

Sinais e Sistemas - 2024/01
Prova Quatro - Computacional

Joselito Prado Marques da Silva

Matrícula: 140023704

Programa de Graduação em Engenharia Eletrônica, Faculdade Gama
Universidade de Brasília
Gama, DF, Brasil

I. INTRODUÇÃO

A disciplina Sinais e Sistemas visa apresentar conceitos e formulação matemática para o entendimento de sinais; sejam eles unidimensionais ou multidimensionais.

A teoria de análise de sistemas, especialmente os lineares, é aplicada no contexto da engenharia para proporcionar uma base teórica e prática para operações realizadas por sistemas. Isso inclui a manipulação de sinais digitais utilizando ferramentas computacionais e a análise de sistemas tanto em tempo contínuo quanto discreto para extrair parâmetros relevantes.

O enfoque é fixar conceitos e metodologias que possibilitem estudos avançados em áreas como Princípios de Controle e Telecomunicações, e Processamento Digital de Sinais, incluindo processamento de imagens e compressão e codificação de sinais e vídeos.

Assim, essa prova visa a consolidação do conteúdo aprendido de forma que processamento de sinais de ECG são realizados e representações gráficas são feitas para a comprovação da teoria posta em prática.

II. OBJETIVO

- 1) Carregar um sinal de ECG em formato *.mat no Octave e plotar o sinal original.
- 2) Adicionar ruído branco aditivo gaussiano ao sinal e plotar o resultado.
- 3) Aplicar filtros de média móvel de duas e cinco amostras ao sinal ruidoso, e plotar os sinais resultantes.
- 4) Comparar os resultados dos filtros e discutir as diferenças.
- 5) Calcular e plotar a Transformada Discreta de Fourier de um sinal dado, e analisar sinais subamostrados.
- 6) Realizar a convolução de sinais e comparar os resultados.
- 7) Aplicar convolução a um sinal, analisar o efeito no domínio da frequência e discutir o fenômeno observado.

III. METODOLOGIA

Um ambiente virtual foi criado no *Visual Studio Code*, no qual os seguintes pacotes e suas respectivas versões foram instalados para a realização do processamento:

- *contourpy* - 1.3.0
- *cycler* - 0.12.1
- *fonttools* - 4.53.1
- *kiwisolver* - 1.4.7
- *matplotlib* - 3.9.2

- *numpy* - 1.26.4
- *packaging* - 24.1
- *pillow* - 10.4.0
- *pip* - 22.0.2
- *pyparsing* - 3.1.4
- *python-dateutil* - 2.9.0.post0
- *scipy* - 1.14.1
- *setuptools* - 59.6.0
- *six* - 1.16.0

IV. QUESTÃO 01

A primeira questão da prova considera a utilização de um sinal de eletrocardiografia (ECG) disponibilizado pelo Goldenberg no *site* Goldenberg [1]; a partir do qual se extraiu uma janela de um minuto, de dois canais. Porém, para a execução do processamento, optou-se por utilizar o primeiro canal do sinal, denominado de MLII.

O sinal de ECG obtido pelo arquivo *.mat* foi importado via codificação em *Python*. Informações adicionais acerca do sinal como taxa de amostragem, duração da amostra, variável onde o sinal se localiza, tamanho do vetor, nome do canal, ganho aplicado ao sinal, nível de quantização e unidade de medida foram obtidas através do arquivo *118e00m.info*. As informações de ganho de 200 e do *offset* de 1024 podem ser utilizadas para a conversão desses sinais para os níveis de tensões obtidos na aquisição dos sinais. Porém, optou-se por utilizar nessa prova os sinais no formato como foi obtido.

Um sinal de ECG é composto por repetições de um sinal de um mesmo formato. Variações de período do ciclo e de segmentos podem ocorrer em função de diversos fatores externos e internos ao corpo.

Devido a isso, apesar do sinal trabalhado ter a duração de 1 minuto, as representações gráficas para a questão 01 foram feitas utilizando um janelamento de 10 segundos para que se pudesse observar melhor a influência de cada etapa de processamento realizada no sinal, de forma que ciclos do sinal de ECG estejam claramente visíveis.

