

## Parte I

# Primera Unidad



# variable compleja

## 0.1. Variable compleja

Los números complejos se dice  $z$  que se puede definir como pares ordenados

$$z = \langle x, y \rangle$$

de números reales  $x$  e  $y$  con las operaciones de suma y producto. Se suele identificar los pares  $\langle x, 0 \rangle$  con los números reales  $x$ . El conjunto de los números contiene a los números reales como subconjunto.

Los números complejos de la forma  $\langle 0, y \rangle$  se llama números imaginarios puros. Los números reales  $x$  e  $y$  en la expresión se conocen respectivamente, como parte real y parte imaginaria de  $z$ .

$$Re\langle z \rangle = x \quad Im\langle z \rangle = y$$

Dos números complejos  $\langle x_1, y_1 \rangle$  y  $\langle x_2, y_2 \rangle$  se dicen iguales si tienen iguales la parte real e imaginarios. Es decir

$$\langle x_1, y_1 \rangle = \langle x_2, y_2 \rangle$$

si y solo si

$$x_1 = x_2 \wedge y_1 = y_2$$

La suma  $z_1 + z_2$  y el producto  $z_1 z_2$  de dos números complejos  $z_1 = \langle x_1, y_1 \rangle$  y  $z_2 = \langle x_2, y_2 \rangle$  se definen por las ecuaciones

$$\langle x_1, y_1 \rangle + \langle x_2, y_2 \rangle = \langle x_1 + x_2, y_1 + y_2 \rangle$$

$$\langle x_1, y_1 \rangle \langle x_2, y_2 \rangle = \langle x_1 x_2 - y_1 y_2, y_1 x_2 + x_1 y_2 \rangle$$

En particular  $\langle x, 0 \rangle + \langle 0, y \rangle = \langle x, y \rangle$  y  $\langle 0, y \rangle \langle y, 0 \rangle = \langle 0, y \rangle$  luego

$$\langle x, y \rangle = \langle x, 0 \rangle + \langle 0, 1 \rangle \langle y, 0 \rangle$$

El sistema de los números complejos es un consecuencia una extensión natural de los números reales.

Pensando en un número real como  $x$  o como  $\langle x, 0 \rangle$  y denotamos por  $i$  al numero imaginario puro  $\langle 0, 1 \rangle$  podemos ver

$$\langle x, y \rangle = x + yi$$

Asimismo con el convenio  $z^2 = zz$ ,  $z^3 = zz^2$  etc... Hallamos

$$i^2 = \langle 0, 1 \rangle \langle 0, 1 \rangle = \langle -1, 0 \rangle$$

Es decir

$$t^2 = -1$$

Se puede divisar la expresión

$$\langle x_1 + y_1 i \rangle + \langle x_2 + y_2 i \rangle = \langle x_1 + x_2 \rangle + \langle y_1 + y_2 \rangle i$$

$$\langle x_1 + y_1 i \rangle \langle x_2 + y_2 i \rangle = \langle x_1 x_2 - y_1 y_2 \rangle + \langle y_1 x_2 + x_1 y_2 \rangle i$$

Observe que los miembros de la derecha en esas ecuaciones se pueden obtener formalmente manipulando los términos de la izquierda como se sólo contuvieron números reales y sustituyendo como se sólo contuvieron números reales y sustituyendo  $t^2$  por  $-1$  cuando aparezca

# limites y con. de func. complejas

afafa fafaf afafa