ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

Comenzado el	viernes, 17 de marzo de 2023, 09:31
Estado	Finalizado
Finalizado en	viernes, 17 de marzo de 2023, 11:01
Tiempo empleado	1 hora 29 minutos
Calificación	**4,00** de 6,00 (**67**%)

Pregunta **1**

Finalizado

Puntúa 1,00 sobre 1,00

Considerar el potencial de un sistema de cuatro cargas puntuales localizadas en los vértices de un cuadrado de lado 1. La carga en uno de los vértices es $3Q$ mientras que en los otros vértices es $2Q$. Entonces, con el origen de coordenadas en la mayor de las cargas el potencial del sistema es:

$$V(x,y)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{2}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}+\frac{2}{\sqrt{x^2+(y-1)^2}}+\frac{2}{\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}}\right)$$

Utilizar el método del "Steepest descend" con un valor inicial de $(0.8, 0.8$ y un paso variable para encontrar el mínimo de la función en el interior del cuadrado. Utilizar un valor inicial del paso $a = 1$.

1. Presentar la subrutina en la que se implementa la función de interés. (**0.2 pts**)

2. Presentar la parte del código que implementa la búsqueda del mínimo. (**0.2 pts**)

2. Presentar los valores de x , y y $f(x, y)$ para las últimas 10 iteraciones antes de que el método converja. (**0.6 pts**)

1.

```
double fxy (double x, double y)
{
 double f;

 f=3/sqrt(x*x+y*y)+2/sqrt((x-1)*(x-1)+(y-1)*(y-1))+2/sqrt((x-1)*(x-1)+y*y)+2/sqrt((y-1)*(y-1)+x*x);
 return f;
}
```

2.

```
do { //utilizamos el do while

  file<<xo<<" "<<yo<<" "<<0<<endl;
  file<<endl;
```

```
 file<<endl;

 dfx=(fxy(xo+h,yo)-fxy(xo,yo))/h;
 dfy=(fxy(xo,yo+h)-fxy(xo,yo))/h;
 df=sqrt(dfx*dfx+dfy*dfy);
 x=xo-a*dfx/df;
 y=yo-a*dfy/df;
 error=sqrt((x-xo)*(x-xo)+(y-yo)*(y-yo));

 if(fxy(x,y) > fxy(xo,yo)){
 a = a/5;
 }else{
 xo = x;
 yo = y;
 }
 count++;
}
while(error > del && count<1000);
```

3.

x	y	f(x,y)
0.580514	0.580514	12.6104
0.581645	0.581645	12.6104
0.58074	0.58074	12.6104
0.580967	0.580967	12.6104
0.580786	0.580786	12.6104
0.580831	0.580831	12.6104
0.580795	0.580795	12.6104
0.580804	0.580804	12.6104
0.580796	0.580796	12.6104
0.580795	0.580795	12.6104

Comentario:
Punto 1: 0.2

Punto 2: 0.2

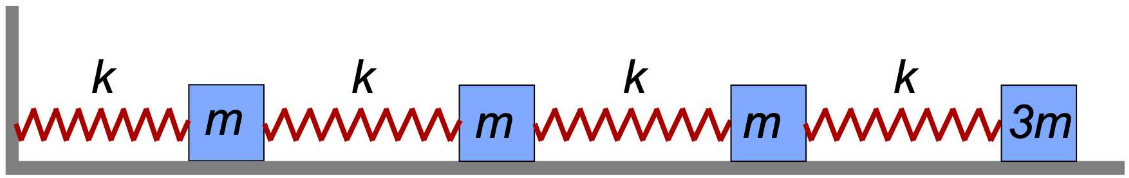
Punto 3: 0.6

Pregunta **2**

Finalizado

Puntúa 0,70 sobre 1,00

Encontrar las frecuencias de los modos normales del sistema utilizando el método de iteración inversa. Utilizar la solución para el sistema simétrico asociado para encontrar las estimaciones iniciales.



1. Presentar la matriz correspondiente al problema simétrico asociado. (**0.3 pts**)
2. Presentar la matriz con las estimaciones iniciales. (**0.3 pts**)
3. Presentar las frecuencias de los modos normales con sus respectivos vectores propios. (**0.4 pts**)

1.

2 -1 0 0

-1 2 -1 0

0 -1 2 -1

0 0 -1 0.33

2.

