Maxima-hecho1.pdf

Ejercicios examen maxima

1º Cálculo

Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada

1.Calcula el área que queda entre el eje de abscisas y la gráfica de la función f(x)=arctan(x)(x^3−x+3)e^−x^2 entre el punto dónde la función alcanza su mínimo relativo y en el que alcanza su máximo relativo.

/*Primero pintamos la gráfica para hacernos una idea de donde están los máximos y mínimo.*/

```
wxdraw2d(
color = red,
line_width=2,
implicit(y=atan(x)*(x^3-x+3)*%e^(-x^2),x,-3,3,y,-3,3),
color = gray,
implicit(y=0,x,-3,3,y,-3,3),
color = gray,
implicit(x=0,x,-3,3,y,-3,3)
);
```

/*Definimos la función y su derivada:*/

```
define(f(x),atan(x)*(x^3-x+3)*%e^(-x^2));
define(g(x),diff(f(x),x));
```

/*Usamos un método para ver donde se anula la derivadag(x)(find_root,bisección…) , en mi caso utilizaré el de la secante creado por mi:*/

```
nr2(expr,var,ini,fin,errab):=block(
   [x0:ini,x1:fin,x3,j],
   local(f),
```

```
   define(f(x),subst(x,var,expr)),
   for i:1 thru 10 do(
      j:i,
         x3:(x0*f(x1)-f(x0)*x1)/(f(x1)-f(x0)),
         if abs(f(x1)-f(x0))<10^-10 then error("Pon otro valor que me anulo el denominador"),
         if abs(f(x3))<errab then return(),
         x0:x1,
         x1:x3
      ),
   if j=15 then error("elige otro valor inicial") else x3
)$
```

/*(Ojo, esta función tiene varios máximos y mínimos, pero nosotros cogemos los más notables gráficamente)*/

```
x1:nr2(g(x),x,-1,0,10^-10);
x2:nr2(g(x),x,0,1,10^-10);
```

/*Con el criterio de la segunda derivada comprobamos que son máximo y mínimo relativo:*/

```
define(p(x),diff(g(x),x));

p(x1);
p(x2);
```

/*(Recomiendo el uso de numer:true para trabajar con decimales)

Entonces x1 es un mínimo relativo y x2 un máximo relativo.

Para hacer el área, haremos el opuesto del tramo entre x1 y lo sumaremos al área entre x=0 y x2(ya que está debajo del eje x)*/

/*Vemos que máxima no puede hacer la integral de forma inmediata así que utilizaremos quad_qags o romberg*/

```
area:-romberg(f(x), x, x1, 0)+romberg(f(x), x, 0, x2);
```

2. Calcula el área que queda entre las gráficas de la función f(x)= arctan(x)(x^3−x+3)e^−x^2y la función g(x)=x^3

```
kill(all);
```

/*Borramos todo, pintamos la gráfica y definimos las funciones:*/

```
wxdraw2d(
color = red,
line_width=2,
implicit(y=atan(x)*(x^3-x+3)*%e^(-x^2),x,-3,3,y,-3,3),
color=green,
line_width=2,
implicit(x^3=y,x,-3,3,y,-3,3),
color = gray,
implicit(y=0,x,-3,3,y,-3,3),
color = gray,
implicit(x=0,x,-3,3,y,-3,3)
);

define(f(x),atan(x)*(x^3-x+3)*%e^(-x^2));
define(g(x),x^3);
```

/*Luego buscaremos sus puntos de corte, apoyándonos en la gráfica usando find_root y declarando una función para ello:*/

define(k(x),f(x)-g(x));

x1:find_root(k(x), x, -2,-0.5);

x2:find_root(k(x), x, -0.5,0.5);

x3:find_root(k(x), x,0.5,2);

/*Entonces el área(la suma de los dos trozos, del de arriba – el de abajo) es(integrate no funciona en este caso):*/

area:romberg(g(x)-f(x), x, x1, x2)+romberg(f(x)-g(x), x, x2, x3);

3.Divide un círculo de radio 1 en tres trozos del mismo área usando dos líneas verticales, simétricas respecto del eje de ordenadas.

kill(all);

/*Definimos la función protagonista, que será la rama positiva de la circunferencia y */

define(f(x),sqrt(1-x^2));

area:(%pi*1^2)

/*Sabiendo que la circunferencia es simétrica respecto al eje x ,la dividimos en 2 trozos y la vamos a dividir en otros 3 trozos y vamos buscar los puntos que hagan que el área sea un tercio de la mitad del área(pi/6).

Sabemos que a está entre -1 y 0, entonces: */

```
int1:integrate(f(x),x,-1,a);
```

positive

/*(ya que -1<a<0, entonces 0<a+1<1)*/

```
punto1:find_root(int1-%pi/6,a,-1,0);
```

/*Y por simetría respecto al eje y el otro punto es -punto

Entonces los puntos de corte de esas recta con el eje x son el punto1 y el punto2.

Pintamos: */

```
wxdraw2d(
color = blue,
line_width = 2,
implicit(1=x^2+y^2,x,-2,2,y,-1.5,1.5),
color=red,
implicit(x=punto1,x,-2,2,y,-1.5,1.5),
color = red,
implicit(x=punto2,x,-2,2,y,-1.5,1.5)
);
```

/*Si queremos podemos comprobar a ver si el área total es pi:*/

```
numer:true;
```

comprobamos:2*(integrate(f(x),x,1,punto1)+integrate(f(x),x,punto1,punto2)+integrate(f(x),x,punto2,1));

/*Que coincide con pi, que es el área*/

3.Calcula la longitud de una elipse de semiejes 10 y 15.

La ecuación de la elipse es: x^2/100+y^2/225=1

kill(all);

define(f(x),sqrt(225*(1-(x^2)/100)));

Nos quedamos con la rama positiva de la elipse y luego multiplicamos x2 el resultado, al ser la elipse simétrica respecto eje x.

Luego usando la fórmula para hallar la longitud de un segmento con quad_qags y ya tendremos la longitud.

define(g(x),diff(f(x),x));

a:quad_qags(sqrt(1+(g(x))^2), x, -10, 10);

longitud_arriba:a[1];

longitud_total:longitud_arriba*2;

Y dibujamos la elipse con sus dos ramas.

wxdraw2d(

implicit(f(x)=y,x,-15,15,y,-20,20),

```
implicit(-f(x)=y,x,-15,15,y,-20,20)
);
```

5.La gráfica de la función y=x^3+1/e divide el círculo centrado en el origen de radio 3 en dos partes. Calcula la longitud de la gráfica que queda dentro de la circunferencia.

```
kill (all);

define(f(x),x^3+1/%e = y);

define(f(x),diff(f(x),x));

define(c(x),x^2+y^2=9);

wxdraw2d(
implicit(f(x),x,-4,4,y,-4,4),
color=red,
implicit(c(x),x,-4,4,y,-4,4),
color=black,
implicit(0=y,x,-4,4,y,-4,4)
);
```

Para ver la longitud de la curva que se encuentra dentro de la circunferencia, veremos los puntos de corte de las funciones

solve([c(x),f(x)], [x,y]);

Zukii – Ejercicios Examen Máxima

x1:-1.442021601793356;

x2:1.324557956777996;

Cogemos las soluciones reales que son las dos últimas.

Entonces la longitud es:

Define(g(x),3x^2)

longitud:romberg(sqrt(1+(g(x)^2)), x, x1, x2);