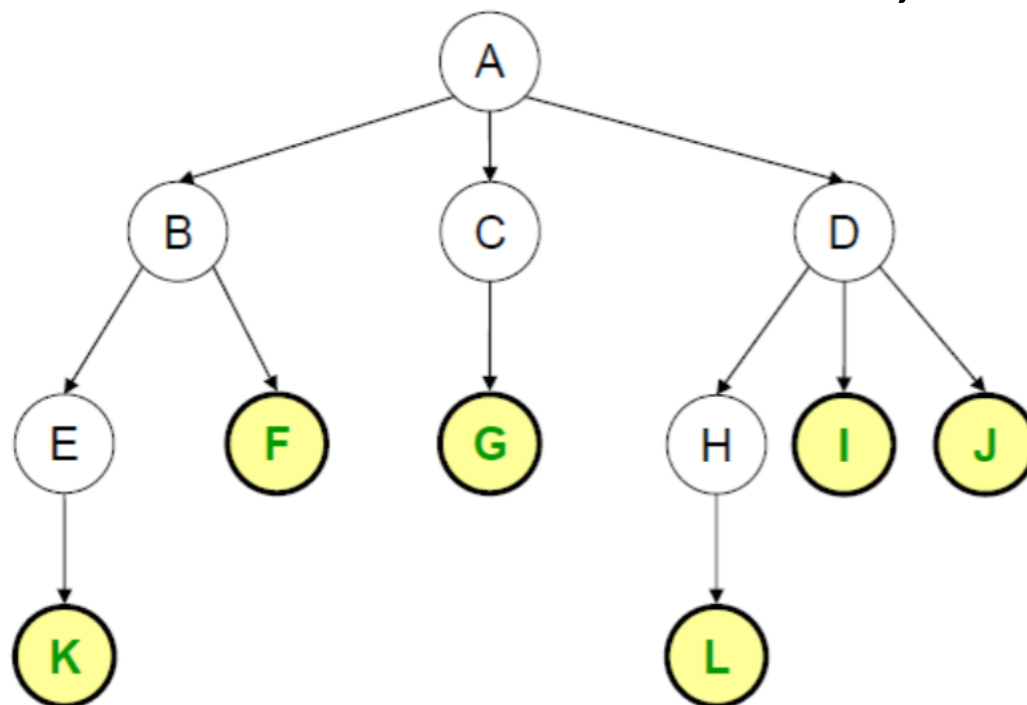
ÁRVORE





ÁRVORE: ELEMENTOS FOLHA/TERMINAL

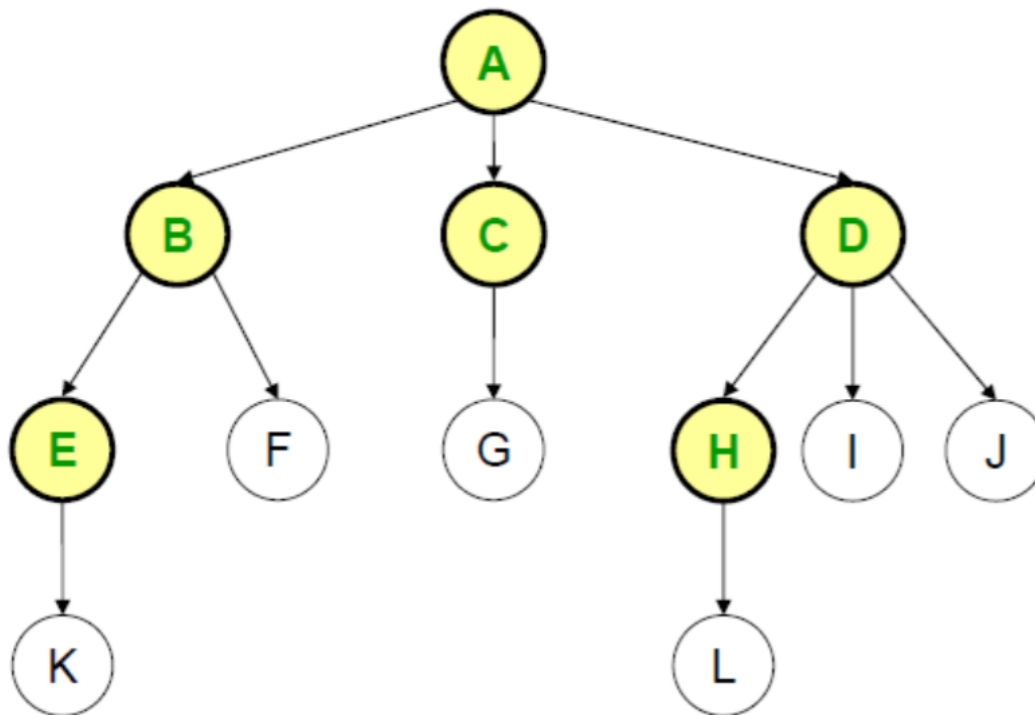
- Um nó sem descendentes (sem filhos) é denominado terminal ou folha;





