

INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SUL-RIO-GRANDENSE  
Campus Passo Fundo



***Disciplina: Estrutura de Dados II***  
***Professor: Adilso Nunes de Souza***

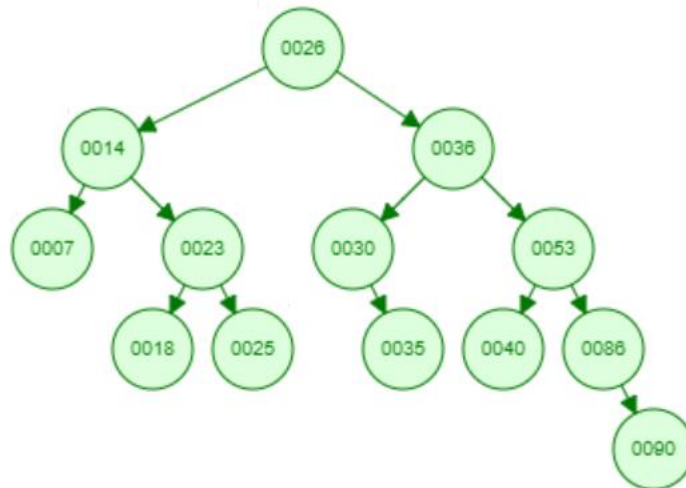
**Lista de exercícios 4**

**1 – Seguindo o critério de inserção em uma árvores AVL realize a inclusão dos elementos, na respectiva ordem e apresente a árvore resultante:**

**53, 26, 14, 7, 30, 36, 23, 86, 35, 18, 40, 25, 90.**

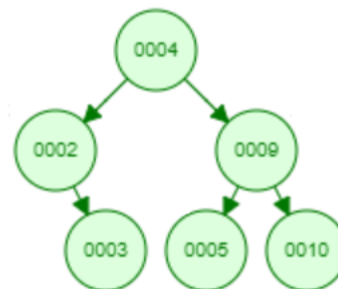
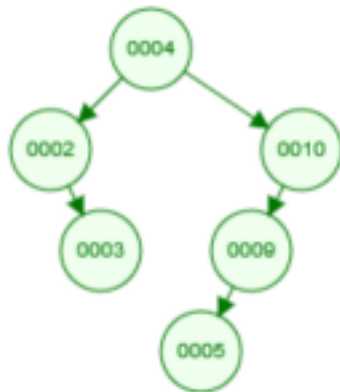
53, 26, 14		Necessário fazer um giro para à Direita LL	
7, 30, 36		Necessário fazer um giro duplo à direita LR	

23, 86,  
35, 18,  
40, 25,  
90

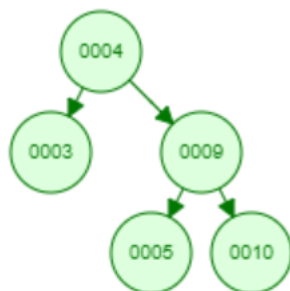


**2 – Analise a árvore AVL apresentada abaixo, em seguida realize as ações solicitadas indicando após cada ação como a árvore vai estar:**

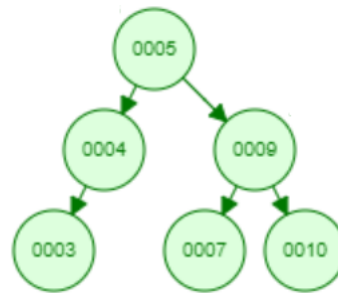
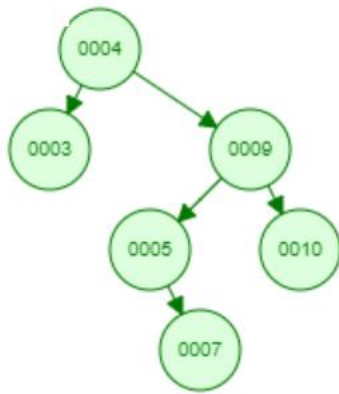
Antes de iniciar é necessário rotacionar a árvore pois esta desbalanceada no nó 10, seu FB = +2 realizando um rotação LL



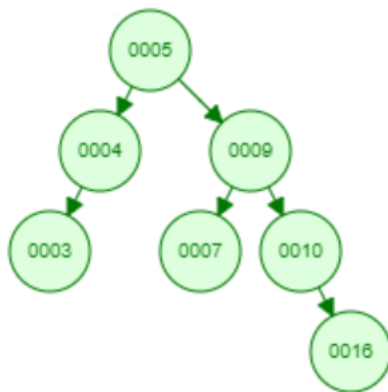
- Remover o nó 2: seu filho 3 assume seu lugar



