

# Laboratório de Princípios de Comunicação para Engenharia Simulação do Modulador e Demodulador FM Usando GNU Radio

Christian França Gonçalves, Joselito Prado Marques da Silva

Matrícula: 170120350; 140023704

Programa de Graduação em Engenharia Eletrônica, Faculdade Gama

Universidade de Brasília

Gama, DF, Brasil

## I. INTRODUÇÃO

A modulação em frequência (FM) é uma técnica que insere informações em uma onda portadora alterando sua frequência. Como uma forma de modulação angular, juntamente com a modulação em fase (PM), a FM ajusta a frequência da onda portadora conforme o sinal de informação. Uma vantagem significativa dessa técnica é sua maior resistência a ruídos e interferências, pois a informação está na frequência, que é menos propensa a distorções comparadas à amplitude.

A equação 1 apresenta a formulação matemática da modulação em frequência, onde  $u(t)$  representa o sinal modulado,  $A_c$  é a amplitude da onda portadora,  $f_c$  é a frequência da portadora,  $t$  é a variável temporal e  $\phi(t)$  é a função contendo a informação.

$$u(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \quad (1)$$

## II. OBJETIVO

O propósito deste relatório é estudar e implementar a modulação por frequência - *Frequency Modulation* (FM) utilizando as técnicas de modulação e demodulação FM no *software* GNU Radio.

A modulação será realizada usando um Oscilador Controlado por Voltagem (VCO), empregará um conversor FM-AM e um bloco de detecção de envelope para recuperar o sinal original.

Espera-se obter os seguintes sinais no tempo: sinal original, sinal modulado, sinal convertido de FM para AM e o sinal demodulado. No domínio da frequência, serão analisados os espectros dos sinais da conversão FM-AM, original e demodulado.

## III. OBJETIVO

O propósito deste relatório é estudar e implementar a modulação por frequência - *Frequency Modulation* (FM) utilizando as técnicas de modulação e demodulação FM no *software* GNU Radio.

A modulação será realizada usando um Oscilador Controlado por Voltagem (VCO), empregará um conversor FM-AM e um bloco de detecção de envelope para recuperar o sinal original.

Espera-se obter os seguintes sinais no tempo: sinal original, sinal modulado, sinal convertido de FM para AM e o sinal demodulado. No domínio da frequência, serão analisados os

espectros dos sinais da conversão FM-AM, original e demodulado.

## IV. OBJETIVO

O propósito deste relatório é estudar e implementar a modulação por frequência - *Frequency Modulation* (FM) utilizando as técnicas de modulação e demodulação FM no *software* GNU Radio.

A modulação será realizada usando um Oscilador Controlado por Voltagem (VCO), empregará um conversor FM-AM e um bloco de detecção de envelope para recuperar o sinal original.

Espera-se obter os seguintes sinais no tempo: sinal original, sinal modulado, sinal convertido de FM para AM e o sinal demodulado. No domínio da frequência, serão analisados os espectros dos sinais da conversão FM-AM, original e demodulado.

## V. OBJETIVO

O propósito deste relatório é estudar e implementar a modulação por frequência - *Frequency Modulation* (FM) utilizando as técnicas de modulação e demodulação FM no *software* GNU Radio.

A modulação será realizada usando um Oscilador Controlado por Voltagem (VCO), empregará um conversor FM-AM e um bloco de detecção de envelope para recuperar o sinal original.

Espera-se obter os seguintes sinais no tempo: sinal original, sinal modulado, sinal convertido de FM para AM e o sinal demodulado. No domínio da frequência, serão analisados os espectros dos sinais da conversão FM-AM, original e demodulado.

## VI. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Modulações angulares podem ser realizadas variando tanto a frequência quanto a fase de uma onda senoidal. Quando a frequência varia, tem-se uma modulação em frequência (FM) e quando a fase varia, tem-se uma modulação por fase (PM).

Na modulação em frequência, a variação da frequência é dada pela derivada de  $\phi(t)$ , resultando na frequência instantânea mostrada na Equação 2 [1]:

$$f_i(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) \quad (2)$$

E a variação da frequência é expressa como:

$$f_i(t) - f_c = k_f m(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) \quad (3)$$

Onde  $m(t)$  a mensagem original a ser modulada e  $k_f$  é a sensibilidade da frequência, relacionando a amplitude do sinal modulador com a variação da frequência da portadora [1].