ÁRVORE: ELEMENTOS NÃO-FOLHA/INTERIOR

- Um nó com descendentes (com filhos) é denominado não-folha ou nó interior;





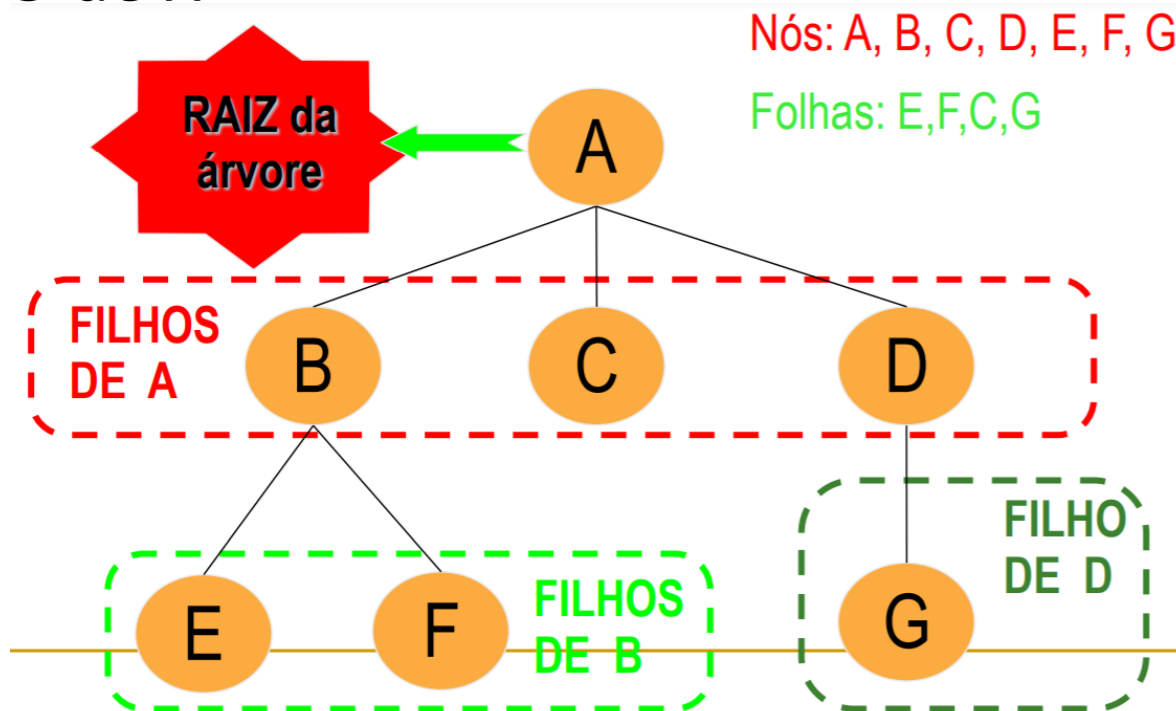
ÁRVORE

- O movimento de um nó para os seus descendentes faz-se através de um único caminho.
- Os ascendentes de um nó X são todos os nós que existem no caminho desde esse nó até à raiz.



ÁRVORE: PAI E FILHO

- Se um nó X é raiz de uma árvore, e um nó Y é raiz de uma sub-árvore de X, então X é PAI de Y e Y é FILHO de X



