UNIVESIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

CF-034
30.07.2020

Métodos Numéricos
Parcial

1. (6 puntos) El potencial de Buckingham es una representacióna aproximada de la energía potencial de interacción entre átomos en un sólido o un gas como función de la distancia de separación entre ellos.

$$V(r) = V_0 \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 - e^{-r/\sigma} \right]$$

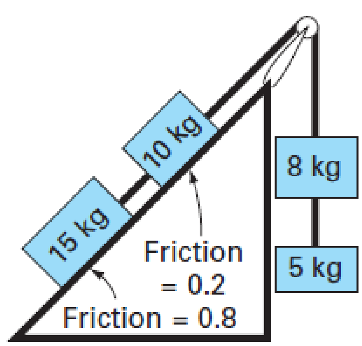
- Considere el potencial normalizado $\hat{V}(x) = (V/V_0)(x)$ donde $x = r/\sigma$ y determine numericamente para que valor de x, $\hat{V}(x)$ alcanza su mínimo valor.
- Usando otro método determine para que valor x el potencial normalizado es igual a $-0{,}1$.
- Graficar para cada item el error aproximado Err en función de las iteraciones k y ajustar las curvas a la ecuación $Err(k) = \alpha k^{\beta}$. Muestre los valores de α y β en la gráfica.

2. (4 puntos) Un punto de Lagrange L_1 es un punto entre la Tierra y la Luna en el cual un satélite orbita al rededor de la Tierra en perfecta sincornización con la Luna. Considerando la óribta del satélite circular con rapidez angular ω.

- Encontar la ecuación que cumple dicho punto en función de la masa de la Tierra (M), la masa de la Luna (m), la velocidad angular del satélite (ω) y la distancia de la Tierra a la Luna (R).(2 puntos)
- Determine numéricamente la distancia a la cual se encuentra L_1 con respecto a la tierra, si

$$\begin{aligned} G &= 6{,}674 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \\ M &= 5{,}974 \times 10^2 4 kg \\ m &= 7{,}348 \times 10^{22} kg \\ R &= 3{,}844 \times 10^8 m \\ \omega &= 2{,}662 10^{-6} s^{-1} \end{aligned}$$

3. (4 puntos) El sistema mostrado en la figura se encuentra en movimiento.



- Escriba las ecuaciones del sistema.(2 puntos)
- Mediante un método numérico determine la aceleración del sistema y las tensiones en las cuerdas.

Nota: La superficie del plano inclinado hace un ángulo de 45° con la horizontal.

4. (6 puntos) Se sabe que la variable y depende de x_1 y x_2 y al realizar un experimento se obtiene el conjunto de datos (y_i, x_{1i}, x_{2i}) donde $i = 1..n$. Se desea realizar una regresión lineal sobre dos varaibles de la forma

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$$

y para eso se define el residuo

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_{1i} - a_2 x_{2i})^2$$

- Minimice S con respecto a las constantes a_0, a_1 y a_2 y obtenga el sistema lineal que verifican.(2 puntos)
- Considere el conjunto de datos tomados para el flujo de agua estacionario en una tubería circular.

Experimento	Diámetro, m	Inclinación	Flujo, m^3/s
1	0.3	0.001	0.04
2	0.6	0.001	0.24
3	0.9	0.001	0.69
4	0.3	0.01	0.13
5	0.6	0.01	0.82
6	0.9	0.01	2.38
7	0.3	0.05	0.31
8	0.6	0.05	1.95
9	0.9	0.05	5.66

Utilice un regresión de dos variables para ajustar los datos con el modelo

$$Q = \alpha_0 D^{\alpha_1} S^{\alpha_2}$$

donde Q es el flujo, D es el diámetro y S es la inclinación.
Sugerencia: recuerde que

$$\begin{aligned} y &= a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \\ ln(y) &= ln(a_0) + a_1 ln(x_1) + a_2 ln(x_2) \end{aligned}$$

Total: 20 puntos.