

# Métricas, Metaheurísticas MII-748/DII-8031

José Isaac Lemus Romani<sup>1</sup> and Marcelo Orlando Becerra Rozas<sup>1</sup>

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

**Abstract.** Este documento presenta métricas de Diversidad y Esfuerzo, detallando cuales son las obligatorias a medir para el trabajo de final de la asignatura MII-748/DII-8031. Para facilitar la implementación de las métricas de diversidad se dispone el siguiente repositorio:  
<https://github.com/joselemusr/Metrics-for-metaheuristics>

## 1 Métricas Obligatorias

Las métricas obligatorias para la asignatura MII-748, son las siguientes.

### 1.1 Métricas de Diversidad

- Diversidad de Momento de Inercia, ecuación. 4.
- Diversidad de Peso de Inercia, ecuación. 6.
- Diversidad de Dimensional-Hussain, ecuación. 9.
- Diversidad de Entrópica, ecuación. 10.
- Diversidad de Leung-Gao-Xu, ecuación. 11.
- Diversidad de Hamming por frecuencias, ecuación. 13.

### 1.2 Métricas de Esfuerzo

Estas métricas se pueden clasificar según lo especificado en la sección 4, pero además se pueden dividir en dos grupos, las que se deben calcular durante el proceso iterativo de cada Metaheurística, y las que se pueden calcular después de ejecutar.

#### Durante el proceso

- Cantidad iteraciones en exploración, subsección 4.1.9.
- Cantidad iteraciones en explotación, subsección 4.1.10.
- Cantidad de soluciones reparadas por iteración, subsección 4.2.1.
- Cantidad máxima de iteraciones sin mejorar el *fitness*, subsección 4.2.5.
- Tiempo de ejecución, subsección 4.3.1.

#### Después el proceso

- Cantidad de soluciones generadas por iteración, subsección 4.1.4.
- Relative Percentage Deviation (RPD), subsección 4.4.2.

## 2 Métricas Opcionales

El resto de métricas presentadas en este documento.

## 3 Diversidad

Revisando en la literatura las distintas formas de calcular diversidad (ver Fig. 1), podemos diferenciar 5 formas generales para calcularlas, la primera de ellas es la sumatoria de distancias por pareja, en donde el cálculo de la distancias se realiza entre todas las parejas sin repetición de una población dada, tal como se especifica en la subsección 3.1 [5]. Otra forma donde se utiliza la distancia entre pareja es el cálculo del factor evolutivo, donde se mide la distancia de cada solución con respecto al resto de soluciones, para luego obtener una normalización de estas distancia en función a la solución de mejor calidad, tal como se muestra en la subsección 3.2 [7]. Los otros tres métodos para determinar diversidad se basan en medidas centrales (ver subsección 3.3), ocurrencia o frecuencia (ver subsección 3.4), y subconjuntos (ver subsección 3.5).

Las distancias mencionadas en las subsecciones 3.1 y 3.2, se recomiendan calcular según lo especificado en el trabajo de Choi et al. [1]

### 3.1 En Base a Distancias

$$D_{Dist}(X) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n Dist(X_i, X_j) \quad (1)$$

*Donde :*

$D_{Dist}$ : Diversidad en base a Distancia.

$Dist$ : Método para calcular distancia (Ej: Hamming, Jaccard, etc.).

$X$ : Población de  $n$  soluciones.

$X_i$ :  $i$ th solución de la población  $X$ .

$n$ : Cantidad de soluciones de la población  $X$ .

