



ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

Comenzado el lunes, 11 de julio de 2022, 07:35

Estado Finalizado

Finalizado en lunes, 11 de julio de 2022, 09:05

Tiempo empleado 1 hora 29 minutos

Calificación 5,50 de 6,00 (92%)



Pregunta 1

Finalizado

Puntúa 1,00 sobre 1,00

Una partícula de masa m se encuentra en un pozo de potencial esférico de radio a y profundidad V_0 . Para $\ell = 0$, la energía de la partícula en el pozo cumple con la relación:

$$\tan\sqrt{\frac{2ma^2}{\hbar^2}(V_0 - |E|)} = -\sqrt{\frac{V_0 - |E|}{|E|}}$$

Si $\frac{\pi^2}{4} < \frac{2ma^2}{\hbar^2} V_0 < \frac{9\pi^2}{4}$ el sistema presenta un sólo estado ligado.

Considerar que la unidad de energía es $\frac{\hbar^2}{2ma^2}$ y utilizar el método de Newton-Raphson para encontrar E en función de V_0 .

1. Presentar la parte del código que permite encontrar el valor de E para un valor dado de V_0 .
2. Presentar el gráfico de E en función de V_0

1.

Se redefinieron unidades tal que $\frac{2ma^2}{\hbar^2} = 1$ y la unidad de energía es $\frac{\hbar^2}{2ma^2}$

//Definición de la función a evaluar

```
double f(double x, double b){  
    double fx;  
    fx = tan(sqrt(b-x))+sqrt(b/x -1);  
    return fx;  
}
```

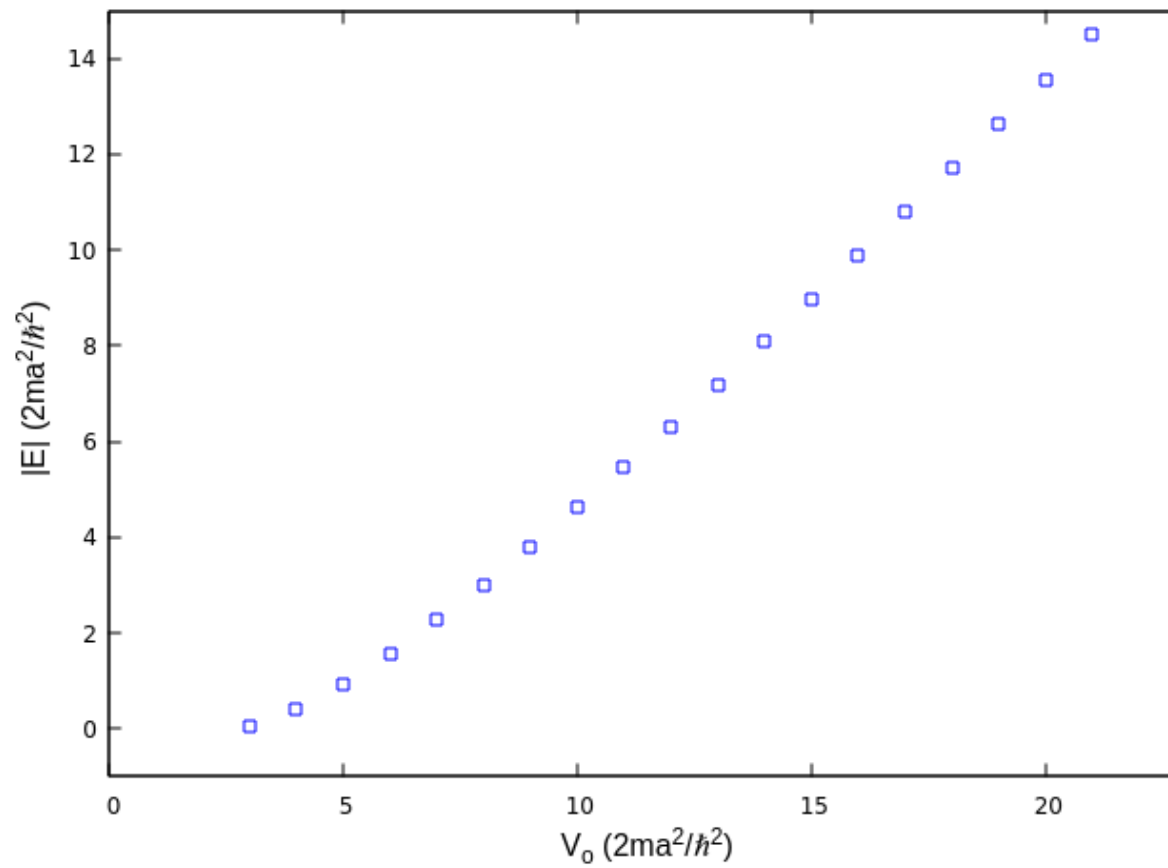
//Derivada

```
double df(double x, double b){  
    double dfx, h=1e-6;  
    dfx=(f(x+h,b)-f(x,b))/h;
```



```
    return dfx;
}

//Búsqueda de la raíz para una estimación inicial xo y V0=b
void raiz(double* xo, double b){
    double tol=1e-6, error, x;
    int cont=0;
    do{      x=*xo-f(*xo,b)/df(*xo,b);
        error=abs(x-*xo);
        *xo=x;
    }while(cont<100 && error>tol);
}
```