Além disso, os gráficos no domínio do tempo para a questão 01 utilizam a unidade de medida bruta obtida após todo o processamento de conversão analógico digital. Assim, os valores informados não se encontram em mV.

A. Item a

Inicialmente, obteve um janelamento do sinal em função do tempo em segundos.

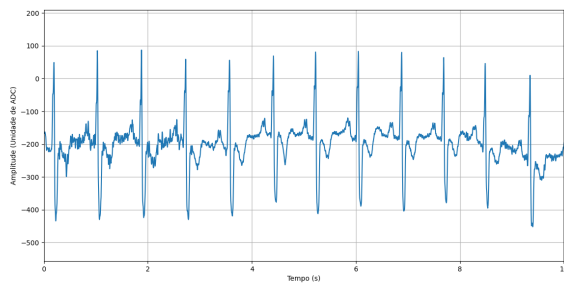


Figura 1: janelamento de 10 segundos do sinal original de ECG

Na Figura 1, pode-se visualizar com clareza ciclos característicos de um sinal de ECG.

B. Item b

Ao sinal visto na Figura 1, acrescentou-se um ruído branco gaussiano com relação sinal-ruído (SNR) de 12 decibéis (dB).

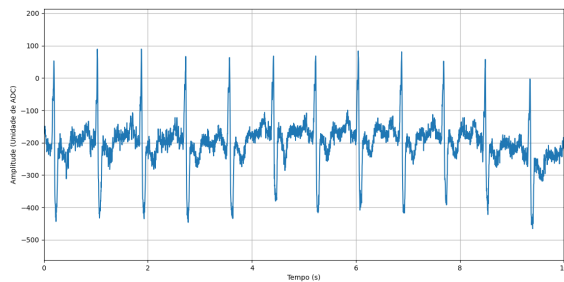


Figura 2: ruído branco gaussiano adicionado ao sinal original de ECG

Pode-se verificar na Figura 2 que o ruído adicionado ocasionou uma grande diferença no sinal,

C. Item c

A um sinal ruidoso, pode-se utilizar um filtro que realiza a média entre amostras vizinhas. Assim, neste item, utilizou-se uma média de duas amostras. O resultado pode ser visto na Figura 3.

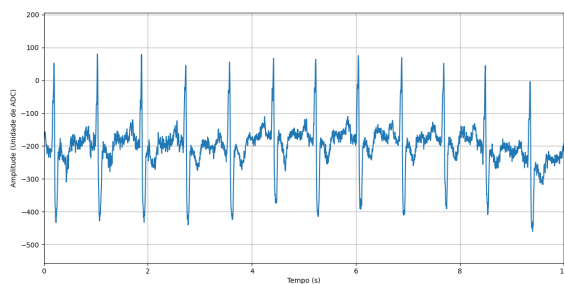


Figura 3: sinal filtrado por média móvel de duas amostras

Na Figura 3, observa-se uma melhora do sinal obtido. Isso aconteceu devido à utilização do filtro de médias. Isso aconteceu pois a tendência dos sinais adjacentes visa minimizar o efeito dos ruídos.

D. Item d

Como o sinal foi amostrado a uma taxa de amostragem adequada conforme os requisitos de *Nyquist*, até certo ponto, pode-se aumentar a quantidade de amostras utilizadas na média para minimizar os efeitos da presença de ruídos. Assim, aumentou-se a quantidade de amostras para 5.

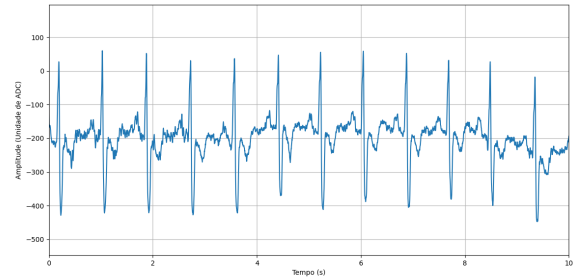


Figura 4: sinal filtrado por média móvel de cinco amostras

Na Figura 4, observa-se uma melhora do sinal obtido devido ao aumento de amostras utilizadas no cálculo da média.

