CUESTIONES DE AUTOEVALUACIÓN

5.1 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos como espacio de posibilidades el formado por los cuatro casos:

$$\Omega = \{CC, CX, XC, XX\}$$

En este espacio, el suceso "obtener más caras que cruces" es igual a:

a) $\{CX, XC\}$

b) $\{CX, XC, CC\}$

c) $\{CC\}$

5.2 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos como espacio de posibilidades el formado por los cuatro puntos:

$$\Omega = \{CC, CX, XC, XX\}$$

El suceso contrario de "obtener al menos una cara" es igual a:

a) $\{CX, XC\}$

b) $\{CC\}$

c) $\{XX\}$

5.3 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. El suceso "obtener más caras que cruces" es igual a:

a) $\{CCC, CCX, CXC, XCC\}$

b) $\{CCC\}$

c) $\{CCX, CXC, XCC\}$

5.4 Lanzamos una moneda cuatro veces consecutivas. El suceso contrario de "obtener más caras que cruces" es:

a) "obtener más cruces que caras"

b) "obtener menos caras que cruces"

c) "obtener al menos tanta cruces como caras"

5.5 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. El suceso contrario del suceso "algún resultado es cara" es:

a) "algún resultado no es cara"

b) "todos los resultados son cruz"

c) "algún resultado es cara y alguno es cruz"

5.6 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. El suceso $\{CCX, CXC, XCC\}$ es:

a) "exactamente dos resultados son cara"

b) "los tres resultados no son iguales"

c) "al menos dos resultados son cara"

5.7 Lanzamos tres veces una moneda equilibrada. La probabilidad de obtener más de una cara es:

a) 2/3

b) 1/2

c) 1/6

5.8 Un dado está cargado de manera que al lanzarlos, sus sucesos simples aparecen con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado

Suceso	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Probabilidad	0.2	0.2	0.1	?	0.3	0.1

La probabilidad de que aparezca ⚃ es:

a) 0.1

b) No lo podemos saber, faltan datos.

c) Es imposible que un dado tenga esas probabilidades.

5.9 Si A es un suceso de probabilidad 0.3, la probabilidad de su suceso contrario es:

a) 0.5

b) 1.0

c) 0.7

5.10 De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea roja y la segunda azul?

a) 8/30

b) 4/6

c) 12/30

5.11 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos como espacio de posibilidades el formado por los cuatro puntos:

Sea A el suceso "el primer resultado es cara" y B el suceso "el segundo resultado es cara", entonces el suceso $A \cup B$ es igual a:

a) "Ambos resultados son cara"

b) "Al menos un resultado es cara"

c) "Más de un resultado es cara"

5.12 Un dado está cargado de manera que al lanzarlo, sus sucesos simples ocurren con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado

Suceso	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Probabilidad	0.1	0.1	0.4	0.1	0.2	0.1

La probabilidad de obtener más de cuatro puntos es:

a) 0.3

b) 0.1

c) 0.4

5.13 Un dado está cargado de manera que al lanzarlo, sus sucesos simples ocurren con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado

Suceso	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Probabilidad	0.2	0.4	0.1	?	0.2	0.3

La probabilidad de que aparezca ⚃ es:

a) 0.1

b) −0.2

c) Los datos están equivocados, es imposible que un dado tenga esas probabilidades.

5.14 De una urna contiene 4 bolas blancas, 2 negras y 2 rojas, extraemos una bola al azar. Sea A el suceso "es negra" y B el suceso "no es roja". ¿Cuánto vale la probabilidad $P(A \mid B)$?

a) 0.25

b) 0.5

c) 1/3

5.15 De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

a) 8/30

b) 12/30

c) 16/30

5.16 De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea azul?

a) 1/5

b) 2/5

c) 1/3

5.17 De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación. ¿Si la segunda bola es azul, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea roja?

a) 4/5

b) 4/6

c) 1/3

5.18 Lanzamos dos veces una moneda. Si sabemos que ha aparecido alguna cara, la probabilidad de que los dos resultados sean cara es:

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/4

5.19 Una urna contiene 4 bolas blancas, 3 negras, 2 rojas y una verde. Extraemos una bola al azar; si sabemos que la bola extraída o bien es blanca o bien es roja, la probabilidad de que sea roja es

a) 1/3

b) 1/2

c) 1/5

5.20 De una urna con 4 bolas blancas y 5 negras se extraen dos bolas sucesivamente, sin reemplazamiento. La probabilidad de que la segunda sea negra es:

a) $5/8$

b) $5/9$

c) $3/5$

5.21 Si $P(A) = 0.2$ y $P(A \cap B) = 0.1$, la probabilidad condicionada $P(B \mid A)$ es igual a:

a) 0.5

b) 0.02

c) 0.1

5.22 Si $P(A) = 0.2$ y $P(B \mid A) = 0.6$, la probabilidad $P(A \cap B)$ es igual a:

a) 0.3

b) 0.12

c) 0.6

5.23 Si $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \mid B) = 0.1$, la probabilidad condicionada $P(B \mid A)$ es igual a:

a) 0.5

b) 0.2

c) 0.1

5.24 Si $P(A) = 0.2$ y $P(A \mid B) = 0.2$, se cumple:

a) los sucesos A y B son independientes

b) $P(A \mid B) = P(B \mid A)$

c) no pueden ser iguales esas probabilidades

5.25 Si $P(A) = P(A \mid B) = 0.2$, se cumple:

a) $P(B) = P(B \mid A) = 0.2$

b) $P(B) = P(B \mid A)$

c) no pueden ser iguales esas probabilidades

5.26 Lanzamos un dado dos veces, si el primer resultado ha sido mayor que el segundo, la probabilidad de que el primero sea un 6 es igual a:

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/4

5.27 De una urna con 4 bolas blancas y 5 negras se extraen dos bolas sucesivamente, sin reemplazamiento. Si la segunda ha sido negra, la probabilidad de que la primera fuese blanca es

a) $1/2$

b) $5/8$

c) $5/9$

5.28 De una urna con 4 bolas blancas y 5 negras se extraen dos bolas sucesivamente, sin reemplazamiento. Si la primera ha sido negra, la probabilidad de que la segunda fuese blanca es

a) $1/2$

b) 1

c) $4/9$

5.29 Tenemos tres urnas que contienen 3 bolas blancas y 2 negras la primera, 2 blancas y 4 negras la segunda y 5 blancas y 3 negras la tercera. Se elige una urna al azar y se extraen dos bolas sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de obtener dos bolas blancas es:

a) 0.46

b) 0.34

c) 0.24

5.30 Las monedas M_1 y M_2 son idénticas, salvo que M_1 tiene probabilidad 0.2 de salir cara, mientras que la probabilidad de salir cara al lanzar M_2 es 0.4. Elegimos una de las monedas al azar y la lanzamos, si ha salido cara, la probabilidad de que se trate de la moneda M_2 es:

a) 0.6

b) 0.5

c) 2/3

5.31 Dos urnas contienen respectivamente 4 bolas blancas y 2 negras, y 2 blancas y 2 negras. Se elige una urna al azar y se extrae una bola. La probabilidad de obtener una bola negra es:

a) 1/2

b) 4/10

c) 5/12

5.32 De una urna que contiene 4 bolas blancas y 2 negras, extraemos dos bolas sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de obtener dos bolas de distinto color es:

a) 8/15

b) 4/15

c) 1/2

5.33 De una urna que contiene 4 bolas blancas y 5 negras se extraen dos bolas sucesivamente, sin reemplazamiento. La probabilidad de que alguna de las bolas sea blanca es:

a) $1/2$

b) $13/18$

c) $4/9$

5.34 De una urna que contiene 4 bolas blancas y 5 negras se extraen dos bolas sucesivamente, sin reemplazamiento. La probabilidad de que sean de colores distintos es:

a) $5/9$

b) $4/9$

c) $1/2$

5.35 Lanzamos una moneda tres veces. La probabilidad de que alguno de las lanzamientos haya sido cara es:

a) 1/2

b) 3/8

c) 7/8

5.36 De una urna que contiene 2 bolas blancas, 2 negras y 2 rojas se extraen dos bolas sucesivamente, sin reemplazamiento. La probabilidad de que alguna de las bolas que aparecen sea roja:

a) $2/7$

b) $3/5$

c) $1/2$

5.37 La moneda M_1 está cargada de manera que al lanzarla, sale cara con probabilidad 0.4; La moneda M_2 está cargada de manera que al lanzarla, sale cara con probabilidad 0.6. Escogemos al azar una de las monedas y lanzamos dos veces. La probabilidad de que salgan dos caras es:

a) 0.26

b) 0.25

c) 0.36

5.38 Si $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \mid B) = 0.2$, la probabilidad condicionada $P(B \mid A)$ es igual a:

a) 0.5

b) 0.25

c) 0.15

5.39 Lanzamos dos veces una moneda. Si ha aparecido alguna cara, ¿cuál es la probabilidad de que el primer resultado sea cara?

a) 1/2

b) 1/3

c) 2/3

5.40 Lanzamos dos veces un dado cargado de manera que sus sucesos simples aparecen con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado

Suceso	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Probabilidad	0.1	0.1	0.1	?	0.3	0.1

La probabilidad de obtener dos números pares es:

a) 0.25

b) 0.40

c) Es imposible que un dado tenga esas probabilidades.

5.41 De una urna contiene 4 bolas blancas, 2 negras y 2 rojas, extraemos una bola al azar. Sea A el suceso "no es negra" y B el suceso "no es roja". ¿Cuánto vale la probabilidad $P(A \mid B)$?

a) 0.25

b) 0.5

c) 2/3

5.42 Si $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$ y $P(A \cap B) = 0.1$, la probabilidad condicionada $P(A \mid B^c)$ es igual a:

a) 1/7

b) 2/7

c) 2/3

5.43 De una urna contiene 2 bolas blancas, 2 negras y 2 rojas, extraemos una bola al azar. Sea A el suceso "no es negra" y B el suceso "no es roja". ¿Cuánto vale la probabilidad $P(A \mid B)$?