2.

Gráfico de la energía en función de V_0 .

Comentario:



Pregunta 2

Finalizado

Puntúa 1,00 sobre 1,00

La trayectoria de un proyectil en presencia de rozamiento está descrita por la función

$$y = \frac{v_{yo} + v_{y\infty}}{v_{xo}} x + v_{y\infty} \tau \ln \left(1 - \frac{x}{v_{xo} \tau} \right)$$

donde $v_{y\infty} = \tau g$

Si $v_{xo} = 10$ y $v_{yo} = 10$ encontrar la altura máxima que alcanzará el proyectil si $\tau = 10$

1. Presentar la parte del código que implementa la búsqueda iterativa del extremo.
2. Presentar el valor de la altura máxima y el valor correspondiente de x .

1.

//Se ingresa a, b, c como puntos iniciales para empezar la búsqueda con la sección dorada

```
error=c-a;
count=0;
while( error > del) {
  if (abs(a-b)>abs(b-c))
  {
    x=a+0.38197*(c-a);
    if (fx(x)>fx(b))
    {
      a=x;
    } else {
      c=b;
      b=x;
    }
  }
}
```



```
    }  
  } else {  
    x=b+0.23606*(c-a);  
    if (fx(x)>fx(b))  
    {  
      c=x;  
    } else {  
      a=b;  
      b=x;  
    }  
  }  
  error=c-a;  
  count++;  
}
```

2.

Altura máxima: $y=4.7749$

Posición del máximo: $x=9.2506$

Comentario:

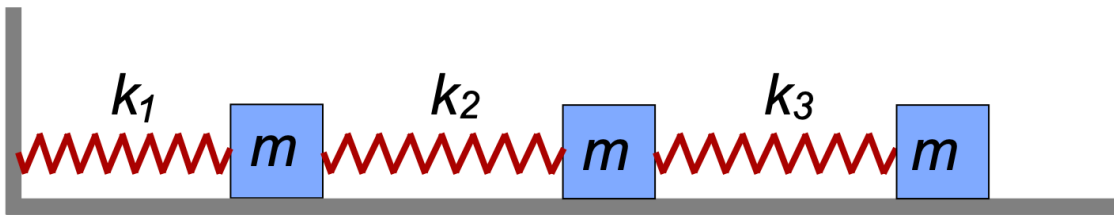


Pregunta 3

Finalizado

Puntúa 1,00 sobre 1,00

Determinar las características de los modos normales de oscilación del sistema mostrado en la figura, con $k_1 = k_2 = k$ y $k_3 = 4k$.



Considerando que $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, presentar

1. La matriz asociada al problema de valores propios. (0.25 pts)
2. Los valores de las frecuencias de los modos normales en términos de ω_0 . (0.25 pts)
3. Un esquema con la direcciones relativas de oscilación de las masas para cada modo normal. (0.5 pts)

1.
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -4 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

2. $\omega_1 = 0.462598\omega_0$

$\omega_2 = 1.47283\omega_0$

$\omega_3 = 2.93543\omega_0$



Modo 3



Modo 2



Modo 1



3.

