

CUESTIONES DE AUTOEVALUACIÓN

2.1 El símbolo $(101)_2$ representa al número decimal:

- a) 3.
- b) 5.
- c) 9.

2.2 La expresión decimal del número $(4205)_7$ es

- a) 1105.
- b) 1475.
- c) 1725.

2.3 El símbolo $(421)_4$

- a) representa el número decimal 73.
- b) representa el número decimal 69.
- c) no tiene sentido.

2.4 La expresión del número decimal 375, en el sistema de numeración en base 6, es

- a) $(2423)_6$.
- b) $(1223)_6$.
- c) $(1423)_6$.

2.5 En el sistema de numeración de base 6, un número se representa por $(113)_6$. ¿Cuál será su representación en el sistema de numeración de base 7?

- a) $(63)_7$.
- b) $(53)_7$.
- c) $(43)_7$.

2.6 Si el número decimal 56 se representa como $(32)_x$, la base x vale

- a) 12.
- b) 16.
- c) 18.

2.7 ¿Es posible expresar el número decimal 80 de la forma $(330)_x$ para algún número natural x ?

- a) Sí, para $x = 7$.
- b) Sí, $x = 11$.
- c) No es posible.

2.8 ¿En qué sistema de numeración el número decimal 63 se expresa con 3 cifras iguales?

- a) En el de base 5.
- b) En el de base 4.
- c) En el de base 7.

2.9 Si a , b y c son números naturales tales que $c = a \cdot b$, se dice que:

- a) c es divisor de a y de b .
- b) c es múltiplo de a y de b .
- c) a y b son múltiplos de c .

2.10 En la descomposición en factores primos de 294:

- a) Los factores primos suman 17.
- b) Los factores primos suman 19.
- c) No hay ninguno repetido.

2.11 En la descomposición en factores primos de 1134:

- a) Hay 4 factores primos distintos.
- b) Hay un factor primo con exponente 4.
- c) Los factores primos distintos suman 16.

2.12 Si el producto de dos números es divisible por 7, siempre se puede asegurar que:

- a) Ambos son divisibles por 7.
- b) Alguno es divisible por 7.
- c) La suma de los números es divisible por 7.

2.13 Los números 13 y 27 cumplen:

- a) Su máximo común divisor es 13.
- b) Son primos entre sí.
- c) Son primos los dos.

2.14 Si p y q son números primos y $a = p^2 \cdot q$, $b = p \cdot q^2$, el máximo común divisor de a y b es:

- a) $p \cdot q$.
- b) $p^2 \cdot q^2$.
- c) $p^3 \cdot q^3$.

2.15 Si a y b son primos entre sí, se cumplirá:

- a) a y b son primos.
- b) $a \cdot b$ es primo.
- c) $\text{m.c.d.}(a,b) = 1$.

2.16 El número $\text{m.c.d.}(196, 252)$

- a) tiene dos factores primos distintos.
- b) tiene tres factores primos distintos.
- c) sus factores primos suman 14.

2.17 El máximo común divisor de 495 y 693

- a) es una potencia de un número primo.
- b) tiene dos factores primos distintos.
- c) tiene en total 2 factores primos.

2.18 Si el producto de dos números naturales es 144 y su máximo común divisor es 6, su mínimo común múltiplo será:

- a) 48.
- b) 16.
- c) 24.

2.19 El producto de dos números naturales a y b es 180 y su máximo común divisor es 3, entonces:

- a) $\text{m.c.m.}(a,b) = 60$.
- b) $\text{m.c.m.}(a,b) = 180$.
- c) $\text{m.c.m.}(a,b) = 30$.

2.20 Si a y b son dos números naturales, el producto $\text{m.c.m.}(a,b) \cdot \text{m.c.d.}(a,b)$ es igual a:

- a) El producto de todos los factores primos comunes y no comunes de a y b .
- b) El producto de los factores primos comunes de a y b .
- c) El producto de a y b .

2.21 Si $\text{m.c.m.}(a,b) = a$, se cumple:

- a) b es múltiplo de a .
- b) a divide a b .
- c) $\text{m.c.d.}(a,b) = b$.

2.22 Si a y b son dos números primos entre sí, su mínimo común múltiplo será igual al número:

- a) 1.
- b) ab .
- c) b^2a^2 .

2.23 El número $\text{m.c.m.}(154, 429)$

- a) tiene 5 factores primos distintos.
- b) tiene 4 factores primos distintos.
- c) es divisible por el cuadrado de un primo.

2.24 El número $\text{m.c.m.}(260, 315)$

- a) es divisible por 462.
- b) es divisible por 210.
- c) sus factores primos suman 27.

2.25 Si las tres cifras de un número n suman 17, al dividirlo por 3 el resto es

- a) 1.
- b) 2.
- c) 0.

2.26 Si a y b son números enteros negativos.

- a) $a \cdot b$ es positivo.
- b) $a + b$ es positivo.
- c) $a^3 + b^3$ es positivo.

2.27 Estamos a 5°C y la temperatura lleva todo el día subiendo a razón de 3°C cada hora. Hace tres horas estábamos a:

- a) -4°C .
- b) 14°C .
- c) 4°C .

2.28 Si el producto de tres números enteros es positivo, con seguridad se cumple que:

- a) Los tres números son positivos.
- b) Alguno de los números es negativo.
- c) Alguno de los números es positivo.

