

Instituto de Ciências Exatas Departamento de Ciência da Computação

# UnB-CIC: Uma classe em LaTeX para textos do Departamento de Ciência da Computação

José Marcos Leite

Monografia apresentada como requisito parcial para conclusão do Bacharelado em Ciência da Computação

Orientadora Prof.a Dr.a Claudia Nalon

> Brasília 2020



Instituto de Ciências Exatas Departamento de Ciência da Computação

# UnB-CIC: Uma classe em LaTeX para textos do Departamento de Ciência da Computação

José Marcos Leite

Monografia apresentada como requisito parcial para conclusão do Bacharelado em Ciência da Computação

Prof.a Dr.a Claudia Nalon (Orientadora) CIC/UnB

Prof. Dr. Donald Knuth Dr. Leslie Lamport Stanford University Microsoft Research

Prof. Dr. Edison Ishikawa Coordenador do Bacharelado em Ciência da Computação

Brasília, 24 de dezembro de 2020

# Dedicatória

Eu dedico essa música a primeira garota que tá sentada ali na fila. Brigado!

# Agradecimentos

Nos agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), por meio do Acesso ao Portal de Periódicos.

# Resumo

O resumo

Palavras-chave: LaTeX, metodologia científica, trabalho de conclusão de curso

# Abstract

O abstract é o resumo

**Keywords:** LaTeX, scientific method, thesis

# Sumário

1	Introdução	1
2	Definições	2
	2.1 Linguagem	2
	2.2 Forma Normal em Camadas	4
	2.3 Regras de inferência	5
	2.4 Algoritmo	7
	2.5 Grafo	8
	2.6 Matroide	9
3	Proposta de Solução	10
	3.1 Trabalhos anteriores	10
	3.2 Primeira proposta	11
R	deferências	12
$\mathbf{R}$	eferências	13

# Lista de Figuras

2.1 Regras de inferência		6
--------------------------	--	---

# Lista de Tabelas

2.1	Fórmul	as reso	lvidas	em até	10	seg	e tempo	médio	em	segundos					•	9
-----	--------	---------	--------	--------	----	-----	---------	-------	----	----------	--	--	--	--	---	---

# Capítulo 1

# Introdução

Lógica nos fornece ferramentas para criar e reconhecer argumentos válidos. Embora seja custoso formalizar problemas do mundo real para poder utilizar estas ferramentas, é desejável, principalmente em sistemas críticos, ter a certeza de que a solução aplicada está correta. Alguns exemplos onde isto é empregado são: verificação de *hardware*, verificação de programas, verificação de protocolos etc.

Formalmente, um argumento válido pode ser reescrito como prova de teorema.

Cientistas da computação são apaixonados por automação, então é natural que esforços para prova automática de teoremas sejam feitos.

### Capítulo 2

## Definições

Nesta seção apresentamos as definições básicas para o resto do texto.

#### 2.1 Linguagem

Trabalharemos com a linguagem lógica modal  $K_n$ .

**Definição 1** Seja  $P = \{p, q, r, \dots\}$  um conjunto enumerável de símbolos proposicionais,  $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}$ . Definimos o conjunto de fórmulas  $\mathcal{FBF}$  indutivamente.

- Se  $\varphi \in \mathcal{P}$  então  $\varphi \in \mathcal{FBF}$
- Se  $\varphi \in \mathcal{FBF}$ ,  $\psi \in \mathcal{FBF}$  e  $a \in \mathcal{A}$ , então  $(\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{FBF}$ ,  $(\varphi \vee \psi) \in \mathcal{FBF}$ ,  $(\varphi \rightarrow \psi) \in \mathcal{FBF}$ ,  $a \varphi \in \mathcal{FBF}$ ,  $a \varphi \in \mathcal{FBF}$  e  $a \varphi \in \mathcal{FBF}$

**Definição 2** Denotamos por  $\mathcal{LP}$  o conjunto de literais proposicionais e por  $\mathcal{LM}$  o conjunto de literais modais.  $\forall p \in \mathcal{P}, \forall a \in \mathcal{A}, \text{ então } p \in \mathcal{LP}, \neg p \in \mathcal{LP}, \boxed{a}p \in \mathcal{LM}, \boxed{a} \neg p \in \mathcal{LM}, \textcircled{\phi} \neg p \in \mathcal{LM}$ 

**Definição 3** Uma cláusula proposicional é uma disjunção de literais proposicionais.

Seja  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Sigma^*$  é o conjunto de todas as cadeias formadas com elementos de  $\Sigma$ . Em particular,  $\epsilon$  representa a cadeia vazia. Construiremos cadeias em  $\Sigma^*$  para codificar a posi-

ção de ocorrência de uma subfórmula em uma fórmula. Seja inv: {positiva, negativa}  $\mapsto$  {positiva, negativa} tal que inv(positiva) = negativa e inv(negativa) = positiva.