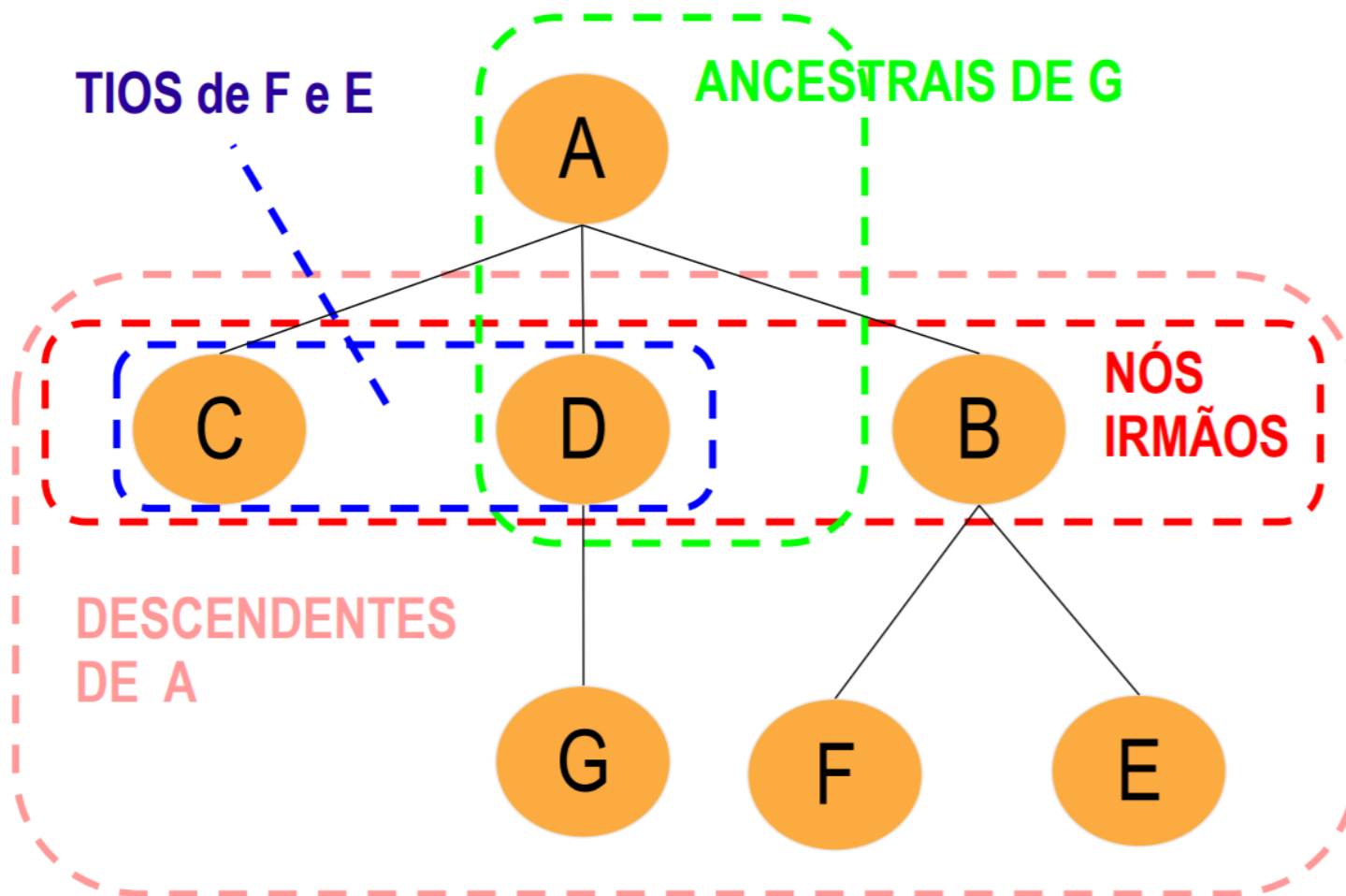


ÁRVORE: ANCESTRAL, DESCENDENTE, IRMÃO E TIO

- O nó X é um **ANCESTRAL** do nó Y (e Y é **DESCENDENTE** de X)
 - Se X é o **PAI** de Y, ou se X é **PAI** de algum **ANCESTRAL** de Y
- Dois nós são **IRMÃOS** se são filhos do mesmo pai
 - Se os nós Y1, Y2, ...Yj são irmãos, e o nó Z é filho de Y1, então Y2,...Yj são **TIOs** de Z