2.29 Si a es un número negativo, $-a^2$ es:

- a) Un número negativo.
- b) Un número positivo.
- c) Su signo depende del valor absoluto de a .

2.30 La expresión $(a^2 - b^2)^2$ es igual a:

- a) $a^2 + b^2 - 2ab$.
- b) $a^4 + b^4 - 2ab$.
- c) $a^4 + b^4 - 2a^2b^2$.

2.31 El producto $(a + b^2)(a - b^2)$ es igual a:

- a) $a^2 - b^2$.
- b) $a^2 - b^4$.
- c) $b^4 - a^2$.

2.32 $(a + b^2)^2$ es igual a:

- a) $a^2 + b^2 + 2ab^2$.
- b) $a^2 + b^4 + 2ab^2$.
- c) $a^2 + b^4$.

2.33 La fracción $117/63$ representa al mismo número decimal que la fracción:

- a) $13/7$.
- b) $13/9$.
- c) $9/7$.

2.34 Dos fracciones se dicen equivalentes si:

- a) Tienen el mismo denominador.
- b) Son semejantes.
- c) Representan al mismo número racional.

2.35 El cociente $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10}\right) : \left(-\frac{1}{20} + \frac{7}{15}\right)$ es igual a:

- a) $\frac{17}{60}$.
- b) 3.
- c) $\frac{42}{25}$.

2.36 El resultado de la operación $1.5 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)$, es igual a:

- a) 2.5.
- b) 3.5.
- c) $\frac{14}{6}$.

2.37 La diferencia $\left(\frac{a-b}{b}\right) - \left(\frac{a+b}{b}\right)$ es igual a

- a) 0.
- b) 2.
- c) -2.

2.38 La expresión $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ es igual a

- a) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.
- b) $\frac{a+b}{a-b}$.
- c) $\frac{a-b}{a+b}$.

2.39 La expresión $\frac{(-a+b)^2}{a^2-b^2}$ es igual a

- a) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.
- b) $\frac{a+b}{a-b}$.
- c) $\frac{a-b}{a+b}$.

2.40 $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2$ es igual a:

- a) $\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$.
- b) $\frac{a^2+b^2}{ab}$.
- c) $\frac{(a+b)^2}{a^2b^2}$.

2.41 La fracción $75/6$ representa al número decimal:

- a) $11\overline{3}$.
- b) 12.5.
- c) $12\overline{05}$.

2.42 El número decimal $7.033333\dots$ se expresa mediante una fracción

- a) De denominador 200.
- b) De numerador 1477.
- c) De numerador 1479.

2.43 Dados los números fraccionarios $a = 5.\overline{09}$ y $b = 5.1$ se cumple

- a) $a < b$.
- b) $a = b$.
- c) $a > b$.

2.44 Si x es el 140 % de una cantidad y , entonces el 30 % de $\frac{y}{x}$

- a) Es igual a 0.21.
- b) Es igual a 0.12.
- c) No puede calcularse sin conocer x e y .

2.45 Si x es el 155 % de una cantidad y , entonces el 20 % de x

- a) Es igual al 13 % de y .
- b) Es igual a 11 % de y .
- c) Es igual al 31 % de y .

2.46 Un grifo completamente abierto tarda cuatro horas y media en llenar un depósito. ¿Cuánto tardará en llenarlo si sólo se abre hasta los $3/4$ de su caudal máximo?

- a) 6 horas.
- b) $27/8$ de hora.
- c) $15/2$ de hora.

2.47 En una empresa 28 de cada 40 empleados utilizan algún medio de transporte público para ir al trabajo, una vez a la semana. ¿Qué porcentaje de empleados no utilizan ningún medio de transporte a la semana?

- a) 30 %.
- b) 60 %.
- c) 40 %.

2.48 En una ciudad por cada 20 días de buen tiempo hay 5 días de mal tiempo. Entonces el porcentaje de días con mal tiempo es

- a) 20%.
- b) 25%.
- c) 80%.

2.49 ¿Cuál de las desigualdades siguientes es la correcta?

- a) $-6/11 < -7/13 < 2/3$.
- b) $-7/13 < -6/11 < 2/3$.
- c) $-7/13 < 2/3 < -6/11$.

2.50 Si x, y son números fraccionarios tales que

$$\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}y > \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y$$

entonces

- a) $-6x + 3y > 0$.
- b) $6x - 3y > 0$.
- c) $6x + 3y > 0$.

2.51 ¿Cuál de los siguientes números es irracional?

- a) 3.1415.
- b) $\sqrt{3}$.
- c) 2.1333...

2.52 ¿Cuál de los siguientes números es irracional?

- a) 0.161033003300330...
- b) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.
- c) 1.12311223311122233311...

2.53 Si x e y son números reales tales que $x < y$, la desigualdad $x - 1/5 < y - 2/5$:

- a) Es cierta.
- b) Es falsa.
- c) Depende de los valores de x e y .

2.54 Si x e y son números reales tales que $x < y$, la desigualdad $-2x < -2y$:

- a) Es cierta.
- b) Es falsa.
- c) Depende de los valores de x e y .

2.55 Si a, b y c son números reales, la propiedad:

Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$

se cumple:

- a) cualquiera que sea c .
- b) sólo cuando c es positivo.
- c) sólo cuando c es negativo.

2.56 $3^k 7^k$ es igual a:

- a) 10^k .
- b) 21^{2k} .
- c) 21^k .