(0.25657; 0.82996; 3.50496; 2.25176;

0.44626; 0.67766;0.57266;0.11836
-0.67157;-0.17057;0.67006;0.26686
0.56436;-0.63467;0.21136;0.48396
-0.17777;0.33036;-0.42277;0.82506)

3.

λ_1≈3.44233	w1=1.85535 wo	v_1≈(-8.63365, 12.4525, -9.32698, 1)
λ_2≈2.09423	w2=1.44715 wo	v_2≈(5.33, -0.50223, -5.28268, 1)
λ_3≈0.73376	w3=0.08566 wo	v_3≈(-1.99104, -2.52112, -1.20129, 1)
λ_4≈0.06301	w4=0.25102 wo	v_4≈(0.29468, 0.5708, 0.81095, 1)

con wo=sqrt(k/m)

Comentario:
Punto 1: 0.1

La matriz no corresponde al problema simétrico.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Punto 2: 0.3

Punto 3: 0.3

Los vectores deben estar normalizados.

Pregunta **3**

Finalizado

Puntúa 0,40 sobre 1,00

Las ecuaciones del movimiento de un proyectil de masa m sujeto a una fuerza de rozamiento lineal son:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt}$$
$$m\frac{d^2y}{dt^2} = mg - b\frac{dy}{dt}$$

Resolver las ecuaciones y encontrar el alcance del proyectil si $\frac{b}{m} = 0.5$ s^{-1}, con las condiciones iniciales $v_{xo} = v_o$ y $v_{yo} = v_o$, con $v_o = 1, 2, \ldots, 10$ m/s

1. Presentar la subrutina en la que se implementa el método de resolución de las ecuaciones. (0.2 pts).
2. Presentar la parte del código que encuentra el alcance del proyectil. (0.2 pts).
3. Presentar un gráfico del alcance del proyectil en función de v_o. (0.6 pts)

1.

```
void eulerm (double & x, double & vx, double & y, double & vy,int i)
{
 double a1, a2;
 double bm, g;
 bm=0.3;
 g=9.81;
 a1= -bm*vx;
 vx = vx+a1*dt;
```

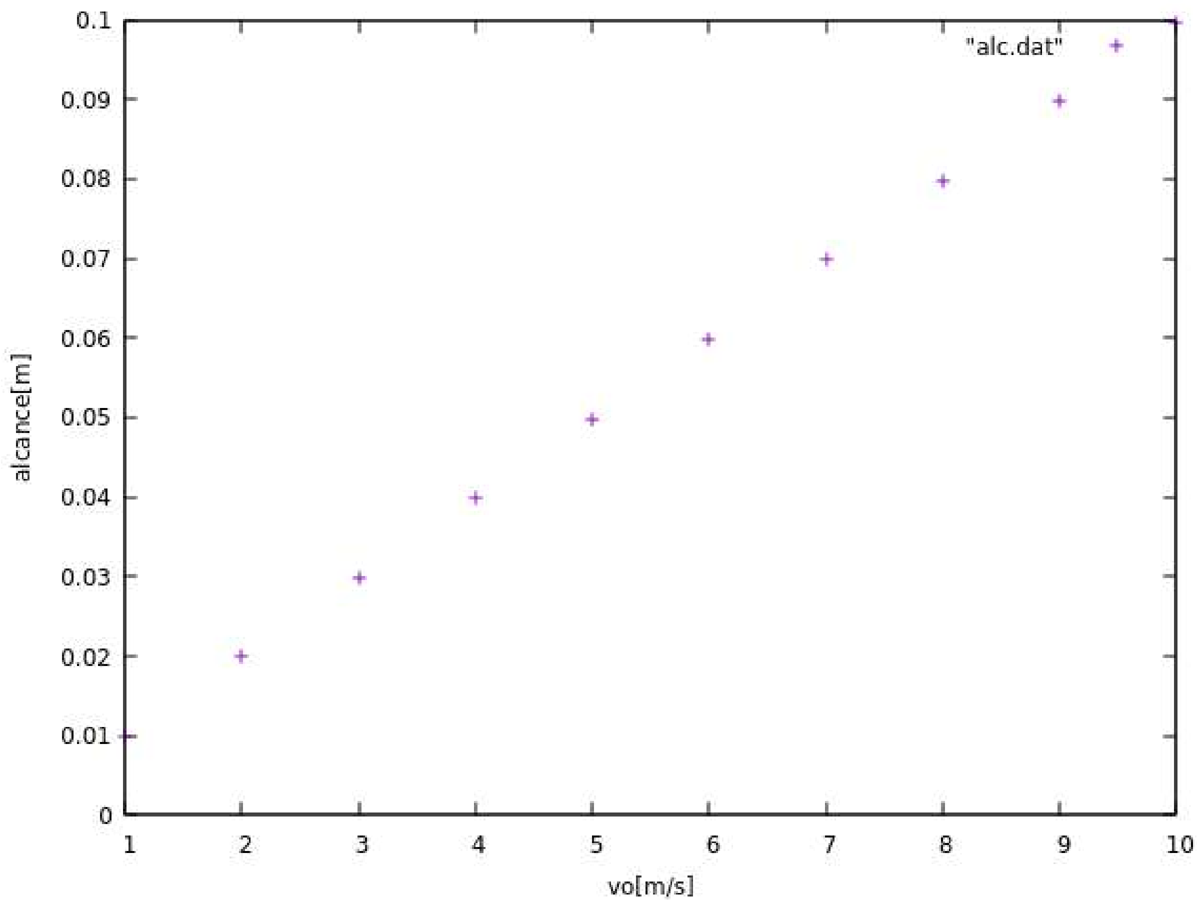
```
 a2= -g-bm*vy;
 vy = vy+a2*dt;
 x = x+vx*dt;
 y = y+vy*dt;
}
```