Para gerar o sinal modulado, é importante entender como  $\phi(t)$  é composto:

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \quad (4)$$

Ao partir da expressão geral de uma modulação angular, Equação 1, e detalhar a composição da expressão de  $\phi(t)$ , chega-se a uma expressão, Equação 5, que generaliza um sinal modulado em frequência; na qual encontram-se parâmetros como frequência da portadora e da mensagem, amplitude do sinal e uma constante  $\beta_f$ .

Partindo da expressão geral de uma modulação angular Equação 1 e detalhando  $\phi(t)$ , chega-se à expressão que generaliza um sinal modulado em frequência:

$$u(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta_f \sin(2\pi f_m t)) \quad (5)$$

A constante  $\beta_f$ , índice de modulação, sintetiza a relação entre a sensibilidade da frequência, a amplitude  $a$  da mensagem original e a frequência da mensagem. Essa relação é mostrada abaixo:

$$\beta_f = \frac{k_f a}{f_m} = \frac{k_f \max[|m(t)|]}{W} \quad (6)$$

Sendo  $a$ , o maior valor para o módulo de  $m(t)$  e  $W$ , a largura de banda para  $m(t)$ .

Para um sinal senoidal, a equação geral pode ser expressa usando a relação de Euler [1]:

$$u(t) = \text{Re}(A_c e^{j2\pi f_c t} e^{j\beta_f \sin 2\pi f_m t}) \quad (7)$$

Como  $\sin(2\pi f_m t)$  é periódico, é possível obter uma representação desse sinal por uma expansão por série de *Fourier*, de forma que os coeficientes da série são obtidos por uma integral específica, denominada de função de *Bessel* de primeira espécie de ordem  $n$  [1].

Usando a função de Bessel de primeira espécie de ordem  $n$ , podemos representar o sinal modulado:

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos(2\pi(f_c + n f_m)t) \quad (8)$$

Expressar um sinal modulado em frequência através da função de *Bessel*, Equação 8, permite que se infira que há a presença de harmônicas, embora as amplitudes de harmônicas maiores tenham menor peso [1].

### A. Modulação FM

Um método para a geração de um sinal FM é utilizar um VCO (Oscilador Controlado por Voltagem), no qual a frequência é alterada em função da tensão de entrada [1]. Quando a tensão é nula, o oscilador gera uma onda senoidal de frequência  $f_c$ ; e conforme a tensão muda, a frequência muda de acordo com a tensão. O comportamento do VCO pode ser visualizado pela Equação 3, no qual quando  $m(t)$  é nulo, a frequência será a  $f_c$  e conforme o valor de  $m(t)$  é alterado, o valor para a frequência instantânea,  $f_i(t)$  também é variada.

### B. Demodulação FM

Demoduladores de sinais modulados em frequência são implementados convertendo o sinal modulado em um sinal AM (Modulado por Amplitude) [1], cuja amplitude varia em função da frequência instantânea do sinal modulado. Para realizar essa conversão, utiliza-se uma faixa de banda na qual a resposta em frequência possui um comportamento aproximadamente linear, de forma que a variação em frequência consiga gerar uma variação em amplitude, de forma linear, conforme a Figura 1.

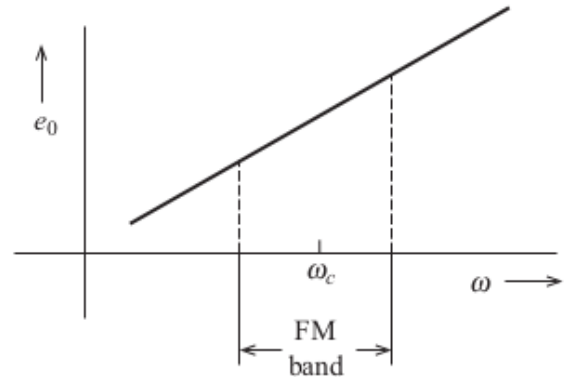


Figura 1: Resposta em frequência de um demodulador FM.