a) 0.25

b) 0.5

c) 1/3

5.44 Si A y B son sucesos independientes, con probabilidades respectivas $P(A) = 0.2$ y $P(B) = 0.3$, la probabilidad $P(A \cap B)$ es igual a:

a) 2/3

b) 0.06

c) 0.5

5.45 Si A y B son sucesos independientes, con probabilidades respectivas $P(A) = 0.2$ y $P(B) = 0.3$, la probabilidad condicionada $P(A \cap B^c)$ es igual a:

a) 0.2

b) 0.06

c) 0.14

5.46 Si $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \mid B) = 0.1$, la probabilidad condicionada $P(B \mid A)$ es igual a:

a) 0.1

b) 0.4

c) 0.5

5.47 ¿Cuál de las siguiente características es una variable estadística cualitativa?

a) Número de cigarrillos que fuma una persona al día.

b) Sexo de un individuo.

c) Edad de una persona.

5.48 ¿Cuál de las siguientes variables se mide en una escala ordinal?

a) La provincia en la que nació cada alumno del Curso de Acceso.

b) La temperatura expresada en grados centígrados que se considera ideal para una estación del año.

c) El lugar que ocupa un equipo en la clasificación final de la liga de hockey sobre patines.

5.49 ¿Cuál de las siguientes variables no es una variable cualitativa?

a) La marca de cigarrillos que consume habitualmente un fumador.

b) El número de entradas que se venden en un cine, durante un fin de semana.

c) El estado civil de una persona.

5.50 La siguiente tabla muestra la frecuencia de viviendas (F_i), que disponen de x_i habitaciones.

x_i	1	2	3	4
F_i	25	45	20	10

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Hay 3 viviendas con dos o menos habitaciones.

b) El 45 % de las viviendas tienen como mínimo 2 habitaciones.

c) El 90 % de las viviendas tienen como máximo 3 habitaciones.

5.51 La siguiente tabla muestra la frecuencia de viviendas (F_i), que disponen de x_i habitaciones.

x_i	1	2	3	4
F_i	25	45	20	10

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) El 45 % de las viviendas tienen como máximo 1 habitación.

b) Hay 70 viviendas con dos o menos habitaciones.

c) Hay 6 viviendas con tres o menos habitaciones.

5.52 Un diagrama de sectores se usa para representar gráficamente una variable:

a) Cuantitativa continua.

b) Cualitativa.

c) Ninguna de las anteriores.

5.53 La media aritmética y la varianza de una serie de observaciones son $\bar{x} = 1$ y $s^2 = 3$. Si triplicamos el valor de cada observación, la media y la varianza de los nuevos datos son:

a) $\bar{x} = 3$ y $s^2 = 9$.

b) $\bar{x} = 4$ y $s^2 = 16$.

c) $\bar{x} = 3$ y $s^2 = 27$.

5.54 Se han observado las puntuaciones x_i en N alumnos, resultando la siguiente distribución de frecuencias relativas acumuladas:

x_i	0–2	2–4	4–6	6–8	8–10
f_i	0.10	0.35	0.75	0.90	1.00

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) El 25 % de los alumnos han obtenido entre 2 y 4 puntos.

b) El 90 % de los alumnos ha obtenido entre 6 y 8 puntos.

c) El 35 % de los alumnos han obtenido como mínimo 4 puntos.

5.55 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

a) La varianza puede tomar cualquier valor positivo o negativo.

b) La varianza siempre toma valores positivos, aunque puede ser nula.

c) La varianza es el cuadrado de la desviación típica.

5.56 Hallar la media aritmética de los valores que aparecen en la tabla siguiente:

1.2	1.3	1.4	1.2	1.5
1.3	1.2	1.5	1.6	1.4

a) 1.35

b) 1.36

c) 1.37

5.57 La media de los valores que aparecen en la tabla siguiente:

−0.2	0.3	−0.1	−0.2	0.4
0.1	0.2	−0.3	0.1	−0.2

es igual a:

a) 0.0

b) 0.1

c) 0.01

5.58 La media de los valores de la tabla siguiente:

1.5	1.4	1.3	1.3	1.2

es igual a:

a) 1.34

b) 1.30

c) 1.41

5.59 La varianza de los valores de la tabla siguiente:

1.5	1.0	1.5	1.0	1.2

es igual a:

a) 0.0504

b) 1.24

c) 0.2245

5.60 Se han hecho 20 observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$, de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es 50 y la suma de los cuadrados

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{20}^2$$

es 200, ¿cuánto vale la varianza de x?

a) No puede calcularse; hace falta conocer las observaciones.

b) 10

c) 3.75

5.61 Se han hecho una serie de observaciones x_1, x_2, ..., x_n, de una variable estadística X. La media es 1.2 y la desviación típica es 0.84, ¿cuánto vale el coeficiente de variación?

a) 0.7056

b) 0.7

c) No se puede saber. Hace falta conocer el número de observaciones

5.62 Se han hecho 10 observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$, de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es 25 y la suma de los cuadrados

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2$$

es 102.5, ¿cuánto vale la desviación típica de x?

a) No puede calcularse; hace falta conocer las observaciones.

b) 4

c) 2

5.63 La varianza de los valores de la tabla siguiente:

1.5	1.4	1.3	1.3	1.2

es igual a:

a) 1.34

b) 0.0104

c) 0.1020

5.64 Se han hecho 10 observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$, de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es 10 y la suma de los cuadrados

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2$$

es 13.6, ¿cuánto vale la varianza de X?

a) 0.36

b) 0.6

c) 1

5.65 Se han hecho 10 observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$, de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es -5 y la suma de los cuadrados

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2$$

es 5, ¿cuánto vale la desviación típica de X?

a) 0.5

b) -0.5

c) Es imposible, no puede ser la suma negativa.

