



Universidad de Granada

[decsai.ugr.es](http://decsai.ugr.es)

# Fundamentos de Bases de Datos

Grado en Ingeniería Informática

**Seminario 5: Álgebra relacional**



**DECSAI**

**Departamento de Ciencias de la  
Computación e Inteligencia Artificial**

- 1. Introducción**
- 2. Selección**
- 3. Proyección**
- 4. Composición de operadores**
- 5. Producto cartesiano**
- 6. Unión y diferencia**
- 7. Reunión natural**
- 8. Intersección**
- 9. División**
- 10. Eficacia en las consultas**



- 1. Introducción**
2. Selección
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. Intersección
9. División
- 10. Eficacia en las consultas**



### Un lenguaje de consulta:

- Permite al usuario **solicitar información** de la **base de datos**.
- Son normalmente de más alto nivel que los lenguajes estándar de programación.
- Pueden clasificarse en:
  - **Procedimentales**
  - **Declarativos**



### Lenguaje Procedimental:

- El usuario da **instrucciones** al sistema para que realice una secuencia de operaciones en la BD **para calcular el resultado deseado**.
  - **Álgebra Relacional**
    - "A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks" E. F. Codd, Communications of the ACM, Vol. 13, No. 6, June 1970, pp. 377-387.

### Lenguaje Declarativo:

- El usuario **describe la información deseada** sin dar un procedimiento específico para obtener esa información.
  - **Cálculo Relacional (Codd, 1970)**
    - "Relational Completeness of Data Base Sublanguages" E.F. Codd (presented at Courant Computer Science Symposia Series 6, "Data Base Systems," New York City, N.Y., May 24th-25th, 1971). IBM Research Report RJ987 (March 6th, 1972). Republished in Randall J. Rustin (ed.), Data Base Systems: Courant Computer Science Symposia Series 6. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall (1972).

Operador	Notación
Selección	$\sigma$
Proyección	$\pi$
Unión	$\cup$
Intersección	$\cap$
Diferencia	$-$
Producto Cartesiano	$\times$
$\Theta$ -Reunión	$\bowtie_{\Theta}$
División	$\div$

### **Las operaciones del Álgebra Relacional son internas dentro del conjunto de las relaciones:**

- Entrada:
  - Una o más relaciones.
- Salida:
  - Una relación.



### Clasificación de los operadores:

- Con respecto al **tipo** de operador:
  - **Operadores monarios**
    - Selección
    - Proyección
  - **Operadores binarios**
    - Unión
    - Intersección
    - Diferencia
    - Producto Cartesiano
    - $\theta$ -reunión
    - División.





### Clasificación de los operadores:

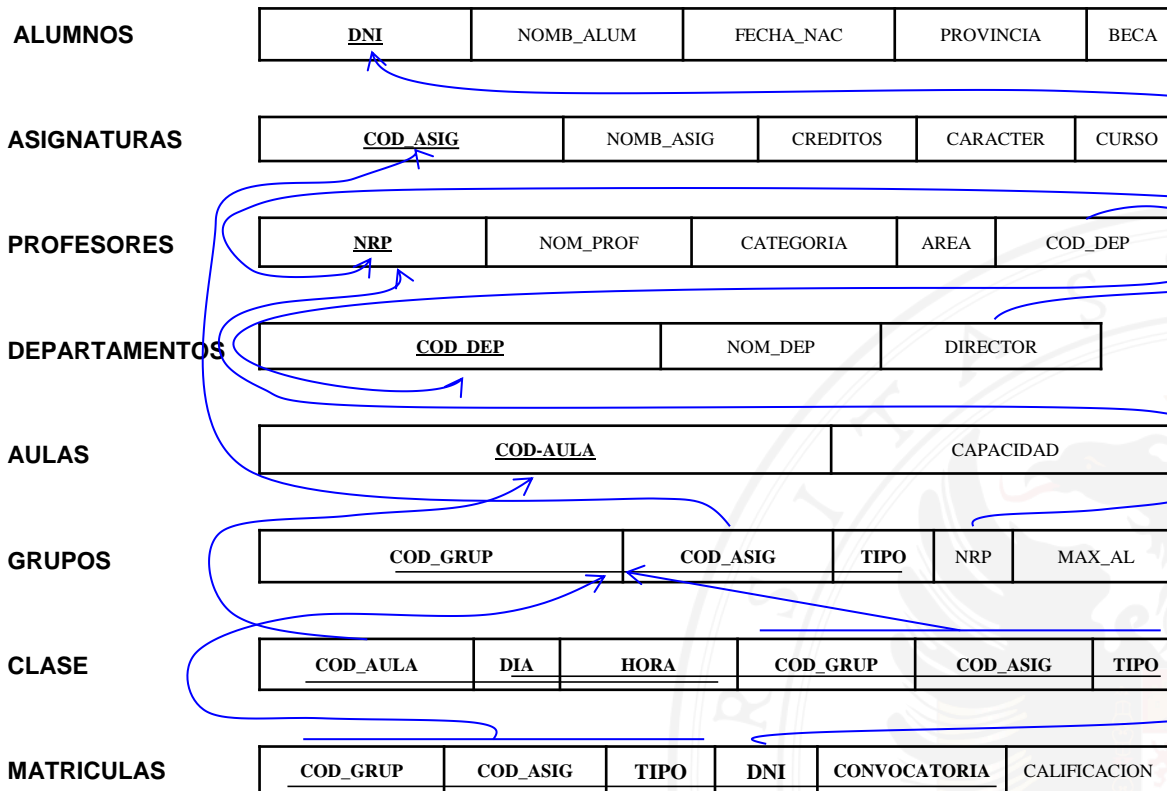
- Con respecto a su **relación** con el **modelo relacional**:
  - Operadores conjuntistas
    - Unión
    - Diferencia
    - Intersección
    - Producto
  - Operadores relacionales
    - Selección
    - Proyección
    - $\Theta$ -reunión
    - División



### Clasificación de los operadores:

- Con respecto a su **necesidad**:
  - Operadores fundamentales (primitivos)
    - Selección
    - Proyección
    - Unión
    - Diferencia
    - Producto Cartesiano
  - Operadores no fundamentales (derivados)
    - Intersección
    - $\theta$ -reunión
    - División.





