Tema 3

* Sistemas de ecuaciones lineales.

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que deben verificarse simultáneamente. Tipos:

- Sistema incompatible → Si no existe ninguna n-upla solución.
- Sistema compatible determinado → Si sólo existe una n-upla solución
- Sistema compatible indeterminado → Si existe más de una n-upla solución.

*** Método de Gauss** → Dado un sistema de ecuaciones lineales cualesquiera, conseguiremos resolverlo si hallamos un sistema escalonado equivalente.

$n^\circ : n^\circ$ = SCD
$0 : n^\circ$ = SI
$0 : 0$ = SCI

*** Teorema de Rouché-Frobenius** → Un sistema es compatible si y solo si el rango de A, la matriz del sistema, y el de A', la matriz ampliada son iguales:

$$\text{Sistema compatible} \Longleftrightarrow \text{rang } A = \text{rang } A'$$

$\boxed{¿\text{Rang } A = \text{rang } A'?}$

No → $\text{rang } A \neq \text{rang } A'$ ⇓ SI

Sí → $\text{rang } A = \text{rang } A'$ ⇓ SC

¿Rang A = rang A' = n?

- Sí → $\text{rang } A = \text{rang } A' = n$ ⇓ SCD → Cramer
- No → $\text{rang } A = \text{rang } A' < n$ ⇓ SCI → Gauss

*** Regla de Cramer** → Se dice que un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas es resoluble por Cramer si la matriz del sistema A, es regular. A, al ser regular, es un sistema compatible determinado ya que se cumple: rang A = rang A' = n

$$s_1 = \frac{\Delta_1}{|A|} \qquad s_2 = \frac{\Delta_2}{|A|} \qquad s_3 = \frac{\Delta_3}{|A|}$$

*** Matriz inversa** (resolución de sistemas de ecuaciones)

$$Ax = B$$
$$A^{-1}Ax = A^{-1}B$$
$$Id\,x = A^{-1}B$$
$$x = A^{-1}B$$

Tema 4

* Vectores fijos → Dados dos puntos A y B del espacio, se denomina vector fijo de origen A y extremo B al par ordenado (A,B). Se representa por $\vec{AB}$
  - La dirección del vector fijo $\vec{AB}$ es la de la recta que pasa por A y B.
  - La longitud o módulo del vector fijo $\vec{AB}$ es la longitud del segmento AB. Se representa por $|\vec{AB}|$.
  - El sentido del vector fijo $\vec{AB}$ es el que se define sobre la recta determinada por A y B cuando nos trasladamos de A a B.
* Equipolencia de vectores → Dos vectores fijos son equipolentes si tienen la misma dirección, el mismo módulo y el mismo sentido.
* Vectores libres → Conjunto de vectores fijos equipolentes a uno dado. Cada uno de los vectores fijos que componen un vector libre es un representante de este.
  - Se denomina dirección, módulo y sentido de un vector libre a la dirección, el módulo y el sentido de uno cualquiera de sus representantes.
* Independencia y dependencia lineal en V_3 → Dado un conjunto de vectores de V_3, diremos que son linealmente independientes si ninguno de ellos puede expresarse como combinación lineal de los demás. En caso contrario, diremos que son linealmente dependientes.
  - Dado un conjunto de vectores, podemos determinar siempre el máximo número de vectores linealmente independientes que contiene. Este número se denomina rango (rang).
* Determinación de la dependencia o independencia de vectores.
  - Si $k_1 = 0$, $k_2 = 0$ y $k_3 = 0$ (solución trivial) es la única solución posible, los vectores son linealmente independientes.
  - Si existen otras soluciones aparte de la trivial, los vectores serán linealmente dependientes.
* Cálculo de las componentes de un vector determinado por dos puntos

$$[\vec{PQ}] = (q_1 - p_1 , q_2 - p_2 , q_3 - p_3)$$

* Cálculo del punto medio de un segmento

$$m_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} \quad m_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} \quad m_3 = \frac{a_3 + b_3}{2}$$