Extremos de funciones de varias variables

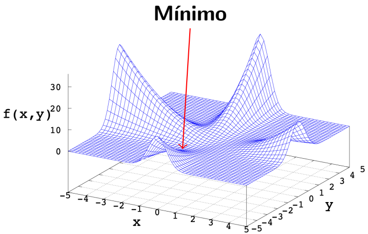
Marco V. Bayas

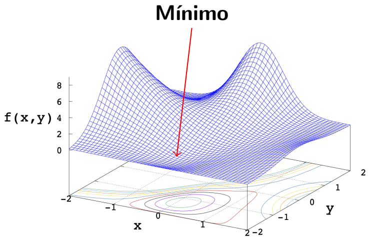
Noviembre 21, 2022

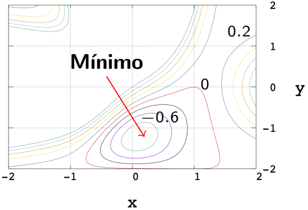
Ejemplo en dos dimensiones

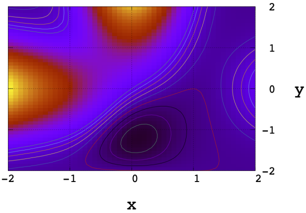
Función:

$$f(x,y) = (x-1)^2 e^{-y^2} + y(y+2)e^{-2x^2}$$





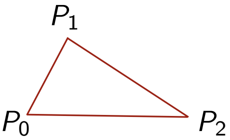




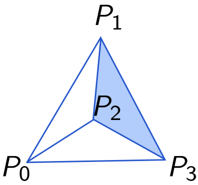
Método Simplex descendente

Simplex N dimensional: Figura geométrica con $N+1$ vértices

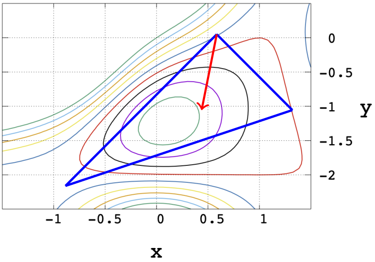
$N = 2$

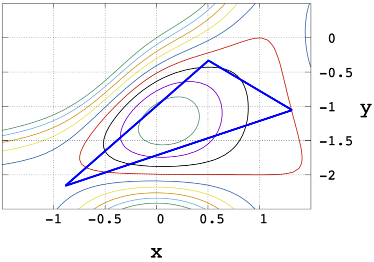


$N = 3$



$$\vec{r}_i = \vec{r}_0 + \vec{\delta}_i$$





Método Simplex descendente

Algoritmo

Requerimientos

- $F(x_1, x_2, ..x_n)$ conocida

1. Definir $n+1$ puntos en el espacio n-dimensional.
2. Definir el paso δ
3. Encontrar el punto $\mathbf{x}_m$ tal que $F(\mathbf{x}_m) < F(\mathbf{x}_k)$ para todo $k \neq m$
4. Encontrar el punto $\mathbf{x}_M$ tal que $F(\mathbf{x}_M) > F(\mathbf{x}_k)$ para todo $k \neq M$
5. Identificar la superficie en el simplex opuesta al punto $\mathbf{x}_M$
6. Calcular el vector unitario $\vec{\mu}$ entre $\mathbf{x}_M$ y la superficie opuesta.
7. Actualizar el punto $\mathbf{x}_M$

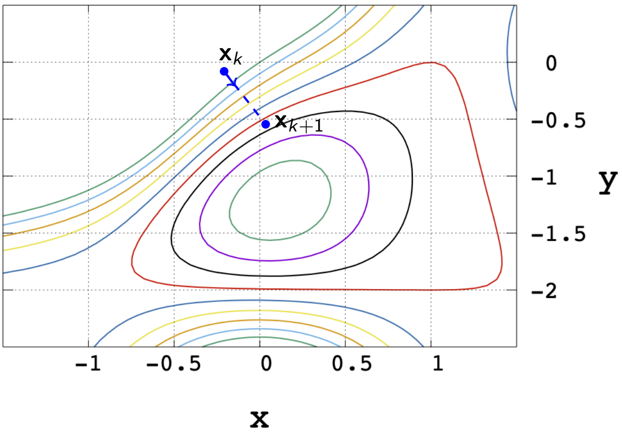
$$\mathbf{x}_M^{k+1} = \mathbf{x}_M^k + \delta\vec{\mu}_k$$

8. Repetir los pasos 3 al 7 hasta que $|F(\mathbf{x}_m^{k+1}) - F(\mathbf{x}_k^m)| < \delta$

Método del descenso más pronunciado "steepest descent"

$F(\mathbf{x}_k)$: función de n variables $\mathbf{x} = (x_1, x_2, .., x_n)$

Búsqueda del mínimo de F: $$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - a \frac{\nabla F(\mathbf{x}_k)}{|\nabla F(\mathbf{x}_k)|}$$



Método del descenso más pronunciado "steepest descent"

Algoritmo

Requerimientos:

- $F(x_1, x_2, ..x_n)$ conocida

1. Definir el valor de a y la tolerancia δ.
2. Definir la estimación inicial para el mínimo $(x_1^0, x_2^0, ..x_n^0)$
3. Para $k > 0$
    - Cálcular $\nabla F(\mathbf{x}_k)$
    - Evaluar

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - a\,\frac{\nabla F(\mathbf{x}_k)}{|\nabla F(\mathbf{x}_k)|}$$

4. Repetir el paso hasta que $|\nabla F(\mathbf{x}_k)| < \delta$

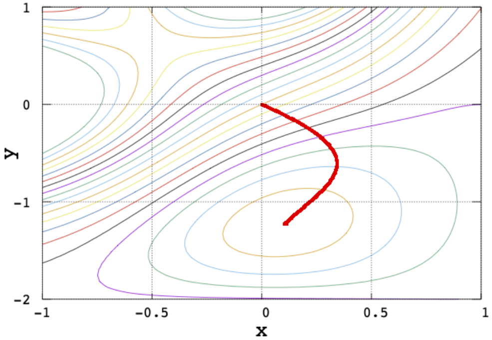
Método del descenso más pronunciado "steepest descent"

Función:

$$f(x, y) = (x-1)^2 e^{-y^2} + y(y+2)e^{-2x^2}$$

$a = 0.01$

$x_0 = 0\ ,\ y_0 = 0$



Resultados:

$x_0 = 0.1055$

$y_0 = -1.222$