1. Introducción
2. **Selección**
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. Intersección
9. División
10. Eficacia en las consultas



### Definición:

- Sea
  - $R[A_1, \dots, A_n]$  una relación cualquiera
  - $\Theta$  una propiedad asociada a  $\{A_1 \dots A_n\}$
  - $r$  una instancia de  $R$
- El operador  $\Theta$ -selección aplicado a  $r$  obtiene aquellas tuplas de  $r$  para las que  $\Theta$  es cierta.
- Notación:
  - $\sigma_{\Theta}(r)$

### Ejemplo: Tabla *profesores*

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA	AREA	COD_DEP
2428456	Juan Sánchez Pérez	AS	COMPUT	CCIA
24283256	Antonia Pérez Rodríguez	CU	COMPUT	CCIA
242256	Luis Pérez Pérez	TE	LENGUA	LSI
84256	Carmen Pérez Sánchez	TU	LENGUA	LSI
324256	David Pérez Jiménez	CU	ARQUIT	ATC
24256	María López Ruiz	TU	ARQUIT	ATC
2842560	José Álvarez Pérez	CE	ELECTR	ELEC
842560	Adela Pérez Sánchez	AS	ELECTR	ELEC
84560	Luis Martínez Pérez	AS	TSECAL	TESE
242560	María Gómez Sánchez	CU	TSECAL	TESE

$\sigma_{\text{categoria=AS}}(\text{profesores})$

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA	AREA	COD_DEP
2428456	Juan Sánchez Pérez	AS	COMPUT	CCIA
24283256	Antonia Pérez Rodríguez	CU	COMPUT	CCIA
242256	Luis Pérez Pérez	TE	LENGUA	LSI
84256	Carmen Pérez Sánchez	TU	LENGUA	LSI
324256	David Pérez Jiménez	CU	ARQUIT	ATC
24256	María López Ruiz	TU	ARQUIT	ATC
2842560	José Álvarez Pérez	CE	ELECTR	ELEC
842560	Adela Pérez Sánchez	AS	ELECTR	ELEC
84560	Luis Martínez Pérez	AS	TSEÑAL	TESE
242560	María Gómez Sánchez	CU	TSEÑAL	TESE

**Salida (resultado):**

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA	AREA	COD_DEP
2428456	Juan Sánchez Pérez	AS	COMPUT	CCIA
842560	Adela Pérez Sánchez	AS	ELECTR	ELEC
84560	Luis Martínez Pérez	AS	TSEÑAL	TESE

$\sigma_{\text{categoria} \neq \text{AS} \wedge (\text{area} = \text{COMPUT} \vee \text{area} = \text{ELECTR})}$  (profesores)

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA	AREA	COD_DEP
2428456	Juan Sánchez Pérez	AS	COMPUT	CCIA
24283256	Antonia Pérez Rodríguez	CU	COMPUT	CCIA
242256	Luis Pérez Pérez	TE	LENGUA	LSI
84256	Carmen Pérez Sánchez	TU	LENGUA	LSI
324256	David Pérez Jiménez	CU	ARQUIT	ATC
24256	María López Ruiz	TU	ARQUIT	ATC
2842560	José Álvarez Pérez	CE	ELECTR	ELEC
842560	Adela Pérez Sánchez	AS	ELECTR	ELEC
84560	Luis Martínez Pérez	AS	TSECAL	TESE
242560	María Gómez Sánchez	CU	TSECAL	TESE

**Salida (resultado):**

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA	AREA	COD_DEP
24283256	Antonia Pérez Rodríguez	CU	COMPUT	CCIA
2842560	José Álvarez Pérez	CE	ELECTR	ELEC



1. Introducción
2. Selección
3. **Proyección**
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. Intersección
9. División
10. Eficacia en las consultas



### Definición:

- Sea
  - $R[A_1..A_n]$  una relación cualquiera
  - $\{A_i...A_j\}$  un subconjunto de sus atributos
  - $r$  una instancia de  $R$
- El operador **proyección** sobre  $\{A_i...A_j\}$  aplicado a  $r$  obtiene las **tuplas** de  $r$ , **eliminando** de la tabla aquellos **atributos no pertenecientes** a  $\{A_i...A_j\}$  y **suprimiendo** las **tuplas redundantes**.
- Notación:
  - $\pi_{A_i...A_j}(r)$

$\pi_{\text{NRP, nom\_prof, categoria}}$  (Profesores)

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA	AREA	COD_DEP
2428456	Juan Sánchez Pérez	AS	COMPUT	CCIA
24283256	Antonia Pérez Rodríguez	CU	COMPUT	CCIA
242256	Luis Pérez Pérez	TE	LENGUA	LSI
84256	Carmen Pérez Sánchez	TU	LENGUA	LSI
324256	David Pérez Jiménez	CU	ARQUIT	ATC
24256	María López Ruiz	TU	ARQUIT	ATC
2842560	José Álvarez Pérez	CE	ELECTR	ELEC
842560	Adela Pérez Sánchez	AS	ELECTR	ELEC
84560	Luis Martínez Pérez	AS	TSEÑAL	TESE
242560	María Gómez Sánchez	CU	TSEÑAL	TESE

$\pi_{\text{NRP, nom\_prof, categoria}}$  (Profesores)

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA
2428456	Juan Sánchez Pérez	AS
24283256	Antonia Pérez Rodríguez	CU
242256	Luis Pérez Pérez	TE
84256	Carmen Pérez Sánchez	TU
324256	David Pérez Jiménez	CU
24256	María López Ruiz	TU
2842560	José Álvarez Pérez	CE
842560	Adela Pérez Sánchez	AS
84560	Luis Martínez Pérez	AS
242560	María Gómez Sánchez	CU

- Como una proyección produce como resultado una relación:
  - Si en el resultado de una proyección aparecen **tuplas repetidas se deben descartar**.
  - Esto suele ocurrir cuando, al proyectar, no se incluye una clave candidata en la lista de atributos.
- Ejemplo: Tabla Profesores
  - Clave primaria: NRP
  - Si proyectamos por {area,cod\_dep}

AREA	COD_DEP
COMPUT	CCIA
COMPUT	CCIA
LENGUA	LSI
LENGUA	LSI
ARQUIT	ATC
ARQUIT	ATC
ELECTR	ELEC
ELECTR	ELEC
TSEÑAL	TESE
TSEÑAL	TESE

- Como una proyección produce como resultado una relación:
  - Si en el resultado de una proyección aparecen **tuplas repetidas se deben descartar**.
  - Esto suele ocurrir cuando, al proyectar, no se incluye una clave candidata en la lista de atributos.
- Ejemplo: Tabla Profesores
  - Clave primaria: NRP
  - Si proyectamos por {area,cod\_dep}

### Resultado:

AREA	COD_DEP
COMPUT	CCIA
LENGUA	LSI
ARQUIT	ATC
ELECTR	ELEC
TSEÑAL	TESE

1. Introducción
2. Selección
3. Proyección
4. **Composición de operadores**
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. Intersección
9. División
10. Eficacia en las consultas



El álgebra relacional (**AR**) se basa en la **aplicación sucesiva de operadores** hasta que obtenemos la tabla que contiene la solución a nuestra consulta.

