

# **Unidad 6: Circuitos de Corriente Alterna**

**Tecnología e Ingeniería II - 2º Bachillerato**

José Luis García Jiménez

11/02/2026

# Índice de contenidos

<b>Introducción</b>	<b>4</b>
Contenidos de la unidad . . . . .	4
<b>1 Corriente alterna</b>	<b>5</b>
1.1 Conceptos fundamentales . . . . .	6
<b>2 Representación de señales sinusoidales.</b>	<b>7</b>
2.1 Descripción de una señal sinusoidal . . . . .	7
2.2 Valores significativos de una señal sinusoidal . . . . .	8
2.3 Representación fasorial y compleja . . . . .	10
2.3.1 Formas de expresar un fasor . . . . .	10
<b>3 Respuesta de los componentes básicos a la Corriente Alterna</b>	<b>12</b>
3.1 Respuesta de una resistencia . . . . .	12
3.2 Respuesta de una bobina . . . . .	13
3.3 Respuesta de un condensador . . . . .	14
3.4 Cuadro resumen con las respuestas R, L y C . . . . .	15
3.5 Combinación de cargas de diferente naturaleza . . . . .	15
3.6 Simulación Interactiva . . . . .	16
<b>4 Impedancia</b>	<b>17</b>
4.0.1 La Ley de Ohm Generalizada . . . . .	18
4.1 Triángulo de impedancias . . . . .	18
4.2 Representación compleja de la impedancia . . . . .	19
4.3 Asociación de impedancias . . . . .	21
<b>5 Circuitos RLC</b>	<b>25</b>
5.1 Circuito RLC serie . . . . .	25
5.2 Circuito RLC Paralelo . . . . .	27
5.3 Frecuencia de Resonancia . . . . .	31
5.3.1 Condición de Resonancia . . . . .	31
5.3.2 Comportamiento del Circuito . . . . .	32
5.3.3 Diferencias: Resonancia Serie vs Paralelo . . . . .	32
Circuitos Serie . . . . .	33
Circuitos Paralelo . . . . .	33
<b>6 Potencia en Corriente Alterna</b>	<b>35</b>
6.1 Conceptos Fundamentales . . . . .	35
A. Potencia Activa ( $P$ ) . . . . .	35
B. Potencia Reactiva ( $Q$ ) . . . . .	35
C. Potencia Aparente ( $S$ ) . . . . .	36
6.2 Potencia en los Elementos Básicos . . . . .	36
6.3 El Triángulo de Potencias . . . . .	37
6.3.1 El Factor de Potencia ( $f.d.p.$ ) . . . . .	37
¿Por qué el consumo es Inductivo? . . . . .	37

¿Por qué es necesario corregirlo? . . . . .	38
¿Cómo se corrige? (Compensación) . . . . .	38
6.4 Ejercicios Propuestos . . . . .	39
<b>Appendices</b>	<b>43</b>
<b>A Números Complejos en CA</b>	<b>43</b>
A.1 Definición y Forma Binómica . . . . .	43
A.2 Operaciones en Forma Binómica . . . . .	43
A.3 Representación Gráfica y Forma Polar . . . . .	44
A.3.1 Conversión entre formas . . . . .	44
A.4 Operaciones en Forma Polar . . . . .	44
A.5 Guía Rápida de Uso de la Calculadora . . . . .	45
A.5.1 Configuración Inicial . . . . .	45
A.5.2 Cómo escribir los números . . . . .	46
A.5.3 Conversión entre formas (Paso a paso) . . . . .	46
<b>B Problemas de Corriente Alterna (Ponencia 2025)</b>	<b>47</b>
Problema 1 . . . . .	47
Problema 2 . . . . .	47
Problema 3 . . . . .	48
Problema 4 . . . . .	48
Problema 5 . . . . .	49
Problema 6 . . . . .	49
Problema 7 . . . . .	49
Problema 8 . . . . .	49
Problema 9 . . . . .	50
Problema 10 . . . . .	50

# Introducción

En esta unidad de **Tecnología e Ingeniería II**, estudiaremos el comportamiento de los circuitos eléctricos cuando la tensión y la corriente varían de forma sinusoidal en el tiempo.

## Contenidos de la unidad

A continuación, se detallan las secciones que componen esta unidad:

1. **Corriente alterna:** Conceptos básicos y generación.
2. **Representación de señales sinusoidales:** Análisis trigonométrico y fasorial.
3. **Respuesta de los componentes básicos:** Comportamiento de R, L y C.
4. **Impedancia:** La ley de Ohm en el dominio complejo.
5. **Circuitos RLC:** Análisis de asociaciones serie y paralelo.
6. **Potencia en CA:** Estudio del factor de potencia y eficiencia energética.