5.66 Se han hecho 10 observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$, de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es 15 y la suma de los cuadrados

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2$$

es 22.644, ¿cuánto vale el coeficiente de variación de X?

a) 0.08

b) 0.12

c) No puede calcularse.

5.67 Se han hecho una serie de observaciones x_1, x_2, ..., x_n, de una variable estadística X. La media de las observaciones es 1.2 y el coeficiente de variación es 0.7, entonces la varianza es igual a:

a) 0.7056

b) 0.84

c) No se puede saber. Hace falta conocer el número de observaciones

5.68 Se han hecho 10 observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$, de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es 10 y la suma de los cuadrados

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2$$

es 13.6, ¿cuánto vale la desviación típica de X?

a) 0.36

b) 0.6

c) 1

5.69 Se han hecho 10 observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$, de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es 15 y la suma de los cuadrados

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2$$

es 45, ¿cuánto vale el coeficiente de variación de X?

a) 1

b) 1.5

c) 2.25

5.70 Se han hecho una serie de observaciones x_1, x_2, $\ldots$, x_n, de una variable estadística X. La suma de las observaciones es 16 y la varianza es 0.64, el coeficiente de variación es igual a:

a) 0.5

b) 0.8

c) No se puede saber. Hace falta conocer el número de observaciones

SOLUCIONES DE LAS CUESTIONES DE AUTOEVALUACIÓN

5.1 *Respuesta correcta: c*

Sólo cuando ocurre  obtenemos más caras que cruces; en los restantes casos posibles obtenemos tantas caras como cruces o menos caras que cruces.

5.2 *Respuesta correcta: c*

Para no tener al menos una cara, los dos resultados deben ser cruz.

5.3 *Respuesta correcta: a*

Para tener más caras que cruces, al menos dos resultados deben ser cara.

5.4 *Respuesta correcta: c*

Para que no haya más caras que cruces tenemos que obtener al menos tantas caras como cruces.

5.5 *Respuesta correcta: b*

Para que no haya alguna cara, todos los resultados tienen que ser cruces.

5.6 *Respuesta correcta: a*

El suceso está formado por los tres únicos casos posibles en que aparecen dos caras.

5.7 *Respuesta correcta: b*

Para obtener más de una cara hay que obtener dos caras o tres caras. Son favorables cuatro casos

La probabilidad es $4/8 = 1/2$.

5.8 *Respuesta correcta: a*

La suma de las probabilidades de los sucesos elementales debe ser igual a 1, luego se tiene que cumplir:

$$0.2 + 0.2 + 0.1 + P(⚃) + 0.3 + 0.1 = 1.0$$

luego $P($⚃$)$ tiene que ser igual a 0.1.

5.9 *Respuesta correcta: c*

Si A es su un suceso, la probabilidad del suceso contrario, A^c es igual a $P(A^c) = 1 - P(A)$. Luego, se tiene

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0.3 = 0.7$$

5.10 *Respuesta correcta: a*

La probabilidad de que la primera bola sea roja es $4/6$, y la probabilidad de que la segunda sea azul condicionada por que la primera fue roja es $2/5$. La probabilidad de que ocurran ambos sucesos es

$$P(R_1 \cap A_2) = P(R_1)P(A_2 \mid R_1) =)\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{30}$$

5.11 *Respuesta correcta: b*

El suceso $A \cup B$ ocurre cuando alguno de los dos ocurre, luego al menos un resultado es cara.

5.12 *Respuesta correcta: a*

El suceso $A =$ "obtener más de cuatro puntos" es igual a

$$A = \{ ⚄, ⚅ \}$$

luego

$$P(A) = P(⚄) + P(⚅) = 0.2 + 0.1 = 0.3$$

5.13 *Respuesta correcta: c*

La suma de las probabilidades de los sucesos elementales debe ser igual a 1, luego se tiene que cumplir:

$$0.2 + 0.4 + 0.1 + P(⚃) + 0.2 + 0.3 = 1.0$$

Además, $P($⚃$)$ no puede ser negativo. Es imposible que un dado tenga esas probabilidades.

5.14 *Respuesta correcta: c*

La probabilidad de B es $6/8 = 3/4$. La probabilidad de $A \cap B$ es $2/8 = 1/4$. La probabilidad condicionada es igual a

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

Resulta más elemental razonar directamente: si sabemos que la bola extraída no es roja, hay 6 casos posibles y todos tienen igual probabilidad; por otra parte, hay 2 casos favorables a que sea negra. La probabilidad pedida es $2/6 = 1/3$.