ÁRVORE: ANCESTRAL, DESCENDENTE, IRMÃO E TIO



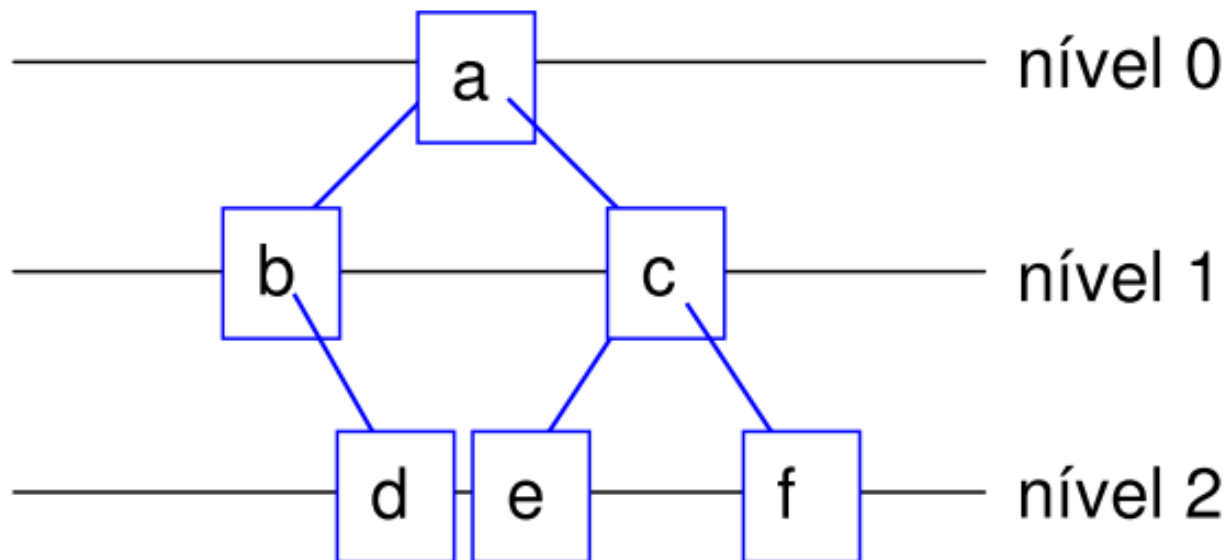


ÁRVORE: GRAU E NÍVEL DE SEUS NÓS

- Grau de um nó: O número de subárvores de um nó é o grau daquele nó, (**número de filhos**).
- O nível do nó é definido da seguinte forma: a raiz da árvore tem nível 0, enquanto o nível dos demais nós é igual ao número de linhas que o liga à raiz.



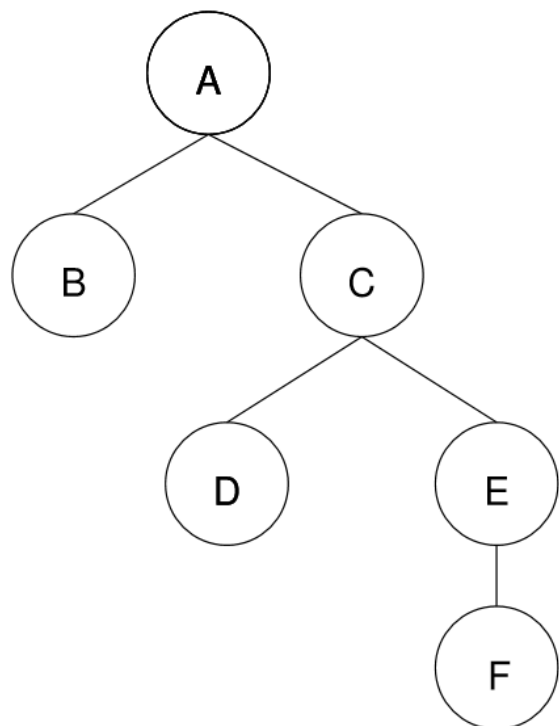
ÁRVORE: NÍVEL DE UM NÓ



- Esta definição não é universal, alguns autores tratam que o nível da raiz pode ser 1 e assim sucessivamente.



ÁRVORE



Nó	Grau	Nível
A	2	0
B	0	1
C	2	1
D	0	2
E	1	2
F	0	3

- O GRAU de uma árvore é o maior entre os graus de todos os seus nós. Neste exemplo a árvore possui grau 2.



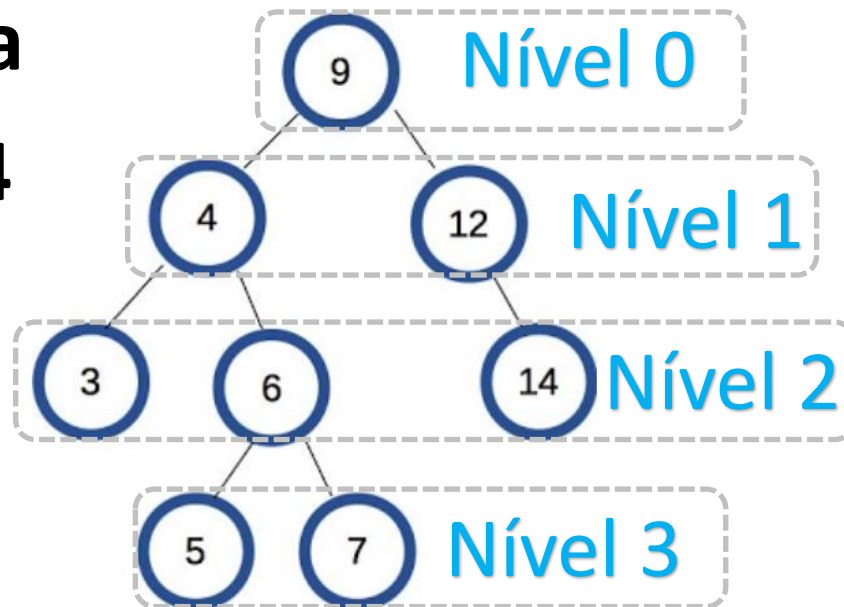
ÁRVORE: ALTURA OU PROFUNDIDADE

- O número de ramos de um caminho define o **COMPRIMENTO DO CAMINHO**.
- A **ALTURA** ou **PROFUNDIDADE** de uma árvore X é dada pelo **MAIOR CAMINHO MAIS 1** de seus nós.
- Portanto, **ALTURA** ou **PROFUNDIDADE** da árvore corresponde ao número de nós do maior caminho entre a raiz e o nó folha mais distante.