Como el resultado de una operación es siempre una relación, dicho **resultado puede usarse como operando** de otra operación.



### Ejemplo:

- Obtener una lista con el **NRP** y el **Nombre** de aquellos profesores que pertenecen al **departamento** cuyo código es **ELEC**:

- $\sigma_{\text{cod\_dep}=\text{ELEC}}(\text{profesores})$

NRP	NOM_PROF	CATEGORIA	AREA	COD_DEP
2842560	José Álvarez Pérez	CE	ELECTR	ELEC
842560	Adela Pérez Sánchez	AS	ELECTR	ELEC

- $\pi_{\text{NRP}, \text{nom\_prof}}(\sigma_{\text{cod\_dep}=\text{ELEC}}(\text{profesores}))$

NRP	NOM_PROF
2842560	José Álvarez Pérez
842560	Adela Pérez Sánchez

### Ejemplos:

- Encontrar los nombres de los profesores que no tienen categoría AS y pertenecen a las áreas de conocimiento TSEÑAL o ARQUIT.
  - $\pi_{\text{nom\_prof}}(\sigma_{(\text{categoria} \neq \text{AS}) \wedge (\text{area} = \text{TSEÑAL} \vee \text{area} = \text{ARQUIT})}(\text{profesores}))$
- Encontrar las áreas de conocimiento que tienen profesores con categoría CU o TU.
  - $\pi_{\text{area}}(\sigma_{(\text{categoria} = \text{TU} \vee \text{categoria} = \text{CU})}(\text{profesores}))$

### Ejemplos:

- Encontrar el DNI y el nombre de aquellos alumnos que nacieron antes del 1-1-80.
  - $\pi_{\text{DNI, nom\_alum}}(\sigma_{\text{fecha-nac} \leq 01-01-80}(\text{alumnos}))$
- Encontrar las provincias de las que vienen alumnos becados.
  - $\pi_{\text{provincia}}(\sigma_{\text{beca=SI}}(\text{alumnos}))$

1. Introducción
2. Selección
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. **Producto cartesiano**
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. Intersección
9. División
10. Eficacia en las consultas



### Definición:

- Sea
  - $R[A_1..A_n]$  y  $S[B_1..B_m]$  dos relaciones cualesquiera
  - $r$  y  $s$  dos instancias de las mismas
- El **producto** cartesiano de **ambas instancias** está formado por todas las tuplas resultantes de concatenar **cada tupla de  $r$  con cada tupla de  $s$** .
- Notación:
  - $r \times s$

A	B	×	D	=	A	B	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>		d <sub>1</sub>		a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>		d <sub>2</sub>		a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>				a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>
					a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
					a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
					a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>

### Propiedades:

- Propiedad 1:
  - Sean
    - $R[A_1..A_n]$  y  $S[B_1..B_m]$  dos relaciones cualesquiera
    - $W = R \times S$
  - Entonces
    - $W[A_1..A_n, B_1..B_m]$
    - »  $\text{esquema}(W) = \text{esquema}(R) \cup \text{esquema}(S)$ .
- Propiedad 2:
  - Sean
    - $R[A_1..A_n]$  y  $S[B_1..B_m]$  dos relaciones cualesquiera
    - $W = R \times S$
    - Sean  $r$  y  $s$  instancias de  $R$  y  $S$  respectivamente y  $w$  la correspondiente instancia de  $W$ .
  - Entonces:
    - $\text{card}(w) = \text{card}(r) \times \text{card}(s)$ .

### Denominación de atributos y uso de alias

- Ahora intervienen más de una relación.
- Puede ocurrir que haya **ambigüedad** a la hora de **referenciar atributos** en las **operaciones**.
- Solución:
  - Anteponer un **prefijo** al **nombre del atributo** para indicar la tabla a la que nos referimos
    - Profesor.NRP
    - Grupos.NRP



- Puede ocurrir incluso que una **misma relación** aparezca **más de una vez en la consulta**.
- Operador de **redefinición**:
  - Sea
    - $R[A_1, \dots, A_n]$  una relación cualquiera
    - $r$  una instancia de  $R$
    - El operador redefinición aplicado a  $r$  nos permite asignar un nuevo nombre a  $r$
  - Notación
    - »  $\rho(r)$
    - »  $\rho(r) = s$  nos permite **referirnos a  $r$  como  $s$**
  - Se dice entonces que  **$s$  es un alias de  $r$** .

Consideremos nuestra base de datos de ejemplo y supongamos que deseamos saber, para cada departamento, el nombre de su director.