**Definição 4** Definimos a polaridade de uma subfórmula pela função  $pol: \mathcal{FBF} \times \mathcal{FBF} \times \Sigma^* \mapsto \{\text{positiva, negativa}\}.$  Para  $\varphi, \chi_1, \chi_2 \in \mathcal{FBF}, s \in \Sigma^*, a \in \mathcal{A}, val \in \{\text{positiva, negativa}\}.$ 

- $pol(\varphi, \varphi, \epsilon) = positiva.$
- Se  $pol(\varphi, \chi_1 \vee \chi_2, s) = val$ , então  $pol(\varphi, \chi_1, s0) = pol(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se  $pol(\varphi, \chi_1 \land \chi_2, s) = val$ , então  $pol(\varphi, \chi_1, s0) = pol(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se  $pol(\varphi, \chi_1 \to \chi_2, s) = val$ , então  $pol(\varphi, \chi_1, s0) = inv(val)$  e  $pol(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se  $pol(\varphi, \diamondsuit \chi_1, s) = val$ , então  $pol(\varphi, \chi_1, s0) = val$
- Se  $pol(\varphi, \underline{a}\chi_1, s) = val$ , então  $pol(\varphi, \chi_1, s0) = val$
- Se  $pol(\varphi, \neg \chi_1, s) = val$ , então  $pol(\varphi, \chi_1, s0) = inv(val)$

Dizemos que a polaridade de  $\chi_1$  em  $\varphi$  na posição s é  $pol(\varphi, \chi_1, s)$ .

**Definição 5** Definimos o nível modal de uma subfórmula pela função  $mlevel: \mathcal{FBF} \times \mathcal{FBF} \times \Sigma^* \mapsto \mathbb{N}$ . Para  $\varphi, \chi_1, \chi_2 \in \mathcal{FBF}, s \in \Sigma^*, a \in \mathcal{A}, val \in \mathbb{N}$ .

- $mlevel(\varphi, \varphi, \epsilon) = 0.$
- Se  $mlevel(\varphi, \chi_1 \vee \chi_2, s) = val$  ou  $mlevel(\varphi, \chi_1 \wedge \chi_2, s) = val$  ou  $mlevel(\varphi, \chi_1 \rightarrow \chi_2, s) = val$ , então  $mlevel(\varphi, \chi_1, s0) = mlevel(\varphi, \chi_2, s1) = val$
- Se  $mlevel(\varphi, \diamondsuit\chi_1, s) = val$  ou  $mlevel(\varphi, \bar{a}\chi_1, s) = val$ , então  $mlevel(\varphi, \chi_1, s0) = val + 1$
- Se  $mlevel(\varphi, \neg \chi_1, s) = val$ , então  $mlevel(\varphi, \chi_1, s0) = val$

Dizemos que o nível modal de  $\chi_1$  em  $\varphi$  na posição s é  $mlevel(\varphi, \psi, s)$ .

A semântica para lógica modal proposicional é dada por estruturas de Kripke. Uma estrutura de Kripke M é da forma  $M = (\mathcal{W}, w_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_{|\mathcal{A}|}, \pi)$ , onde  $\mathcal{W}$  é um conjunto de mundos possíveis,  $w_0 \in \mathcal{W}$ ,  $\pi : \mathcal{W} \times \mathcal{P} \to \{\text{true}, \text{false}\}$ ,  $\mathcal{R}_a \subseteq \mathcal{W} \times \mathcal{W}$  para todo  $a \in \mathcal{A}$ . Dizemos que uma fórmula  $\varphi$  é satisfeita na lógica modal K no modelo M no

mundo w se, e somente se,  $\langle M, w \rangle \models \varphi$ , conforme segue:

- $\langle M, w \rangle \models \varphi$ , se e somente se  $\varphi \in \mathcal{P}$  e  $\pi(w, \varphi) = \mathbf{true}$
- $\langle M, w \rangle \models \neg \varphi$ , se e somente se  $\langle M, w \rangle \not\models \varphi$
- $\langle M, w \rangle \models (\varphi \land \psi)$ , se e somente se  $\langle M, w \rangle \models \varphi$  e  $\langle M, w \rangle \models \psi$
- $\langle M, w \rangle \models (\varphi \lor \psi)$ , se e somente se  $\langle M, w \rangle \models \varphi$  ou  $\langle M, w \rangle \models \psi$
- $\langle M, w \rangle \models (\varphi \rightarrow \psi)$ , se e somente se  $\langle M, w \rangle \not\models \varphi$  ou  $\langle M, w \rangle \models \psi$
- $\langle M, w \rangle \models \Diamond \varphi$ , se e somente se  $\exists w', (w, w') \in \mathcal{R}_a, \langle M, w' \rangle \models \varphi$
- $\langle M, w \rangle \models \Box \varphi$ , se e somente se  $\forall w', (w, w') \in \mathcal{R}_a, \langle M, w' \rangle \models \varphi$

Uma fórmula  $\varphi$  é localmente satisfatível se existe um modelo M tal que  $\langle M, w_0 \rangle \models \varphi$ . Uma formula  $\varphi$  é globalmente satisfatível se existe um modelo M tal que para todo  $w \in \mathcal{W}$  temos que  $\langle M, w \rangle \models \varphi$ . Escrevemos  $M \models \varphi$  se, e somente se,  $\langle M, w_0 \rangle \models \varphi$ 

Podemos reduzir o problema de satisfatibilidade global ao problema de satisfatibilidade local com a extensão da linguagem K pelo operador universal \*. Seja  $M = (\mathcal{W}, w_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_{|\mathcal{A}|}, \pi), \langle M, w \rangle \models * \varphi$  se, e somente se, para todo  $w' \in \mathcal{W}, \langle M, w \rangle \models \varphi$ .

**Definição 6** Uma fórmula está na forma normal negada caso seja formada somente por símbolos proposicionais,  $\neg$ ,  $\land$ ,  $\lor$ ,  $\boxed{a}$  e  $\diamondsuit$  para  $a \in \mathcal{A}$ , e a negação só é aplicada a símbolos proposicionais.

É importante ressaltar se  $\varphi \in \mathcal{FBF}$  que não está na forma normal negada pode ser reescrita como  $\psi \in \mathcal{FBF}$  na forma normal negada com semântica equivalente. Isto é, para todo  $\langle M, w \rangle$ ,  $\langle M, w \rangle \models \varphi$  se, e somente se,  $\langle M, w \rangle \models \psi$ .

#### 2.2 Forma Normal em Camadas

O cálculo a ser apresentado utiliza uma outra linguagem chamada de Forma Normal Separada em Níveis Modais  $(SNF_{ml})$ .

**Definição 7** Uma fórmula em  $SNF_{ml}$  é uma conjunção de cláusulas. Para  $ml \in \mathbb{N} \cup \{*\}$  e  $l_1, l_2 \in \mathcal{LP}$ , cada cláusula está em um dos três formatos:

• ml: c, onde c é uma cláusula proposicional

•  $ml: l_1 \rightarrow \boxed{a} l_2$ 

•  $ml: l_1 \to \diamondsuit l_2$ 

A satisfatibilidade de uma fórmula em  $SNF_{ml}$  é definida a partir da satisfatibilidade de  $K_n$ . Sejam  $ml: \varphi \in ml: \psi$  cláusulas  $SNF_{ml} \in M$  um modelo na lógica  $K_n$ .

- $M \models * : \varphi$  se, e somente se,  $M \models * \varphi$ .
- $M \models (ml : \varphi) \land (ml : \psi)$  se, e somente se,  $M \models ml : \varphi \in M \models ml : \psi$ .
- $M \models ml : \varphi$  se, e somente se, para todo w tal que depth(w) = ml, temos  $\langle M, w \rangle \models ml : \varphi$ .

Uma função de tradução de  $K_n$  para  $SNF_{ml}$  bem como prova de que a tradução de uma fórmula preserva satisfatibilidade podem ser encontradas em [1].