Comentario:

Punto 1: 0.25

Punto 2: 0.25

Punto 3: 0.5

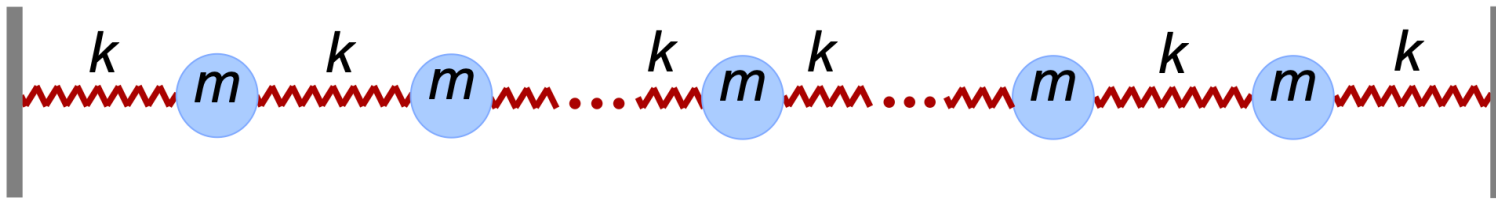


Pregunta 4

Finalizado

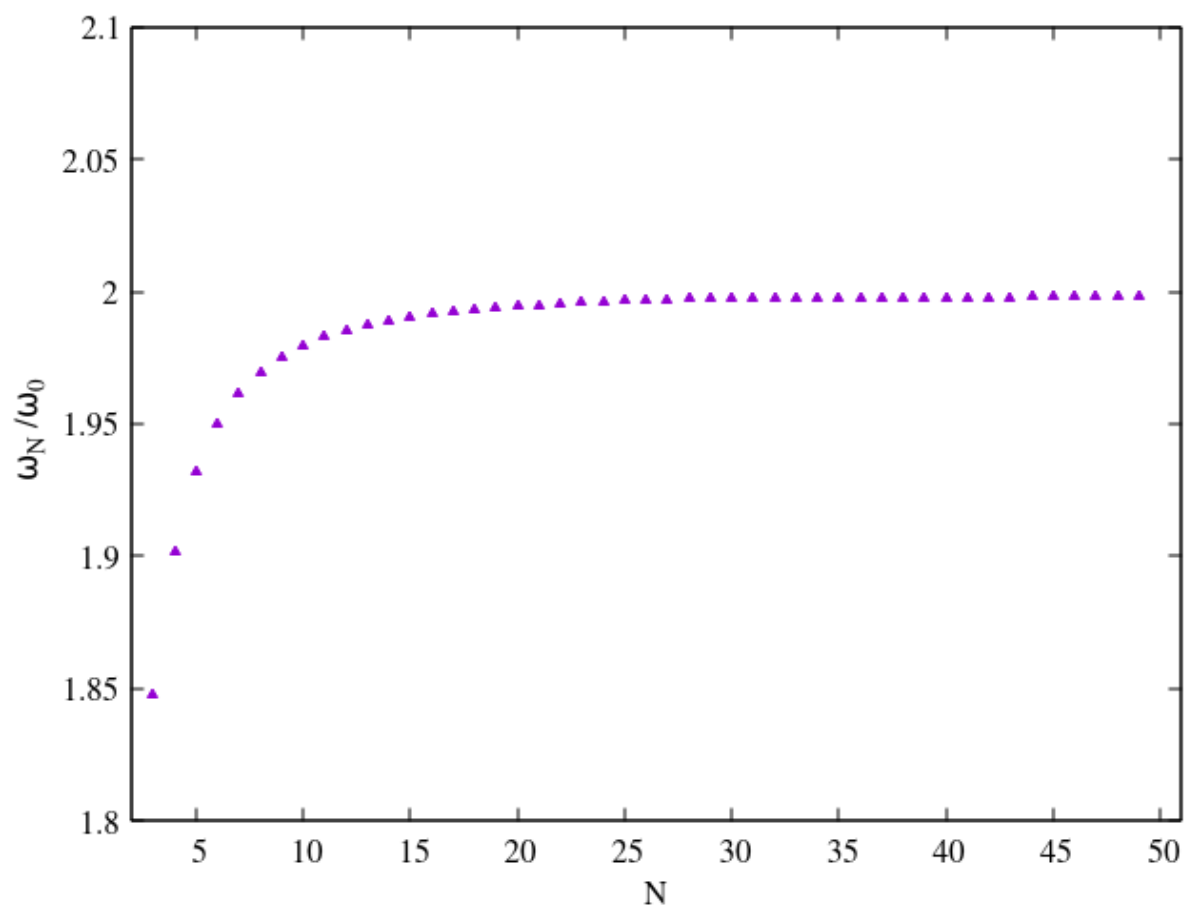
Puntúa 1,00 sobre 1,00

Analizar el comportamiento de un sistema de N osciladores acoplados según se muestra en la figura



