Física Computacional
Actividad 11
Oscilador de Duffing y Secciones de Poincaré

Antonio José López Moreno

27 de Mayo de 2019

Introducción

En esta actividad exploraremos la diversidad de tipos de movimientos que posee el oscilador de Duffing, dada la combinación de fenómenos de oscilación, forzamiento periódico y amortiguamiento. Crearemos una colección de posibles movimientos, de las cuales se crearan gráficas. Principalmente nos enfocaremos en el analísis de las gráficas de posición vs velocidad.
La ecuación es la siguiente (la misma que en la actividad anterior)

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma cos(\omega t)$$

Las constantes representan las siguientes cantidades.

$$\alpha : Rigidez$$

$$\beta : No - Linealidad$$

$$\gamma : Amplitudad - del - Forzamiento$$

$$\delta : Amortiguamiento$$

$$\omega : Frecuencia - de - Forzamiento$$

Función ode de SciPy

Utilizaremos la función ode de SciPy para resolver numericamente la ecuación diferencial anterior.

Antecedentes historicos de la Teoría del caos

Edward Lorenz fue un meteorólogo del MIT, que trató de explicar por qué es tan difícil obtener las previsiones meteorológicas, dando lugar a una revolución científica llamada teoría del caos, murió 16 de Abril de 2008, de cáncer, en su casa de Cambridge, a la edad de 90 años. El profesor Lorenz fue el primero en reconocer lo que se denomina comportamiento caótico en el modelado matemático de los sistemas meteorológicos. A principios de la década de 1960, Lorenz se dio cuenta de que las pequeñas diferencias en un sistema dinámico, como la atmósfera - o un modelo de la atmósfera - podrían desencadenar enormes y, a menudo, insospechados resultados.

Teoría del caos en el oscilador de Duffing

En neustro caso nos enfocaremos en la variación de γ en la ecuación de Duffing, dejando los otros parametros iniciales constantes en todas las soluciones que númericas que obtengamos de la ecuación de la ecuación.
Mantendremos los iguientes condiciones iniciales fijas.

