INGENIERIA MECATRÓNICA

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

LIBRO DE MATEMATICAS SUPERIOR

Supervisado por:
Ing. Marcelo Roman
2014

CAPÍTULO I

Dedicado a
mi familia
mis amigos
la universidad

Agradecimientos

Agradecimientos
¡Muchas gracias a todos!

Índice general

Parte I

Primera Unidad

Capítulo 1

variable compleja

1.1. Variable compleja

Los números complejos se dice z que se puede definir como pares ordenados

$$z = \langle x, y \rangle$$

de números reales x e y con las operaciones de suma y producto. Se suele identificar los pares $\langle x, 0 \rangle$ con los números reales x. El conjunto de los números contiene a los números reales como subconjunto.
Los números complejos de la forma $\langle 0, y \rangle$ se llama números imaginarios puros. Los números reales x e y en la expresión se conocen respectivamente, como parte real y parte imaginaria de z.

$$Re\langle z \rangle = x \qquad Im\langle z \rangle = y$$

Dos números complejos $\langle x_1, y_1 \rangle$ y $\langle x_2, y_2 \rangle$ se dicen iguales si tienen iguales la parte real e imaginarios. Es decir

$$\langle x_1, y_1 \rangle = \langle x_2, y_2 \rangle$$

si y solo si

$$x_1 = x_2 \wedge y_1 = y_2$$

La suma $z_1 + z_2$ y el producto $z_1 z_2$ de dos números complejos $z_1 = \langle x_1, y_1 \rangle$ y $z_2 = \langle x_2, y_2 \rangle$ se definen por las ecuaciones

$$\langle x_1, y_1 \rangle + \langle x_2, y_2 \rangle = \langle x_1 + x_2, y_1 + y_2 \rangle$$

$$\langle x_1, y_1 \rangle \langle x_2, y_2 \rangle = \langle x_1 x_2 - y_1 y_2, y_1 x_2 - x_1 y_2 \rangle$$

En particular $\langle x, 0 \rangle + \langle 0, y \rangle = \langle x, y \rangle$ y $\langle 0, y \rangle \langle y, 0 \rangle = \langle 0, y \rangle$ luego

$$\langle x, y \rangle = \langle x, 0 \rangle + \langle 0, 1 \rangle \langle y, 0 \rangle$$

El sistema de los números complejos es un consecuencia una extensión natural de los números reales.
Pensando en un número real como x o como $\langle x, 0 \rangle$ y denotamos por i al numero imaginario puro $\langle 0, 1 \rangle$ podemos ver

$$\langle x, y \rangle = x + yi$$

Asimismo con el convenio $z^2 = zz, z^3 = zz^2 etc...$ Hallamos

$$t^2 = \langle 0,1\rangle\langle 0,1\rangle = \langle -1,0\rangle$$

Es decir

$$t^2 = -1$$

Se puede divisar la expresión

$$\langle x_1 + y_1 i\rangle + \langle x_2 + y_2 i\rangle = \langle x_1 + x_2\rangle + \langle y_1 + y_2\rangle i$$

$$\langle x_1 + y_1 i\rangle\langle x_2 + y_2 i\rangle = \langle x_1 x_2 - y_1 y_2\rangle + \langle y_1 x_2 + x_1 y_2\rangle i$$

Observese que los miembros de la derecha en esas ecuaciones se pueden obtener formalmente manipulando los términos de la izquierda como se sólo contuvieron números numeros reales y sustituyendo como se sólo contuvieron números reales y sustituyendo t^2 por -1 cuando aparezca

1.2. Propiedades

afafa fafaf afafa