E. Item e

Portanto, neste caso, o aumento de amostras utilizadas no cálculo de média causou uma melhora na minimização do efeito do ruído. Porém, deve-se ficar atento à utilização desse método pois dependendo da quantidade de amostras utilizadas, os sinais podem se tornar uniformes demais. Além disso, deve-se levar em conta qual o tipo de ruído que está presente no sinal para que se elenque uma técnica adequada de filtragem.

F. Item f

Para que se aprofunde na análise do efeito da aplicação de uma filtragem de média móvel em um sinal, outra ferramenta a ser utilizada é a Transformada Discreta de Fourier de Tempo Discreto, que possibilita a representação do sinal no domínio da frequência. Representações como magnitude e fase em função de frequências pode ser uma verificação eficiente para a validação da utilização desse tipo de filtro.

Dessa forma, obteve-se as representações em magnitude e fase para os dois casos de filtragem obtidos acima.

A Figura 5 representa a magnitude do sinal da Figura 3, ou seja, do sinal filtrado por média móvel de duas amostras.

Ao analisar a Figura 5, percebe-se que as frequências próximas à frequência máxima foram bastante atenuadas.

Já a representação da fase na Figura 6 permite observar que houve uma distorção na fase em duas frequências.

Ao analisar a Figura 7, observa-se que o filtro de média móvel de cinco amostras realizou uma atenuação da banda do sinal como um todo, gerando uma resposta linear.

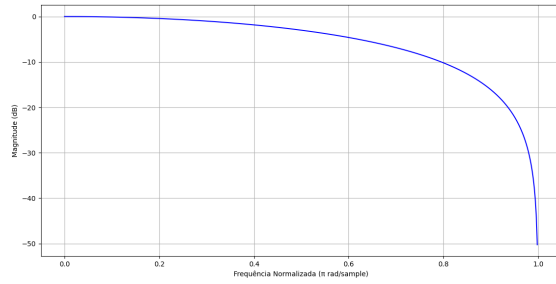


Figura 5: sinal filtrado por média móvel de cinco amostras

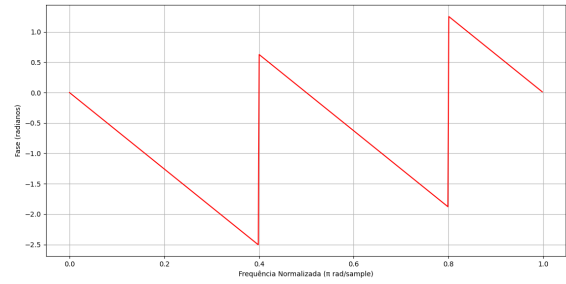


Figura 8: sinal filtrado por média móvel de cinco amostras

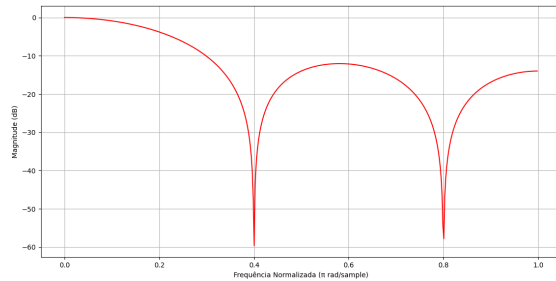


Figura 6: sinal filtrado por média móvel de cinco amostras

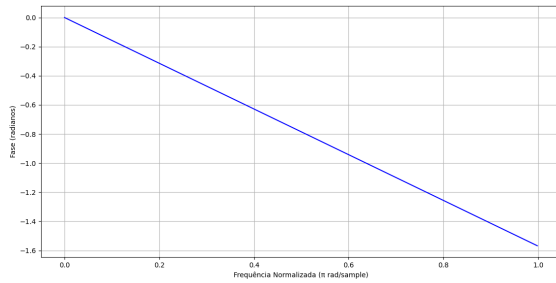


Figura 7: sinal filtrado por média móvel de cinco amostras

Em relação à defasagem do sinal, a filtragem de média móvel de cinco amostras introduziu uma resposta similar a um sinal dente de serra. Esse tipo de comportamento é obtido quando se aumenta a quantidade de amostras utilizadas em um filtro de média móvel.