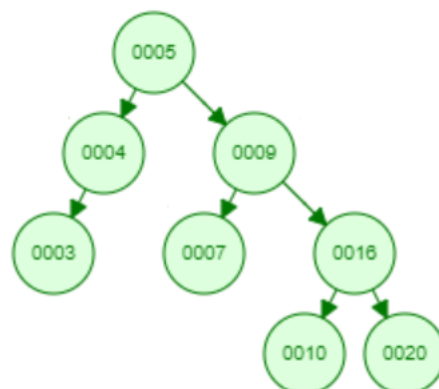
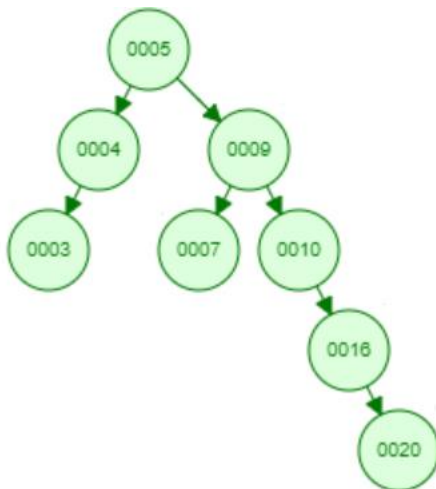
- Incluir o nó 7: é inserido a direita do 5 tornando a árvore desbalanceada no nó 4, FB = -2, como o FB do nó 9 é positivo +1 será necessário uma rotação dupla a esquerda RL



- Incluir o nó 16 : **inserção a direita do 10 permanecendo a árvore balanceada.**

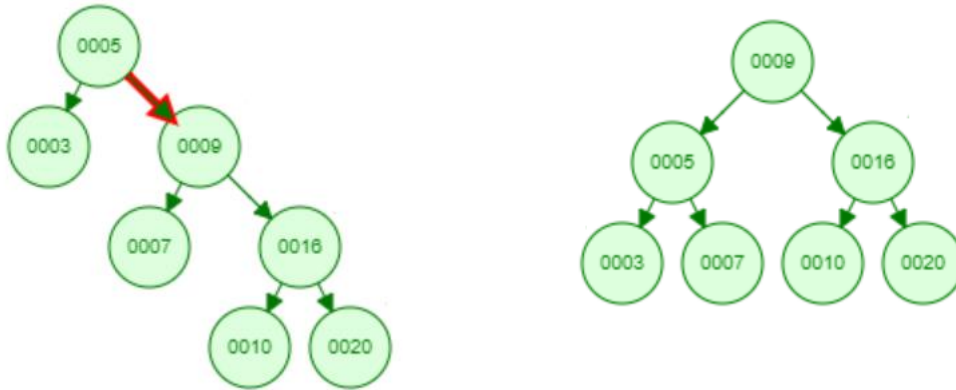


- Incluir o nó 20 : **é inserido a direita do 16 tornando a árvore desbalanceada no nó 10**  $FB = -2$ , no nó 9  $FB = -2$  e no nó 5  $FB = -2$ , como se resolve primeiro os **desbalanceamentos mais distantes da raiz**, executa-se uma rotação RR para resolver o problema no nó 10. Feito isso recalcula os FB e verifica-se que a árvore ficou equilibrada, resolvendo o problema no nó 9 e no nó 5.



- Remover o nó 4 : **após a remoção deste nó a árvore torna-se desbalanceada no nó 5**  $FB = -2$ , como o seu filho o nó 9 possui  $FB = -1$  (negativo também) é necessário uma

rotação simples a esquerda RR, havendo a necessidade do nó 7 trocar de lugar pois o nó 9 torna-se o raiz e o nó 5 é o seu filho a esquerda, portanto o nó 7 passa a ser o filho a direita do nó 5, mantendo a regra de formação da árvore (menores para à esquerda, maior ou igual à direita)



- Remover o nó 9 : como o nó 9 é o raiz o filho mais a direita, na subárvore à esquerda assume o seu lugar, no caso o nó 7



**3 - Qual é o menor número de níveis que uma árvore binária AVL com 42 nós pode apresentar?**

O número de nós da árvore pode ser obtido pegando a altura da árvore  $H$ , aplicando  $2^H - 1$ .