### 3.2 En Base a Normalización

$$D_f(X) = \frac{d_{best} - d_{min}}{d_{max} - d_{min}} \quad (2)$$

$$d_i = \frac{1}{1 - n} \sum_{j=1, j \neq i}^n Dist(X_i, X_j) \quad (3)$$

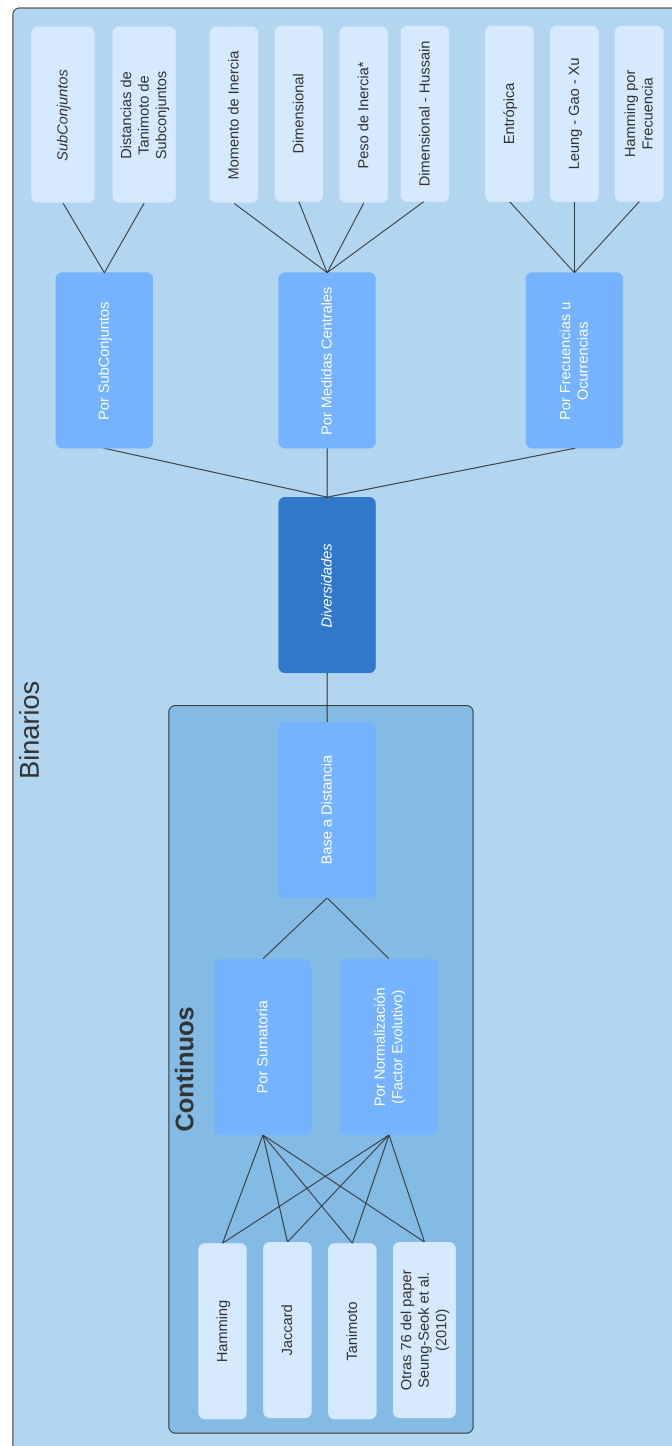
*Donde :*

$D_f$ : Diversidad en base a Normalización o Factor Evolutivo.

$Dist$ : Método para calcular distancia (Ej: Hamming, Jaccard, etc.).

$X$ : Población de  $n$  soluciones  $X$ .

$X_i$ :  $i$ th solución de la población  $X$ .



**Fig. 1.** Clasificación Diversidades según forma de calculo y dominio.

$n$ : Cantidad de soluciones de la población  $X$ .

$d_{best}$ : La distancia de la mejor solución según Fitness.

$d_{min}$ : La menor distancia de la población  $X$ .

$d_{max}$ : La mayor distancia de la población  $X$ .

### 3.3 En Base a Medidas centrales

*Momento de Inercia* [5]

$$D_m(X) = \sum_{i=1}^l \sum_{d=1}^n (X_i^d - c_i)^2 \quad (4)$$

$$c_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_i^d \quad (5)$$

*Donde :*

$D_m$ : Diversidad de Momento de Inercia.

$c_i$ : Promedio por dimensión  $d$ .

$n$ : Cantidad de individuos en la población.

$l$ : Tamaño de dimensiones de los individuos.

*Peso de Inercia* [4]

$$D_p(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\sum_{d=1}^l (X_i^d - c_i)^2} \quad (6)$$

$$c_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_i^d \quad (7)$$

*Donde :*

$D_p$ : Diversidad de Peso de Inercia.

$c_i$ : Promedio por dimensión  $d$ .

$n$ : Cantidad de individuos en la población.