V. QUESTÃO 02

Na segunda questão, um sinal $x[n]$ é dado conforme a expressão abaixo:

$$x[n] = \begin{cases} e^{-\frac{(0.1n)^2}{2}} & \text{se } |n| \leq 50 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Nas etapas seguintes, pretende-se analisar o efeito da subamostragem de um sinal observando a representação em magnitude e em fase dos sinais.

Subamostragem a cada duas, quatro e cinco amostras foram realizadas.

A Figura 9 contém a representação do sinal em magnitude na qual a amostragem foi feita de forma regular, ou seja, a cada valor de n .

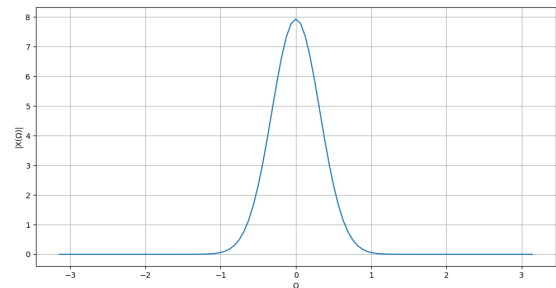


Figura 9: Magnitude para sinal amostrado

Na Figura 9, pode-se observar algumas características importantes desse sinal que serão modificados conforme a subamostragem é realizada, cada vez a uma taxa maior.

Portanto, deve-se atentar à amplitude alcançada por esse espectro e a banda alcançada pelo sinal.

Em relação à fase do sinal, deve-se ficar atento ao efeito que o *aliasing* provoca, focando nas descontinuidades abruptas existentes nessa representação.

Na Figura 11, percebe-se duas mudanças na magnitude do sinal quanto uma subamostragem de nível dois acontece, ou seja, quando uma amostra é descartada e a seguinte é utilizada, e assim por seguinte.

Percebe-se que a amplitude máxima do espectro decaiu pela metade. Em contrapartida, percebe-se que a banda do sinal

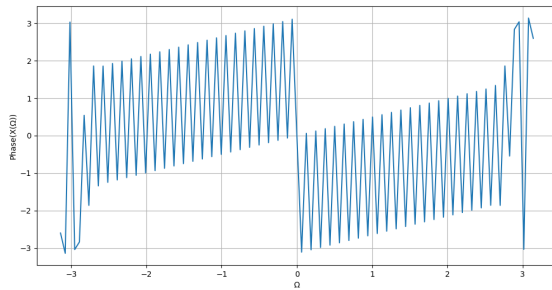


Figura 10: Fase para sinal amostrado

aumentou. Uma subamostragem diminui a taxa de amostragem utilizada, de forma prática ao analisar o sinal. Assim, uma compressão do espectro em relação à amplitude é vista. Além disso, distorções serão introduzidas em regiões do espectro nas quais um espectro invade o espectro adjacente. A partir disso, distorções do sinal são introduzidas.

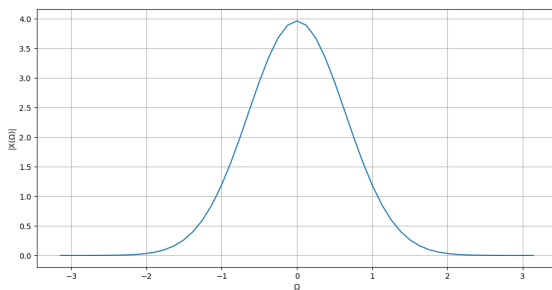


Figura 11: Magnitude para sinal subamostrado a $[2n]$

Outros efeitos da subamostragem de nível dois são visualizadas em relação à fase do sinal. Dessa forma, como se pode ver na Figura 12, a fase é afetada pela subamostragem visto que descontinuidades e distorções em frequências replicadas são vistas com mais intensidade.