### Paso 1: profesores × departamentos

NRP	NOM_PROF	CATG.	AREA.	COD_DEP	COD_DEP	NOM_DEP	DIRECTOR
2428456	Juan Sanchez Perez	AS	COMPUT	CCIA	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
24283256	Antonia Perez Rodriguez	CU	COMPUT	CCIA	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
242256	Luis Perez Perez	TE	LENGUA	LSI	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
84256	Carmen Perez Sanchez	TU	LENGUA	LSI	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
324256	David Perez Jimenez	CU	ARQUIT	ATC	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
24256	Maria Lopez Ruiz	TU	ARQUIT	ATC	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
2842560	Jose Alvarez Perez	CE	ELECTR	ELEC	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
842560	Adela Perez Sanchez	AS	ELECTR	ELEC	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
84560	Luis Martinez Perez	AS	TSECAL	TESE	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
242560	Maria Gomez Sanchez	CU	TSECAL	TESE	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
2428456	Juan Sanchez Perez	AS	COMPUT	CCIA	LSI	Lenguajes y Sistemas	84256
...	...	...	...	...	...	...	...
2428456	Juan Sanchez Perez	AS	COMPUT	CCIA	ATC	Arquitectura de Computadores	324256
...	...	...	...	...	...	...	...
2428456	Juan Sanchez Perez	AS	COMPUT	CCIA	ELEC	Electronica	2842560
...	...	...	...	...	...	...	...
2428456	Juan Sanchez Perez	AS	COMPUT	CCIA	TESE	Teoria de la Secal	84560
24283256	Antonia Perez Rodriguez	CU	COMPUT	CCIA	TESE	Teoria de la Secal	84560
242256	Luis Perez Perez	TE	LENGUA	LSI	TESE	Teoria de la Secal	84560
84256	Carmen Perez Sanchez	TU	LENGUA	LSI	TESE	Teoria de la Secal	84560
324256	David Perez Jimenez	CU	ARQUIT	ATC	TESE	Teoria de la Secal	84560
24256	Maria Lopez Ruiz	TU	ARQUIT	ATC	TESE	Teoria de la Secal	84560
2842560	Jose Alvarez Perez	CE	ELECTR	ELEC	TESE	Teoria de la Secal	84560
842560	Adela Perez Sanchez	AS	ELECTR	ELEC	TESE	Teoria de la Secal	84560
84560	Luis Martinez Perez	AS	TSECAL	TESE	TESE	Teoria de la Secal	84560
242560	Maria Gomez Sanchez	CU	TSECAL	TESE	TESE	Teoria de la Secal	84560

### Paso 2: $\sigma_{\text{director}=\text{NRP}}$ (profesores $\times$ departamentos)

NRP	NOM_PROF	CATG.	AREA.	COD_DEP	COD_DEP	NOM_DEP	DIRECTOR
24283256	Antonia Perez Rodriguez	CU	COMPUT	CCIA	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
84256	Carmen Perez Sanchez	TU	LENGUA	LSI	LSI	Lenguajes y Sistemas	84256
324256	David Perez Jimenez	CU	ARQUIT	ATC	ATC	Arquitectura de Computadores	324256
2842560	Jose Alvarez Perez	CE	ELECTR	ELEC	ELEC	Electronica	2842560
84560	Luis Martinez Perez	AS	TSECAL	TESE	TESE	Teoria de la Señal	84560

### Paso 3: $\pi_{\text{nom\_prof}, \text{nom\_dep}}(\sigma_{\text{director}=\text{NRP}})$ (profesores $\times$ departamentos)

NOM_PROF	NOM_DEP
Antonia Perez Rodriguez	Ciencias de la Computacion
Carmen Perez Sanchez	Lenguajes y Sistemas
David Perez Jimenez	Arquitectura de Computadores
Jose Alvarez Perez	Electronica
Luis Martinez Perez	Teoria de la Señal

### Ejemplos

- Obtener, para cada profesor, su NRP, su nombre y el nombre del departamento al que pertenece.
  - $\pi_{\text{NRP}, \text{nom\_prof}, \text{nom\_dep}}(\sigma_{\text{departamentos.cod\_dep}=\text{profesores.cod\_dep}}(\text{departamentos} \times \text{profesores}))$
- Obtener el DNI y el nombre de aquellos alumnos matriculados de la asignatura de código BDI que son becarios.
  - $\pi_{\text{alumnos.DNI}, \text{nom\_alum}}(\sigma_{\text{alumnos.DNI}=\text{matriculas.DNI}}(\sigma_{\text{beca}=\text{SI}}(\text{alumnos}) \times \sigma_{\text{cod\_asig}=\text{BDI}}(\text{matriculas})))$
  - $\pi_{\text{alumnos.DNI}, \text{nom\_alum}}(\sigma_{(\text{alumnos.DNI}=\text{matriculas.DNI}) \wedge (\text{beca}=\text{SI}) \wedge (\text{cod\_asig}=\text{BDI})}(\text{alumnos} \times \text{matriculas}))$
- Encontrar la lista de los profesores (NRP y nombre) que imparten la asignatura BDI.
  - $\pi_{\text{grupos.NRP}, \text{nom\_pro}}(\sigma_{\text{profesores.NRP}=\text{grupos.NRP}}(\text{profesores} \times \sigma_{\text{cod\_asig}=\text{BDI}}(\text{grupos})))$

### Ejemplos

- Encontrar los códigos de las asignaturas de las que está matriculado el alumno de nombre 'Luis Martinez Perez'.
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}}(\sigma_{\text{alumnos.DNI=matricula.DNI}}(\text{matriculas} \times \sigma_{\text{nom\_alum=Luis Martinez Perez}}(\text{alumnos})))$
- Encontrar los nombres de los profesores con categoría CU o TU que pertenecen al departamento de nombre Electrónica.
  - $\Pi_{\text{nom\_prof}}(\sigma_{\text{profesores.cod\_dep=departamentos.cod\_dep}}(\sigma_{\text{categoria=CU} \vee \text{categoria=TU}}(\text{profesores}) \times \sigma_{\text{nom\_dep=Electronica}}(\text{departamentos})))$
- Encontrar los nombres de las asignaturas de las que está matriculado el alumno 'Luis Martinez Perez'.
  - $\Pi_{\text{nom\_asig}}(\sigma_{\text{alumnos.DNI=matricula.DNI} \wedge \text{matricula.cod\_asig=asignaturas.cod\_asig}}(\text{matriculas} \times \sigma_{\text{nom\_alum=Luis Martinez Perez}}(\text{alumnos}) \times \text{asignaturas}))$

### Ejemplos

- Encontrar los nombres de los profesores que imparten prácticas en la asignatura Bases de Datos. Entendemos que los grupos de prácticas son los grupos de tipo P.
  - $\pi_{\text{nom\_prof}} (\sigma_{\text{profesores.NRP=grupos.NRP} \wedge \text{grupos.cod\_asig=asignaturas.cod\_asig}} (\sigma_{\text{tipo=P}}(\text{grupos}) \times \sigma_{\text{nom\_asig=Bases de Datos}}(\text{asignaturas}) \times \text{profesores}))$
- Encontrar el nombre y el DNI de aquellos alumnos cuya provincia es Almería y que están matriculados de alguna asignatura de primer curso.
  - $\pi_{\text{DNI,nom\_alum}} (\sigma_{\text{alumnos.DNI=matricula.DNI} \wedge \text{matricula.cod\_asig=asignaturas.cod\_asig}} (\text{matriculas} \times \sigma_{\text{provincia=Almeria}}(\text{alumnos}) \times \sigma_{\text{curso=1}}(\text{asignaturas})))$

