ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

Comenzado el	miércoles, 6 de julio de 2022, 08:20
Estado	Finalizado
Finalizado en	miércoles, 6 de julio de 2022, 09:00
Tiempo empleado	39 minutos 14 segundos
Calificación	**9,10** de 10,00 (**91**%)

Pregunta **1**

Finalizado

Puntúa 2,00 sobre 2,00

Considerar el algoritmo QR para encontrar los valores propios de una matriz simétrica **A**. Si $\mathbf{A}^k$ es la matriz obtenida con la transformación ortogonal en la iteración k-esima, la cantidad $\alpha^k = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} (A^k_{ij})^2}$ puede utilizarse para determinar si ésta es diagonal y por lo tanto contiene los valores propios. Para cierta tolerancia δ, la matriz $\mathbf{A}^k$ es diagonal si $\alpha^k < \delta$. Implementar este criterio en un programa que utilice el algoritmo QR para la búsqueda de los valores propios de una matriz simétrica.

Presentar la parte del código que implementa este criterio de convergencia, indicar el significado se las variables relevantes.

```
double aa; //Defino la variable alfak

double del=1e-4//Defino una tolerancia


do{

...//Resto del programa

aa=0;
 for ( int i = 0; i < n; i++ )
  for ( int j = i+1; j < n; j++ )
   aa=aa+2*mat[i][j]*mat[i][j]; //Se multiplica por 2 por ser una matriz simétrica. mat representa a la matriz Ak en cada iteración

 aa=sqrt(aa/(n*(n-1))); //n es la dimensión de la matriz

}while(aa>del);
```

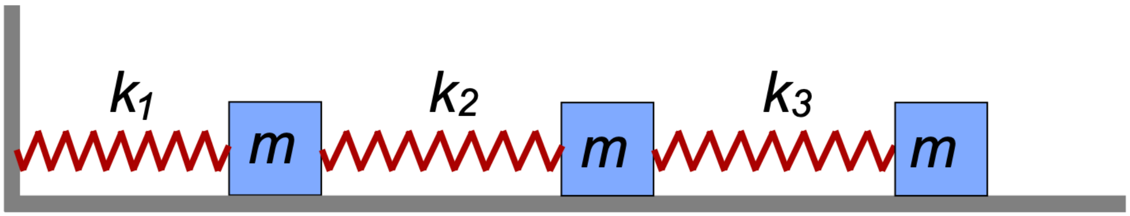
Comentario:

Pregunta **2**

Finalizado

Puntúa 2,80 sobre 3,00

Utilizar el algoritmo QR, conjuntamente con el criterio de convergencia definido en el problema anterior, para determinar las características de los modos normales de oscilación del sistema mostrado en la figura, con $k_1 = k_2 = k$ y $k_3 = 2k$.



Considerando que $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, presentar

1. La matriz asociada al problema de valores propios.
2. El número de iteraciones, el valor correspondiente de α^k y los valores de las frecuencias de los modos normales en términos de ω_0.
3. Un esquema con la direcciones relativas de oscilación de las masas para cada modo normal.

1.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

2.