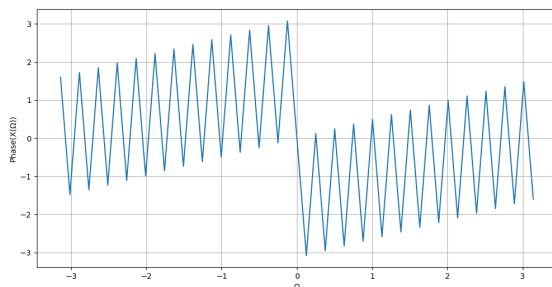


Figura 12: Fase para sinal subamostrado a $[2n]$

Ao se aumentar o nível da subamostragem, os efeitos citados acima devem se intensificar.

Conforme se encontra presente na Figura 13, ao dobrar o nível de subamostragem, de dois para quatro, o mesmo efeito de compressão do espectro em relação a amplitude ocorreu. A amplitude máxima caiu pela metade, enquanto o alcance da banda do espectro se expande. Isso ocorre devido à queda da taxa de amostragem efetiva utilizada nesse sinal, de forma que bandas adjacentes passam a interferir entre si, provocando o efeito que se chama *aliasing*.

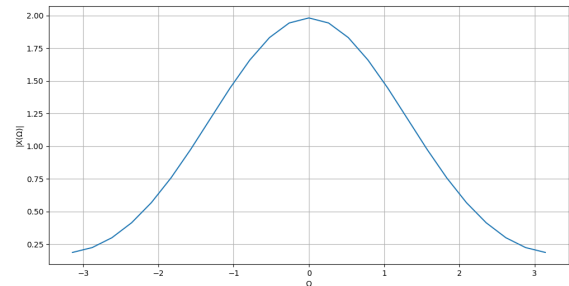


Figura 13: Magnitude para sinal subamostrado a $[4n]$

Além disso, o mesmo efeito visto na fase da subamostragem nível dois pode ser visualizado na Figura 14 (subamostragem de nível quatro). Assim, observa-se que as descontinuidades da fase se intensificaram, distorcendo ainda mais os sinais.

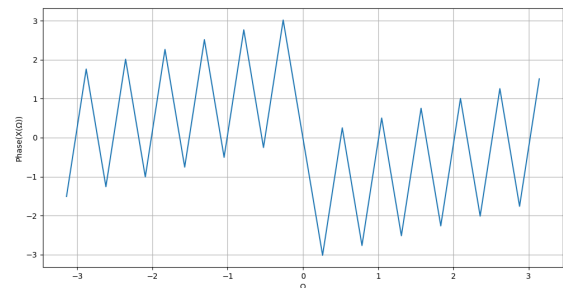


Figura 14: Fase para sinal subamostrado a $[4n]$

Ao final, tem-se uma subamostragem de nível cinco. Novamente, os efeitos elencados acima são vistos. Na Figura 15, pode-se observar a compressão do espectro em relação a amplitude e uma expansão do espectro ocasionada pelo fenômeno *aliasing*.

Por fim, os efeitos da subamostragem são novamente vistos na representação do sinal subamostrado em fase. Assim, as distorções se intensificaram mais ainda.

Portanto, as análises dessa questão possibilitaram visualizar os efeitos de uma subamostragem tanto na representação em magnitude quanto em fase. Além disso, esses efeitos podem ser explicados pela intensificação do *aliasing* produzido por uma taxa de amostragem cada vez menor, que realiza a aproximação de cópias de espectros adjacentes.