2.57 $(3^2)^3 (4^3)^2$ es igual a:

- a) 12^6 .
- b) 6^9 .
- c) 6^{18} .

2.58 $(x^{-2})^{-3} / (x^3)^{-2}$ es igual a

- a) x^{12} .
- b) x^6 .
- c) 1.

2.59 Si $0 < a < 1$, entonces se cumple:

- a) $a^2 > a$.
- b) $a^2 < a$.
- c) $a^2 > 1$.

2.60 $\frac{(4^{-3})^{-2} + 16^3}{4^4}$ es igual a:

- a) 2^5 .
- b) 4^3 .
- c) $4^2 + 2^3$.

2.61 $27^{\frac{1}{2}} - 12^{\frac{1}{2}} + 75^{\frac{1}{2}}$ es igual a:

- a) $90^{\frac{1}{2}}$.
- b) $\sqrt{102}$.
- c) $6 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$.

2.62 $\sqrt[3]{\sqrt{3}}$ es igual a:

- a) $\sqrt[3]{3}$.
- b) $\sqrt[6]{3}$.
- c) $3^{3/2}$.

2.63 Si a es un número real, la desigualdad $a^2 > a$ se cumple:

- a) cualquiera que sea a .
- b) sólo cuando $a > 0$.
- c) sólo cuando $a < 0$ ó $a > 1$.

2.64 $\sqrt{28} + \sqrt{63} - 5\sqrt{7}$ es igual a:

- a) $3\sqrt{2}$.
- b) $2\sqrt{3}$.
- c) 0.

2.65 Si a y b son dos números reales tales que $0 < a < b$ se cumple:

- a) $a^2 > b^2$.
- b) $a^2 < b^2$.
- c) $a^2 \leq b^2$.

2.66 Si dos ecuaciones tienen las mismas soluciones se dice que

- a) tienen el mismo grado.
- b) son lineales.
- c) son equivalentes.

2.67 Dos ecuaciones lineales

- a) tienen coeficientes iguales.
- b) tienen el mismo grado.
- c) son equivalentes.

2.68 La ecuación $2x - y + 5z = 9$

- a) es de grado 1 porque todas variables están elevadas a exponente 1.
- b) es de grado 3 porque tiene 3 incógnitas
- c) no tiene grado porque tiene tres variables.

2.69 La ecuación $ax = 0$:

- a) Tiene una solución.
- b) No tiene solución.
- c) El número de soluciones depende de a .

2.70 La ecuación $x + b = 0$:

- a) tiene una única solución.
- b) no tiene solución.
- c) puede tener varias soluciones.

2.71 La solución de la ecuación $\frac{4(x-1)}{3} = \frac{6x+8}{15}$ es

- a) $\frac{2}{15}$.
- b) 2.
- c) $\frac{16}{5}$.

2.72 Si nos dicen que un número, más su mitad, más su tercera parte es igual a 110, podemos afirmar que:

- a) El número es 60.
- b) El número es 110.
- c) El número no existe.

2.73 Si P es el precio de cierto artículo, una ecuación que expresa que una rebaja del 15% en el precio del artículo produce un ahorro en la compra de 120 euros es:

- a) $0.15P = 120.$
- b) $0.85P = 120.$
- c) $P - 0.15P = 120.$

2.74 Si C es el precio de coste y V el precio de venta de un artículo, la condición: “el precio de venta es igual al doble del precio de coste más el impuesto del 12% sobre el precio de coste”, se traduce en la ecuación:

- a) $V = 2C + 0.12.$
- b) $V = 2.12C.$
- c) $V - 2C = 0.12V.$

2.75 ¿Cuál de los siguientes pares de números es solución de la ecuación $3x - 5y = 8$?

- a) $(1, -1).$
- b) $(-1, 2).$
- c) $(-2, -1).$

2.76 Si x, y es solución de la ecuación $\frac{2}{7}x + \frac{5}{4}y - \frac{3}{2}z = 1$, entonces es también una solución de la ecuación

- a) $16x + 70y - 84z = 28.$
- b) $8x + 35y - 42z = 28.$
- c) $2x + 5y - 3z = 28.$

2.77 Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} 7x & + & 3y = 2 \\ x & - & 2y = -3 \end{array} \quad \left. \right\}$$

entonces:

- a) $x_0 > y_0.$
- b) $x_0 = y_0.$
- c) $x_0 < y_0.$

2.78 Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} x & + & y = 1/2 \\ 2x & + & y = 3/4 \end{array} \quad \left. \right\}$$

entonces $3x_0 + 2y_0$ es igual a:

- a) $3/2.$
- b) $3/4.$
- c) $5/4.$

2.79 Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} 3x & + & 6y = 2 + \frac{3}{2}x \\ \frac{1}{2}x & + & y = \frac{1}{2} \end{array} \quad \left. \right\}$$

entonces:

- a) $x_0 = 4y_0.$
- b) $4x_0 = y_0.$
- c) $2x_0 = 3y_0.$

2.80 Si (x_0, y_0, z_0) es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} 2x & - & y + 2z = -1 \\ 2x & + & 2y + 2z = 0 \\ 2x & + & 2y - z = 8 \end{array} \quad \left. \right\}$$

se tiene:

- a) $x_0 > y_0 > z_0.$
- b) $y_0 > x_0 > z_0.$
- c) $z_0 > y_0 > x_0.$

2.81 si $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} x_1 & - & x_2 = 2(x_2 - x_3) \\ x_3 & - & x_1 = 2x_2 \\ x_2 & + & 4 = x_3 \end{array} \quad \left. \right\}$$

se cumple:

- a) $\bar{x}_1 > \bar{x}_2 > \bar{x}_3.$
- b) $\bar{x}_1 < \bar{x}_2 < \bar{x}_3.$
- c) $\bar{x}_1 < \bar{x}_2 > \bar{x}_3.$

2.82 Si $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{rcl} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 & = & -2 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 & = & -5 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 & = & 1 \end{array} \right\}$$

se cumple:

- a) $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3$.
- b) $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$.
- c) $\bar{x}_1 = 1$.