Seja  $\geq$  uma ordem total sobre os símbolos proposicionais. Extendemos esta ordem para os Literais da seguinte forma: Se  $p \in \mathcal{P}$ , então  $\neg p \geq \neg p$  e  $\neg p \geq p$ ; Se  $p, q \in \mathcal{P}$  e  $p \geq q$ , então  $p \geq \neg q$ .

**Definição 8** O literal l é máximo em  $\varphi \in SNF_{ml}$  se e somente se l ocorre em  $\varphi$  e não há  $l_2 \neq l$  em  $\varphi$  tal que  $l_2 \geq l$ .

Note que podemos escolher qualquer ordem sobre os símbolos proposionais, assim l pode ser máximo numa ordem e não ser máximo em outra ordem.

#### 2.3 Regras de inferência

O cálculo dedutivo baseado em resolução  $RES_{ml}$  para lógica  $K_n$  foi descrito em [1]. Para simplificar a descrição das regras de inferência faremos uso de uma função parcial de unificação  $\sigma \colon P(\mathbb{N} \cup \{*\}) \mapsto \mathbb{N} \cup \{*\}$ , tal que  $\sigma(\{ml, *\}) = ml$ ,  $\sigma(\{ml\}) = ml$ , e indefinida caso contrário. As regras de inferência de  $RES_{ml}$  são apresentadas na Figura 2.1, onde \*-1 = \* e m pode ser 0. Essas regras só valem se o resultado da unificação for definido. Demostrações de correção e corretude podem ser encotradas em [1].

Figura 2.1: Regras de inferência

#### 2.4 Algoritmo

A seguir, descrevemos o algoritmo implementado no KSP.

return insatisfatível;

16

**17** 

18

19

20

21 end

end

end

 $\Gamma^{lit} \leftarrow \bigcup \Gamma^{lit}_{ml};$ 

return satisfatível;

```
Algorithm 1: KSP-Proof-Search
   Result: Satisfatibilidade da fórmula
1 preprocessamento-da-entrada;
2 tradução-para-SNF;
3 preprocessamento-de-clausulas;
4 \Gamma^{lit} \leftarrow \bigcup \Gamma^{lit}_{ml};
5 while \Gamma^{lit} \neq \emptyset do
        for todo nível modal ml do
             clausula \leftarrow given(ml);
 7
             if não redundante(clausula) then
8
                  GEN1(clausula, ml, ml - 1);
 9
                 GEN3(clausula, ml, ml - 1);
10
                 LRES(clausula, ml, ml);
11
                 \Lambda_{ml}^{lit} \leftarrow \Lambda_{ml}^{lit} \cup \{clausula\};
12
             end
13
            \Gamma_{ml}^{lit} \leftarrow \Gamma_{ml}^{lit} \setminus \{clausula\};
14
             if 0: false \in \Gamma_0^{lit} then
15
```

KSP utiliza uma variação de conjunto de suporte, técnica que restringe os candidatos possíveis para resolução, e a demostração da correção e completude dessa extensão para  $SNF_{ml}$  pode ser encontrada em [1].

Na versão para lógica clássica de conjunto de suporte o conjunto de cláusulas  $\Delta$  é particionado em dois conjuntos  $\Gamma$ , o conjunto de suporte ou não processado, e  $\Lambda$ , o conjunto usable ou processado. Cláusulas são selecionadas de  $\Gamma$ , e passam para  $\Lambda$ , para aplicação de regras de inferência, os resolventes são inseridos em  $\Gamma$ .

Na extensão para  $SNF_{ml}$ , onde as clásulas são rotuladas pelo nível modal, as clásulas de todo nível modal é particionado em três conjuntos  $\Gamma^{lit}_{ml}$ ,  $\Lambda^{lit}_{ml}$  e  $\Lambda^{mod}_{ml}$ . Cláusulas proposicionais são particionadas em  $\Gamma^{lit}_{ml}$  e  $\Lambda^{lit}_{ml}$  como no caso em lógica clássica. Clásulas modais são armazenadas em  $\Lambda^{mod}_{ml}$ . Note que nenhuma regra de inferência descrita na Seção 2.3

produz novas cláusulas modais.

