Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Ciência da Computação

UnB-CIC: Uma classe em LaTeX para textos do Departamento de Ciência da Computação

José Marcos Leite

Monografia apresentada como requisito parcial
para conclusão do Bacharelado em Ciência da Computação

Orientadora
Prof.a Dr.a Claudia Nalon

Brasília
2020

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Ciência da Computação

UnB-CIC: Uma classe em LaTeX para textos do Departamento de Ciência da Computação

José Marcos Leite

Monografia apresentada como requisito parcial
para conclusão do Bacharelado em Ciência da Computação

Prof.a Dr.a Claudia Nalon (Orientadora)
CIC/UnB

Prof. Dr. Donald Knuth	Dr. Leslie Lamport
Stanford University	Microsoft Research

Prof. Dr. Edison Ishikawa
Coordenador do Bacharelado em Ciência da Computação

Brasília, 24 de dezembro de 2020

Dedicatória

Eu dedico essa música a primeira garota que tá sentada ali na fila. Brigado!

Agradecimentos

Nos *agradecimentos*

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), por meio do Acesso ao Portal de Periódicos.

Resumo

O *resumo*

Palavras-chave: LaTeX, metodologia científica, trabalho de conclusão de curso

Abstract

O *abstract* é o resumo

Keywords: LaTeX, scientific method, thesis

Sumário

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Lógica nos fornece ferramentas para criar e reconhecer argumentos válidos. Embora seja custoso formalizar problemas do mundo real para poder utilizar estas ferramentas, é desejável, principalmente em sistemas críticos, ter a certeza de que a solução aplicada está correta. Alguns exemplos onde isto é empregado são: verificação de *hardware*, verificação de programas, verificação de protocolos etc.

Formalmente, um argumento válido pode ser reescrito como prova de teorema.

Cientistas da computação são apaixonados por automação, então é natural que esforços para prova automática de teoremas sejam feitos.

Capítulo 2

Definicoes

Nesta seção apresentamos as definições básicas para o resto do texto.

2.1 Linguagem

Trabalharemos com a linguagem lógica modal K.

Definição 1 Seja $P = \{p, q, r, \dots\}$ um conjunto finito de símbolos proposicionais, $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}$. Definimos o conjunto de fórmulas $\mathcal{FBF}$ indutivamente.

- Se $\varphi \in \mathcal{P}$ então $\varphi \in \mathcal{FBF}$ e $\neg\varphi \in \mathcal{FBF}$
- Se $\varphi \in \mathcal{FBF}$, $\psi \in \mathcal{FBF}$ e $a \in \mathcal{A}$, então $(\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{FBF}$, $(\varphi \vee \psi) \in \mathcal{FBF}$, $(\varphi \rightarrow \psi) \in \mathcal{FBF}$, $\boxed{a}\varphi \in \mathcal{FBF}$, $\langle a \rangle\varphi \in \mathcal{FBF}$ e $\neg\varphi \in \mathcal{FBF}$.

Definição 2 $\mathcal{LP}$ é o conjunto de literais proposicionais e $\mathcal{LM}$ é o conjunto de literais modais. $\forall p \in \mathcal{P}, \forall a \in \mathcal{A}$, então $p \in \mathcal{LP}, \neg p \in \mathcal{LP}$, $\boxed{a}p \in \mathcal{LM}$, $\boxed{a}\neg p \in \mathcal{LM}$, $\langle a \rangle p \in \mathcal{LM}$, $\langle a \rangle\neg p \in \mathcal{LM}$

Definição 3 Uma cláusula proposicional é uma disjunção de literais proposicionais.

Seja $\Sigma = \{0, 1\}$, Σ^* é o conjunto de todas as cadeias formadas com elementos de Σ. Em particular, ϵ representa a cadeia vazia. Construiremos cadeias em Σ^* para codificar a posição de ocorrência de uma subfórmula em uma fórmula. Seja $inv\colon \{\text{positiva, negativa}\} \mapsto \{\text{positiva, negativa}\}$ tal que $inv(\text{positiva}) = \text{negativa}$ e $inv(\text{negativa}) = \text{positiva}$.