2.83 Si nos dicen que en una escuela el triple del número de niños más el triple del número de niñas supera en 800 al total de estudiantes de la escuela, entonces el total de estudiantes

- a) es igual a 400
- b) es igual a 600
- c) no puede calcularse sin más datos

2.84 A las nueve de la mañana sale de cierto lugar un caminante que anda a razón de 4 kilómetros cada hora. A las once y media de la mañana sale en su persecución un ciclista que rueda a razón de 24 kilómetros cada hora. ¿A qué hora le alcanzará?

- a) A las doce de la mañana.
- b) A las doce y media de la mañana.
- c) A la una de la mañana.

2.85 Un estanque tiene dos grifos de llenado y uno de desagüe. Cada grifo de llenado por si solo tarda 5 horas en llenar el estanque, mientras que el grifo de desagüe vacía el estanque en 4 horas. Si están los tres grifos abiertos, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse el estanque?

- a) 6 horas y media.
- b) 6 horas y 40 minutos.
- c) 7 horas.

SOLUCIONES DE LAS CUESTIONES DE AUTOEVALUACIÓN

1
8
4

2.1 Respuesta correcta: b

$$(101)_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^2 = 5.$$

2.2 Respuesta correcta: b

$$(4205)_7 = 4 \cdot 7^3 + 2 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7 + 5 = 1475.$$

2.3 Respuesta correcta: c

En base 4 no existe la cifra 4.

2.4 Respuesta correcta: c

Como:

$$\begin{array}{r} 375 \\ 15 \quad 62 \\ 3 \quad 2 \quad 10 \\ \hline 4 \quad 1 \end{array}$$

se tiene $375 = (1423)_6$.

2.5 Respuesta correcta: a

Primero se cambia de base 6 a base 10.

$$(113)_6 = 3 \cdot 6^0 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 6^2 = 45$$

luego, de base 10 a base 7.

$$\begin{array}{r} 45 \\ 3 \quad 7 \\ \hline 3 \quad 6 \end{array}$$

Por lo tanto $(113)_6 = (63)_7$.

2.6 Respuesta correcta: c

Debe cumplirse $3x + 2 = 56$, o bien $3x = 54$ de modo que $x = 18$.

2.7 Respuesta correcta: c

La base debería cumplir $80 = 3x^2 + 3x = 3(x^2 + 1)$, lo cual no es posible porque el primer miembro no es múltiplo de 3.

2.8 Respuesta correcta: b

Como:

$$\begin{array}{r} 63 \\ 3 \quad 12 \\ 2 \quad 2 \\ \hline 5 \quad 5 \end{array}$$

se tiene $63 = (223)_5$. Por otra parte

$$\begin{array}{r} 63 \\ 0 \quad 9 \\ 2 \quad 1 \\ \hline 7 \end{array}$$

luego $63 = (120)_7$. Por último

$$\begin{array}{r} 63 \\ 23 \quad 15 \\ 3 \quad 3 \quad 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

luego $63 = (333)_4$. En el sistema de base 4, el número decimal 63 se expresa con tres cifras iguales.

2.9 Respuesta correcta: b

Si $c = a \cdot b$, c es múltiplo de a y de b .

2.10 Respuesta correcta: b

La descomposición es $294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$, con cuatro factores primos que suman 19.

2.11 Respuesta correcta: b

Es $1134 = 2 \cdot 3^4 \cdot 7$ con tres factores primos distintos que suman 12.

2.12 Respuesta correcta: b

Si el producto de dos números es divisible por 7, por ser 7 primo, alguno de los números lo contendrá como factor. Si el producto es divisible por 7, no puede asegurarse que, siempre, los dos números sean divisibles por 7; por ejemplo, $42 \cdot 5 = 210$ es divisible por 7 y sólo uno de los factores lo es. Tampoco puede asegurarse que la suma de los factores sea divisible por 7, el ejemplo anterior lo muestra: el producto $42 \cdot 5 = 210$ es divisible por 7, pero la suma de los factores $42 + 5 = 47$ no es divisible por 7.

2.13 Respuesta correcta: b

Son primos entre sí ya que el máximo común divisor de 13 y 27 es 1.

2.14 Respuesta correcta: a

El máximo común divisor es el producto de todos los factores primos comunes, elevados al menor exponente con que aparecen en las descomposiciones de cada número. Por tanto $\text{m.c.d.}(a, b) = p \cdot q$.

2.15 Respuesta correcta: b

Dos números naturales se denominan *primos entre sí* si no tienen más divisor común que 1. Por lo tanto su máximo común divisor es 1.

2.16 Respuesta correcta: a

Es $196 = 2^2 \cdot 7^2$ y $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$, luego $\text{m.c.d.}(196, 252) = 2^2 \cdot 7 = 28$ que tiene 2 factores primos distintos.