### Ejemplos:

- Encontrar los nombres de los profesores que pertenecen a la misma área de conocimiento que María López Ruiz.
  - $\rho(\text{profesores}) = \text{profes}$
  - $\pi_{\text{profes.nom\_prof}} (\sigma_{\text{profesores.area=profes.area}} (\sigma_{\text{profesores.nom\_prof=Maria Lopez Ruiz}} (\text{profesores}) \times (\text{profes})))$
  
- Encontrar el DNI y el nombre de aquellos alumnos de edad mayor o igual que la del alumno 'Luís Martínez Pérez'.
  - $\rho(\text{alumnos}) = \text{alu}$
  - $\pi_{\text{alu.DNI,alu.nom\_alum}} (\sigma_{\text{alu.fecha-nac} \geq \text{alumnos.fecha-nac}} (\sigma_{\text{alumnos.nom\_alum=Luis Martinez Perez}} (\text{alumnos}) \times (\text{alu})))$
  
- Encontrar aquellas asignaturas optativas que están en cursos superiores a la asignatura de nombre 'Bases de Datos'.
  - $\rho(\text{asignaturas}) = \text{asis}$
  - $\pi_{\text{asis.nom\_asig}} (\sigma_{\text{asignaturas.curso} < \text{asis.curso}} (\sigma_{\text{asignaturas.nom\_asig=Bases de Datos}} (\text{asignaturas}) \times \sigma_{\text{asis.caracter=op}} (\text{asis})))$



1. Introducción
2. Selección
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. **Unión y diferencia**
7. Reunión natural
8. Intersección
9. División
10. Eficacia en las consultas





### Unión

- Sean
  - $R[A_1..A_n]$ , y  $S[B_1..B_n]$  dos relaciones tales que  $\{A_1..A_n\} \equiv \{B_1..B_n\}$
  - $r$  y  $s$  instancias de  $R$  y  $S$
- El operador unión aplicado sobre  $r$  y  $s$  es el resultado de hacer la **unión de  $r$  y  $s$  como conjuntos de tuplas**.
- Notación:
  - $R \cup S$

### Diferencia

- Sean
  - $R[A_1..A_n]$ , y  $S[B_1..B_n]$  dos relaciones tales que  $\{A_1..A_n\} \equiv \{B_1..B_n\}$
  - $r$  y  $s$  instancias de  $R$  y  $S$
- El operador diferencia aplicado sobre  $r$  y  $s$  es el resultado de hacer la **diferencia de  $r$  y  $s$  como conjuntos de tuplas**.
- Notación:
  - $R - S$

### Unión

$r$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_2$	$c_2$

$s$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_2$	$c_2$
$a_4$	$b_2$	$c_2$
$a_1$	$b_2$	$c_2$

$r \cup s$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_2$	$c_2$
$a_1$	$b_2$	$c_2$

### Diferencia

$r$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_2$	$c_2$

$s$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_2$	$c_2$
$a_4$	$b_2$	$c_2$
$a_1$	$b_2$	$c_2$

$r - s$

A	B	C
$a_3$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_1$	$c_1$

### Ejemplos:

- Encontrar las asignaturas de segundo ciclo; es decir, aquellas cuyo curso sea 4 ó 5.
  - $\sigma_{(\text{curso}=4 \vee \text{curso}=5)}(\text{asignaturas})$
  - $\sigma_{\text{curso}=4}(\text{asignaturas}) \cup \sigma_{\text{curso}=5}(\text{asignaturas})$
- Encontrar aquellos profesores que sean de categoría TU y no pertenezcan al área de conocimiento COMPUT.
  - $\sigma_{\text{categoria}=\text{TU} \wedge \neg(\text{area}=\text{COMPUT})}(\text{profesores})$
  - $\sigma_{\text{categoria}=\text{TU}}(\text{profesores}) - \sigma_{\text{area}=\text{COMPUT}}(\text{profesores})$

### Ejemplos:

- Encontrar los códigos de aquellas asignaturas en las que no hay matriculado ningún alumno.
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}}(\text{asignaturas}) - \pi_{\text{cod\_asig}}(\text{matricula})$
- Encontrar los alumnos más jóvenes de la base de datos; es decir, aquellos cuya fecha de nacimiento es la mayor entre las de todos los alumnos.
  - $\rho(\text{alumnos}) = \text{alu}$
  - $\pi_{\text{alumnos.DNI, alumnos.nom\_alum}}(\text{alumnos}) - \pi_{\text{alumnos.DNI, alumnos.nom\_alum}}(\sigma_{\text{alumnos.fecha-nac} < \text{alu.fecha-nac}}(\text{alumnos} \times \text{alu}))$
- Encontrar las asignaturas que sólo tienen un profesor.
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}}(\text{grupos}) -$
  - $\pi_{\text{grupos.cod\_asig}}(\sigma_{\text{grupos.cod\_asig} = \text{gru.cod\_asig} \wedge \text{grupos.NRP} <> \text{gru.NRP}}(\text{grupos} \times \text{gru}))$

### Ejemplos:

- Encontrar los códigos de aquellas asignaturas que, o bien son de segundo ciclo, o bien no tienen matriculado ningún alumno.
- $\pi_{\text{cod\_asig}}(\sigma_{(\text{curso}=4 \vee \text{curso}=5)}(\text{asignaturas})) \cup (\pi_{\text{cod\_asig}}(\text{asignaturas}) - \pi_{\text{cod\_asig}}(\text{matricula}))$

1. Introducción
2. Selección
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. **Reunión natural**
8. Intersección
9. División
10. Eficacia en las consultas