Presentar un gráfico que muestre la dependencia de la frecuencia del modo normal con la mayor frecuencia para $2 < N \leq 50$





Comentario:

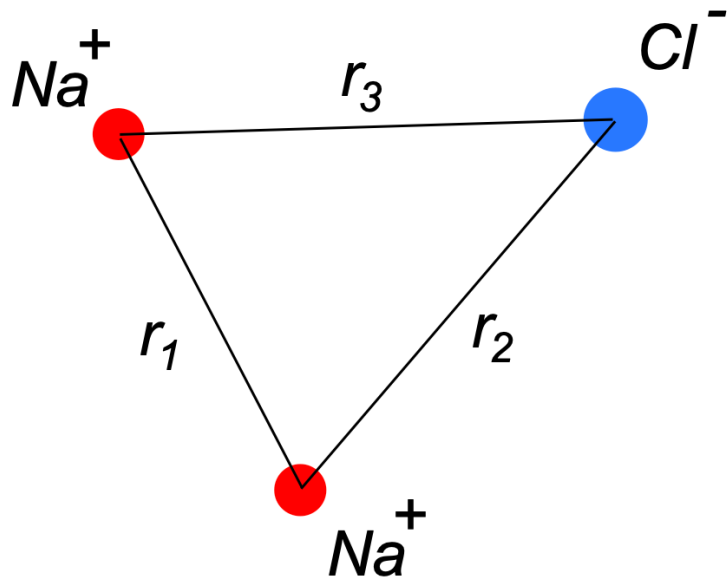


Pregunta 5

Finalizado

Puntúa 1,50 sobre 2,00

Considerer un sistema compuesto por dos iones de sodio y uno de cloro, tal como se muestra en la figura.



La energía de interacción entre iones del signo opuesto está dada por:

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + V_0 e^{-r/r_0}$$

donde $V_0 = 1.09 \times 10^3 \text{ eV}$ y $r_0 = 3.2 \text{ nm}$

Para los iones del mismo signo considerar la energía de interacción:

$$V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Encontrar la configuración más estable del sistema.

1. Presentar la parte del código que evalúa la función objeto de la minimización. (0.5 pts)
2. Presentar la parte del código que busca el mínimo de la función. (0.5 pts)
3. Presentar las estimaciones iniciales de las distancias y los resultados. (1.0 pts)

1. $C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ Las distancias se miden en ro

```
double fxyz (double x1, double x2, double x3)
{
    double f,C,Vo,ro;

    C=1.43996e-9;
    Vo=1.09e3;
    ro=3.2e-9;

    f=-C/(x3*ro) + Vo*exp(-x3)-C/(x2*ro) +Vo/C*exp(-x2)+C/(x1*ro);
    return f;
}
```

2.

```
cout << "Valor de x1" << endl;
cin >> x1o;
cout << "Valor de x2" << endl;
cin >> x2o;
cout << "Valor de x3" << endl;
cin >> x3o;

error=1;
count=0;
while( error > del && count<1000) {
    dfx1=(fxyz(x1o+h,x2o,x3o)-fxyz(x1o,x2o,x3o))/h;
    dfx2=(fxyz(x1o,x2o+h,x3o)-fxyz(x1o,x2o,x3o))/h;
```

```
dfx3=(fxyz(x1o,x2o,x3o+h)-fxyz(x1o,x2o,x3o))/h;  
df=sqrt(dfx1*dfx1+dfx2*dfx2+dfx3*dfx3);  
x1=x1o-a*dfx1/df;  
x2=x2o-a*dfx2/df;  
x3=x3o-a*dfx3/df;  
error=sqrt((x1-x1o)*(x1-x1o)+pow((x2-x2o),2)+pow((x3-x3o),2));  
x1o=x1;  
x2o=x2;  
x3o=x3;  
count++;  
}
```

3.

Estimaciones iniciales: $r1=r_o$, $r2=r_o$, $r3=r_o$

Valores encontrados: $r1=68.3582$ 35.2776 12.9081

Comentario:

Punto 1: 0.4

Hay un error en el cuarto término de la relación.

V_0 debe estar en el sistema internacional

Punto 2: 0.5

Punto 3: 0.6

Valores incorrectos.