2.17 Respuesta correcta: b

Es $495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ y $693 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11$, luego $\text{m.c.d.}(495, 693) = 3^2 \cdot 11 = 99$ que tiene tres factores primos, dos de ellos distintos.

2.18 Respuesta correcta: c

Se cumple $6 \cdot \text{m.c.m.}(a, b) = 144$, luego $\text{m.c.m.}(a, b) = 144/6 = 24$.

2.19 Respuesta correcta: a

Es $3 \cdot \text{m.c.m.}(a, b) = 180$, luego $\text{m.c.m.}(a, b) = 180/3 = 60$.

2.20 Respuesta correcta: c

Ver página 113.

2.21 Respuesta correcta: c

Como $\text{m.c.d.}(a, b) \cdot \text{m.c.m.}(a, b) = a \cdot b$, si $\text{m.c.m.}(a, b) = a$, será $\text{m.c.d.}(a, b) = b$.

2.22 Respuesta correcta: b

Si son primos entre sí, el máximo común divisor será 1. Por lo tanto su mínimo común múltiplo será el producto $a \cdot b$.

2.23 Respuesta correcta: a

Es $154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$ y $429 = 3 \cdot 11 \cdot 13$, luego $\text{m.c.m.}(154, 429) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ tiene 5 factores primos distintos.

2.24 Respuesta correcta: b

Como $260 = 2^2 \cdot 5 \cdot 13$ y $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$, es $\text{m.c.m.}(260, 315) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$ es divisible por $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, pero no lo es por $462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$; sus factores primos suman 30.

2.25 Respuesta correcta: b

Si a, b y c son las tres cifras, es

$$\begin{aligned} n &= a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c \\ &= a \cdot (99+1) + b \cdot (9+1) + c \\ &= 99a + 9b + a + b + c \\ &= 9(11a+b) + 17 \\ &= 9(11a+b) + 15 + 2 \end{aligned}$$

donde $9(11a+b) + 15$ es múltiplo de 3; así que el resto es 2.

2.26 Respuesta correcta: a

Si a y b son negativos, $a+b$ será negativo; $a^3 + b^3$ será negativo y $a \cdot b$ será positivo.

2.27 Respuesta correcta: a

Hace tres horas la temperatura era $3 \times 3^\circ$ más baja; luego estábamos a $5^\circ - 9^\circ = -4^\circ$.

2.28 Respuesta correcta: c

Si el producto de tres números enteros es positivo, no puede asegurarse que los tres números sean positivos (puede ser $(-2) \cdot (-5) \cdot 6$); tampoco puede asegurarse que alguno de los números sea negativo (puede ser $2 \cdot 3 \cdot 4$). Lo único que siempre se cumplirá es que *alguno* de los números será positivo; en caso contrario, los tres números serían negativos y el producto también.

2.29 Respuesta correcta: a

Tanto si a es un número negativo, como si es positivo, se cumple que a^2 es positivo; luego $-a^2$ es negativo. No debe confundirse $-a^2 = -(a \cdot a)$ con $(-a)^2 = (-a) \cdot (-a) = a^2$.

2.30 Respuesta correcta: c

Si se multiplica de manera ordenada:

$$\begin{aligned}(a^2 - b^2)^2 &= (a^2 - b^2)(a^2 - b^2) \\&= a^2(a^2 - b^2) - b^2(a^2 - b^2) \\&= a^4 - a^2b^2 - a^2b^2 + b^4 \\&= a^4 - 2a^2b^2 + b^4.\end{aligned}$$

2.31 Respuesta correcta: b

Si se multiplica de manera ordenada:

$$\begin{aligned}(a+b^2)(a-b^2) &= a(a-b^2) + b^2(a-b^2) \\&= a^2 - ab^2 + b^2a - b^4 \\&= a^2 - b^4.\end{aligned}$$

2.32 Respuesta correcta: b

Si se multiplica de manera ordenada:

$$\begin{aligned}(a+b^2)^2 &= (a+b^2)(a+b^2) \\&= a(a+b^2) + b^2(a+b^2) \\&= a^2 + ab^2 + ab^2 + b^4 \\&= a^2 + 2ab^2 + b^4.\end{aligned}$$

2.33 Respuesta correcta: a

Puesto que se tiene:

$$\frac{117}{63} = \frac{3^2 \cdot 13}{3^2 \cdot 7} = \frac{13}{7}$$

la fracción $117/63$ es equivalente a $13/7$.

2.34 Respuesta correcta: c

Dos fracciones son equivalentes si representan al mismo número racional.

2.35 Respuesta correcta: c

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10}\right) : \left(-\frac{1}{20} + \frac{7}{15}\right) &= \left(\frac{7}{10}\right) : \left(\frac{2}{60}\right) \\&= \left(\frac{7 \cdot 60}{10 \cdot 25}\right) = \frac{42}{25}\end{aligned}$$

2.36 Respuesta correcta: a

Primero se calcula el paréntesis:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

luego, se multiplica por 3:

$$3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = 1$$

Por lo tanto, $1.5 + 3(1/2 - 1/6) = 1.5 + 1 = 2.5$.