### $\Theta$ -Reunión

#### – Definición

- Sea
  - $R[A_1..A_n]$ , y  $S[B_1..B_m]$  dos relaciones cualesquiera
  - $\Theta$  una propiedad que implica a atributos de ambas relaciones
  - $r$  y  $s$  dos instancias de las mismas
- Entonces la  $\Theta$ -Reunión de  $r$  y  $s$  equivale a  $\sigma_{\Theta}(r \times s)$ .
- Notación:
  - $r \bowtie_{\Theta} s$



profesores  $\bowtie_{\text{director}=\text{NRP}}$  departamentos =  $\sigma_{\text{director}=\text{NRP}}$  (profesores  $\times$  departamentos)

NRP	NOM_PROF	CATG.	AREA.	COD_DEP	COD_DEP	NOM_DEP	DIRECTOR
24283256	Antonia Perez Rodriguez	CU	COMPUT	CCIA	CCIA	Ciencias de la Computacion	24283256
84256	Carmen Perez Sanchez	TU	LENGUA	LSI	LSI	Lenguajes y Sistemas	84256
324256	David Perez Jimenez	CU	ARQUIT	ATC	ATC	Arquitectura de Computadores	324256
2842560	Jose Alvarez Perez	CE	ELECTR	ELEC	ELEC	Electronica	2842560
84560	Luis Martinez Perez	AS	TSECAL	TESE	TESE	Teoria de la Señal	84560

## Reunión Natural

### – Definición

- Sea
  - $R[A_1..A_n]$ , y  $S[B_1..B_m]$  dos relaciones tales que existen  $\{A_i..A_j\} \subseteq \{A_1..A_n\}$  y  $\{B_i..B_j\} \subseteq \{B_1..B_m\}$  de forma que  $\forall k \in \{i..j\}, A_k = B_k$
  - $r$  y  $s$  dos instancias de las mismas
- Entonces la Reunión Natural de  $r$  y  $s$  equivale a:
  - $\pi_{\{A_1..A_n\} \setminus \{A_i..A_j\}}(\sigma_{(r.A_i=s.A_i) \wedge \dots \wedge (r.A_j=s.A_j)}(r \times s))$
- Notación:
  - $r \bowtie s$

A	B	C		B	C	D	E		A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	⋈	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	=	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>		a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>3</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>3</sub>		a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>
a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>3</sub>	e <sub>1</sub>		a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>4</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		b <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>1</sub>		a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>3</sub>
									a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
									a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>3</sub>
									a <sub>4</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

## Ejemplos

- Obtener, para cada profesor, su NRP, su nombre y el nombre del departamento al que pertenece.
  - $\pi_{\text{NRP}, \text{nom\_prof}, \text{nom\_dep}}(\sigma_{\text{departamentos.cod\_dep}=\text{profesores.cod\_dep}}(\text{departamentos} \times \text{profesores}))$
  - $\pi_{\text{NRP}, \text{nom\_prof}, \text{nom\_dep}}(\text{departamentos} \bowtie \text{profesores})$
- Obtener el DNI y el nombre de aquellos alumnos matriculados de la asignatura de código BDI que son becarios.
  - $\pi_{\text{alumnos.DNI}, \text{nom\_alum}}(\sigma_{\text{alumnos.DNI}=\text{matriculas.DNI}}(\sigma_{\text{beca=SI}}(\text{alumnos}) \times \sigma_{\text{cod\_asig=BDI}}(\text{matriculas})))$
  - $\pi_{\text{alumnos.DNI}, \text{nom\_alum}}(\sigma_{\text{beca=SI}}(\text{alumnos}) \bowtie \sigma_{\text{cod\_asig=BDI}}(\text{matriculas}))$

## Ejemplos

- Encontrar la lista de los profesores (NRP y nombre) que imparten la asignatura BDI.
  - $\pi_{\text{grupos.NRP, nom\_pro}}(\sigma_{\text{profesores.NRP=grupos.NRP}}(\text{profesores} \times \sigma_{\text{cod\_asig=BDI}}(\text{grupos})))$
  - $\pi_{\text{grupos.NRP, nom\_pro}}(\text{profesores} \bowtie \sigma_{\text{cod\_asig=BDI}}(\text{grupos}))$
- Encontrar los códigos de las asignaturas de las que está matriculado el alumno de nombre 'Luis Martinez Perez'.
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}}(\sigma_{\text{alumnos.DNI=matricula.DNI}}(\text{matriculas} \times \sigma_{\text{nom\_alum=Luis Martinez Perez}}(\text{alumnos})))$
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}}(\text{matriculas} \bowtie \sigma_{\text{nom\_alum=Luis Martinez Perez}}(\text{alumnos}))$

## Ejemplos

- Encontrar los nombres de los profesores con categoría CU o TU que pertenecen al departamento de nombre Electrónica.
  - $\Pi_{\text{nom\_prof}} (\sigma_{\text{profesores.cod\_dep}=\text{departamentos.cod\_dep}} (\sigma_{\text{categoria=CU} \vee \text{categoria=TU}} (\text{profesores}) \times \sigma_{\text{nom\_dep=Electronica}} (\text{departamentos})))$
  - $\Pi_{\text{nom\_prof}} (\sigma_{\text{categoria=CU} \vee \text{categoria=TU}} (\text{profesores}) \bowtie \sigma_{\text{nom\_dep=Electronica}} (\text{departamentos})))$
- Encontrar los nombres de las asignaturas de las que está matriculado el alumno 'Luis Martinez Perez'.
  - $\Pi_{\text{nom\_asig}} (\sigma_{\text{alumnos.DNI}=\text{matricula.DNI} \wedge \text{matricula.cod\_asig}=\text{asignaturas.cod\_asig}} (\text{matriculas} \times \sigma_{\text{nom\_alum=Luis Martinez Perez}} (\text{alumnos}) \times \text{asignaturas}))$
  - $\Pi_{\text{nom\_asig}} (\text{matriculas} \bowtie \sigma_{\text{nom\_alum=Luis Martinez Perez}} (\text{alumnos}) \bowtie \text{asignaturas})$

