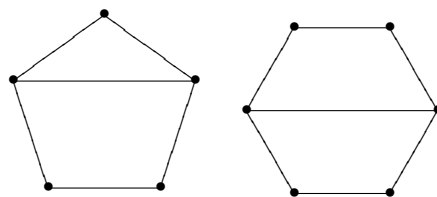


Grafos (básica)

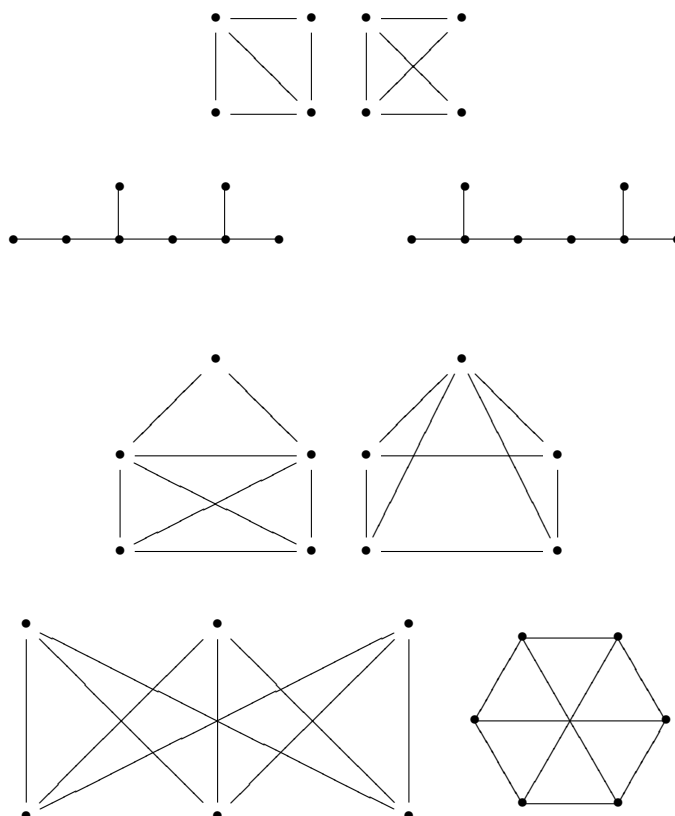
**Ejercicio 1.** Expresa en forma matricial los grafos

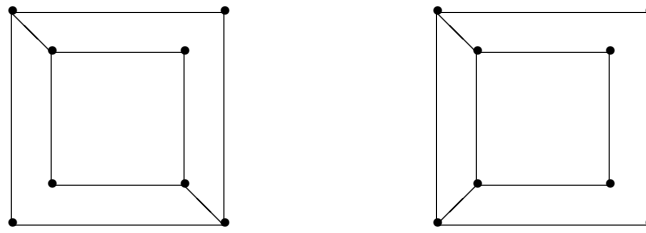


**Ejercicio 2.** Representa gráficamente los grafos cuyas matrices de adyacencia son

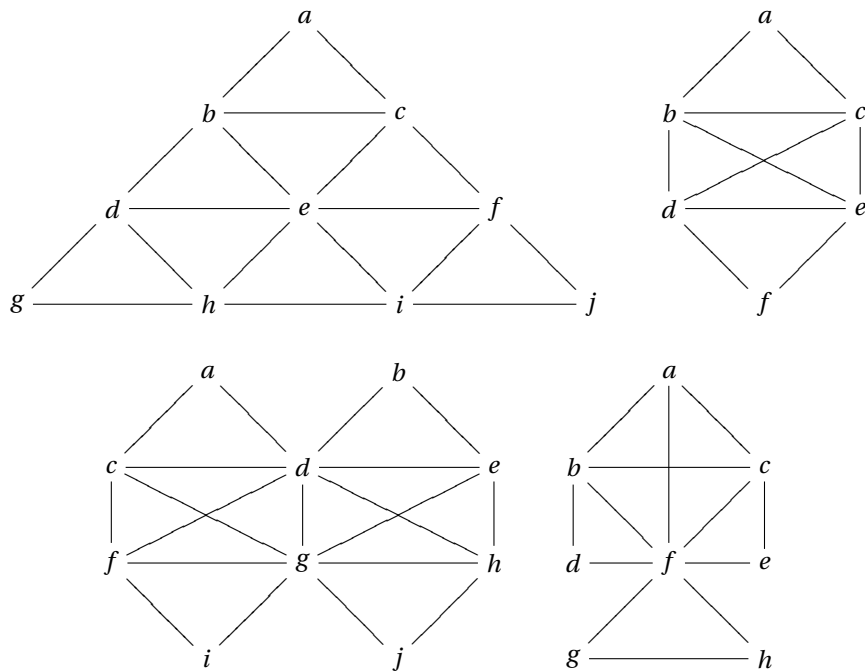
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.** ¿Son isomorfos las parejas de grafos siguientes?