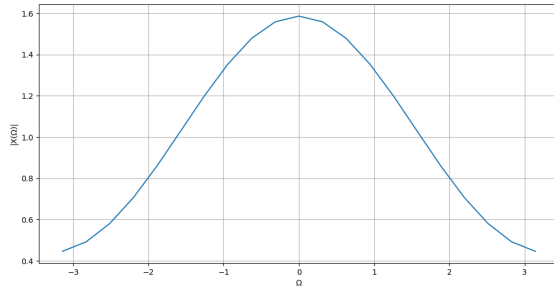


Figura 15: Magnitude para sinal subamostrado a $[5n]$

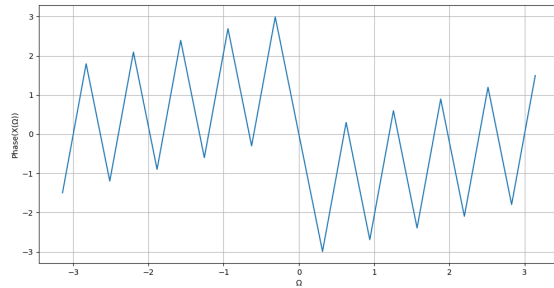


Figura 16: Fase para sinal subamostrado a $[5n]$

VI. QUESTÃO 03

A. Item A

O item A da questão três induz um teste da propriedade de comutatividade de uma operação de convolução. Assim, dois sinais foram definidos, e duas convoluções foram realizadas. A primeira foi realizada utilizando (x, h) e a segunda (h, x) . Em seguida, utilizou-se o método *stem* para a representação do resultado final dessas convoluções.

Na Figura 17, encontra-se a primeira convolução.

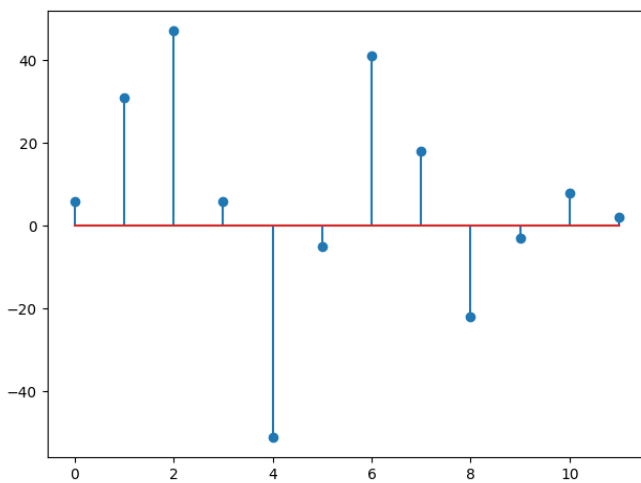


Figura 17: Convolução de (x, h)

Na Figura 18, encontra-se a convolução com a ordem dos argumentos alternada.

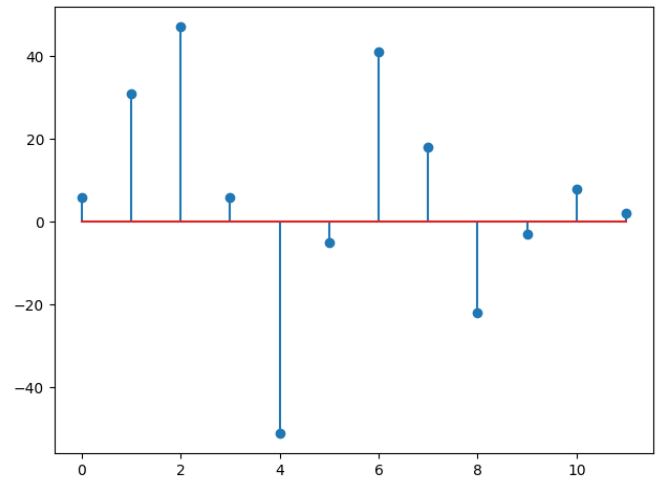


Figura 18: Convolução de (h, x)

Ao se comparar as Figuras 17 e 18, conclui-se que a propriedade de comutatividade se fez presente na operação de convolução, uma vez que ambos resultados foram correspondentes.

B. Item B

Quando a convolução é realizada utilizando as funções `conv()` em *Octave* ou `np.convolve()` em *Python*, os índices temporais de cada sinal não são levados em conta ao se realizar as convoluções. Isso acaba gerando conflitos de resultado pois ao não se considerar os índices de cada vetor de valores, o resultado terá como índice inicial o $n = 0$. Porém, dependendo dos índices dos vetores iniciais, essa convolução pode ter que ser deslocada no eixo temporal para que demonstre o verdadeiro resultado esperado.

Assim, criou-se um método que, diferente das funções convencionais acima que possuem como assinatura apenas os dois sinais de entrada, considera como argumentos 4 atributos: os dois vetores de sinais e os seus dois índices temporais. Como resultado final, obtém-se dois vetores: o resultado da convolução, obtida através das funções convencionais, e o vetor temporal. Dessa forma, o resultado dessa convolução será representado na posição temporal correta.