ÁRVORE: ALTURA OU PROFUNDIDADE

- **Árvore de altura ou profundidade 4**



OBS: Alguns autores definem a altura como sendo o maior nível existente na árvore, desde que iniciado a contagem da raiz como nível 1. Ou como sendo o número total de níveis, neste caso são 4 níveis (0, 1, 2, 3)



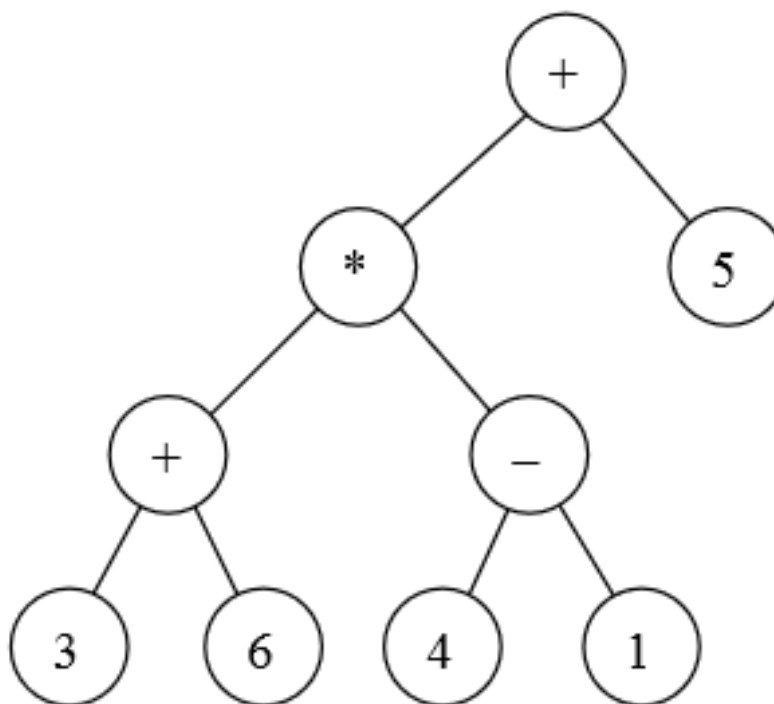
ÁRVORE

- Um exemplo de utilização de árvores está na avaliação de expressões.
- Como trabalhamos com operadores que esperam um ou dois operandos, os nós da árvore para representar uma expressão têm no máximo dois filhos.
- Nessa árvore, os nós folhas representam operandos e os nós internos operadores



ÁRVORE

- Dada a expressão:
- $((3+6)*(4-1)+5)$
- Temos a árvore correspondente:





ÁRVORE

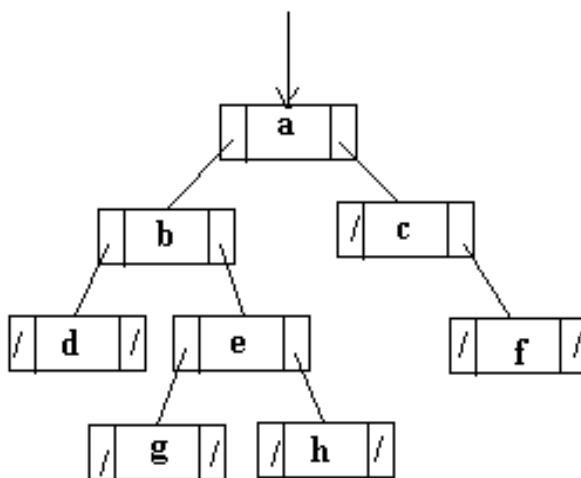
- Exemplo de implementação usando uma matriz:

Índice	Info	Esquerda	Direita
0	13	4	2
1	31	6	-1
2	25	7	1
3	12	-1	-1
4	10	5	3
5	2	-1	-1
6	29	-1	-1
7	20	-1	-1



ÁRVORE

- Exemplo de implementação:



índice esquerdo	conteúdo	índice direito	
-1	h	-1	8
-1	g	-1	7
-1	f	-1	6
7	e	8	5
-1	d	-1	4
-1	c	6	3
4	b	5	2
2	a	3	1



ÁRVORE

- Percorrer uma estrutura do tipo árvore:
- Passo básico: visitar a raiz V de cada subárvore.
- Percorrer subárvores esquerda L e direita R .
- Definir a ordem em que estas operações são realizadas de acordo com o problema a ser resolvido.