Uma árvore com altura 4:  $2^4 - 1 = 15$  nós

Uma árvore com altura 5:  $2^5 - 1 = 31$  nós

Uma árvore com altura 6:  $2^6 - 1 = 63$  nós

**6 níveis (0, 1, 2, 3, 4, 5)**

**4 - Qual é o número máximo de nós no nível 5 de uma árvore binária AVL.**

Um nível  $n$  possui exatamente  $2^n$  nós.

$2^5 = 32$  nós

$2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 32$

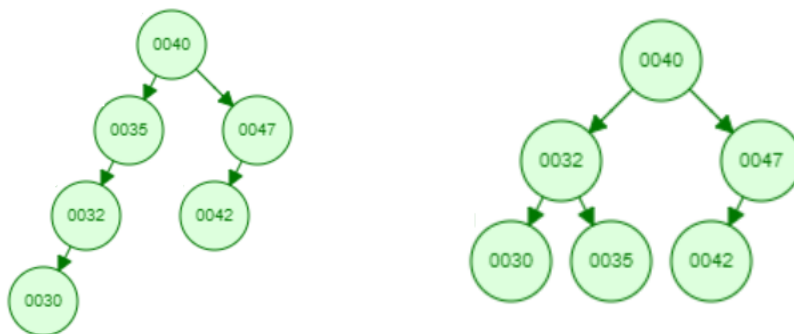
5 - A inserção dos elementos 47, 35, 40, 32, 42 e 30, nessa ordem, em uma árvore binária balanceada (AVL) inicialmente vazia apresenta como resultado a árvore mostrado na figura abaixo? Caso não esteja correto indique qual o resultado correto.

Apresente também as rotações que foram necessárias realizar (LL, RR, LR, RL) a cada inserção

Inserção do 47, 35, 40 : ao inserir o 40 a árvore torna-se desbalanceada no nó 47  $FB = +2$  como seu filho possui  $FB = -1$  positivo com negativo rotação dupla à direita LR



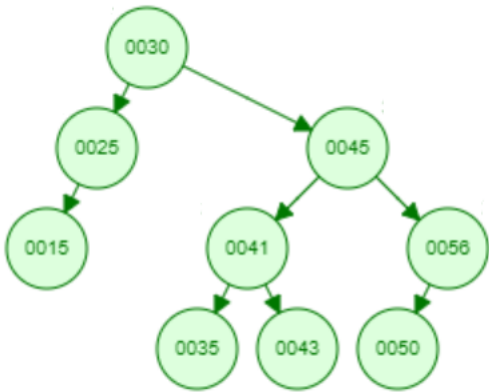
Inserção do 32, 42, 30 : ao inserir o 30 a árvore torna-se desbalanceada no nó 35  $FB = +2$  sendo necessário um giro simples para a direita LL



Árvore resultante diferente da árvore inicial apresentada:

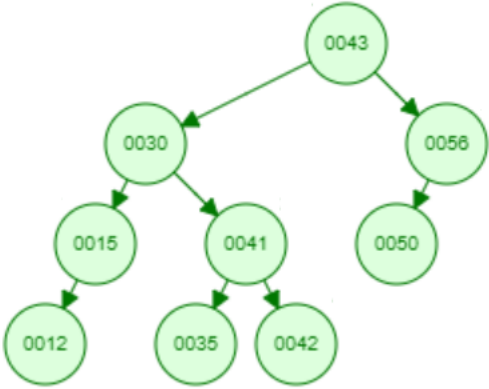
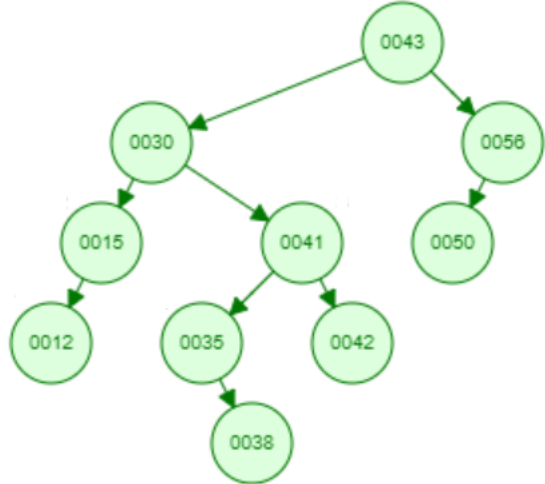
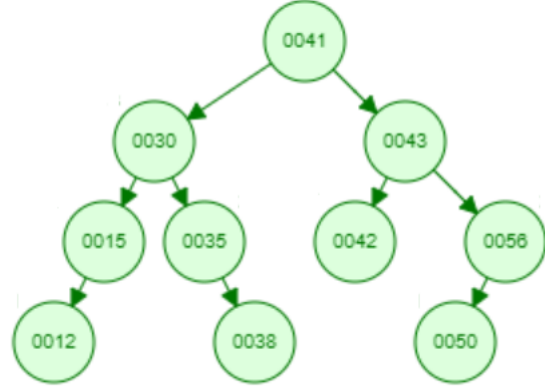
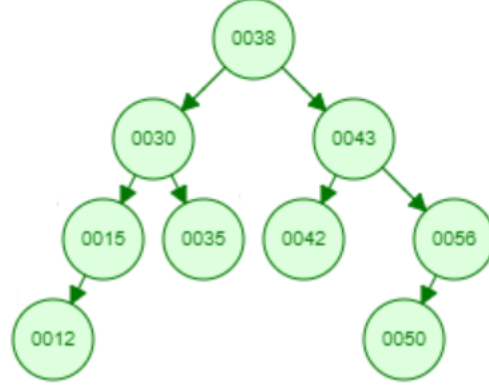