Na Figura 19, percebe-se que o resultado da convolução se mantém congruentes aos resultados obtidos anteriormente. Porém, ao se analisar o eixo temporal, verifica-se que o resultado se encontra deslocado para a esquerda. Esse deslocamento é explicado pelos vetores de índices temporais fornecidos ao método criado, que é capaz de atribuir um valor do resultado da convolução para o seu respectivo índice temporal.

C. Item C

No item C, inicialmente, encontram-se duas funções senoidais com frequências distintas porém harmônicas. Esses sinais são somados para que se forme a função $x[n]$.

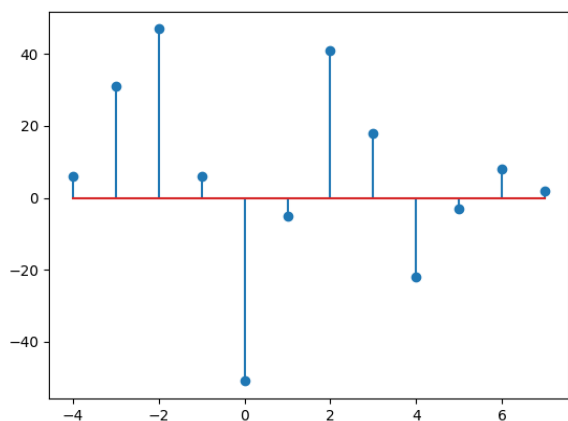


Figura 19: Convolução de (h, x) com localização temporal

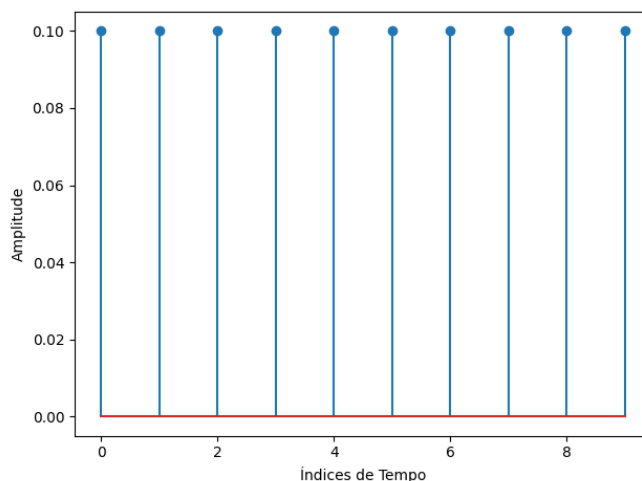


Figura 21: Filtro $h2[n]$ de média móvel com 10 amostras

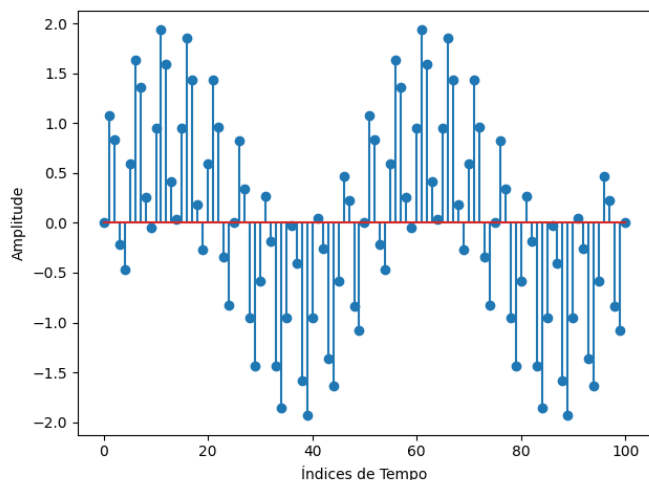


Figura 20: Sinal original $x[n]$

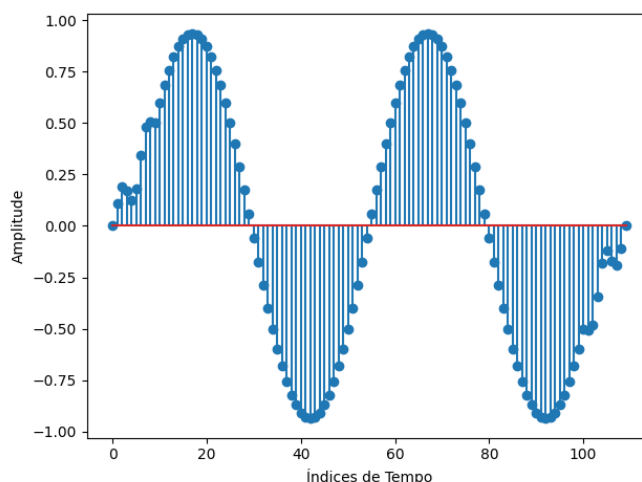


Figura 22: Convolução de $x[n]$ e $h2[n]$

O sinal $x[n]$ se encontra na Figura 20.

O filtro criado é uma média móvel que utiliza 10 amostras. O intuito desse filtro é reduzir ruídos e componentes de alta frequência que estão no sinal.

Na Figura 22, encontra-se o resultado da filtragem realizada pela média móvel de 10 amostras. A representação do resultado mostra uma senoide composta basicamente por uma frequência com pequenas distorções em amostras no início e ao final do período. Assim, esse item foi capaz de demonstrar a filtragem realizada por um simples filtro de média móvel.