5.15 *Respuesta correcta: c*

Para que sean de distinto color, o la primera es roja y la segunda es azul, o la primera es azul y la segunda es roja. La probabilidad pedida es la suma de esas probabilidades.

$$\begin{aligned} P(\text{“distinto color”}) &= P(R_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap R_2) \\ &= \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \\ &= \frac{16}{30} \end{aligned}$$

5.16 *Respuesta correcta: c*

Para que la segunda sea azul, o la primera es roja y la segunda es azul, o la primera es azul y la segunda es azul. El cálculo es una aplicación de la fórmula de la probabilidad total.

$$\begin{aligned} P(A_2) &= P(R_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap A_2) \\ &= \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

5.17 *Respuesta correcta: a*

Tenemos que calcular $P(R_1 \mid A_2)$. Por la fórmula de Bayes, resulta

$$P(R_1 \mid A_2) = P(R_1) \frac{P(A_2 \mid R_1)}{P(A_2)}$$

Es inmediato calcular $P(R_1) = 4/6$ y $P(A_2 \mid R_1) = 2/5$. La probabilidad $P(A_2)$ se calcula por la fórmula de la probabilidad total

$$\begin{aligned} P(A_2) &= P(R_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap A_2) \\ &= \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

En resumen, tenemos $P(R_1 \mid A_2) = 4/5$.

5.18 *Respuesta correcta: b*

Al lanzar dos veces una moneda, hay cuatro resultados posibles. Sabemos que ha ocurrido el suceso $B =$ “ha aparecido alguna cara. La probabilidad de B se calcula fácilmente.

$$P(B) = P(\{\ ,\ ,\ \}) = \frac{3}{4}$$

Pongamos que A es el suceso “han aparecido dos caras”, entonces

$$P(A \cap B) = P(\{\ \}) = \frac{1}{4}$$

Se pregunta la probabilidad condicionada $P(A \mid B)$. Como sabemos, se tiene

$$P(A \mid B) = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

5.19 *Respuesta correcta: a*

Entre blancas y rojas hay 6 bolas y 2 son rojas. Luego, si se sabe que ha salido una de las 6, es $2/6$ la probabilidad de que sea una de las dos rojas. Con fórmulas

$$P(R \mid B \cup R) = \frac{P(R)}{P(B \cup R)} = \frac{2/10}{6/10} = \frac{1}{3}$$

puesto que la probabilidad de roja es $P(R) = 2/10$ y la probabilidad de blanca o roja $P(B \cup R) = 6/10$.

5.20 *Respuesta correcta: b*

La primera bola o bien es blanca, con probabilidad $P(B_1) = 4/9$, o bien es negra, con probabilidad $P(N_1) = 5/9$. En el primer caso quedan 3 blancas y 5 negras, así que la segunda es negra con probabilidad

$P(N_2 \mid B_1) = 5/8$; en cambio, cuando la primera es negra, quedan cuatro de cada color y $P(N_2 \mid N_1) = 1/2$. Según la fórmula de las probabilidades totales:

$$\begin{aligned} P(N_2) &= P(B_1)P(N_2 \mid B_1) + P(N_1)P(N_2 \mid N_1) \\ &= \frac{4}{9}\,\frac{5}{8} + \frac{5}{9}\,\frac{1}{2} = \frac{5}{9}. \end{aligned}$$

5.21 *Respuesta correcta: a*

De la definición de probabilidad condicionada, se sigue

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.1}{0.2} = 0.5$$

5.22 *Respuesta correcta: b*

De la definición de probabilidad condicionada, se sigue

$$P(A \cap B) = P(A)P(B \mid A) = 0.2 \cdot 0.6 = 0.12$$

5.23 *Respuesta correcta: b*

De la regla de Bayes, se sigue

$$P(B \mid A) = \frac{P(B)P(A \mid B)}{P(A)} = \frac{0.04}{0.2} = 0.2$$

5.24 *Respuesta correcta: a*

Si saber que B ha ocurrido no altera la probabilidad de que A ocurra, entonces sucesos son independientes.

5.25 *Respuesta correcta: b*

Si saber que B ha ocurrido no altera la probabilidad de que A ocurra, los sucesos son independientes y $P(B) = P(B \mid A)$.

5.26 *Respuesta correcta: b*

Al lanzar dos veces el dado tenemos 36 casos posibles. Por ejemplo, el par ⚁⚃ es uno de esos 36 casos posibles. De estos 36 casos, 15 son favorables a que el primer resultado sea mayor que el segundo; por ejemplo, ⚄⚃ es uno de esos resultados. Por último, hay cinco casos en los que el primer resultado es 6 y es mayor que el segundo. Se sigue que la probabilidad pedida es $5/15 = 1/3$.

5.27 *Respuesta correcta: a*

De acuerdo con la fórmula de Bayes

$$\begin{aligned} P(B_1 \mid N_2) &= \frac{P(B_1)P(N_2 \mid B_1)}{P(N_2)} \\ &= \frac{4/9 \cdot 5/8}{5/9} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

5.28 *Respuesta correcta: a*

Si la primera ha sido negra, quedan cuatro blancas y cuatro negras en la urna. La probabilidad de que la próxima bola sea blanca es $4/8 = 1/2$.