Sendo o sinal a ser demodulado uma junção das equações 1 e 4

$$u(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau) \quad (9)$$

É possível, ao utilizar um diferenciador ideal [2], obter a seguinte resposta:

$$u'(t) = \frac{d}{dt} \left\{ A_c \cos \left[ 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right] \right\} \quad (10)$$

Cujo diferencial se torna:

$$u'(t) = A_c [2\pi f_c + k_f m(t)] \sin \left[ 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right] \quad (11)$$

Dessa forma, é possível verificar na Equação 11 o envelope  $A[2\pi f_c + k_f m(t)]$  controlando a amplitude do sinal senoidal

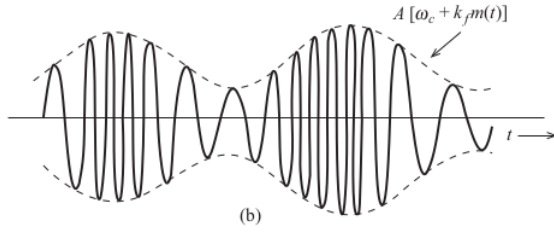


Figura 2: Saída do sinal FM em um diferenciador.

[2]. A Figura 2 explicita a presença do envelope obtido pela diferenciação.

Com a obtenção do envelope, ou seja, após a conversão do sinal FM em um AM, é possível utilizar um demodulador AM para que se obtenha a estimativa do sinal original.

## VII. METODOLOGIA

A pré configuração estabelecida para a modulação e demodulação FM consiste no  $K_f = 100$  até 10.000 à passos de 100, criação das variáveis  $samp_{rate} = 200.000$ ,  $f_m = 1.000$ ,  $f_c = 10.000$  e  $f_{deri} = 10.000$ , conforme Figura 3.

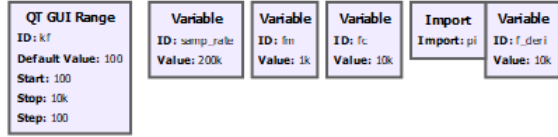


Figura 3: Criação e configuração das variáveis.

### A. Modulador FM

Na modulação FM, foi criado um sinal cosseno de amplitude 1 e frequência  $f_m$  através do bloco *signal source*, passando pelo bloco *Moving Average* no qual é utilizado para calcular a média móvel do sinal de entrada, facilitando a detecção de tendências ou a redução de ruído. Sua escala foi calculada através da equação 12.

$$Scale = \frac{samp_{rate}}{2 \cdot f_m \cdot 1024} \quad (12)$$

Após isso, o sinal é multiplicado pela constante  $K_f$ , adicionado a constante  $f_c$ , passando pelo bloco *Throttle* ajustando o processamento do computador para a simulação. E por fim, utilizando o bloco *VCO (Voltage Controlled Oscillator)* para controlar a amplitude da onda através da amplitude do sinal de entrada, com uma sensibilidade de  $2\pi$ , conforme Figura 4.

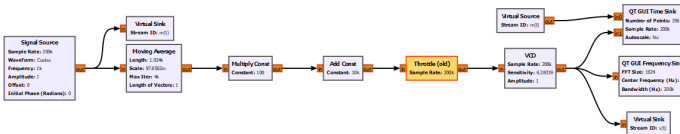


Figura 4: Sinal modulado em frequência.

### B. Demodulador FM

A demodulação de um sinal FM se inicia com o passo descrito pela Equação 9, onde a mensagem é obtida através da derivação do sinal recebido. Dessa forma, a mensagem é replicada para a amplitude do sinal. Esse processo é uma transformação do sinal FM em AM. Esse processo foi implementado no *GNU Radio* conforme Figura 5.

O bloco *High Pass Filter*, que realiza a função de um filtro passa-altas, foi escolhido para realizar a limitação da banda explicitada na Figura 1. Dessa forma, para uma conversão bem sucedida, deve-se escolher parâmetros como frequência de corte e largura de transição adequadamente. A frequência de corte influenciará na banda que será rejeitada e qual banda será passada. Assim, escolheu-se uma frequência de corte de  $10kHz$ , devido à frequência da mensagem modulada. Além disso, a largura de transição foi de  $100Hz$ , para que o filtro performe bem na atenuação.

