Programación Científica

Simulación:
Comportamiento caótico de un péndulo simple

03 de febrero de 2023

Propósito

Analizar el comportamiento caótico de un péndulo simple que realiza oscilaciones forzadas debido a la acción de una fuerza externa de la forma $F = f\cos(\omega t)$.

Ecuación del movimiento:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\mathrm{sen}\theta - q\,\frac{d\theta}{dt} + b\cos(\omega t)$$

$$q = \frac{r}{Lm} \quad \text{y} \quad b = \frac{f}{m}$$

m: Masa del péndulo.
L: Longitud del péndulo.
r: coeficiente de rozamiento.

Paramétros:

- $\omega = \frac{2}{3}\omega_0 \quad , \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = 1$
- $q = 0.5$

La ecuación de movimiento se resolverá con el método Runge-Kutta 4.

Actividades

1. Con $b = 1.02, 1.08, 1.09$ y 1.1, simular el movimiento para un tiempo igual a $100T$ ($T = \frac{2\pi}{\omega}$) con las condiciones iniciales $\theta_0 = 1$ y $\dot{\theta}_0 = 0$,
   Para cada simulación:
   - Graficar la evolución temporal de θ para $0 < t < 20T$
   - Graficar la trayectoria en el espacio de fases.
   - Graficar la sección de Poincaré.
2. Simular para un tiempo igual a $100000T$ ($T = \frac{2\pi}{\omega}$) y $b = 1.1$ y 1.2. Para cada simulación construir las secciones de Poincaré
3. Con $b = 0.6, 0.8, 1.0, 1.02, 1.06$ y 1.1, simular el movimiento del péndulo para un tiempo igual a $50T$ con dos grupos de condiciones iniciales ($\theta_0 = 1$, $\dot{\theta}_0 = 0$) y ($\theta_0 = 1.001$, $\dot{\theta} = 0$). Para cada simulación:
   - Graficar $\ln|\Delta\theta|$ vs t.
   - Encontrar el coeficiente de Liapunov.

Estructura del Reporte

1. Introducción
    - Descripción del sistema de estudio.
    - Secciones de Poincaré y coeficientes de Liapunov.
      Para esto, consultar un libro(s) de mecánica clásica e incluirlo(s) como referencia(s)
      NO INCLUIR PAGINAS DE INTERNET COMO REFERENCIAS
    - Planteamiento del problema.
2. Metodología
    - Estructura de los programas utilizados.
    - Condiciones de las simulaciones.
    - Procedimiento para el análisis y el tratamiento de los datos.
3. Resultados
    - Para las condiciones iniciales $\theta_0 = 1$ y $\dot{\theta}_0 = 0$ y $b = 1.02, 1.08, 1.09$ y 1.1
        - Graficos con la evolución temporal de θ para $50T < t < 100T$
        - Graficos con las trayectorias en el espacio de fases.
        - Graficos de las secciones de Poincare.
    - Gráfico de las secciones de Poincaré para $b = 1.1$ y 1.2
    - Sensibilidad con las condiciones iniciales para $b = 0.6, 0.8, 1.0, 1.02, 1.06$ y 1.1
4. Conclusiones
   Las conclusiones deben relacionarse directamente con lo presentado en la sección anterior.

Fecha de entrega del reporte: 10 de febrero de 2023

Marco V Bayas