As Linhas 1-3 aplicam algumas regras de simplificação, traduzem a fórmula para linguagem  $SNF_{ml}$  e constrõem os conjuntos usable e de suporte. As Linhas 9-11 aplicam regras de inferências descritas na Seção 2.3.

A função given, Linha 7, é responsável por escolher uma cláusula dentre todas as candidatas possíveis. Cada nível modal é independente, possibilitando até estratégias diferentes em níveis diferentes. Naturalmente, a função given só considera as cláusulas do nível modal pedido. KSP implementa cinco variações dessa função: menor, mais antiga, mais nova, mínima e máxima; e o usuário pode escolher qual deseja utilizar.

Na variação menor, é selecionada uma cláusula com o menor tamanho de  $\Gamma_{ml}^{lit}$ .

Na variação mais antiga, é salvo a ordem nas quais as cláusulas foram adicionadas à  $\Gamma^{lit}_{ml}$  e é selecionada a que foi adicionada antes de todas as outras.

Mais nova é análoga a mais antiga, mas é selecionada a que foi adicionada depois de todas as outras.

Em minima, é escolhida uma cláusula com o menor tamanho dentre as cláusulas com o menor literal máximo em  $\Gamma_{ml}^{lit}$ .

Em  $m\'{a}xima$ , é feita escolha análoga a  $m\'{i}nima$  mas dentre cláusulas com o maior literal m\'{a}ximo em  $\Gamma^{lit}_{ml}$ .

Neste trabalho propomos novos métodos para seleção de cláusulas e comparamos com os métodos previamente utilizados no KSP. Para comparação usaremos o benchmark [2] contendo 9 famílias de fórmulas e para cada família 21 fórmulas satisfatíveis e 21 insatisfatíveis.

A Tabela 2.1 abaixo mostra o resultado para cada uma das cinco estratégias disponíveis no KSP. Cada célula da tabela tem a quantidade de fórmulas resolvidas em até dez segundos e a média de tempo entre as fórmulas resolvidas.

Os resultados indicam que o KSP é muito eficiente para a maioria das famílias independente da estratégia utilizada, mas muito pode ser melhorado em k\_branch\_n, k\_branch\_p, k\_ph\_n e k\_ph\_p. Podemos, então, buscar estratégias de seleção de cláusulas direcionadas a estas famílias.

#### 2.5 Grafo

Um grafo é um par um ordenado (V, E), onde  $E \subseteq V \times V$ , chamamos V o conjunto de vértices e E o conjunto de arestas.

_	mais antiga	mais nova	mínima	máxima	menor
k_branch_n	1(0.01)	1(0.02)	2(4.91)	1(0.00)	2(4.28)
k_branch_p	2(1.54)	1(0.00)	3(1.38)	1(0.00)	3(1.38)
k_d4_n	7(1.32)	4(1.17)	7(0.79)	6(1.69)	7(2.03)
k_d4_p	21(0.14)	21(0.16)	21(0.04)	21(0.18)	21(0.04)
k_dum_n	21(0.02)	21(0.14)	21(0.05)	21(0.03)	21(0.05)
k_dum_p	21(0.09)	21(0.36)	21(0.04)	21(0.10)	21(0.04)
k_grz_n	17(1.60)	13(0.45)	21(0.48)	13(2.58)	21(0.48)
k_grz_p	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)
k_lin_n	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)
k_lin_p	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)	21(0.00)
k_path_n	21(0.01)	21(0.02)	21(0.03)	21(0.01)	21(0.03)
k_path_p	21(0.01)	21(0.04)	21(0.04)	21(0.01)	21(0.04)
k_ph_n	2(0.00)	2(0.00)	3(1.54)	2(0.00)	3(1.67)
k_ph_p	2(0.00)	2(0.00)	3(0.01)	2(0.00)	3(0.02)
k_poly_n	8(1.16)	5(1.29)	8(1.58)	8(0.86)	8(1.12)
k_poly_p	8(2.21)	6(1.12)	9(1.18)	8(1.76)	9(1.26)
k_t4p_n	21(0.05)	21(0.14)	21(0.10)	21(0.05)	21(0.03)
k_t4p_p	21(0.03)	21(0.09)	21(0.04)	21(0.03)	21(0.01)

Tabela 2.1: Fórmulas resolvidas em até 10 seg e tempo médio em segundos.