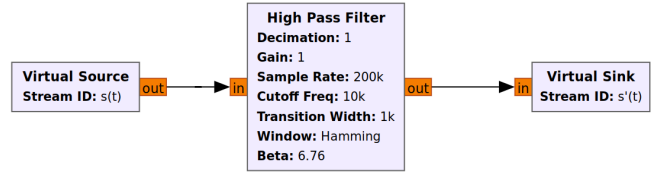


Figura 5: derivação do sinal FM

Uma vez que a conversão foi realizada, utiliza-se as técnicas de demodulação de um sinal AM. Neste caso, multiplica-se o sinal por ele mesmo, a fim de que o sinal volte à banda base. Essa operação é realizada utilizando o bloco *Multiply*. Posteriormente, é realizada uma filtragem da banda base, com o bloco *Low Pass Filter*. Assim, novamente os parâmetros de um filtro devem ser escolhidos de forma adequada. A frequência de corte deve ser aquela próxima à frequência da mensagem e a largura de transição deve ser escolhida de forma que bandas ou componentes adjacentes sejam excluídas. Assim, a frequência de corte foi  $1kHz$  e a banda de transição  $100Hz$ . Esse bloco de operação pode ser visualizado na Figura 6.

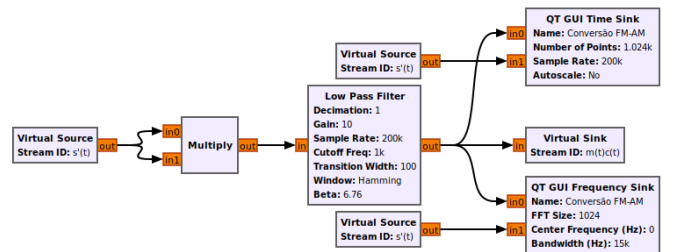


Figura 6: demodulação AM

Da mesma forma como ocorre com demodulações AM convencionais, deve-se rejeitar a influência da portadora antes de realizar a transformada inversa de *Fourier* para que o

signal volta ao domínio do tempo, e a mensagem possa ser interpretada. Assim, utiliza-se uma conversão do sinal para o domínio complexo, remove-se a componente DC,  $f = 0\text{Hz}$ , e se converte o sinal para o domínio real. Após esse processo, obtém-se o sinal estimado. Essas operações podem ser vistas na Figura 7.

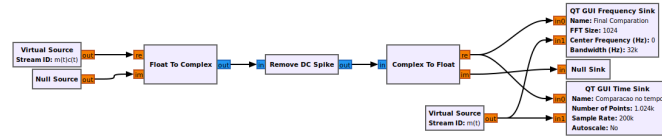


Figura 7: remoção de nível DC

## VIII. RESULTADOS

A mensagem original foi modulada em frequência, conforme parâmetros na Figura 4. Os sinais original e modulado podem ser visualizados na Figura 8. Observa-se que, na modulação em frequência, o sinal original é transformado em uma mensagem que é modulada através da variação da frequência.

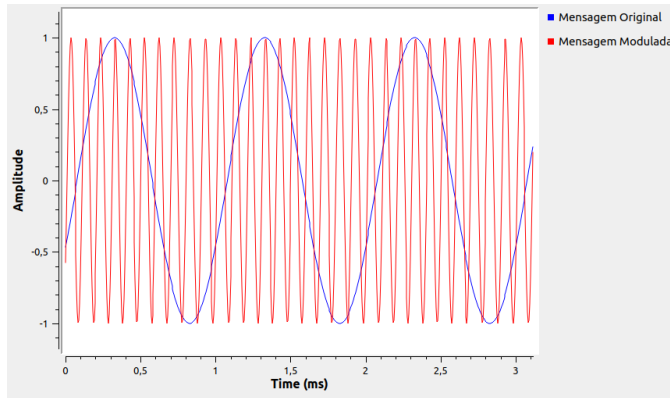


Figura 8: sinal original x modulado no tempo

A banda do sinal modulado, Figura 9, encontra-se utilizando uma largura pequena. Devido a isso, pouco se percebe a alteração da frequência no sinal modulado no domínio do tempo. Porém, conforme se altera o parâmetro  $k_f$ , é possível verificar a alteração da frequência com mais nitidez.