*Última actualización: 11/02/2026*

# 1 Corriente alterna

La corriente alterna (CA) es el flujo eléctrico **periódico, alterno** y cuya ley de variación en el tiempo es **senoidal**. Es la que generan los alternadores en las centrales eléctricas y la que se transporta a los lugares de consumo, donde la transformamos en otros tipos de energía.

Por tanto, la CA es una corriente con las siguientes características:

- Es **variable** en el tiempo.
- Su sentido cambia periódicamente, pasando de **positivo a negativo y viceversa**.
- Es **simétrica** (alcanza los mismos valores en un sentido y en otro).
- Es **sinusoidal**. Es decir, sigue una expresión matemática de coseno ( $I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$ ) o seno ( $I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$ ).

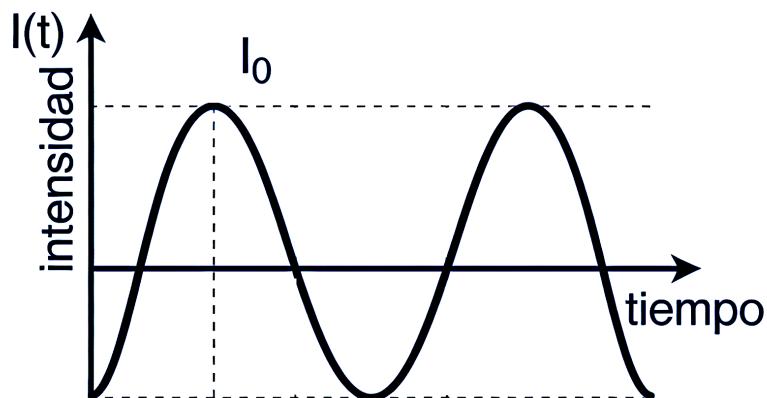


Figure 1.1: Gráfica de corriente alterna

La corriente alterna es producida por **inducción** en una espira o solenoide de  $N$  espiras que gira en el interior de un campo magnético con velocidad angular  $\omega$ . La máquina que genera esta corriente se denomina **alternador**. Los símbolos que se suelen utilizar para representar un alternador en un circuito son los siguientes:

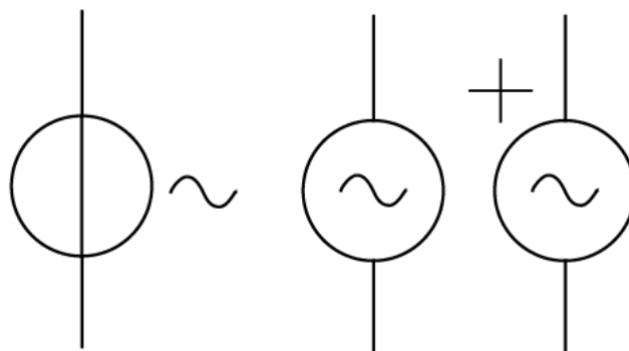


Figure 1.2: Símbolos de generador de CA

## 1.1 Conceptos fundamentales

- **Frecuencia:** Es el número de veces que cambia de dirección la corriente en un segundo y se mide en **hercios (Hz)**.
- **Frecuencia en España:** En nuestro sistema eléctrico se utilizan los **50 Hz**, aunque existen aplicaciones especiales (electrónica, radiocomunicaciones) donde se usan frecuencias de kHz o MHz.
- **Transmisión de energía:** Aunque los electrones apenas se desplazan unas centésimas de milímetro antes de cambiar de sentido (debido a su baja velocidad de deriva), la energía se transmite como una **onda electromagnética** a velocidades cercanas a la de la luz, de forma similar a como se propagan las ondas sonoras en el aire.

## 2 Representación de señales sinusoidales.

Una señal sinusoidal genérica es aquella que sigue una variación dada por alguna de las siguientes expresiones:

$$f(t) = A_p \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$f(t) = A_p \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta)$$

En la siguiente imagen puedes ver la representación de una función **seno** con una amplitud  $A_p$  de 1 y un desfase  $\varphi$  de  $30^\circ$  ( $\pi/6$  radianes) respecto al origen:

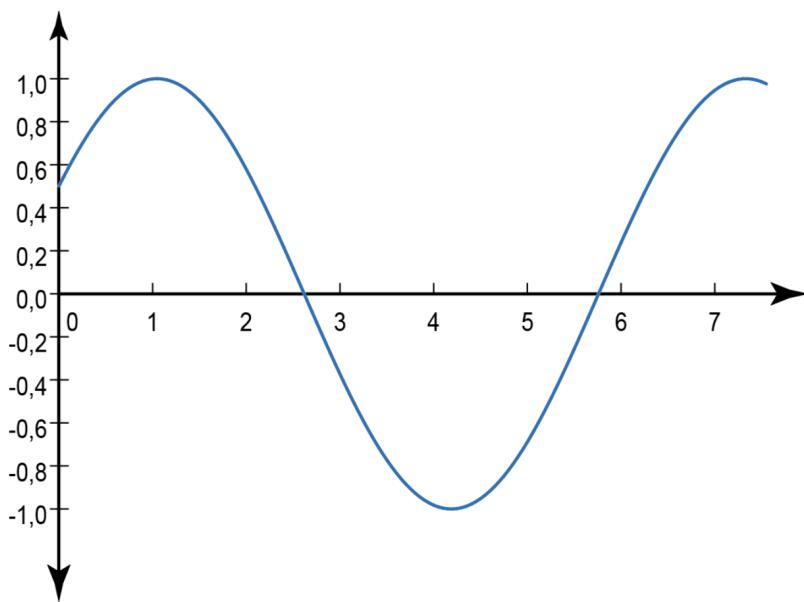


Figure 2.1: Representación de una función seno con desfase

### Importante

La representación del coseno sería la misma onda desfasada  $\pi/2$  radianes ( $90^\circ$ ) respecto a la anterior. Para simplificar, en este tema siempre utilizaremos la ley de variación basada en la función **seno**.

### 2.1 Descripción de una señal sinusoidal

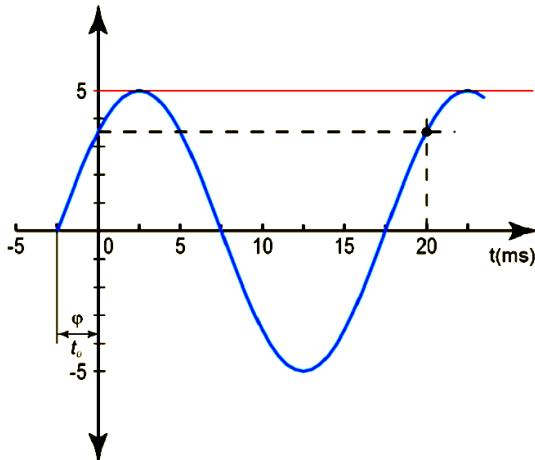
Una función sinusoidal es una función periódica porque se repite a intervalos regulares de tiempo. El tiempo que tarda en repetirse se llama **periodo (T)** y se mide en **segundos (s)**. Se denomina **frecuencia** al número de veces que se repite la señal en un segundo, su unidad es el **hercio (Hz)**. La relación entre frecuencia y periodo es inversa:  $f = 1/T$ .

Para una señal sinusoidal de la forma  $f(t) = A_p \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ :

- $A_p$  es la **amplitud**, es decir, el máximo valor que alcanza la señal.
- $\omega$  es la **frecuencia angular** o **pulsación** expresada en **rad/s**, tiene unidades de velocidad angular. Su valor es:  $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$ .
- $t$  es el **tiempo** medido en **segundos (s)**.
- $\varphi$  es el **ángulo de fase inicial** medido en **radianes (rad)**.

Se llama **ciclo** al conjunto de valores que toma la función en **un periodo**. La representación en el tiempo es la utilizada cuando se estudian señales con un osciloscopio.

#### Ejemplo de análisis de onda



- **Amplitud:**  $A_p = 5$
- **Periodo:**  $T = 20 \text{ ms}$
- **Frecuencia:**  $f = 1/T = 50 \text{ Hz}$
- **Pulsación:**  $\omega = 2\pi \cdot f = 100\pi \text{ rad/s}$
- **Fase inicial, } \varphi:** La fase inicial está señalada en la figura; es necesario expresarla en radianes, no en tiempo. Para relacionar ambos sabemos que el periodo  $T$  se corresponde con un ángulo de  $2\pi$  radianes; según esto se puede establecer que:

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot t_0}{T} = \frac{2\pi \cdot 2,5}{20} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

La expresión que define la señal del ejemplo será, por lo tanto:

$$f(t) = 5 \cdot \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

## 2.2 Valores significativos de una señal sinusoidal

### Valor instantáneo

Es el valor que tiene la onda en cada instante. Se puede calcular evaluando la expresión matemática en un instante de tiempo  $t$  determinado.

### Valor de pico o valor de cresta

Es el valor máximo que toma la señal, es decir, su amplitud.

### Valor medio

Es la media aritmética de todos los valores instantáneos que pueden darse en un periodo. Se calcula matemáticamente así:

$$U_m = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

En el caso de la señal seno, el valor medio sería cero al ser una función simétrica. Por lo tanto, se utiliza el valor medio en un semiperíodo ( $T/2$ ), que sí tiene un valor útil y que tiene esta expresión:

$$U_m = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} u(t) dt$$

### Valor eficaz

Aunque el valor medio de la intensidad sea cero, eso no significa que no haya movimiento de electrones ni consumo de energía en una resistencia R. Los electrones están constantemente realizando un movimiento de vibración cambiando de sentido en cada semiperíodo. Este movimiento hace que, por efecto Joule, consuman energía en la resistencia, independientemente del sentido del movimiento.