$l$ : Tamaño de dimensiones de los individuos.

*Dimensional* [6]

$$D_d(X) = \frac{1}{l \cdot n} \sum_{d=1}^d \sum_{i=1}^n |\text{median}(x^d) - x_i^d| \quad (8)$$

*Donde :*

$D_d$ : Diversidad Dimensional.

$\text{median}(x^d)$ : Mediana por dimensión  $d$ .

$n$ : Cantidad de individuos en la población.

$l$ : Tamaño de dimensiones de los individuos.

*Dimensional-Hussain* [2]

$$D_{dh}(X) = \frac{1}{l \cdot n} \sum_{d=1}^l \sum_{i=1}^n |mean(x^d) - x_i^d| \quad (9)$$

*Donde :*

$D_{dh}$ : Diversidad Dimensional-Hussain.

$mean(x^d)$ : Promedio por dimensión  $d$ .

$n$ : Cantidad de individuos en la población.

$l$ : Tamaño de dimensiones de los individuos.

### 3.4 En Base a frecuencias

*Entrópica* [5]

$$D_e(X) = -\frac{1}{l} \sum_{d=1}^l \sum_{\alpha \in A} f_d(\alpha) \cdot \log f_d(\alpha) \quad (10)$$

*Donde :*

$D_e$ : Diversidad Entrópica.

$f_d(\alpha)$ : Cantidad de veces que al valor de  $\alpha$  está presente en la dimensión  $d$ .

$A$ :  $\{0, 1\}$ .

$l$ : Tamaño de dimensiones de los individuos.

*Leung-Gao-Xu* [5]

$$D_\lambda(X) = \sum_{d=1}^l g(f_d(0) \cdot g(1 - f_k(0))) \quad (11)$$

$$g(x) = \{[l]1if 0 < x < 1Xif x = 0or x = 1 white\} \quad (12)$$

*Donde :*

$D_\lambda$ : Diversidad Leung-Gao-Xu.

$f_d(0)$ : Cantidad de veces que al valor 0 está presente en la dimensión  $d$ .

$l$ : Tamaño de dimensiones de los individuos.

*Hamming por frecuencias* [5]

$$D_{hf}(X) = \frac{n^2}{2l} \sum_{d=1}^l \sum_{\alpha \in A} f_d(\alpha)(1 - f_d(\alpha)) \quad (13)$$

*Donde :*

$D_{hf}$ : Diversidad de Hamming por frecuencias.

$f_d(\alpha)$ : Cantidad de veces que al valor de  $\alpha$  está presente en la dimensión  $d$ .

$A$ :  $\{0, 1\}$ .

$l$ : Tamaño de dimensiones de los individuos.

### 3.5 En Base a Subconjuntos

*Subconjuntos* [5]

$$D_{sc}(X) = \frac{|S_X|}{\sum_{i=1}^n |S_{X_i}|} \quad (14)$$

*Donde :*

$D_{sc}(X)$ : Diversidad de Subconjuntos de X

$S(X)$ : Subconjuntos de X

*Distancia de Tanimoto de Subconjuntos* [5]

$$D_{sct}(X) = \frac{2}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n dt(X_i, X_j) \quad (15)$$

$$d_t(X_i, X_j) = 1 - \sigma_t(X_i, X_j) \quad (16)$$

$$\sigma_t(X_i, X_j) = \frac{|S(X_i) \cap S(X_j)|}{|S(X_i, X_j)|} \quad (17)$$

*Donde :*

$D_{sct}(X)$ : Diversidad de Tanimoto de Subconjuntos de X.

$d_t$ : Distancia de Tanimoto.

$\sigma_t$ : Similitud de Tanimoto.

$S(X)$ : Subconjuntos de X.

## 4 Mediciones de Esfuerzo

Las mediciones de esfuerzo son la mejor manera de evaluar la efectividad y la eficiencia de diferentes metaheurísticas. Nos permiten saber si las metaheurísticas están teniendo problemas de desempeño, o de eficiencia. Las mediciones de esfuerzo son buenas prácticas que también son útiles para estimar la magnitud de un problema. Muchas veces no es suficiente saber que existe un problema en particular, también se requiere conocer otro tipo de datos relacionados con el problema, como podrían ser, tiempo, cantidad de algún operador, éxitos o fracasos, momento del cambio, etc.