5.29 *Respuesta correcta: c*

Resolveremos la cuestión gracias a la fórmula de la probabilidad total. La probabilidad de extraer dos bolas blancas de la primera urna es:

$$P(BB \mid U_1) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

Esta probabilidad tiene el carácter de probabilidad condicionada; es la probabilidad de obtener dos bolas blancas, condicionado por que se extraen de la urna U_1. De manera semejante, calcularíamos

$$P(BB \mid U_2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

y

$$P(BB \mid U_3) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$$

La probabilidad total de obtener dos blancas es

$$P(BB) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{15} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{14} = \frac{76}{315} = 0.24.$$

5.30 *Respuesta correcta: c*

Es una aplicación de la fórmula de Bayes. Los datos de la cuestión son las probabilidades condicionadas de obtener cara en cada moneda

$$P(C \mid M_1) = 0.2, \qquad P(C \mid M_2) = 0.4$$

y las probabilidades previas de elegir cada una de las monedas, $P(M_1) = 0.5$, $P(M_2) = 0.5$. La probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda elegida al azar entre M_1 y M_2 es

$$P(C) = 0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.4 = 0.3$$

La probabilidad posterior de que se trate de la moneda M_2 es

$$\begin{aligned} P(M_2 \mid C) &= \frac{P(M_2)P(C \mid M_2)}{P(C)} \\ &= \frac{0.5 \cdot 0.4}{0.3} \\ &= \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

5.31 *Respuesta correcta: c*

Resolveremos la cuestión gracias a la fórmula de la probabilidad total. La probabilidad de extraer una bola negra de la primera urna es:

$$P(N \mid U_1) = \frac{2}{6}$$

Esta probabilidad tiene el carácter de probabilidad condicionada; es la probabilidad de obtener una bola negra, condicionado por que se extrae de la urna U_1. De manera semejante, calculamos

$$P(N \mid U_2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

La probabilidad total de obtener una bola negra es

$$P(N) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

5.32 *Respuesta correcta: a*

Para que las dos bolas sean de distinto color, la primera tiene que ser blanca y la segunda negra o bien, la primera negra y la segunda blanca. La probabilidad de cada uno de estos sucesos es

$$P(BN) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5}$$

y

$$P(NB) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6}$$

La probabilidad pedida es

$$2 \times \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$$

5.33 *Respuesta correcta: b*

La probabilidad de que todas las bolas sean negras es igual a

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{18}.$$

Como el suceso “alguna bola es blanca” es el contrario de “todas las bolas son negras”, resulta

$$P(\text{“alguna bola es blanca”}) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

5.34 *Respuesta correcta: a*

Para que sean de colores distintos, la primera tiene que ser blanca y la segunda negra o, al revés, la primera negra y la segunda blanca.

$$P(\text{“bolas de colores distintos”}) = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{9}$$

5.35 *Respuesta correcta: c*

Calcularemos la probabilidad del suceso contrario, y hallaremos la probabilidad pedida por diferencia a uno. La probabilidad de que todos los resultados sean cruz es

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8},$$

porque el primer lanzamiento tiene que ser cruz y el segundo y el tercero, y los tres lanzamientos son independientes.

La probabilidad de que alguno de los resultados sea cara es $1 - 1/8 = 7/8$.

5.36 *Respuesta correcta: b*

La probabilidad de que ninguna bola sea roja es

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

Como el suceso "alguna bola es roja" es el contrario de "ninguna es roja", resulta

$$P(\text{"alguna bola es roja"}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

5.37 *Respuesta correcta: a*

Lo calcularemos como probabilidad total. Si la moneda elegida es M_1, la probabilidad de obtener dos caras es

$$P(\odot\odot \mid M_1) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

Si se elige M_2, la probabilidad de obtener dos caras es

$$P(\odot\odot \mid M_1) = 0.6 \times 0.6 = 0.36$$

Cada moneda puede ser elegida con igual probabilidad. En resumen, tenemos

$$\begin{aligned} P(\odot\odot) &= P(M_1)P(\odot\odot \mid M_1) + P(M_2)P(\odot\odot \mid M_2) \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0.16 + \frac{1}{2}\cdot 0.36 = 0.26 \end{aligned}$$

5.38 *Respuesta correcta: b*

De la regla de Bayes, se sigue

$$P(B \mid A) = \frac{P(B)P(A \mid B)}{P(A)} = \frac{0.10}{0.4} = 0.25$$

5.39 *Respuesta correcta: c*

Al lanzar dos veces una moneda, hay cuatro resultados posibles. Sabemos que ha ocurrido el suceso $B =$ "ha aparecido alguna cara". La probabilidad de B se calcula fácilmente.