Definição 4 Definimos a polaridade de uma subfórmula pela função $pol\colon \mathcal{FBF} \times \mathcal{FBF} \times \Sigma^* \mapsto \{\text{positiva, negativa}\}$. Para $\varphi, \chi_1, \chi_2 \in \mathcal{FBF}, s \in \Sigma^*, a \in \mathcal{A}, val \in \{\text{positiva, negativa}\}$.

- $pol(\varphi, \varphi, \epsilon) = \text{positiva}$.
- Se $pol(\varphi, \chi_1 \vee \chi_2, s) = val$, então $pol(\varphi, \chi_1, s0) = pol(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se $pol(\varphi, \chi_1 \wedge \chi_2, s) = val$, então $pol(\varphi, \chi_1, s0) = pol(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se $pol(\varphi, \chi_1 \to \chi_2, s) = val$, então $pol(\varphi, \chi_1, s0) = inv(val)$ e $pol(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se $pol(\varphi, \Diamond_a \chi_1, s) = val$, então $pol(\varphi, \chi_1, s0) = val$
- Se $pol(\varphi, \Box_a \chi_1, s) = val$, então $pol(\varphi, \chi_1, s0) = val$
- Se $pol(\varphi, \neg\chi_1, s) = val$, então $pol(\varphi, \chi_1, s0) = inv(val)$

Dizemos que a polaridade de χ_1 em φ na posição s é $pol(\varphi, \chi_1, s)$.

Definição 5 Definimos o nível modal de uma subfórmula pela função $mlevel\colon \mathcal{FBF} \times \mathcal{FBF} \times \Sigma^* \mapsto \mathbb{N}$. Para $\varphi, \chi_1, \chi_2 \in \mathcal{FBF}, s \in \Sigma^*, a \in \mathcal{A}, val \in \mathbb{N}$.

- $mlevel(\varphi, \varphi, \epsilon) = 0$.
- Se $mlevel(\varphi, \chi_1 \vee \chi_2, s) = val$ ou $mlevel(\varphi, \chi_1 \wedge \chi_2, s) = val$ ou $mlevel(\varphi, \chi_1 \to \chi_2, s) = val$, então $mlevel(\varphi, \chi_1, s0) = mlevel(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se $mlevel(\varphi, \Diamond_a \chi_1, s) = val$ ou $mlevel(\varphi, \Box_a \chi_1, s) = val$, então $pol(\varphi, \chi_1, s0) = val + 1$
- Se $mlevel(\varphi, \neg\chi_1, s) = val$, então $mlevel(\varphi, \chi_1, s0) = val$

Dizemos que o nível modal de χ_1 em φ na posição s é $mlevel(\varphi, \psi, s)$.

A semântica para lógica modal proposicional é dada por estruturas de Kripke. Uma estrutura de Kripke M é da forma $M = (\mathcal{W}, w_0, \mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_{|\mathcal{A}|}, \pi)$, onde $\mathcal{W}$ é um conjunto de mundos possíveis, $w_0 \in \mathcal{W}$, $\pi : \mathcal{W} \times \mathcal{P} \to \{\mathbf{true}, \mathbf{false}\}$, $\mathcal{R}_a \subseteq \mathcal{W} \times \mathcal{W}$ para todo $a \in \mathcal{A}$. Dizemos que uma fórmula φ é satisfatível na lógica modal K sob o modelo M no mundo w se, e somente se, $\langle M, w\rangle \models \varphi$.