Ao se realizar a conversão FM-AM, o sinal modulado passa a variar em sua amplitude devido à derivada aplicada. Além disso, o sinal modulado é multiplicado por ele mesmo, realizando um deslocamento da banda do sinal para a base. Da mesma forma como em uma modulação AM, há a presença da componente da portadora, o sinal na banda base também se encontra com potência relacionada a portadora.

Na Figura 10, é possível ver no sinal derivado a alteração da amplitude do sinal e no sinal em banda base, a presença de um *offset* devido à portadora e um sinal mais próximo à mensagem original, também funcionando como um envelope da mensagem.

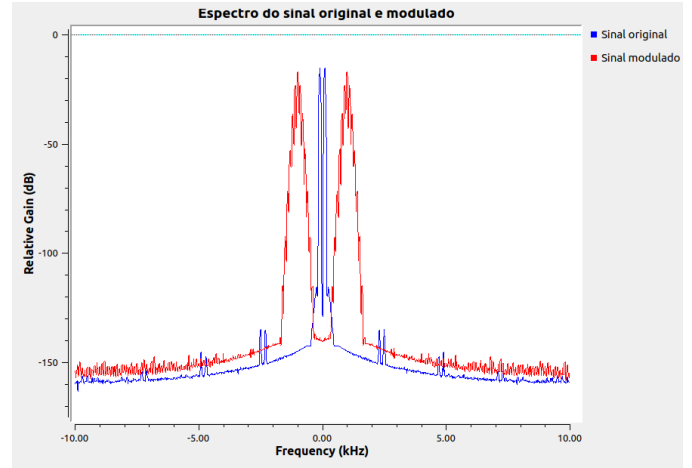


Figura 9: espectro do sinal original x modulado

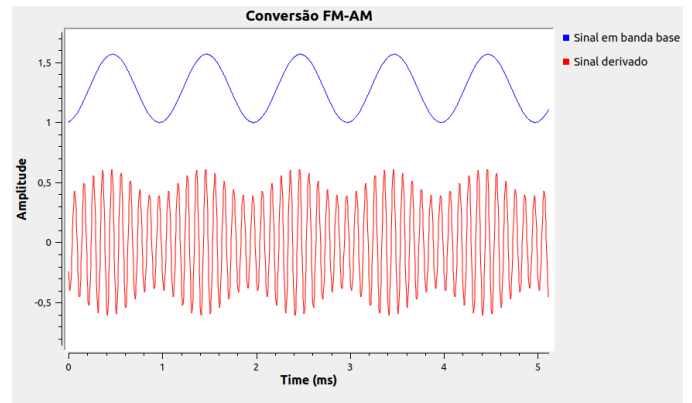


Figura 10: conversão FM-AM

O produto do sinal derivado por ele mesmo desloca a banda para a banda base. Na Figura 11, fica evidente esse deslocamento.

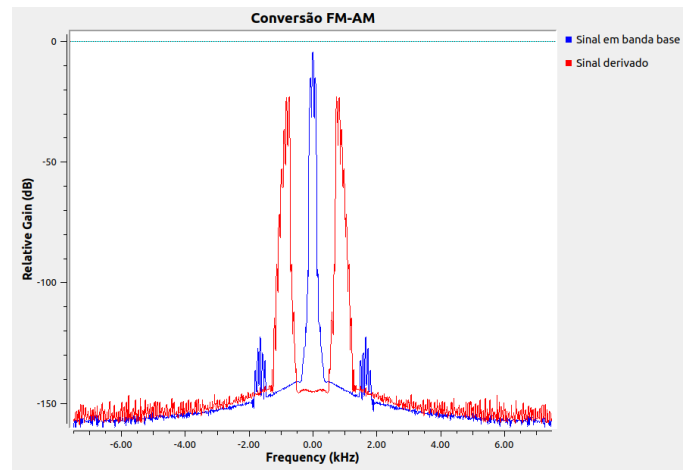


Figura 11: espectro do sinal derivado e da banda base

Após a conversão do sinal FM em AM, realiza-se uma demodulação AM no sinal. Ou seja, aplica-se um filtro passa-

baixas para isolar a banda base. Dessa forma, obteve-se uma mensagem estimada que se assemelha à mensagem original, Figura 12.