$$P(B) = P(\{\odot\odot, \circledast\odot, \odot\circledast\}) = \frac{3}{4}$$

Pongamos que A es el suceso "el primer resultado es cara", entonces

$$P(A \cap B) = P(\{\odot\odot, \odot\circledast\}) = \frac{2}{4}$$

Se pregunta la probabilidad condicionada $P(A \mid B)$. Como sabemos, se tiene

$$P(A \mid B) = \frac{2/4}{3/4} = \frac{2}{3}$$

5.40 *Respuesta correcta: a*

La suma de las probabilidades de los sucesos elementales tiene que ser igual a 1, luego la probabilidad de obtener 4 en una tirada es 0.3, y la probabilidad de obtener "par" en una tirada es 0.5. La probabilidad de obtener dos números pares es

$$0.5 \times 0.5 = 0.25$$

5.41 *Respuesta correcta: c*

La probabilidad de B es $6/8$. El suceso $A \cap B$ es "la bola es blanca", luego su probabilidad es $4/8$. La probabilidad condicionada es igual a

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{4/8}{6/8} = \frac{2}{3}$$

Resulta más elemental razonar directamente: si sabemos que la bola extraída no es roja, hay 6 casos posibles, todos con igual probabilidad, y 4 casos favorables. La probabilidad es $4/6 = 2/3$.

5.42 *Respuesta correcta: a*

De la definición de probabilidad condicionada, se sigue

$$P(A \mid B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

Ahora, $P(B^c) = 1 - P(B) = 0.7$, y

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 0.1$$

Así resulta

$$P(A \mid B^c) = \frac{0.1}{0.7} = \frac{1}{7}$$

5.43 *Respuesta correcta: b*

La probabilidad de B es $4/6$. El suceso $A \cap B$ es "la bola es blanca", luego su probabilidad es $2/6$. La probabilidad condicionada es igual a

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2/6}{4/6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Resulta más elemental razonar directamente: si sabemos que la bola extraída no es roja, hay 4 casos posibles, todos con igual probabilidad, y 2 casos favorables. La probabilidad es $2/4 = 0.5$.

5.44 *Respuesta correcta: b*

De la definición de independencia de sucesos, se sigue

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.06$$

5.45 *Respuesta correcta: a*

De la definición de independencia de sucesos, se sigue

$$P(A \mid B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

Ahora, $P(B^c) = 1 - P(B) = 0.7$. Por otra parte, tenemos

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B),$$

pero, puesto que los sucesos son independientes, se cumple $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.06$, luego $P(A \cap B^c) = 0.2 - 0.06 = 0.14$. Así resulta

$$P(A \mid B^c) = \frac{0.14}{0.7} = 0.2$$

Observemos que $P(A \mid B^c) = P(A)$, lo que indica que A también es independiente de B^c.

5.46 *Respuesta correcta: b*

De la regla de Bayes, se sigue

$$P(B \mid A) = \frac{P(B)P(A \mid B)}{P(A)} = \frac{0.04}{0.1} = 0.4$$

El resultado es razonable; puesto que $P(A \mid B) = P(A)$, los sucesos A y B son independientes y debe cumplirse $P(B \mid A) = P(B) = 0.4$.

5.47 *Respuesta correcta: b*

Entre las variables estadísticas dadas, la única que no es medible y se describe por palabras es el sexo. A las variables estadísticas cualitativas, también se las llaman atributos.

5.48 *Respuesta correcta: c*

La clasificación de equipo en la liga de hockey se mide en una escala en que sólo se considera el orden, sin que pueda decirse que el que ocupa el lugar décimo es dos veces peor que el ocupa el quinto lugar.

La respuesta a) es falsa pues sólo sirve para diferenciar categorías, sin que podamos afirmar que puedan ordenarse las provincias de procedencia, por lo que debe considerarse una variable nominal.

La respuesta b), también es falsa ya que la temperatura en grados centígrados debe considerase una variable de intervalo.

5.49 *Respuesta correcta: b*

El número de entradas vendidas en un fin de semana puede tomar valores $0, 1, 2, \ldots$; es una variable cuantitativa que toma valores numéricos.

Las respuestas a) y c) son falsas ya que ambas son variables cualitativas nominales.

5.50 *Respuesta correcta: c*

Si calculamos la distribución de frecuencias relativas acumuladas

x_i	F_i	f_i	n_i
1	25	0.25	0.25
2	45	0.45	0.70
3	20	0.20	0.90
4	10	0.10	1.00
	N=100	1.00	

observaremos que el 90 % de las viviendas tienen como máximo 3 habitaciones.

La respuesta b) es falsa ya que el 45 % de las viviendas tienen como máximo 2 habitaciones.

5.51 *Respuesta correcta: b*

Si calculamos la distribución de frecuencias absolutas acumuladas

x_i	F_i	f_i	N_i
1	25	0.25	25
2	45	0.45	70
3	20	0.20	90
4	10	0.10	100
	N=100	1.00	

observaremos que hay 70 viviendas con dos o menos habitaciones.

La respuesta a) es falsa, ya que según las frecuencias relativas f_i, nos indica que el 45 % de las viviendas tienen como máximo 2 habitaciones.

5.52 *Respuesta correcta: b*

Los diagramas de sectores se utilizan para representar las variables cualitativas.

5.53 *Respuesta correcta: c*

Por las propiedades de la media aritmética al multiplicar por 3 los valores de la variable, la media se multiplica también por 3. La nueva media aritmética será $\bar{x} = 3$.