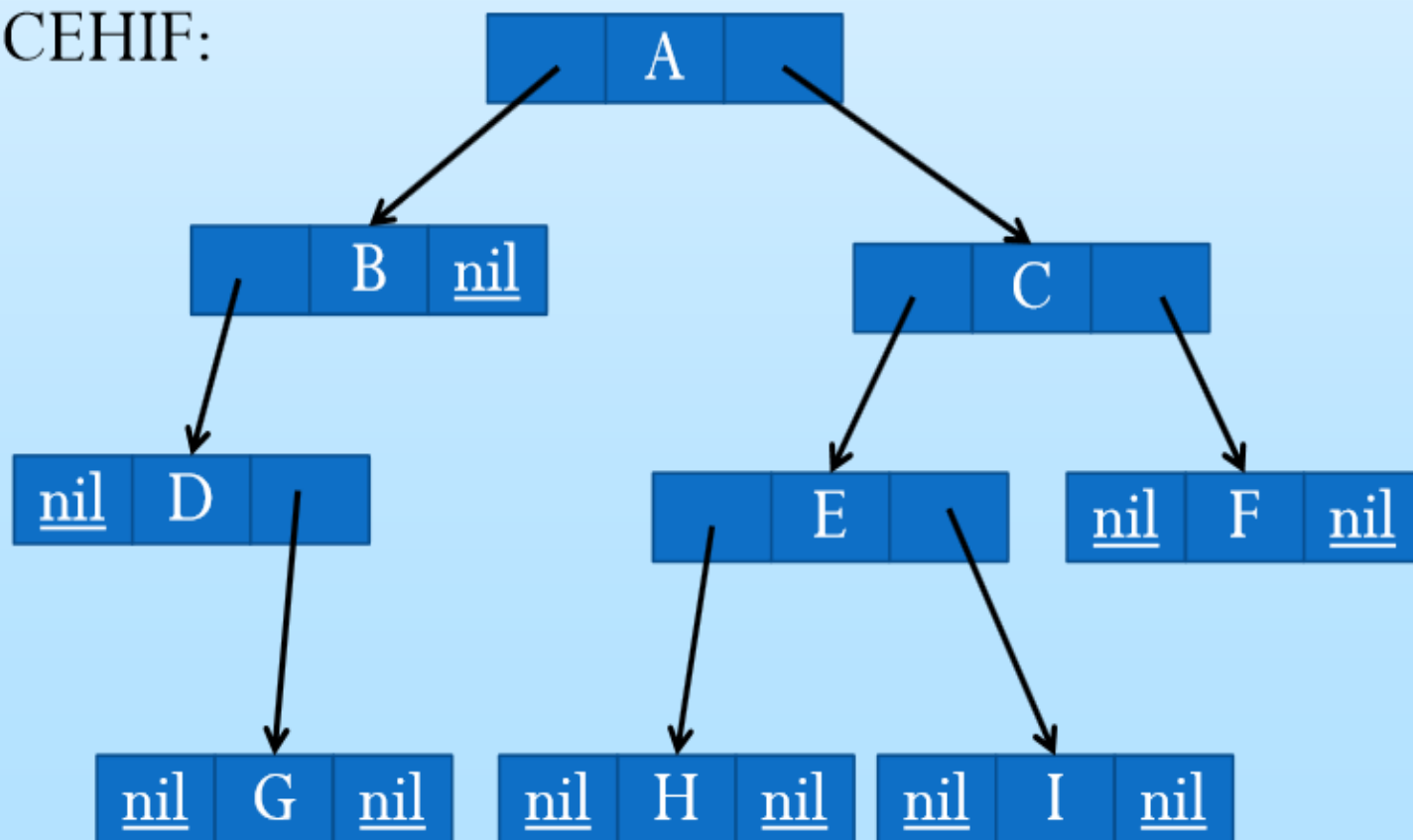
ÁRVORE

- Algoritmo:
- Seguir tanto quanto possível à esquerda (ou direita)
- Então mover para trás até a primeira encruzilhada
- Seguir um passo para direita (ou esquerda)
- Novamente, seguir tanto quanto possível para a esquerda (ou direita)
- Repetir o processo até que todos os nós tenham sido visitados