$$\alpha = -1$$

$$\beta = 1$$

$$\delta = 0{,}3$$

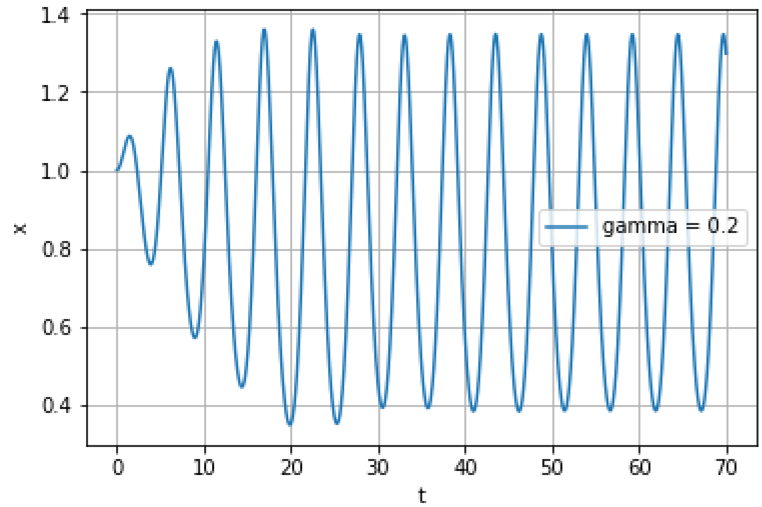
$$\omega = 1{,}2$$

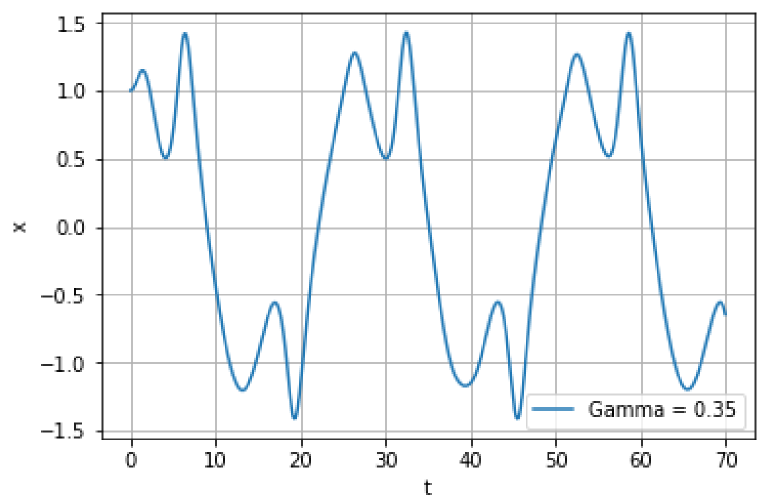
$$x(0) = 1$$

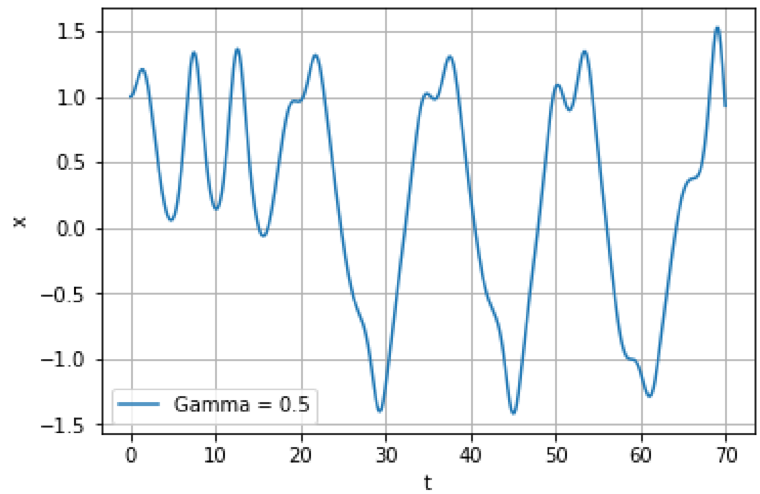
$$\dot{x} = 0$$

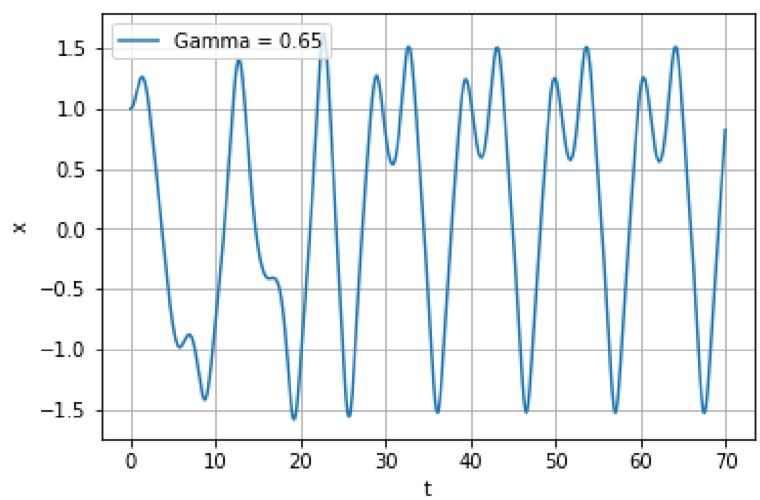
Por otro lado e valor de γ variara de 0.20 a 0.65, avanzando de 0.15 como ancho de paso.

Gráficas d ela posición contra el tiempo.