2.37 Respuesta correcta: c

$$\left(\frac{a-b}{b}\right) - \left(\frac{a+b}{b}\right) = \frac{a-b+b-b}{b} = \frac{-2b}{b} = -2$$

2.38 Respuesta correcta: b

$$\frac{(a+b)^2}{a^2 - b^2} = \frac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a+b)}{(a-b)}$$

2.39 Respuesta correcta: c

$$\begin{aligned}\frac{(-a+b)^2}{a^2 - b^2} &= \frac{(-a+b)(-a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{[-(a-b)][-(a+b)]}{(a+b)(a-b)} \\&= \frac{-(a-b)}{(a+b)} = \frac{(a-b)}{(a+b)}\end{aligned}$$

2.40 Respuesta correcta: c

Primero se calcula el paréntesis:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{a+b}{ab}$$

luego, se eleva al cuadrado:

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2 = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{a+b}{ab} = \frac{(a+b) \cdot (a+b)}{ab \cdot ab}$$

Como $(a+b) \cdot (a+b) = (a+b)^2$ y $ab \cdot ab = a^2b^2$, el resultado es $(a+b)^2/a^2b^2$.

2.41 Respuesta correcta: b

Basta dividir 75 entre 6 para tener el resultado.

2.42 Respuesta correcta: b

Calculamos en primer lugar una fracción equivalente al número decimal $7.03333\dots$

$$\begin{array}{rcl} 100x & = & 703.333\dots \\ 10x & = & 70.333\dots \\ \hline 90x & = & 633 \end{array}$$

Por tanto $x = \frac{633}{90}$. Cualquier fracción equivalente a $\frac{633}{90}$ es de la forma $\frac{a}{b}$ con a, b enteros. Entonces:

- Si el denominador fuese 200 sería $a = \frac{633 \cdot 200}{90} = 1406.66\dots$ que no es un número entero.
- Si el numerador fuese 1477 sería $b = \frac{1477 \cdot 90}{633} = 210$ que es un número entero.
- Si el numerador fuese 1479 sería $b = \frac{1479 \cdot 90}{633} = 210.284\dots$ que no es un número entero.

Por tanto la única posibilidad es que sea el numerador 1477.

2.43 Respuesta correcta: b

Los dos números son iguales, ver página 137.

2.44 Respuesta correcta: a

Si x es el 140 % de y entonces $x = 1.4y$, por lo que $\frac{y}{x} = \frac{1}{1.4}$. Entonces el 30 % de $\frac{y}{x}$ es igual a $0.3 \cdot \frac{1}{1.4} = 0.21$.

2.45 Respuesta correcta: c

Si x es el 155 % de y , entonces $x = 1.55y$. Por tanto $0.2x = 0.2 \cdot 1.55y = 0.31y$. Así pues $0.2x$ es igual al 31 % de y .

2.46 Respuesta correcta: a

Sea C la capacidad del depósito en litros y s el caudal, en litros por hora, que mana el grifo cuando está completamente abierto. Entonces, como cuatro horas y media son $\frac{9}{2}$ horas resulta que $C = \frac{9}{2}s$. Sea ahora x el número de horas que se tarda en llenar el depósito cuando el caudal del grifo se abre sólo hasta los $3/4$ del máximo. Entonces ha de ser

$$C = x \frac{3}{4}s = \frac{9}{2}s$$

De aquí resulta que

$$x = \frac{9/2}{3/4} \text{ horas}$$

es decir 6 horas.

2.47 Respuesta correcta: a

Si 28 de cada 40 utilizan transporte público, entonces $40 - 28 = 12$ no lo utilizan. La fracción que no utiliza transporte público es $\frac{12}{40} = 0.3$. Por tanto el 30 % de los empleados no utilizan transporte público.

2.48 Respuesta correcta: a

La fracción de días con mal tiempo es $\frac{5}{5+20} = \frac{5}{25} = 0.20$. Por tanto, el porcentaje de días con mal tiempo es 20 %.

2.49 Respuesta correcta: a

Si se reducen a denominador común las tres fracciones $-6/11, -7/13$ y $2/3$, resultan $-234/429, -231/429$ y $286/429$. Como $-234 < -231 < 286$ se cumple la primera desigualdad.

2.50 Respuesta correcta: a

Si $\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}y > \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y$ entonces $\frac{x+2y}{5} > \frac{2x+y}{4}$ y $4(x+2y) > 5(2x+y)$; por tanto $4x+8y > 10x+5y$ y de aquí $-6x+3y > 0$.

2.51 Respuesta correcta: b

El número $\sqrt{3}$ no puede ser igual a una fracción n/m . Para demostrarlo se razona de manera semejante al caso de $\sqrt{2}$. Si $\sqrt{3}$ fuera un número fraccionario, se cumpliría:

$$\sqrt{3} = \frac{n}{m} \quad \text{es decir} \quad 3 = \frac{n^2}{m^2}.$$

Pero, entonces, será $n^2 = 3m^2$. Esto no puede ocurrir, porque en la descomposición de n^2 en factores primos figurarían un número par de treses, mientras que en la de $3m^2$ habría un número impar. Por otra parte $3.1415=31415/10000$ es una aproximación racional de π y $2.133\dots = 32/15$ es un número racional.

2.52 Respuesta correcta: c

La tercera expresión decimal no es finita ni periódica. En cambio la primera sí es periódica y, por otra parte,

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2.$$

2.53 Respuesta correcta: c

Por ejemplo, para $x = 0, y = 1/10$ se tiene:

$$-\frac{1}{5} > \frac{1}{10} - \frac{2}{5} = -\frac{3}{10}.$$

En cambio, para $x = 2, y = 3$, será:

$$2 - \frac{1}{5} = \frac{9}{5} < 3 - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$$

luego depende de los valores de x e y .