## Ejemplos

- Encontrar los nombres de los profesores que imparten prácticas en la asignatura Bases de Datos. Entendemos que los grupos de prácticas son los grupos de tipo P.
  - $\pi_{\text{nom\_prof}} (\sigma_{\text{profesores.NRP=grupos.NRP} \wedge \text{grupos.cod\_asig=asignaturas.cod\_asig}} (\sigma_{\text{tipo=P}}(\text{grupos}) \times \sigma_{\text{nom\_asig=Bases de Datos}} (\text{asignaturas}) \times \text{profesores}))$
  - $\pi_{\text{nom\_prof}} (\sigma_{\text{tipo=P}}(\text{grupos}) \bowtie \sigma_{\text{nom\_asig=Bases de Datos}} (\text{asignaturas}) \bowtie \text{profesores})$
- Encontrar el nombre y el DNI de aquellos alumnos cuya provincia es Almería y que están matriculados de alguna asignatura de primer curso.
  - $\pi_{\text{DNI,nom\_alum}} (\sigma_{\text{alumnos.DNI=matricula.DNI} \wedge \text{matricula.cod\_asig=asignaturas.cod\_asig}} (\text{matriculas} \times \sigma_{\text{provincia=Almeria}} (\text{alumnos}) \times \sigma_{\text{curso=1}} (\text{asignaturas})))$
  - $\pi_{\text{DNI,nom\_alum}} (\text{matriculas} \bowtie \sigma_{\text{provincia=Almeria}} (\text{alumnos}) \bowtie \sigma_{\text{curso=1}} (\text{asignaturas}))$

1. Introducción
2. Selección
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. **Intersección**
9. División
10. Eficacia en las consultas





### Definición

- Sean
  - $R[A_1..A_n]$ , y  $S[B_1..B_n]$  dos relaciones tales que  $\{A_1..A_n\} \equiv \{B_1..B_n\}$
  - $r$  y  $s$  instancias de  $R$  y  $S$
- El operador intersección aplicado sobre  $r$  y  $s$  es el resultado de hacer la **intersección de  $r$  y  $s$  como conjuntos de tuplas**.
- Notación:
  - $R \cap S$

### Intersección

$r$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_1$	$c_1$
$a_4$	$b_2$	$c_2$

$s$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_3$	$b_2$	$c_2$
$a_4$	$b_2$	$c_2$
$a_1$	$b_2$	$c_2$

$r \cap s$

A	B	C
$a_1$	$b_1$	$c_1$
$a_2$	$b_2$	$c_2$
$a_4$	$b_2$	$c_2$

### Ejemplos:

- Encontrar los alumnos becarios que vienen de Almería.
  - $\sigma_{\text{beca=SI} \wedge \text{provincia=ALMERIA}}(\text{alumnos})$
  - $\sigma_{\text{beca=SI}}(\text{alumnos}) \cap \sigma_{\text{provincia=ALMERIA}}(\text{alumnos})$
- Encontrar las asignaturas optativas de segundo ciclo; es decir, aquellas cuyo curso sea 4 ó 5.
  - $\sigma_{\text{caracter=op} \wedge (\text{curso=4} \vee \text{curso=5})}(\text{asignaturas})$
  - $\sigma_{\text{caracter=op}}(\text{asignaturas}) \cap (\sigma_{\text{curso=4}}(\text{asignaturas}) \cup \sigma_{\text{curso=5}}(\text{asignaturas}))$

### Ejemplos:

- Encontrar los profesores que tienen categoría 'TU' o 'CU' y dan clase en asignaturas de segundo ciclo.

$$\begin{aligned}
 & \bullet \pi_{\text{NRP}, \text{nom\_prof}} (\sigma_{\text{categoria}=\text{TU} \vee \text{categoria}=\text{CU}}(\text{profesores})) \cap \\
 & \pi_{\text{profesores.NRP}, \text{profesores.nom\_prof}} ((\text{profesores}) \bowtie (\text{grupos}) \bowtie \\
 & \sigma_{\text{curso}=4 \vee \text{curso}=5}(\text{asignaturas}))
 \end{aligned}$$

### Propiedad:

- Sean R y S relaciones cualquiera y r y s dos instancias de las mismas.
- Se verifica que:
  - $r \cap s = r - (r - s)$

r	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	– s	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	=	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
	a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
	a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		a <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
	a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		a <sub>4</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>				
	a <sub>4</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		a <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>				

### Propiedad:

- Sean R y S relaciones cualquiera y r y s dos instancias de las mismas.
- Se verifica que:
  - $r \cap s = r - (r - s)$

r	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	– (r–s)	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	= r ∩ s =	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
	a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>		a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>
	a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>						a <sub>4</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>
	a <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>								

1. Introducción
2. Selección
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. Intersección
9. **División**
10. Eficacia en las consultas



## Problemas de la representación mediante dominios atómicos:

- Consultas relacionadas con la **conexión de un elemento** de un conjunto **con “todos” los elementos de otro**.
- Encontrar los **alumnos** que están **matriculados** de **todas** las **asignaturas** de **primer curso**.
- Encontrar las **asignaturas** en las que **dan clase todos** los **profesores** del área **'COMPUT'** que sean de categoría **'CU'**.
- Encontrar los **profesores** que dan **clase** a **todos** los **grupos** de la asignatura **de código 'BDI'**.
- Encontrar las **aulas** que están **ocupadas todos** los **días** de la semana.



## Definición

- Sean
  - $R[A_1..A_n, B_1..B_m]$  y  $S[B_1..B_m]$
  - y las instancias  $r$  y  $s$
- La **división** de  $r$  con respecto a  $s$  es la **instancia  $w$  de** una relación  **$W[A_1..A_n]$** , que verifica:
  - $\forall u \in w ; \forall v \in s$ 
    - $\exists t \in r \mid t[A_1..A_n] = u , t[B_1..B_m] = v$
- Notación
  - $w = r \div s$

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>

÷

D
d <sub>1</sub>
d <sub>2</sub>

=

A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>

A	B	C	D
$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$
$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_2$
$a_1$	$b_1$	$c_3$	$d_3$
$a_2$	$b_2$	$c_2$	$d_2$
$a_2$	$b_2$	$c_2$	$d_3$
$a_3$	$b_3$	$c_3$	$d_1$
$a_3$	$b_3$	$c_3$	$d_2$

$$\div \begin{array}{|c|} \hline D \\ \hline d_1 \\ \hline d_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & C \\ \hline a_1 & b_1 & c_1 \\ \hline a_3 & b_3 & c_3 \\ \hline \end{array}$$