#### 2.6 Matroide

Seja X um conjunto de objetos e  $I\subseteq 2^X$  o conjunto de conjuntos independentes tal que:

- 1.  $\emptyset \in I$
- $2. \ A \in I, B \subseteq A \implies B \in I$
- 3. Axioma do troco,  $A \in I, B \in I, |B| > |A| \implies \exists x \in B \setminus A : A \cup \{x\} \in I$
- 4. Se  $A\subseteq X$ e Ie I'são conjuntos independentes maximais de A então |I|=|I'|

Então (X, I) é um matroide. O problema combinatório associado a ele é: Dada um função de peso  $w(e) \ge 0 \ \forall e \in X$ , encontre um subconjunto independente com maior soma de pesos possível.

## Capítulo 3

### Proposta de Solução

Neste capítulo propomos novos métodos de seleção de cláusula para o KSP.

#### 3.1 Trabalhos anteriores

Uma análise de heurísticas de seleção de cláusula para provadores de saturação, assim como KSP, foi feita por [3]. O experimento é feito sobre 13774 fórmulas do benchmark TPTP [?] com 300 segundos de tempo limite.

As heurísticas avaliadas foram: First-in/First-out, Contagem de Símbolos e Ordenada. Em First-in/First-out, ou FIFO, é sempre selecionada cláusula não processada mais velha. Em Contagem de Símbolos, é atribuído um peso a cada símbolo, por exemplo todos 1, e é selecionada uma cláusula com a menor soma de pesos. Ordenada é uma variação de Contagem de Símbolos onde é preferida cláusulas com o menor número de literais máximos.

Também foram analisadas várias intercalações de duas dessas heurísticas em distribuições diferentes. Por exemplo, a cada 11 seleções de cláusulas, 10 são feitas pela heurística Contagem de Símbolo e 1 é feita pela heurística FIFO.

São apresentados vários resultados como número de fórmulas resolvidas, tamanho da prova, número de inferencias na prova, etc para todas as estratégias utilizadas. Vemos que a maioria das fórmulas resolvidas foram resolvidas em poucos segundos mesmo com 300 segundos disponíveis. Os experimentos apontam nao haver melhora em performance ao usar diferentes funções de peso para os literais. Todas as estrategias de contagem de simbolo tiveram ganho significativo de desempenho quando intercaladas com FIFO. Selecionar sempre cláusulas iniciais primeiro melhorou performance no geral, mas não tanto com estratégias utilizando FIFO.

## 3.2 Primeira proposta

Contagem de símbolo + FIFO 10:1

### Referências

- [1] Nalon, Cláudia, Clare Dixon e Ullrich Hustadt: Modal resolution: Proofs, layers, and refinements. ACM Trans. Comput. Logic, 20(4), agosto 2019, ISSN 1529-3785. https://doi.org/10.1145/3331448. 5, 7
- [2] Balsiger, Peter, Alain Heuerding e Stefan Schwendimann: A benchmark method for the propositional modal logics k, kt, s4. J. Autom. Reason., 24(3):297–317, abril 2000, ISSN 0168-7433. https://doi.org/10.1023/A:1006249507577. 8
- [3] Schulz, Stephan e Martin Möhrmann: Performance of clause selection heuristics for saturation-based theorem proving. Em Olivetti, Nicola e Ashish Tiwari (editores): Automated Reasoning, páginas 330–345, Cham, 2016. Springer International Publishing, ISBN 978-3-319-40229-1. 10

### Referências

- [1] Nalon, Cláudia, Clare Dixon e Ullrich Hustadt: *Modal resolution: Proofs, layers, and refinements*. ACM Trans. Comput. Logic, 20(4), agosto 2019, ISSN 1529-3785. https://doi.org/10.1145/3331448. 5, 7
- [2] Balsiger, Peter, Alain Heuerding e Stefan Schwendimann: A benchmark method for the propositional modal logics k, kt, s4. J. Autom. Reason., 24(3):297–317, abril 2000, ISSN 0168-7433. https://doi.org/10.1023/A:1006249507577. 8
- [3] Schulz, Stephan e Martin Möhrmann: Performance of clause selection heuristics for saturation-based theorem proving. Em Olivetti, Nicola e Ashish Tiwari (editores): Automated Reasoning, páginas 330–345, Cham, 2016. Springer International Publishing, ISBN 978-3-319-40229-1. 10