

1 La transformada de Fourier del Escalón Unitario

1.1 Función Escalón Unitario

También conocida como función de Heaviside, es una función discontinua cuyo valor es 0 para cualquier argumento negativo y 1 para cualquier argumento positivo.

$$\forall x \in \mathbb{R} : \quad u(t) = H(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

Tiene aplicaciones en ingeniería de control y procesamiento de señales, representando una señal que se enciende en un tiempo específico, y se queda encendida indefinidamente.

1.2 Desarrollo de la Función Escalón con Fourier

Supóngase $\mathcal{F}[u(t)] = F(\omega)$, entonces se tiene $\mathcal{F}[u(-t)] = F(-\omega)$, puesto que:

$$u(-t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t > 0 \\ 1 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

Se tiene $u(t) + u(-t) = 1$ (Exceptuando cuando $t = 0$), por la Linealidad de la Transformada de Fourier, se tiene $\mathcal{F}[u(t)] + \mathcal{F}[u(-t)] = \mathcal{F}[1]$, esto es $F(\omega) + F(-\omega) = 2\pi\delta(\omega)$, se supone que $F(\omega) = k\delta\omega + B(\omega)$, donde k es una constante, y $B(\omega)$ es una función ordinaria, se halla estos términos resultando en:

$$\mathcal{F}[u(t)] = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$