A	B	C	D
$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$
$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_2$
$a_1$	$b_1$	$c_3$	$d_3$
$a_2$	$b_2$	$c_2$	$d_2$
$a_2$	$b_2$	$c_2$	$d_3$
$a_3$	$b_3$	$c_3$	$d_1$
$a_3$	$b_3$	$c_3$	$d_2$

$$\div \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline c_2 & d_2 \\ \hline c_2 & d_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline a_2 & b_2 \\ \hline \end{array}$$

## Ejemplos:

- Encontrar el **nombre** y el **DNI** de los **alumnos** que están **matriculados** de **todas** las **asignaturas** de **primer curso**.
- Divisor:
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}}(\sigma_{\text{curso}=1}(\text{asignaturas}))$
- Dividendo:
  - $\pi_{\text{DNI}, \text{cod\_asig}}(\text{matriculas})$
- División = Dividendo  $\div$  Divisor
  - $\pi_{\text{DNI}, \text{cod\_asig}}(\text{matriculas}) \div \pi_{\text{cod\_asig}}(\sigma_{\text{curso}=1}(\text{asignaturas}))$
  - Con lo que obtenemos los **DNI** de los **alumnos matriculados** en **todas** las de **primer curso**, ahora solo falta reunir con alumnos para mostrar el resultado solicitado.
- $\pi_{\text{alumnos.DNI}, \text{alumnos.nom\_alum}}(\text{alumnos} \bowtie \pi_{\text{DNI}, \text{cod\_asig}}(\text{matriculas}) \div \pi_{\text{cod\_asig}}(\sigma_{\text{curso}=1}(\text{asignaturas})))$

## Ejemplos

- Encontrar las **asignaturas** en las que **dan clase todos** los **profesores** del área '**COMPUT**' que sean de **categoría 'CU'**.
- Divisor:
  - $\pi_{\text{NRP}} (\sigma_{\text{area}=\text{COMPUT} \wedge \text{categoria}=\text{CU}}(\text{profesores}))$
- Dividendo:
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}, \text{NRP}} (\text{grupos})$
- División:
  - $\Pi_{\text{cod\_asig}, \text{NRP}} (\text{grupos}) \div \pi_{\text{NRP}} (\sigma_{\text{area}=\text{COMPUT} \wedge \text{categoria}=\text{CU}}(\text{profesores}))$

## Ejemplos:

- Encontrar los profesores que dan clase a todos los grupos de la asignatura de código 'BDI'.
  - $\pi_{\text{NRP}, \text{cod\_grup}, \text{tipo}, \text{cod\_asig}}(\text{grupos}) \div \pi_{\text{cod\_grup}, \text{tipo}, \text{cod\_asig}}(\sigma_{\text{cod\_asig}=\text{BDI}}(\text{grupos}))$
- Encontrar las aulas que están ocupadas todos los días de la semana en los que se imparte alguna clase.
  - $\pi_{\text{cod\_aula}, \text{dia}}(\text{clase}) \div \pi_{\text{dia}}(\text{clase})$
- Encontrar aquellas aulas que están ocupadas todos los días y todas las horas en las que se imparte alguna clase.
  - $\Pi_{\text{cod\_aula}, \text{dia}, \text{hora}}(\text{clase}) \div \pi_{\text{dia}, \text{hora}}(\text{clase})$

## Ejemplos:

- Encontrar los días y horas en los que no hay aulas libres; es decir, los días y las horas en los que hay clase en todas las aulas.
  - $\pi_{\text{dia, hora, cod\_aula}}(\text{clase}) \div \pi_{\text{cod\_aula}}(\text{aulas})$
- Encontrar las áreas de conocimiento en las que hay profesores de todas las categorías.
  - $\pi_{\text{area, categoria}}(\text{profesores}) \div \pi_{\text{categoria}}(\text{profesores})$
- Encontrar los departamentos que tienen profesores de todas las categorías.
  - $\Pi_{\text{cod\_dep, categoria}}(\text{profesores}) \div \pi_{\text{categoria}}(\text{profesores})$

## Propiedad

- Sean
  - $R[A_1..A_n, B_1..B_m]$  y  $S[B_1..B_m]$
  - y las instancias  $r$  y  $s$
- Entonces
  - $r \div s = \Pi_{A_1..A_n}(r) - \Pi_{A_1..A_n}((\Pi_{A_1..A_n}(r) \times s) - r)$



$$r \div s = \Pi_{A,B,C}(r) - \Pi_{A,B,C}((\Pi_{A,B,C}(r) \times s) - r)$$

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>

÷

D
d <sub>1</sub>
d <sub>2</sub>

=

A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>

$$r \div s = \Pi_{A,B,C}(r) - \Pi_{A,B,C}((\Pi_{A,B,C}(r) \times s) - r)$$

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>

\*

D
d <sub>1</sub>
d <sub>2</sub>

=

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>

$$r \div s = \Pi_{A,B,C}(r) - \Pi_{A,B,C}((\Pi_{A,B,C}(r) \times s) - r)$$

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>

-

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>

$$r \div s = \Pi_{A,B,C}(r) - \Pi_{A,B,C}((\Pi_{A,B,C}(r) \times s) - r)$$

A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>

-

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>

1. Introducción
2. Selección
3. Proyección
4. Composición de operadores
5. Producto cartesiano
6. Unión y diferencia
7. Reunión natural
8. Intersección
9. División
10. **Eficacia en las consultas**



### Con Álgebra Relacional:

- A cada expresión le corresponde una única tabla.
- Cada consulta puede resolverse con más de una expresión.
  - Hay que elegir en términos de eficiencia.
- Ejemplo:
  - $\sigma_{\text{beca=SI} \wedge \text{provincia=ALMERIA}}(\text{alumnos})$
  - $\sigma_{\text{beca=SI}}(\text{alumnos}) \cap \sigma_{\text{provincia=ALMERIA}}(\text{alumnos})$

**En un SGBD hay un componente que se encarga de paliar los efectos de consultas poco eficientes:**

- Optimizador de consultas

**Existen algunas reglas básicas:**

- Ejemplo:
  - Selecciones, cuanto antes
    - Limitan el número de tuplas
  - Proyecciones, cuanto antes
    - Limitan el tamaño de las tuplas
- Normalmente:
  - Los SGBDs no publican sus estrategias de optimización
  - Ventaja competitiva