- $\langle M, w\rangle \models \varphi$, se e somente se $\varphi \in \mathcal{P}$ e $\pi(w, \varphi) = \mathbf{true}$
- $\langle M, w\rangle \models \neg\varphi$, se e somente se $\langle M, w\rangle \not\models \varphi$
- $\langle M, w\rangle \models (\varphi \wedge \psi)$, se e somente se $\langle M, w\rangle \models \varphi$ e $\langle M, w\rangle \models \psi$
- $\langle M, w\rangle \models (\varphi \vee \psi)$, se e somente se $\langle M, w\rangle \models \varphi$ ou $\langle M, w\rangle \models \psi$
- $\langle M, w\rangle \models (\varphi \rightarrow \psi)$, se e somente se $\langle M, w\rangle \not\models \varphi$ ou $\langle M, w\rangle \models \psi$
- $\langle M, w\rangle \models \Diamond_a\varphi$, se e somente se $\exists w', (w, w') \in \mathcal{R}_a, \langle M, w\rangle' \models \varphi$
- $\langle M, w\rangle \models \boxed{a}\varphi$, se e somente se $\forall w', (w, w') \in \mathcal{R}_a, \langle M, w\rangle' \models \varphi$

Uma fórmula φ é localmente satisfatível se existe um modelo M e um mundo w tal que $\langle M, w\rangle \models \varphi$. Uma formula φ é globalmente satisfatível se existe um modelo M tal que para todo $w \in \mathcal{W}$ temos que $\langle M, w\rangle \models \varphi$. Escrevemos $M \models \varphi$ se, e somente se, $\langle M, w_0\rangle \models \varphi$

Podemos reduzir o problema de satisfatibilidade global ao problema de satisfatibilidade local com a extensão pelo operador universal $\boxed{*}$. Seja $M = (\mathcal{W}, \mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_{|\mathcal{A}|}, \pi)$, $\langle M, w\rangle \models \boxed{*}\varphi$ se, e somente se, para todo $w' \in \mathcal{W}$, $\langle M, w\rangle \models \varphi$.

Definição 6 Uma fórmula está na forma normal negada caso seja formada somente por simbolos proposicionais, $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\boxed{a}$ e $\Diamond_a$ para $a \in \mathcal{A}$, e a negação só é aplicada a simbolos proposicionais.

É importante ressaltar $\varphi \in \mathcal{FBF}$ que não está na forma normal negada pode ser reescrita em $\psi \in \mathcal{FBF}$ na forma normal negada com sua satisfatibilidade preservada. Isto é, para todo $\langle M, w\rangle$, $\langle M, w\rangle \models \varphi$ se, e somente se, $\langle M, w\rangle \models \psi$ [?].

2.2 Forma Normal em Camadas

O provador utiliza uma outra linguagem chamada de Forma Normal Separada em Níveis Modais(SNF_{ml}).

Definição 7 Uma fórmula em SNF é uma conjunção de cláusulas. Para $ml \in \mathbf{N} \cup \{*\}$ e $l_1, l_2 \in \mathcal{LP}$. Cada cláusula está em um dos três formatos:

- $ml : c$, onde c é uma cláusula proposicional

$$
\frac{\begin{array}{c} ml : (D \vee l) \\ ml' : (D' \vee \neg l) \end{array}}{\sigma(\{ml, ml'\}) : D \vee D'}
\qquad
\frac{\begin{array}{c} ml : (l_1 \to \boxed{w} l) \\ ml' : (l_2 \to \Diamond_{w} \neg l) \end{array}}{\sigma(\{ml, ml'\}) : \neg l_1 \vee \neg l_2}
\qquad
\frac{\begin{array}{c} ml_1 : (l'_1 \to \boxed{w} l_1) \\ ml_2 : (l'_2 \to \boxed{w} \neg l_1) \\ ml_3 : (l'_3 \to \Diamond_{w} l_2) \end{array}}{\sigma(\{ml_1, ml_2, ml_3\}) : \neg l'_1 \vee \neg l'_2 \vee \neg l'_3}
$$