Número de iteraciones: 14
Valor de $alpha_k$: 6.95286e-310

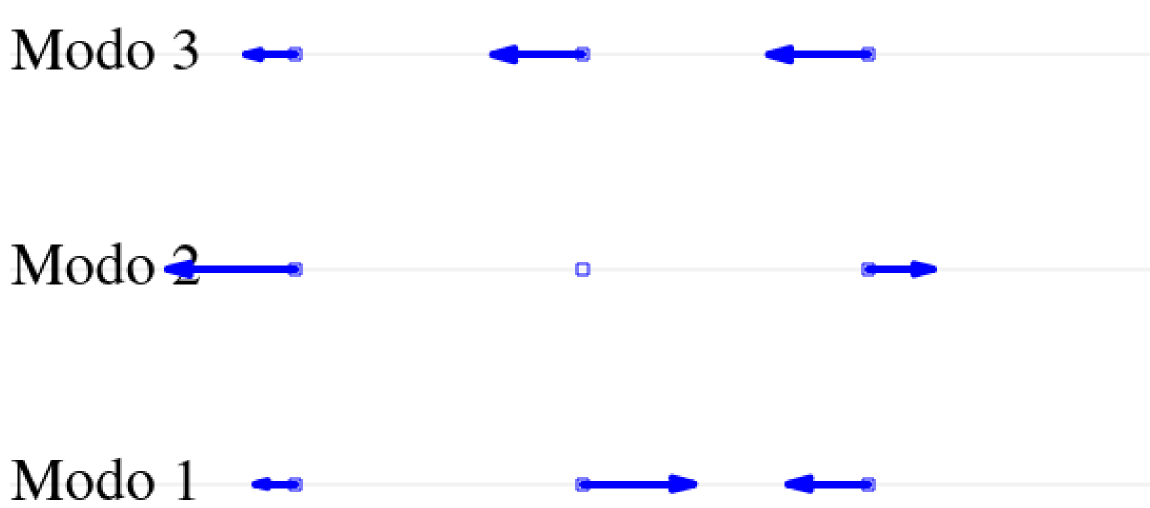
Frecuencias de los modos normales:

$\omega_1 = 2.18890\omega_0$

$\omega_1 = \sqrt(2)\omega_0$

$\omega_1 = 0.45685\omega_0$

3.



Comentario:
Punto 1: 1.0

Punto 2: 0.8

Valor de α^k inconsistent

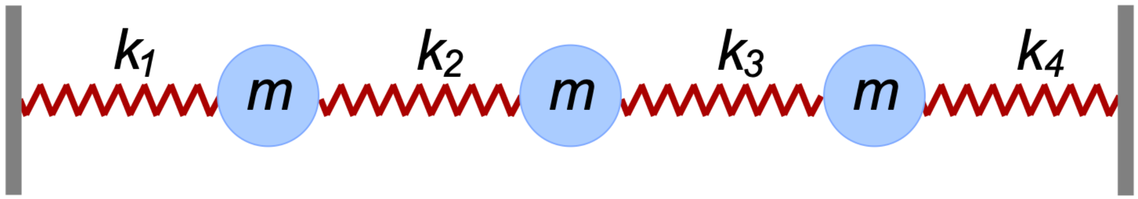
Punto 3: 1.0

Pregunta **3**

Finalizado

Puntúa 2,60 sobre 3,00

Utilizar el algoritmo QR, conjuntamente con el criterio de convergencia utilizado en el problema anterior, para determinar las características de los modos normales de oscilación del sistema mostrado en la figura, con $k_1 = k_2 = k_4 = k$ y $k_3 = 2k$.



Considerando que $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, presentar

1. La matriz asociada al problema de valores propios.
2. El número de iteraciones, el valor correspondiente de α^k y los valores de las frecuencias de los modos normales en términos de ω_0.
3. Un esquema con la direcciones relativas de oscilación de las masas para cada modo normal.

1.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

2.