2.

la variable flag se inicializa como true en el main()

```
void alcance(bool & flag,double x1, double x2,double & max)
{
 if(flag)
 {
  if(x1*x2<=0)
  {
    flag=false;
    max=(x2-x1)/2; //una mejor estimacion para el alcance, es el punto medio entre los puntos
  }
 }
}
```

3.



Comentario:
Punto 1: 0.15

Valor incorrecto de q.

Punto 1: 0.15

La expresión presentada no calcula el punto medio.

Punto 3: 0.1

Gráfico incorrecto. Valores incorrectos del alcance.

Pregunta **4**

Finalizado

Puntúa 1,00 sobre 1,00

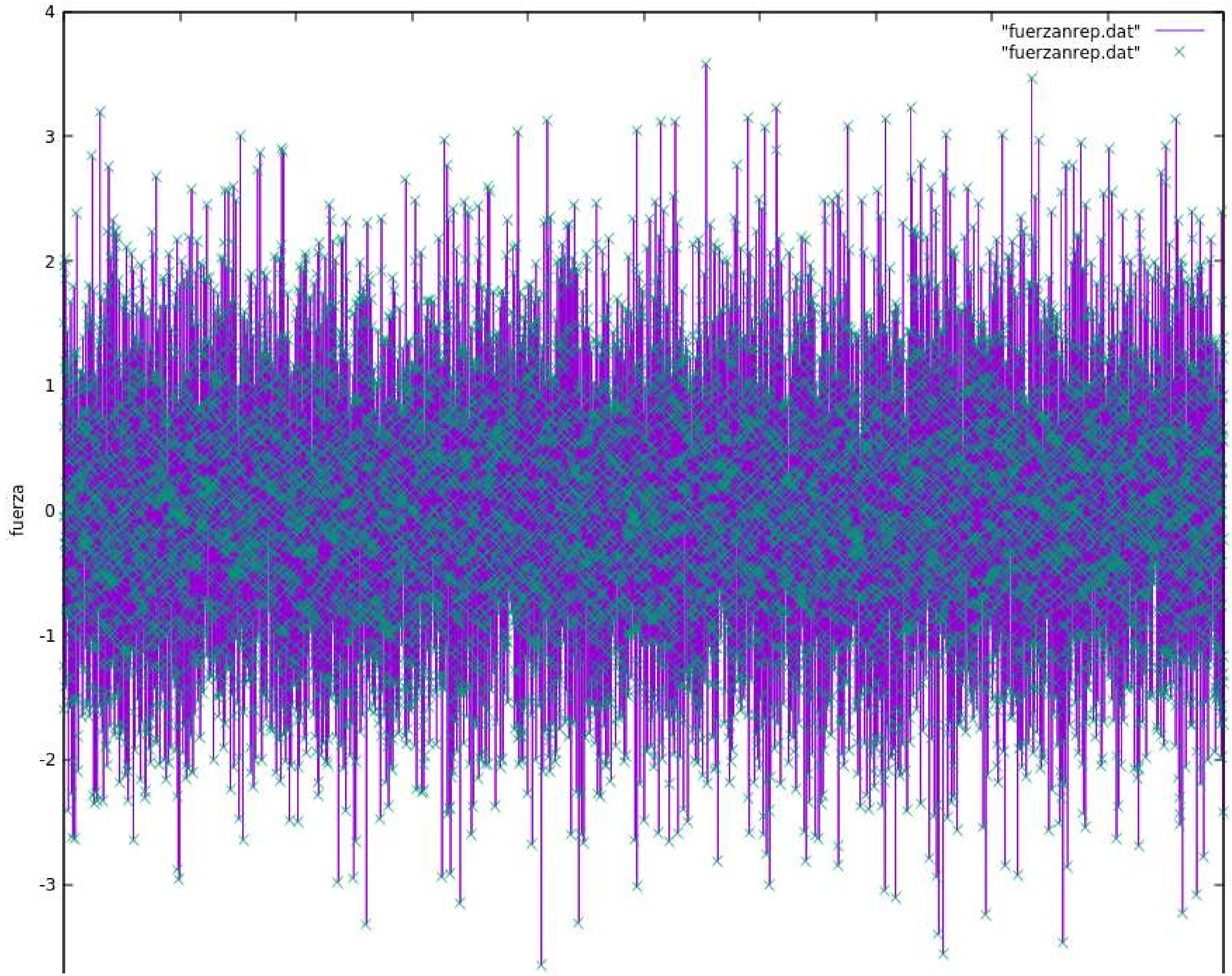
La ecuación del movimiento de una partícula en un medio viscoso sujeta a una fuerza estocástica $\mathcal{F}$ es