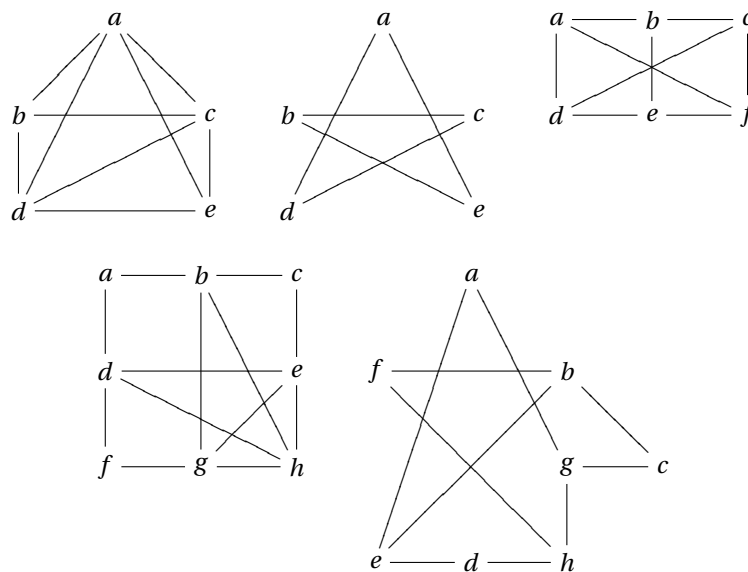




**Ejercicio 4.** Encuentra un circuito o un camino de Euler para los grafos



**Ejercicio 5.** Determina cuáles de los siguientes grafos son planos



**Ejercicio 6.** Demuestra que en un grafo el número de vértices de grado impar es par.

**Ejercicio 7.** Demuestra que si colocamos las 28 fichas del dominó en fila, de forma que si una ficha está junto a otra los cuadrados adyacentes son del mismo valor, entonces los valores de los cuadrados inicial y final son el mismo.

Si tuviéramos un dominó con 36 fichas, en la que los valores marcados en cada una fueran de 0 a 7, ¿sería posible colocarlas todas en fila como hemos explicado en el apartado anterior?

**Ejercicio 8.** Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones:

1. ¿Para qué valores de  $n$  el grafo  $K_n$  es un circuito de Euler?
2. Obtén una fórmula para el número de lados de  $K_{m,n}$ .
3. ¿Para qué valores de  $m$  y  $n$  el grafo  $K_{m,n}$  es un circuito de Euler?
4. Demuestra que cualquier grafo con cuatro vértices o menos es siempre plano.
5. Demuestra que si un grafo tiene a lo sumo cinco vértices y uno de ellos es de grado tres entonces es plano.
6. ¿Cuál es el menor número de vértices que puede tener un grafo (sin lazos ni lados paralelos) con 1000 lados?
7. ¿Cuál es el mayor número de vértices que puede tener un grafo conexo con 1000 lados?
8. Demuestra que en cualquier árbol con dos o más vértices existe, al menos, un vértice de grado uno.
9. ¿Es cierto que todo grafo se puede colorear con, a lo sumo, cuatro colores?
10. Demuestra que en todo grafo (sin lazos ni lados paralelos) con más de un vértice existen dos vértices con el mismo grado.
11. ¿Existe algún grafo regular de grado cinco con veinticinco vértices?
12. ¿Existe un grafo completo con quinientos noventa y cinco lados?
13. ¿Depende el número de caras resultante de una representación plana de un grafo plano de la representación que escojamos?

**Ejercicio 9.** Un árbol tiene 33 vértices de grado uno, 25 vértices de grado 2, 15 vértices de grado 3, y el resto, vértices de grado 4. ¿Cuántos vértices tiene en total?

**Ejercicio 10.** Prueba que si un grafo  $G$  contiene sólo dos vértices de grado impar, entonces ambos han de encontrarse en la misma componente conexa.