Se ha decidido clasificar las medidas de esfuerzo bajo cuatro bases respecto a las tareas que se realizan, en base a éxito, a errores, a tiempo y finalmente en base a eficiencia.

### 4.1 En Base a éxito de tareas

Las medidas de esfuerzo en base a éxitos nos indican que tan bien está operando la metaheurística a la hora de realizar los experimentos necesarios.

**4.1.1 Cantidad de iteraciones para alcanzar el óptimo:** Es la cantidad de iteraciones de algún ciclo que se tenga en el algoritmo necesario para llegar al óptimo u óptimo conocido.

**4.1.2 Cantidad de evaluaciones a la función objetivo por iteración:** Se cuentan el número de evaluaciones que se realizan a la función objetivo en el proceso de experimentación de una sola iteración.

**4.1.3 Promedio de cantidad de evaluaciones a la función objetivo:** Se puede hacer uso de la medición anterior para poder calcular de manera eficiente el promedio de la cantidad total de las evaluaciones a la función objetivo.

**4.1.4 Cantidad de soluciones generadas por iteración:** En el transcurso de una sola iteración, se cuentan la cantidad de soluciones que se generan durante el proceso de experimentación.

**4.1.5 Promedio de la cantidad total de nuevas soluciones generadas:** Al finalizar el proceso de experimentación, se calcula el promedio que genera contar la cantidad total de nuevas soluciones. Se puede relacionar con la medida anteriormente mencionada.

**4.1.6 Cantidad de iteraciones necesarias para mejorar el promedio de la población:** Muchas veces el tener una población no nos indica necesariamente que es buena, podemos tener un solo individuo que de buena calidad y trabajar el resto de la población entorno a él. Debido a esto se considera llevar un conteo de la cantidad de iteraciones que se necesitan para que el promedio de toda la población durante el proceso de experimentación mejore.

**4.1.7 Cantidad de movimiento/perturbaciones por iteración:** Cuando estamos en el proceso de experimentación, es común la necesidad de aplicar algún movimiento (adaptada a cada metaheurística) o alguna perturbación que nos permita realizar ciertas acciones. En consecuencia, se propone contar las veces que aplicamos este movimiento o perturbación en cada una de las iteraciones hasta que finalice el proceso.

**4.1.8 Promedio de cantidades de movimiento/perturbaciones totales:** Al igual que la medida anterior, podemos llevar un conteo de todos los movimientos o perturbaciones. Se podrían combinar ambas para al finalizar el proceso de experimentación, en base a los resultados del anterior, obteniendo el promedio de la cantidad de estos movimientos o perturbaciones.

**4.1.9 Cantidad iteraciones en exploración:** Existen algunos indicadores, o movimientos de las metaheurísticas que nos indican en que momento del proceso se está efectuando la exploración del espacio de búsqueda. Cuando esto suceda, se estima conveniente dejar registrado cuantas son las iteraciones que hubieron durante el proceso de exploración.

**4.1.10 Cantidad iteraciones en explotación:** Existen algunos indicadores, o movimientos de las metaheurísticas que nos indican en que momento del proceso se está efectuando la explotación del espacio de búsqueda. Cuando esto suceda, se estima conveniente dejar registrado cuantas son las iteraciones que hubieron durante el proceso de explotación.

## 4.2 En Base a errores de tareas

**4.2.1 Cantidad de soluciones reparadas por iteración:** Muchas veces es necesario hacer reparaciones a una solución no factible para seguir o volver a trabajar con ella, es decir, es necesario trabajarla de forma directa y de esta forma conseguir que se pueda reintegrar en el proceso. En base a esto, se sugiere llevar un registro de cuantas soluciones se envían a reparación por cada una de las iteraciones.

**4.2.2 Promedio de soluciones reparadas totales:** Según lo registrado de soluciones reparadas por interacción, podemos llevar a cabo un cálculo que nos permita obtener el promedio del total de soluciones que se enviaron a reparación.

**4.2.3 Cantidad de reparaciones por iteración:** Cuando repara una solución se pueden llegar aplicar múltiples reparaciones a esta misma. El objetivo es cuantificar la cantidad de reparaciones que se realizan a las soluciones en cada una de las iteraciones.