Número de iteraciones: 15
Valor de $alpha_k$: 6.95269e-310

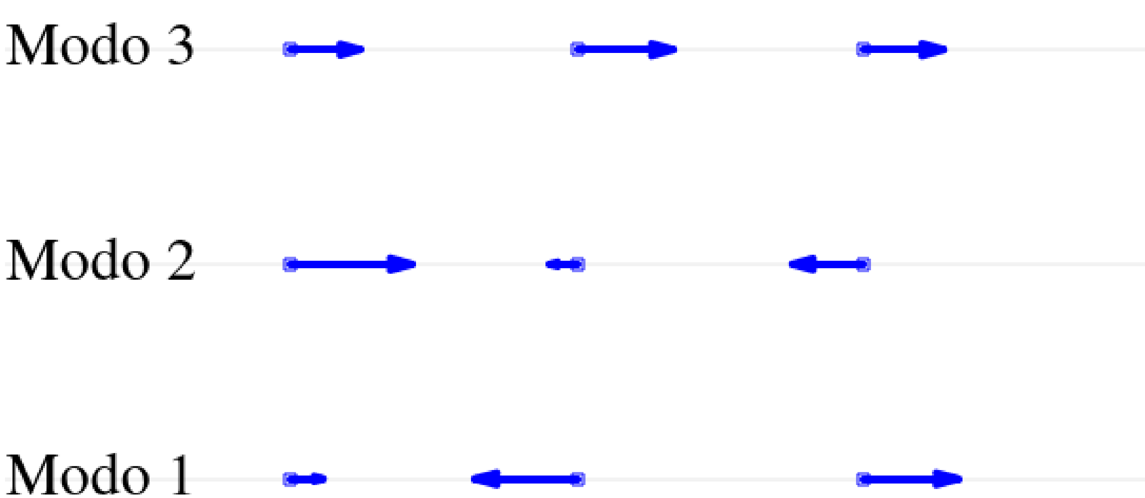
Frecuencias de los modos normales:

$\omega_1 = 2.27249\omega_0$

$\omega_1 = 1.49236\omega_0$

$\omega_1 = 0.78014\omega_0$

3.



Comentario:

Punto 1: 1.0

Punto 2: 0.6

Valor inconsistente de α^k

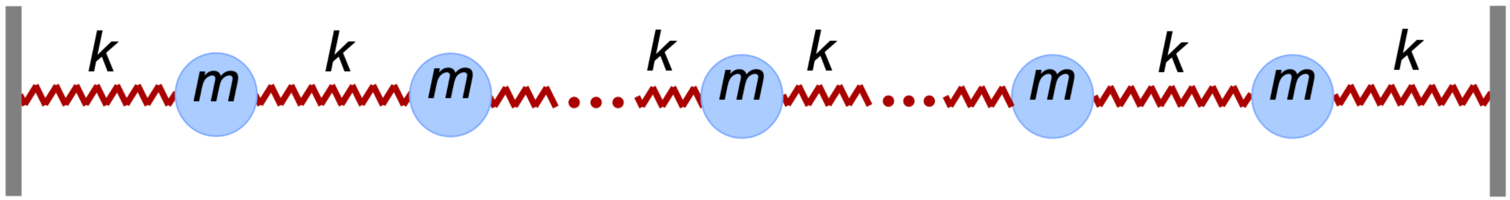
Punto 3: 1.0

Pregunta **4**

Finalizado

Puntúa 1,70 sobre 2,00

Analizar el comportamiento de un sistema de N osciladores acoplados según se muestra en la figura



1. Presentar las frecuencias de los cinco primeros modos normales para $N = 10$
2. Presentar las frecuencias de los cinco primeros modos normales para $N = 50$
3. Presentar las frecuencias de los cinco primeros modos normales para $N = 100$
4. Según los resultados de los puntos anteriores, Cuál es el valor de $\frac{\omega_i}{\omega_1}$ cuando $i \ll N$ y $N \to \infty$?

1.

1 0.28463
2 0.563465
3 0.83083
4 1.08128
5 1.30972

2.

1 0.0615901
2 0.123122
3 0.184537
4 0.245777
5 0.306783

3.

1 0.0311036
2 0.0621997
3 0.0932808
4 0.124339
5 0.155368

4. Cuando $i \ll N$ y $N \to \infty$, se halló que $\frac{\omega_i}{\omega_1} = i$.

Comentario:

Punto 1: 0.4

$\omega_1 = 0.28463\omega_0$

$\omega_2 = 0.563465\omega_0$

$\omega_3 = 0.83083\omega_0$

$\omega_4 = 1.08128\omega_0$

$\omega_5 = 1.30972\omega_0$

Punto 2: 0.4

Punto 3: 0.4

Punto 4: 0.5