$$
\frac{\begin{array}{c} ml_1 : (l'_1 \to \boxed{w} l_1) \\ \vdots \\ ml_m : (l'_m \to \boxed{w} \neg l_m) \\ ml_{m+1} : (l' \to \Diamond_{w} \neg l) \\ ml_{m+2} : (l_1 \vee \ldots \vee \ldots \vee l_m \vee l) \end{array}}{\begin{array}{c} ml : \neg l'_1 \vee \ldots \vee \neg l'_m \vee \neg l' \\ ml = \sigma(\{ml_1, \ldots, ml_{m+1}, ml_{m+2} - 1\}) \end{array}}
\qquad
\frac{\begin{array}{c} ml_1 : (l'_1 \to \boxed{w} l_1) \\ \vdots \\ ml_m : (l'_m \to \boxed{w} \neg l_m) \\ ml_{m+1} : (l' \to \Diamond_{w} l) \\ ml_{m+2} : (l_1 \vee \ldots \vee \ldots \vee l_m) \end{array}}{\begin{array}{c} ml : \neg l'_1 \vee \ldots \vee \neg l'_m \vee \neg l' \\ ml = \sigma(\{ml_1, \ldots, ml_{m+1}, ml_{m+2} - 1\}) \end{array}}
$$

Figura 2.1: Regras de inferência

- $ml : l_1 \to \boxed{a} l_2$
- $ml : l_1 \to \Diamond_{a} l_2$

A satisfatibilidade de SNF_{ml} é definida pela satisfatibilidade de K. Sejam $ml : \varphi$ e $ml : \psi$ cláusulas SNF e M um modelo na lógica K.

- $M \models * : \varphi$ se, e somente se, $M \models \boxed{*}\varphi$.
- $M \models (ml : \varphi) \wedge (ml : \psi)$ se, e somente se, $M \models ml : \varphi$ e $M \models ml : \psi$.
- $M \models ml : \varphi$ se, e somente se, para todo w tal que $depth(w) = ml$, temos $\langle M, w \rangle \models ml : \varphi$.

[?] descreve uma função de tradução de K para SNF_{ml} bem como prova que a tradução de uma fórmula mantém sua satisfatibilidade.

2.3 Regras de inferência

[?] introduziu o cálculo dedutivo baseado em resolução RES_{ml} para lógica K_n. Para lidar com $*$ as regras de inferência são simplificadas com o uso de uma função parcial de unificação $\sigma\colon P(\mathbf{N} \cup \{*\}) \mapsto \mathbf{N} \cup \{*\}$, tal que $\sigma(\{ml, *\}) = ml$, $\sigma(\{ml\}) = ml$. As regras de inferência de REM_{ml} são apresentadas na Figura 2.1, onde $* - 1 = *$ e m pode ser 0. Essas regras só valem se o resultado da unificação for definido. [?] prova correção e corretude de todas as regras.

2.4 Algoritmo

2.4.1 Seleção de cláusula

A ordem nas quais as cláusulas são escolhidas para aplicação de regras de inferência podem mudar drásticamente o tamanho da prova. Sendo assim, é comum o estudo de métodos de seleção para implementação de provadores de teoremas. Alguns deles são Conjunto de Suporte, Resolução Negativa e Resolução Ordenada. [**?**] propôs extensões de Resolução Negativa e Resolução Ordenada para RES_{ml} as quais descreveremos a seguir.

2.5 Grafo

Um grafo é um par um ordenado (V, E), onde $E \subseteq V \times V$, chamamos V o conjunto de vértices e E o conjunto de arestas.

2.6 Matroide

Seja X um conjunto de objetos e $I \subseteq 2^X$ o conjunto de conjuntos independentes tal que:

1. $\emptyset \in I$
2. $A \in I, B \subseteq A \implies B \in I$
3. Axioma do troco, $A \in I, B \in I, |B| > |A| \implies \exists x \in B \setminus A : A \cup \{x\} \in I$
4. Se $A \subseteq X$ e I e I' são conjuntos independentes maximais de A então $|I| = |I'|$

Então (X, I) é um matroide. O problema combinatório associado a ele é: Dada um função de peso $w(e) \geq 0$ $\forall e \in X$, encontre um subconjunto independente com maior soma de pesos possível.