**4.2.4 Promedio de reparaciones totales:** En base a los resultados obtenidos de la medida anteriormente mencionada, podemos calcular el promedio de las reparaciones totales.

**4.2.5 Cantidad máxima de iteraciones sin mejorar el fitness:** El fitness es un indicador clave en nuestras metaheurísticas. Se estima conveniente mantener un registro de como fluctúa el valor de estos indicadores, por lo que se propone aquí es: contar la cantidad de iteraciones que el fitness de una solución se mantiene constante o sin mejorar en comparación de las siguientes soluciones.

## 4.3 En Base a tiempo de tareas

**4.3.1 Tiempo de ejecución:** Los tiempos de ejecución son la duración del proceso de experimentación completo. Con este registro se podrá comparar con otras ejecuciones u otras metaheurísticas, cabe destacar registrar conjuntamente a esto, las especificaciones de la maquina en que se corrió el experimento.



**4.3.2 Tiempo de cada iteración:** A veces no solo nos interesa medir los tiempos que se demora la ejecución del programa. También podemos medir cuando se demoran cada una de las iteraciones.

**4.3.3 Tiempo promedio de reparación:** Cuando se hacen llamadas a reparación esto también suma un costo de tiempo, es necesario tener el registro de cuanto se demora en promedio reparar una solución.

#### 4.4 En Base a eficiencia de tareas

**4.4.1 Fitness:** Cuando se menciona el fitness, se hace referencia al valor que obtenemos de la función objetivo, es por esto que se recomienda tener un registro de cada una de los fitness obtenidos durante el proceso.

**4.4.2 Relative Percentage Deviation (RPD):** RPD o en otras palabras, que tan alejado porcentualmente se encuentra la solución obtenida respecto al óptimo del problema conocido. [3]

$$RPD = \frac{100 \cdot (Z_{best} - Z_{opt})}{Z_{opt}} \quad (18)$$

Donde :

$Z_{best}$ : Mejor fitness encontrado durante la ejecución.

$Z_{opt}$ : Óptimo conocida para la instancia medida.

**4.4.3 Promedio de memoria requerida para una ejecución:** Medir la memoria requerida no es muy común, sin embargo es interesante mencionarla pues las no todas las máquinas operan con los mismos componentes, es más, la RAM es relevante a la hora de experimentar la metaheurística. Para evitar que se sufra una reducción drástica en los tiempos de cómputos en otras máquinas que no tengan los mismos requisitos, se sugiere tener un registro de cuanto es requerido en términos de memoria una vez finalizada la ejecución, además de considerar este métrica para comparar con otras metaheurísticas.

## References

1. Choi, S.S., Cha, S.H., Tappert, C.C.: A survey of binary similarity and distance measures. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics* **8**(1), 43–48 (2010)
2. Hussain, K., Zhu, W., Salleh, M.N.M.: Long-term memory harris' hawk optimization for high dimensional and optimal power flow problems. *IEEE Access* **7**, 147596–147616 (2019)
3. Lanza-Gutierrez, J.M., Crawford, B., Soto, R., Berrios, N., Gomez-Pulido, J.A., Paredes, F.: Analyzing the effects of binarization techniques when solving the set covering problem through swarm optimization. *Expert Systems with Applications* **70**, 67–82 (2017)

4. Lynn, N., Suganthan, P.N.: Heterogeneous comprehensive learning particle swarm optimization with enhanced exploration and exploitation. *Swarm and Evolutionary Computation* **24**, 11–24 (2015)
5. Mattiussi, C., Waibel, M., Floreano, D.: Measures of diversity for populations and distances between individuals with highly reorganizable genomes. *Evolutionary Computation* **12**(4), 495–515 (2004)
6. Morales-Castañeda, B., Zaldivar, D., Cuevas, E., Fausto, F., Rodríguez, A.: A better balance in metaheuristic algorithms: Does it exist? *Swarm and Evolutionary Computation* p. 100671 (2020)
7. Zhan, Z.H., Zhang, J., Li, Y., Chung, H.S.H.: Adaptive particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* **39**(6), 1362–1381 (2009)