D. Item D

Da mesma forma como se analisou a representação do processamento do sinal no domínio da frequência na questão dois, a mesma análise será realizada nesse item. Portanto, a análise do espectro do sinal original e do sinal filtrado será realizada e a filtragem poderá ser comprovada.

Na Figura 23, percebe-se as duas componentes de frequência que compõe o sinal $x[n]$. Uma componente está em uma baixa frequência e a outra está em uma frequência mais alta.

Ao se utilizar o filtro de média móvel, a componente de alta frequência deve ser removida. Fato comprovado pela Figura 24 na qual o espectro conta com apenas a componente em baixa frequência.

A filtragem foi efetiva pois a constatação de que o sinal, após a filtragem, contém apenas a componente em baixa frequência pôde ser feita pelo sinal no domínio do tempo após a filtragem representada pela Figura 22.

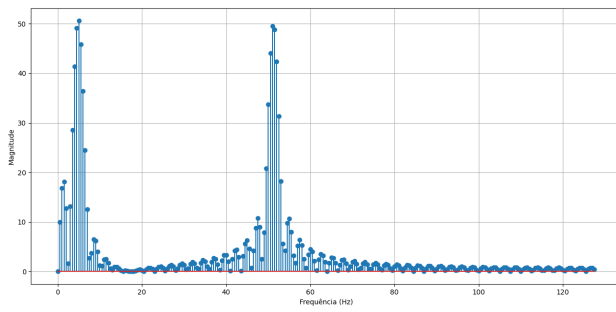


Figura 23: Espectro em magnitude do sinal $x[n]$

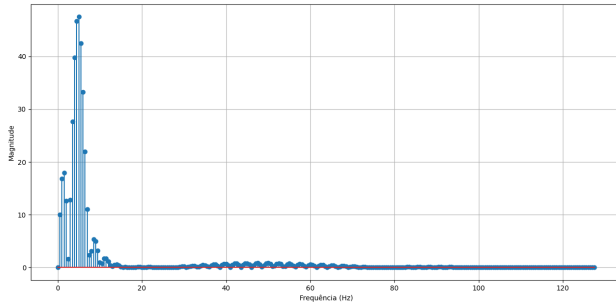


Figura 24: Espectro em magnitude do sinal $x[n]$ filtrado por média móvel

REFERÊNCIAS

- [1] A. Goldberger, L. Amaral, L. Glass, J. Hausdorff, P. C. Ivanov, R. Mark, J. E. Mietus, G. B. Moody, C. K. Peng, and H. E. Stanley, "Physiobank, physiotoolkit, and physionet: Components of a new research resource for complex physiologic signals," *Circulation*, vol. 101, no. 23, pp. e215–e220, 2000, online. [Online]. Available: http://www.physionet.org/cgi-bin/atm/ATM?database=nstdb&tool=plot_waveforms