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.1\frac{dx}{dt} + x = \mathcal{F}$$

Considerar que los valores $\mathcal{F}$ cada 0.01 segundos están dados en el archivo "fuerzan.dat"

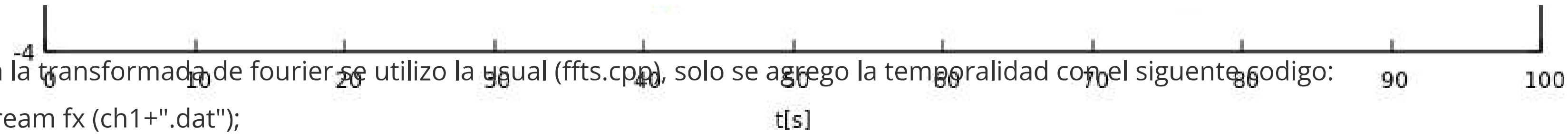
1. Presentar un gráfico con la evolución temporal de la fuerza (**0.2pts**)
2. Presentar el la parte del código utilizada para generar la transformada de Fourier de la fuerza. (**0.3 pts**)
3. Presentar un gráfico para $x(t)$ en el estado estacionario. (**0.5pts**).

1.



"fuerzanrep.dat"
"fuerzanrep.dat"
fuerza
4
3
2
1
0
-1
-2
-3

2.