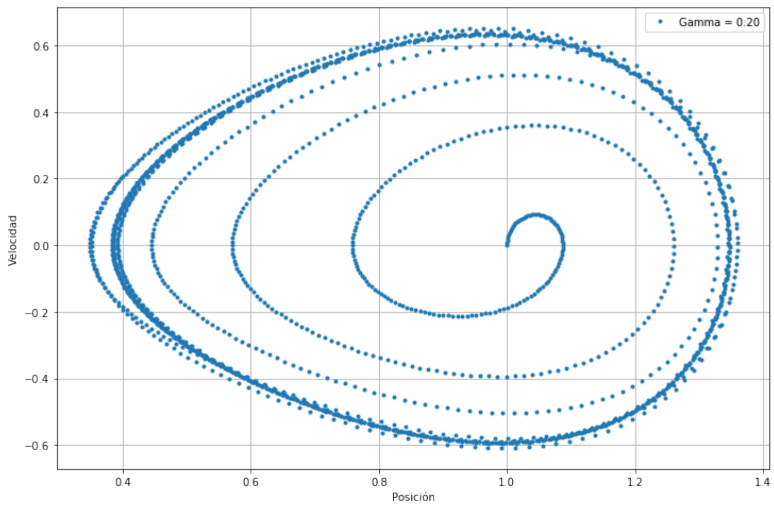


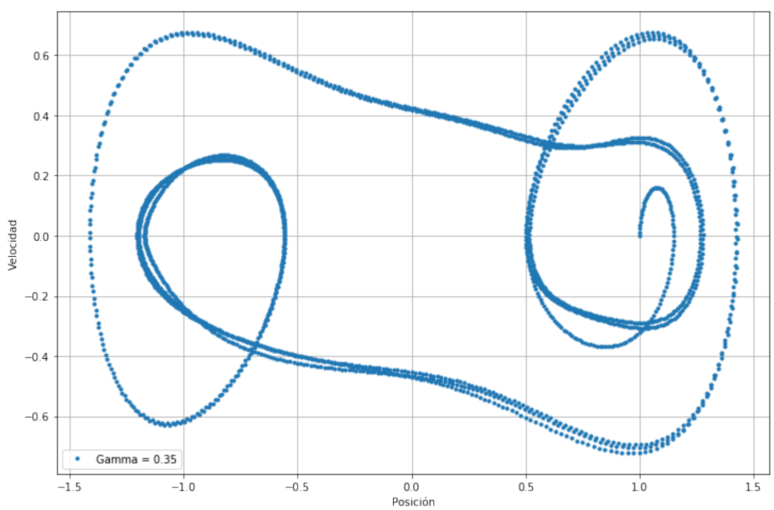


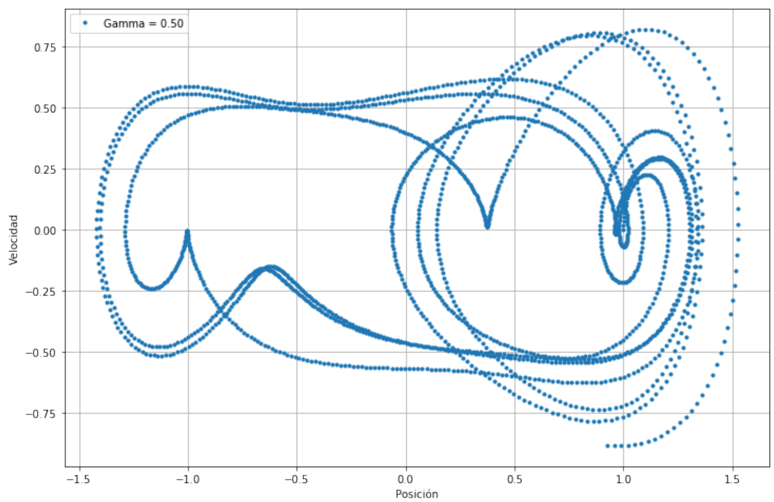


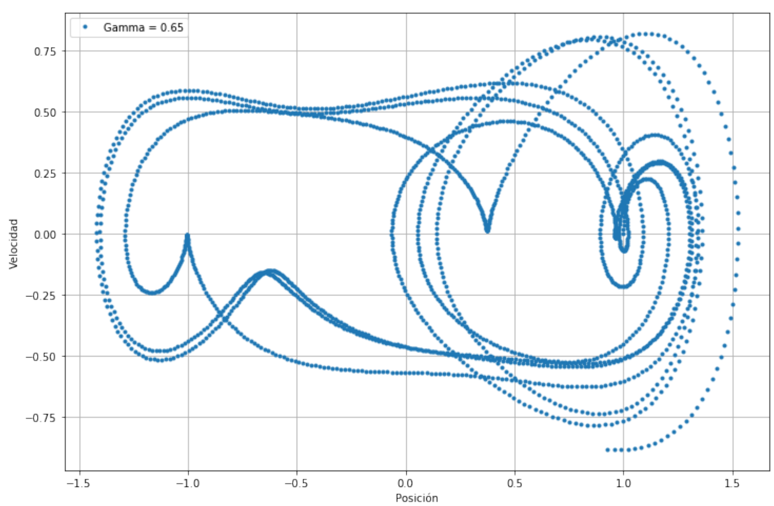
En estos gráfcos se muestra como la posición se vuelve más inestable con conforme el valor de γ aumenta, y se puede observar como con un pequeño cambio en una condición inicial del oscilador de Duffing, el movimiento deol oscilador se vuelve caotico.

Gráficas de la posición contra la velocidad









Los gráficos de las posiciones contras las velocidades nos dicen como el oscilador de Duffing se vuelve caotico con una pequeñea variación de su γ, y como en cualquier punto de su movmiento, cambia su la magnitud y dirección de su velocidad drasticamente, haciendo lo un fenemono muy dificil de predecir, por lo tanto podemos decir que es un movimiento caotico, tanto en sus posiciones como en sus velocidades.

Bibliografias

https://www.um.es/docencia/barzana/BIOGRAFIAS/Biografia-Edward-Lorenz.php