2.54 Respuesta correcta: b

Véase la propiedad 4 del orden de R(página 149).

2.55 Respuesta correcta: a

Véase la propiedad 1 del orden de R(página 149).

2.56 Respuesta correcta: c

$$3^k 7^k = (3 \cdot 7)^k = 21^k.$$

2.57 Respuesta correcta: a

$$(3^2)^3 (4^3)^2 = 3^6 4^6 = (3 \cdot 4)^6 = 12^6.$$

2.58 Respuesta correcta: a

$$\frac{(x^{-2})^{-3}}{(x^3)^{-2}} = \frac{x^6}{x^{-6}} = x^{6+6} = x^{12}.$$

2.59 Respuesta correcta: b

Si se multiplica la desigualdad $0 < a < 1$ por el número a positivo, se tendrá $0 < a^2 < a$; luego $a^2 < a$.

2.60 Respuesta correcta: a

$$\frac{(4^{-3})^{-2} + 16^3}{4^4} = \frac{4^6 + 4^6}{4^4} = 2 \cdot 4^2 = 2^5.$$

2.61 Respuesta correcta: c

$$27^{\frac{1}{2}} - 12^{\frac{1}{2}} + 75^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} + 5 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}}.$$

2.62 Respuesta correcta: b

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}} = (3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{3}.$$

2.63 Respuesta correcta: c

Si $a < 0$, como $a^2 > 0$, es $a^2 > a$. Por otra parte, si $a > 1$ y se multiplica por a cada miembro de la desigualdad, se tendrá $a^2 > a$ puesto que a es positivo. Por último, si $0 < a < 1$, se tiene $a^2 < a$; por lo tanto sólo se cumple cuando $a < 0$ ó $a > 1$.

2.64 Respuesta correcta: c

$$\begin{aligned} \sqrt{28} + \sqrt{63} - 5\sqrt{7} &= \sqrt{4 \cdot 7} + \sqrt{9 \cdot 7} - 5\sqrt{7} \\ &= (2 + 3 - 5)\sqrt{7} = 0. \end{aligned}$$

2.65 Respuesta correcta: b

Puesto que $0 < a < b$, si se multiplica cada miembro de la desigualdad por $b > 0$, resulta

$$0 < ab < b^2.$$

Ahora bien, como $a^2 < ab$, se tiene $a^2 < b^2$.

2.66 Respuesta correcta: c

Dos ecuaciones que tienen las mismas soluciones se dicen equivalentes, ver página 164.

2.67 Respuesta correcta: b

De las tres opciones propuestas, lo único que puede asegurarse, en general, de dos ecuaciones lineales es que tienen el mismo grado, pues son todas de grado uno.

2.68 Respuesta correcta: a

El mayor exponente de las incógnitas es uno; por tanto es una ecuación de grado 1.

2.69 Respuesta correcta: c

El número de soluciones de la ecuación depende del valor de a ; si $a \neq 0$, tiene una única solución, que es $x = 0$; si $a = 0$, tiene infinitas soluciones ya que cualquier número (x) multiplicado por cero (a) es igual a cero.

2.70 Respuesta correcta: a

Cualquiera que sea el número b esta ecuación tiene una única solución, que es $x = -b$.

2.71 Respuesta correcta: b

Si multiplicamos los dos miembros de la ecuación por 15 resulta $15 \frac{4(x-1)}{3} = 15 \frac{6x+8}{15}$, es decir, $5 \cdot 4(x-1) = (6x+8)$; de aquí, $20x - 20 = 6x + 8$, o sea, $20x - 6x = 8 + 20$ y, finalmente, $14x = 28$. La solución es $x = \frac{28}{14} = 2$.

2.72 Respuesta correcta: a

El número (x) más (+) su mitad ($x/2$) más (+) su tercera parte ($x/3$) es igual (=) a 110. La ecuación que traduce esta condición es $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 110$. Entonces, reduciendo a común denominador las fracciones;

$$\frac{6x}{6} + \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = 110$$

o bien

$$\frac{6x + 3x + 2x}{6} = \frac{11x}{6} = 110$$

Por tanto $x = \frac{110 \cdot 6}{11} = 60$.

2.73 Respuesta correcta: a

Una rebaja del 15 % sobre el precio del artículo ($\frac{15}{100}P$) es igual a (=) 120 pesetas. La ecuación que lo traduce es $0.15P = 120$.

2.74 Respuesta correcta: b

El 12 % del precio de coste es igual a $0.12C$. La condición del enunciado establece que: el precio de venta (V) es igual (=) al doble del precio de coste ($2C$) más (+) el 12 % del precio de coste ($0.12C$), es decir $V = 2C + 0.12C$ o bien $V = 2.12C$.

2.75 Respuesta correcta: a

Al poner en el lugar de x el primer número y en el lugar de y el segundo número se obtiene la identidad $3 \cdot 1 - 5 \cdot (-1) = 3 + 5 = 8$; luego el par $(1, -1)$ es solución de la ecuación.

2.76 Respuesta correcta: b

Sea x, y solución de la ecuación $\frac{2}{7}x + \frac{5}{4}y - \frac{3}{2}z = 1$; entonces multiplicando los dos miembros por 28 resulta $8x + 35y - 42z = 28$ y al pasar 28 al primer miembro resulta la ecuación b).