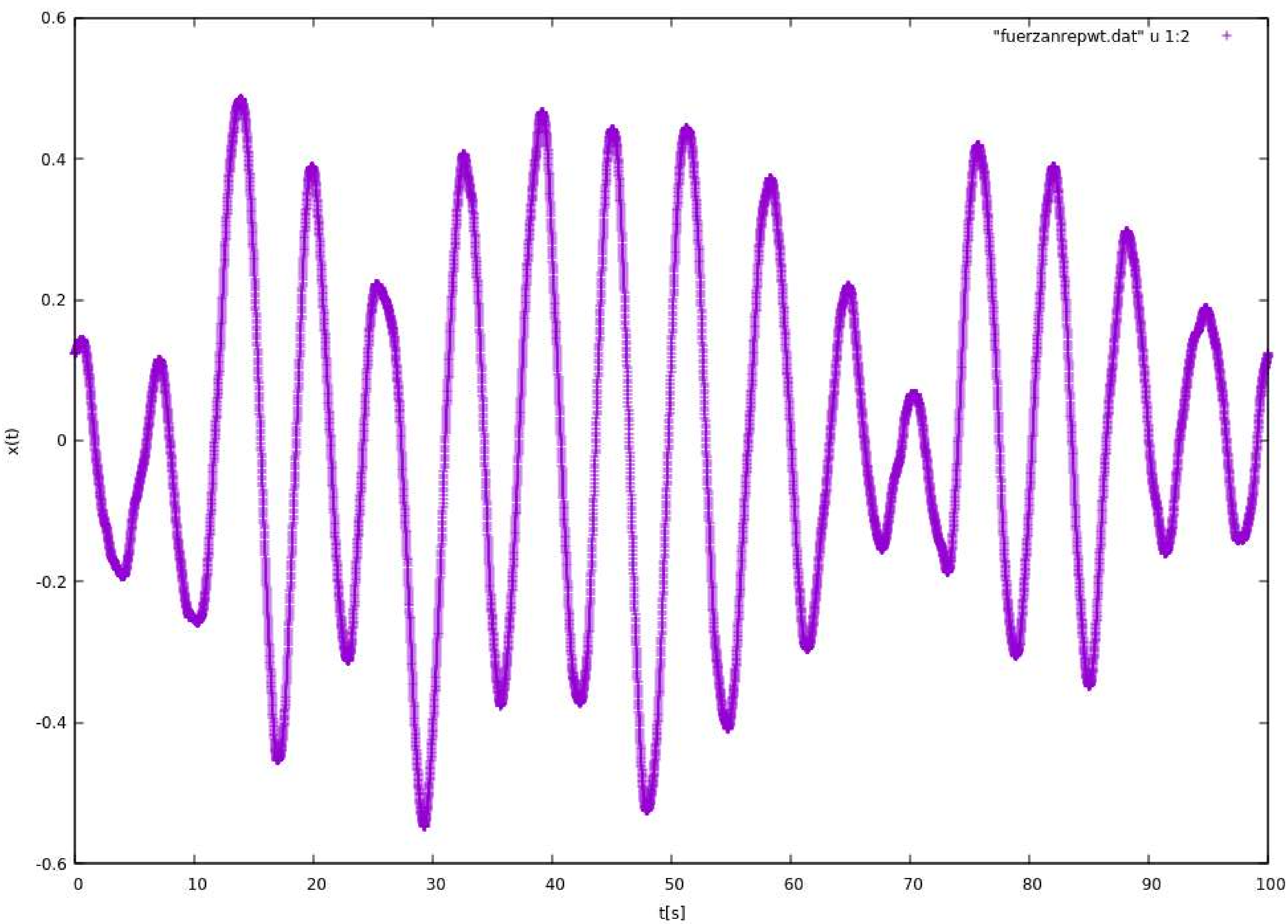


Para la transformada de fourier se utilizo la usual (ffts.cpp), solo se agrego la temporalidad con el siguente codigo:

```
ifstream fx (ch1+".dat");
ofstream gw (ch1+"rep.dat");

ofstream gww (ch1+"repw.dat");
N=0;
while(getline(fx,line) )
{
 N++;
}
fx.clear();
fx.seekg(0, ios::beg);
for ( int j = 0; j < N; j++ )
{
 fx>>f;
 gw<<0.01*j<<" "<<f<<endl;
}
}
...
...
int main(){
...
dft(N,gw,gww);
...
}
```

3.


"fuerzanrepwt.dat" u 1:2
x(t)
t[s]
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