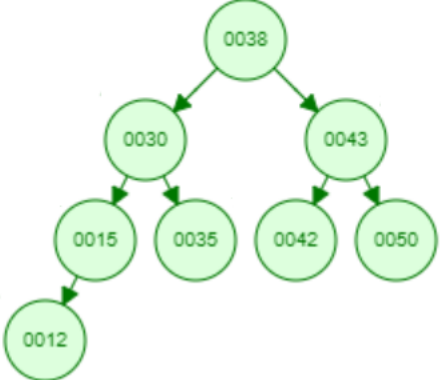
**6 – Considerando uma árvore AVL como a apresentada abaixo:**



**Se nesta árvore for executada as ações apresentadas abaixo, indique qual será a árvore resultante. E se houve necessidade de rotações, indique em cada ação qual as rotações realizadas:**

Remover o valor 45	O filho mais à direita na subárvore esquerda assume seu lugar, no caso o 43	<pre>graph TD; 0030((0030)) --&gt; 0025((0025)); 0030 --&gt; 0043((0043)); 0025 --&gt; 0015((0015)); 0043 --&gt; 0041((0041)); 0043 --&gt; 0056((0056)); 0041 --&gt; 0035((0035)); 0056 --&gt; 0050((0050));</pre>
Remover o valor 25	O único filho 15 assume seu lugar ou seja o filho a esquerda do 30 passa a ser o 15 Desequilíbrio no nodo 30 FB - 2 necessário giro para a esquerda RR neste caso o 43 se torna o raiz, o 41 que era filho a esquerda do 43 passa a ser o filho a direita do 30, levando consigo seus filhos no caso o 35	<pre>graph TD; 0043((0043)) --&gt; 0030((0030)); 0043 --&gt; 0056((0056)); 0030 --&gt; 0015((0015)); 0030 --&gt; 0041((0041)); 0041 --&gt; 0035((0035)); 0056 --&gt; 0050((0050));</pre>

Incluir 12, 42	Inclusão normal sem necessidade de rotações	
Incluir 38	<p>Desequilíbrio na árvore no nó 43 <math>FB = +2</math></p> <p>O nó 30 tem <math>FB = -1</math> quando é positivo e o filho negativo rotação dupla a direita LR (rotaciona uma vez para a esquerda e depois a direita)</p> <p>Então o 41 toma o lugar do 30 e o 30 passa a ser o filho a esquerda do 41, logo o 35 passa a ser o filho a direita do 30,</p>	
	agora basta rotacionar para a direita tornando o 41 o raiz e o 42 passa a ser o filho a esquerda do 43	
Remover o valor 41	O nó 41 é o raiz neste caso busca-se o nó mais a direita na subárvore da esquerda para assumir o seu lugar, no caso o 38 se torna o raiz.	

<p>Remover o valor 56</p>	<p>Seu único filho o nó 50 assume seu lugar</p>	
<p>Incluir 23</p>	<p>Inclusão normal seguindo a regra da árvore, sem necessidade de rotações.</p>	