2.77 Respuesta correcta: c

De la segunda ecuación se tiene $x = -3 + 2y$. Si se reemplaza en la primera, resultará $-21 + 14y + 3y = 2$. Luego $y = 23/17$. Por otra parte

$$x_0 = -3 + 2 \cdot \frac{23}{17} = -\frac{5}{17},$$

luego $y_0 > x_0$.

2.78 Respuesta correcta: c

Si se suman ambas ecuaciones resulta $3x + 2y = 5/4$.

2.79 Respuesta correcta: a

De la segunda ecuación, se tiene $y = \frac{1}{2} - \frac{x}{2}$. Si se reemplaza en la primera, resulta:

$$3x + 3 - 3x = 2 + \frac{3}{2}x.$$

Por lo tanto, $1 = 3x/2$, es decir, $x_0 = 2/3$. Por otra parte

$$y = \frac{1}{2} - \frac{x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6},$$

luego $4y_0 = x_0$.

2.80 Respuesta correcta: a

Si se resta a las ecuaciones segunda y tercera la primera, resulta

$$\begin{array}{rclcrcl} 2x & - & y & + & 2z & = & -1 \\ & & 3y & & & = & 1 \\ & & 3y & - & 3z & = & 9 \end{array} \left. \right\}$$

De la segunda ecuación se tiene $y_0 = 1/3$. Si se sustituye en la tercera, se obtiene $z_0 = -8/3$. Si se reemplaza en la primera, $x_0 = 7/3$. Luego $x_0 > y_0 > z_0$.

2.81 Respuesta correcta: b

Primero se ordena el sistema

$$\begin{array}{rclcrcl} x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ -x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & 0 \\ & & x_2 & - & x_3 & = & -4 \end{array} \left. \right\}$$

luego, se suma a la segunda ecuación la primera.

$$\begin{array}{rclcrcl} x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ - & 5x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ & x_2 & - & x_3 & = & -4 \end{array} \left. \right\}$$

Después se suma a la segunda ecuación cinco veces la tercera.

$$\left. \begin{array}{rcl} x_1 & - & 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ & & - 2x_3 = -20 \\ x_2 & - & x_3 = -4 \end{array} \right\}$$

De la segunda ecuación se tiene $x_3 = 10$; si se reemplaza este valor en la tercera, se tiene $x_2 = 6$; por último se sustituyen los dos valores en la primera y resulta $x_1 = -2$. La solución es $x_1 = -2$, $x_2 = 6$, $x_3 = 10$.

2.82 Respuesta correcta: a

A la primera ecuación se le resta tres veces la segunda; se tiene así un sistema equivalente:

$$\left. \begin{array}{rcl} - 2x_2 - 11x_3 & = & 13 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 & = & -5 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 & = & 1 \end{array} \right\}$$

luego, a la tercera ecuación se le resta dos veces la segunda; se tiene así:

$$\left. \begin{array}{rcl} - 2x_2 - 11x_3 & = & 13 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 & = & -5 \\ - 6x_2 - 5x_3 & = & 11 \end{array} \right\}$$

si se cambian de orden la primera y la segunda ecuaciones, resulta

$$\left. \begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 + 2x_3 & = & -5 \\ - 2x_2 - 11x_3 & = & 13 \\ - 6x_2 - 5x_3 & = & 11 \end{array} \right\}$$

Ahora se resta a la tercera ecuación tres veces la segunda; resultará

$$\left. \begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 + 2x_3 & = & -5 \\ - 2x_2 - 11x_3 & = & 13 \\ 28x_3 & = & -28 \end{array} \right\}$$

de la tercera ecuación se tiene $x_3 = -1$; si se sustituye este valor en la segunda, se obtiene $x_2 = -1$. Por último, si se reemplazan esos valores en la primera, se tiene $x_1 = -1$. La solución es $x_1 = -1$, $x_2 = -1$, $x_3 = -1$.

2.83 Respuesta correcta: a

Sean x , y respectivamente el número de niños y de niñas de la escuela. El total de estudiantes de la escuela es

entonces $x + y$. Nos dicen que el triple de niños más el triple de niñas supera en 800 al total, es decir, $3x + 3y = x + y + 800$. De aquí, resulta $3x + 3y - x - y = 800$, es decir, $2x + 2y = 800$, o bien, dividiendo los dos miembros por 2, $x + y = 400$, es decir, el total de estudiantes es 400.

2.84 Respuesta correcta: a

Cuando sale el ciclista (a las once y media), el peatón lleva dos horas y media andando, luego tiene una ventaja de 10 kilómetros. Desde ese instante, como el ciclista marcha 20 km/h más rápido que el peatón, tardará media hora en eliminar la ventaja del peatón. Luego se encuentran a las once y media más media hora; esto es, a las doce.

2.85 Respuesta correcta: b

Como cada grifo de llenado tarda 5 horas en llenar el estanque, en una hora llenará $\frac{1}{5}$ de la capacidad del estanque. Análogamente, el grifo de desagüe vacía $\frac{1}{4}$ de estanque en una hora. Si están los tres abiertos simultáneamente el caudal neto que queda en el estanque en una hora es $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$. Llamemos x al número de horas que tienen que estar abiertos los tres grifos para llenar el estanque. Entonces ha de ser $\frac{3}{20}x = 1$ y de aquí $x = \frac{20}{3}$. Es decir, el tiempo de llenado es veinte terceras partes de hora; una tercera parte de hora son 20 minutos; por tanto x es igual a 6 horas y 40 minutos.