Comentario:
Punto 1: 0.2

Punto 2: 0.3

Punto 3: 0.5

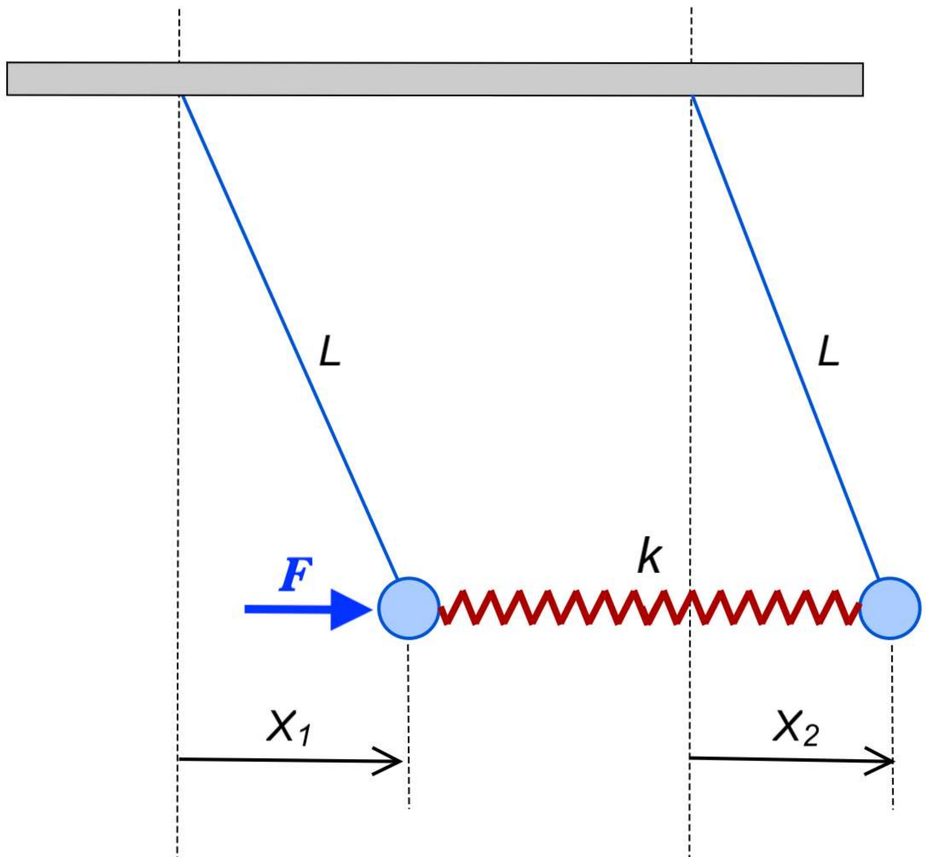
Gráfico incorrecto.

Pregunta **5**

Finalizado

Puntúa 0,90 sobre 2,00

Considerar un sistema formado por dos péndulos acoplados según se muestra en la figura. Los péndulos realizan oscilaciones pequeñas y experimentan fuerzas de rozamiento lineales. Adicionalmente, una fuerza externa periódica de frecuencia ω se aplica a la masa 1.



Las ecuaciones del movimiento son:

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2} = -b\frac{dx_1}{dt} - m\frac{g}{L}x_1 + k(x_2 - x_1) + F\cos\omega t$$

$$m\frac{d^2x_2}{dt^2} = -b\frac{dx_2}{dt} - m\frac{g}{L}x_2 + k(x_1 - x_2)$$

Simular la dinámica del sistema para un tiempo de $20\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ con las condiciones iniciales $x_1 = 0$, $x_2 = 0.1L,\ \dot{x}_1 = 0$ y $\dot{x}_2 = 0$. Utilizar unidades reducidas (L: unidad de longitud y $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$: unidad de tiempo). Simular para $\omega = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$ y $q = \frac{b}{m} = 0.5$

1. Presentar las ecuaciones en unidades reducidas.
2. Presentar el código que resuelva el sistema de ecuaciones
3. Presentar un gráfico de x_1 y x_2 en función del tiempo
4. Presentar el espectro de frecuencias de x_1 en términos de la frecuencia $\sqrt{\frac{k}{m}}$

1. a1= -bm*vx-x*(1/g+1)+y+F*cos(2*dt);
   a2= -bm*vy-y*(1/g+1)+x;

2. tomando x1=x y x2=y

```
void eulerm (double & x, double & vx, double & y, double & vy,int i)
{
 double a1, a2;
 double bm, g;

 bm=0.5;
 g=9.81;
 F=1;

 a1= -bm*vx-x*(1/g+1)+y+F*cos(2*dt);
 a2= -bm*vy-y*(1/g+1)+x;
vx = vx+a1*dt;
vy = vy+a2*dt;
 x = x+vx*dt;
 y = y+vy*dt;
}
```

Comentario:
Punto 1: 0.4

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} = -\frac{b}{m}\frac{dx_1}{dt} - gx_1 + 4\pi^2(x_2 - x_1) + \frac{F}{m}\cos\omega t$$
$$\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\frac{b}{m}\frac{dx_2}{dt} - gx_2 - 4\pi^2(x_2 - x_1)$$

Punto 2: 0.5