

## Prueba de clase 20 de Mayo de 2016

Alumno: \_\_\_\_\_ D.N.I.: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Ejercicio 1.** Dada la fórmula  $\alpha = \forall x \forall y (P(x, f(y)) \rightarrow \exists z (P(f(x), y) \wedge Q(z)))$  da, si es posible, una estructura donde  $\alpha$  se interprete como verdadera y otra donde  $\alpha$  se interprete como falsa.

**Ejercicio 2.** Consideramos el lenguaje de primer orden con cuatro símbolos de constante  $a, b, c, e$ , tres símbolos de función  $m^1, s^2, p^2$  y tres símbolos de predicado  $Q^1, M^2, E^2$ .

Damos la estructura siguiente:

- Dominio:  $D = \mathbb{R}$ .
- Constantes:  $a = 0, b = 1, c = -1, e = e$ .
- Funciones:  $m(x) = |x|, s(x, y) = x + y, p(x, y) = x \cdot y$ .
- Predicados:  $Q(x) \equiv x \in \mathbb{Q}, M(x, y) \equiv x < y, E(x, y) \equiv x = y$ .

Expresa con este lenguaje los siguientes enunciados:

1. El número  $e$  está entre 2 y 3.
2. El valor absoluto de un número es menor o igual que el propio número.
3. Todo número positivo tiene raíz cuadrada.

**Ejercicio 3.** Determina si el conjunto de cláusulas

$$\{T(x, y) \vee S(z, g(a)), \neg S(a, g(z)) \vee \neg S(y, z), \neg T(y, x)\}$$

es satisficible o insatisficible.

**Ejercicio 4.** Calcula una forma prenexa, una de Skolem y una forma clausular de la sentencia

$$\forall x [Q(x) \rightarrow \exists y R(x, f(y))] \rightarrow \exists y [Q(y) \wedge \forall y R(y, f(y))]$$

**Ejercicio 5.** Sean:

- $\alpha_1 = \exists x (P(x) \wedge \forall y (Q(x, y) \rightarrow R(y)))$ .
- $\alpha_2 = \forall x (P(x) \rightarrow \exists y (S(x, y) \wedge \neg R(y)))$ .
- $\alpha_3 = \forall x (\exists y (S(x, y) \wedge \neg Q(x, y)) \rightarrow U(x))$ .
- $\beta = \exists x (P(x) \wedge U(x))$ .

Transforma el problema de ver si  $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} \models \beta$  en un problema de comprobar si un conjunto de cláusulas es o no insatisficible.

Estudia si ese conjunto de cláusulas es un conjunto de Horn o puede ser transformado en un conjunto de Horn.

Estudia si  $\beta$  es consecuencia lógica de  $\alpha_1, \alpha_2$  y  $\alpha_3$ .