Por las propiedades de la varianza al multiplicar por 3 los valores de la variable, la varianza se multiplica por $3^2 = 9$. La nueva varianza será $9 \cdot 3 = 27$.

5.54 *Respuesta correcta: a*

Si calculamos la tabla de frecuencias relativas de cada intervalo, como diferencia de las frecuencias acumuladas, obtendremos

x_i	N_i	f_i
$[0-2)$	0.10	0.10
$[2-4)$	0.35	0.25
$[4-6)$	0.75	0.40
$[6-8)$	0.90	0.15
$[8-10]$	1.00	0.10
		1.00

De esta tabla se desprende que el 25 % de los alumnos tiene una nota comprendida entre 2 y 4.

5.55 *Respuesta correcta: a*

La varianza nunca toma valores negativos.

5.56 *Respuesta correcta: b*

La suma de los valores es 13.6 y la media 1.36.

5.57 *Respuesta correcta: c*

La suma de los valores es 0.1 y la media 0.01.

5.58 *Respuesta correcta: a*

La media de los valores es:

$$\bar{x} = \frac{1-5+1.4+1.3+1.3+1.2}{5} = 1.34$$

5.59 *Respuesta correcta: a*

La media es igual a:

$$\bar{x} = \frac{1.5+1.0+1.5+1.0+1.2}{5} = 1.24$$

La suma de cuadrados es:

$$1.5^2+1.0^2+1.5^2+1.0^2+1.2^2 = 7.94$$

y la varianza vale:

$$\sigma^2 = \frac{7.94}{5} - 1.24^2 = 0.0504$$

5.60 *Respuesta correcta: c*

Si la suma de las observaciones de la variable es 50, la media es $\bar{x} = 50/20 = 2.5$ y la varianza, σ^2, es igual a:

$$\sigma^2 = \frac{1}{20}(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{20}^2) - \bar{x}^2$$

luego $\sigma^2 = (200/20) - (2.5)^2 = 3.75$.

5.61 *Respuesta correcta: b*

El coeficiente de variación es igual al cociente entre la desviación típica y la media, y vale $0.84/1.2 = 0.7$

5.62 *Respuesta correcta: c*

La suma de las observaciones de la variable es 25, luego la media es $\bar{x} = 25/10 = 2.5$. La varianza de la variable es igual a:

$$\sigma^2 = \frac{1}{20}(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{20}^2) - \bar{x}^2$$

luego $\sigma^2 = (102.5/10) - (2.5)^2 = 4$ y luego la desviación típica, σ, es igual a 2.

5.63 *Respuesta correcta: b*

La media de los valores es:

$$\bar{x} = \frac{1.5+1.4+1.3+1.3+1.2}{5} = 1.34$$

La suma de cuadrados es:

$$1.5^2+1.4^2+1.3^2+1.3^2+1.2^2 = 9.03$$

Luego la varianza vale:

$$\sigma^2 = \frac{9.03}{5} - 1.34^2 = 0.0104$$

5.64 *Respuesta correcta: a*

Puesto que la suma es 10, la media es $10/10 = 1$ y la varianza vale:

$$\sigma^2 = \frac{13.6}{10} - 1^2 = 0.36$$

5.65 *Respuesta correcta: a*

La suma de las observaciones de la variable es -5, luego la media es $\bar{x} = -5/10 = -0.5$. La varianza de la variable es igual a:

$$\sigma^2 = \frac{5}{10} - (-0.5)^2 = 0.5 - 0.25 = 0.25$$

y la desviación típica es $\sqrt{0.25} = 0.5$.

5.66 *Respuesta correcta: a*

Puesto que la suma es 15, la media es $15/10 = 1.5$ y la varianza vale:

$$\sigma^2 = \frac{22.644}{10} - 1.5^2 = 0.0144$$

luego $\sigma = \sqrt{0.0144} = 0.12$. El coeficiente de variación es igual a $0.12/1.5 = 0.08$.

5.67 *Respuesta correcta: a*

La desviación típica es igual al coeficiente de variación por la media, $\sigma = 0.7 \cdot 1.2 = 0.84$. La varianza es $0.84^2 = 0.7056$.

5.68 *Respuesta correcta: b*

Puesto que la suma es 10, la media es $10/10 = 1$ y la varianza vale:

$$\sigma^2 = \frac{13.6}{10} - 1^2 = 0.36$$

La desviación típica es igual a $\sqrt{0.36} = 0.6$.

5.69 *Respuesta correcta: a*

La suma de las observaciones de la variable es 15, luego la media es $\bar{x} = 15/10 = 1.5$. La varianza de la variable es igual a:

$$\sigma^2 = \frac{45}{10} - 1.5^2 = 2.25$$

luego la desviación típica es $\sigma = \sqrt{2.25} = 1.5$ y el coeficiente de variación es $\sigma/\bar{x} = 1$.

5.70 *Respuesta correcta: c*

No se puede saber. El coeficiente de variación es igual al cociente entre la desviación típica y la media y, para conocer la media, necesitamos saber cuántas observaciones se han hecho.