ÁRVORE

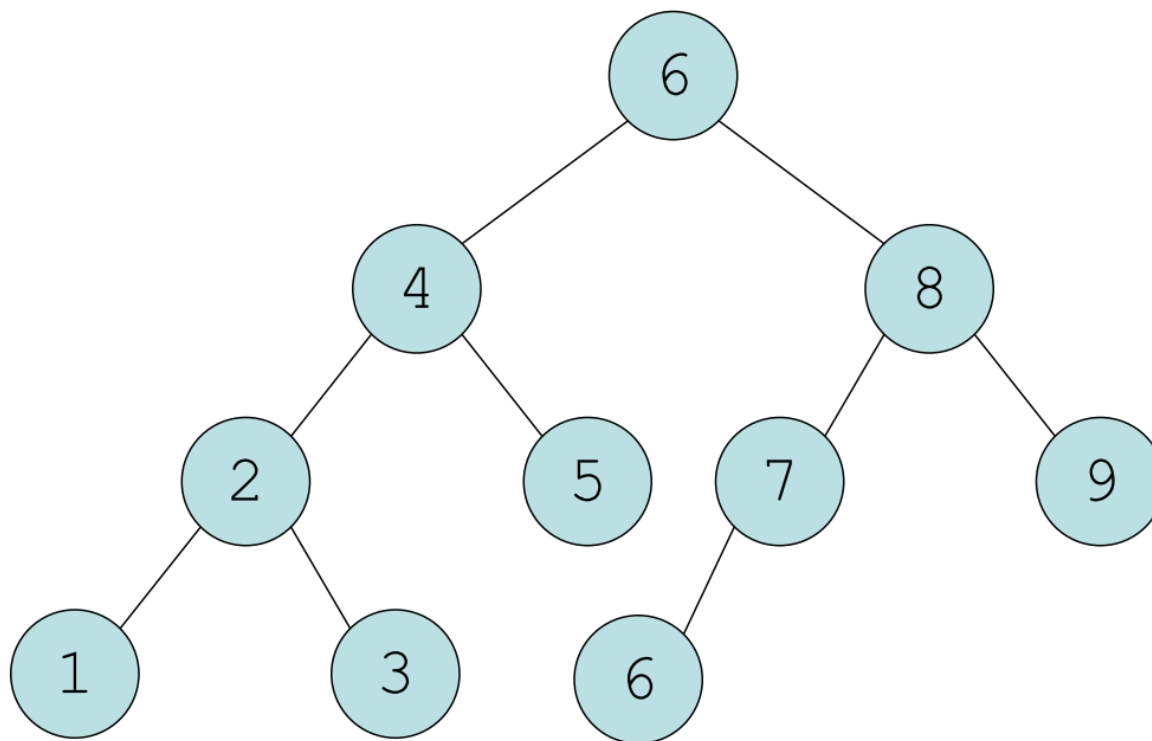
- Exemplo:
ABDGCEHIF:





EXEMPLO

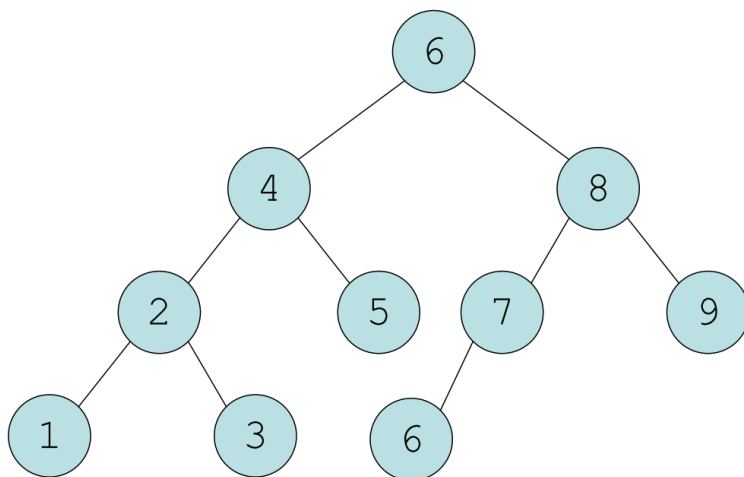
- Representação de Árvore





FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

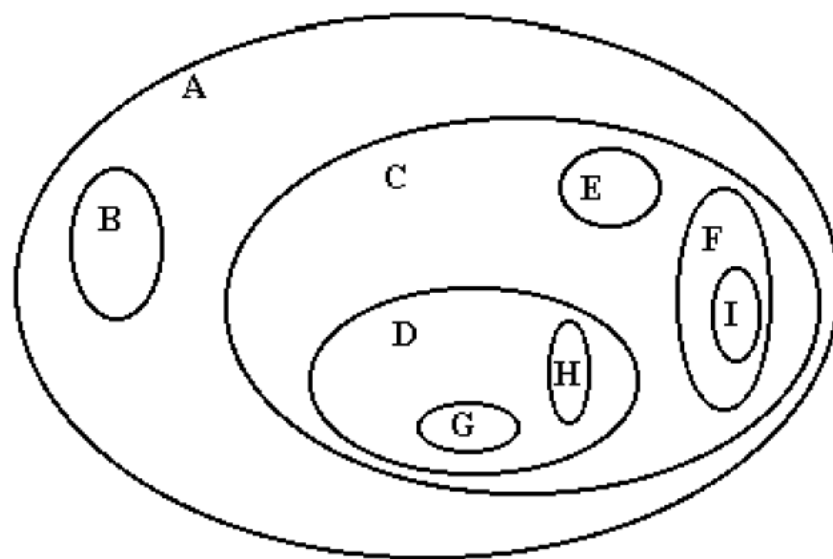
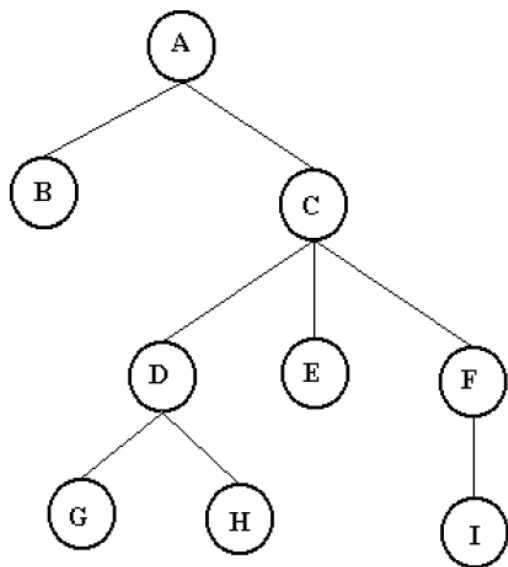
- Uma Árvore pode ser representada de diferentes formas:
- Notação textual: <raiz <sae> <sad>>
- <6<4<2<1<><>><3<><>>><5<><>>><8<7<6<><>><>><9<><>>>>>





FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

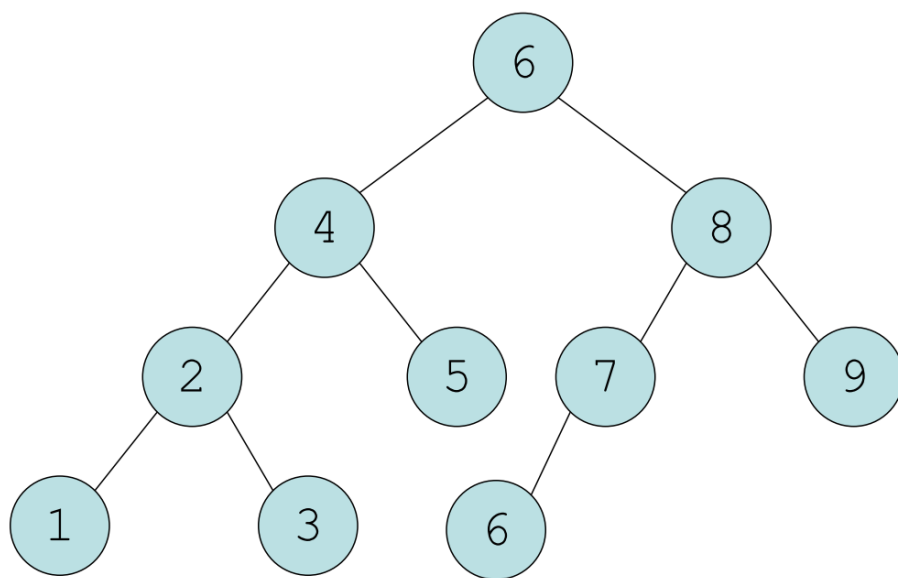
- Diagrama de inclusão ou Diagrama de Venn





FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

- Representação por paragrafação:



6
.. 4
... 2
.... 1
.... 3
... 5
.. 8
... 7
.... 6
... 9



REFERÊNCIAS

- PEREIRA, Silvio do Lago. Estrutura de Dados Fundamentais: Conceitos e Aplicações, 12. Ed. São Paulo, Érica, 2008.
- LORENZI, Fabiana. MATTOS, Patrícia Noll de. CARVALHO, Tanisi Pereira de. Estrutura de Dados. São Paulo: Ed. Thomson Learning, 2007.
- VELOSO, Paulo. SANTOS, Celso dos. AZEVEDO, Paulo. FURTADO, Antonio. Estrutura de dados. Rio de Janeiro: Ed. Elsevier, 1983 27ª reimpressão.
- WIKI, USP. Disponível em:
http://wiki.icmc.usp.br/images/5/5d/Arvores_Conceitos_Gerais.pdf. Acesso em: 10/04/2020.