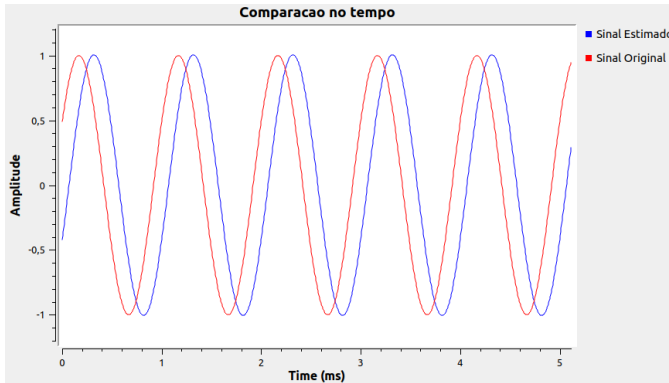


Figura 12: sinal original e estimado no tempo

O espectro do sinal original e do demodulado se encontram bastante semelhantes após a demodulação. Atenuação das componentes adjacentes podem ser otimizadas com a otimização dos parâmetros de filtragem escolhidos para o procedimento.

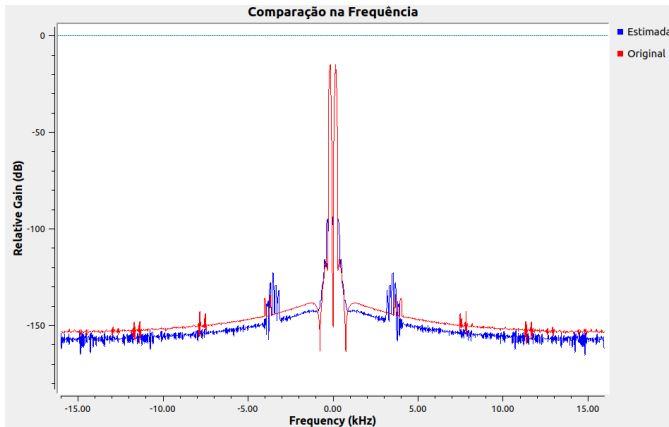


Figura 13: espectros do sinal original e demodulado

## IX. CONCLUSÃO

Um modulator FM foi implementado com o desenvolvimento de um bloco VCO no *software GNU Radio*. Para a demodulação do sinal, desenvolveu-se um conversor FM-AM, e, posteriormente, um detector de envelope.

A variação do sinal FM, que modula um sinal através da variação da frequência, se mostrou efetiva ao implementar o oscilador controlado por voltagem. O sinal modulado no tempo obteve um comportamento desejado e o seu espectro também, centrado em uma frequência da portadora e uma banda que é ampliada para suas adjacências, como se espera de uma modulação FM.

Para a demodulação, o conversor FM-AM se mostrou eficiente para a obtenção da mensagem na amplitude do sinal modulado. O deslocamento do espectro para a banda base finalizou o processo de conversão, obtendo um sinal que detecta o envelope da mensagem.

Dessa forma, pode-se implementar um conjunto completo de criação de um sinal, sua transmissão, recepção e consequente demodulação, obtendo um sinal estimulado semelhante ao original.

Com essa simulação, foi possível aprofundar o conhecimento sobre cada bloco que é utilizado em uma modulação em frequência e entender de forma iterativa, com resposta em tempo real, a influência de parâmetros que compõe cada sub-bloco desse sistema.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. G. Proakis and M. Salehi, *Communication Systems Engineering*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, August 2001.
- [2] B. Lathi and Z. Ding, *Modern Digital and Analog Communication Systems*, ser. Oxford series in electrical and computer engineering. Oxford University Press, 2019. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=KZpnsWEACAAJ>