La potencia consumida será

$$P(t) = R I^2 = R I_0^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)$$

Y la energía consumida en un periodo, por tanto, será

$$E = \int_0^T P(t) dt = \int_0^T R I_0^2 \operatorname{sen}^2(\omega t) dt = R I_0^2 \frac{T}{2}$$

Si comparamos este resultado con una corriente continua que consumiera la misma energía (es decir, si estudiamos el problema “como si la corriente fuera continua”, circulando una intensidad  $I_e$ ):

$$E = R I_e^2 T$$

Vemos que la intensidad de corriente continua necesaria para consumir la misma energía que la corriente alterna es:

$$I_e^2 = \frac{I_0^2}{2} \Rightarrow I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Este valor se denomina **valor eficaz**, y es el más usado al estudiar circuitos de corriente alterna ya que, como ya veremos, usando valores eficaces sí se cumple la ley de Ohm, cosa que no ocurre con los valores instantáneos, debido al desfase.

Del mismo modo que la intensidad eficaz es  $I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ , el voltaje eficaz es  $V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

## 2.3 Representación fasorial y compleja

Una magnitud sinusoidal se puede representar como la proyección vertical de un **vector rotativo (fasor)** que gira a una velocidad angular  $\omega$  en sentido contrario al de las agujas del reloj. Su módulo es igual al valor de cresta ( $U_p$ ) y su posición inicial es la fase inicial ( $\varphi$ ).

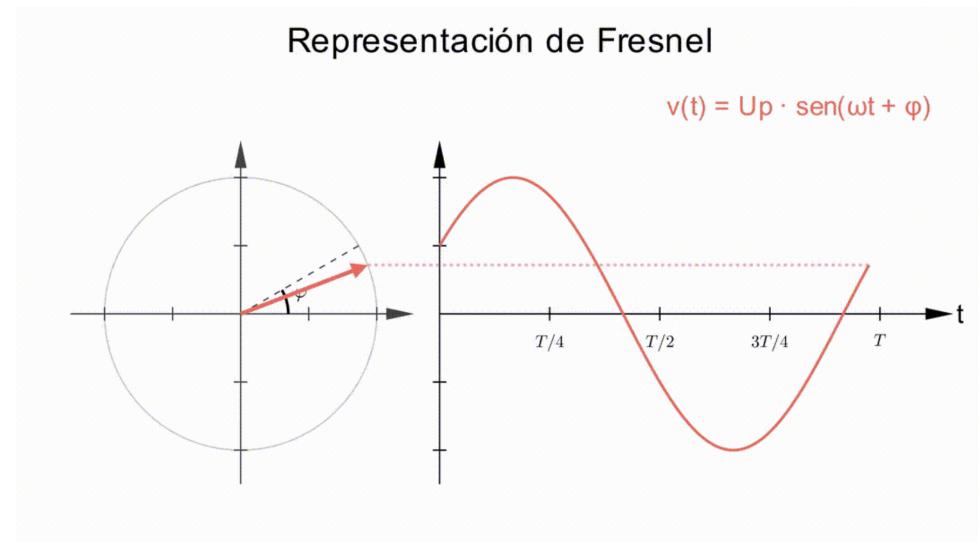


Figure 2.2: Imagen del concepto de fasor

### 2.3.1 Formas de expresar un fasor

**Nota sobre notación:** Al tratarse de una magnitud vectorial, a partir de ahora utilizaremos la notación de vector con flecha (ej.  $\vec{U}$ ,  $\vec{I}$ ) para referirnos al fasor completo (número complejo), distinguiéndolo así claramente de su módulo o valor escalar (ej.  $U$ ,  $I$ ).

- **Forma polar:**  $\vec{U} = U_p \angle \varphi$ .
- **Forma compleja:**  $\vec{U} = U_p \cos \varphi + j \cdot U_p \sin \varphi$ . Donde  $j = \sqrt{-1}$  es la *unidad imaginaria*, que en Electrotecnia se denomina  $j$  para no confundirla con la intensidad. Representa un **giro de  $+90^\circ$**  en el diagrama fasorial.

#### Ejemplo: Representación de una corriente

Representa gráficamente la siguiente señal correspondiente a una corriente:

$$i(t) = 3 \cdot \sin(10\pi t - \frac{\pi}{3})$$

Solución:

Debemos representar un vector de módulo 3, con un desfase inicial  $\varphi = -\frac{\pi}{3}$  rad o  $\varphi = -60^\circ$ . Este vector giraría a una velocidad  $\omega = 10\pi$  rad/s.

La representación polar es la siguiente:

$$\vec{I} = I_p \angle \varphi = 3 \angle -60^\circ \text{ A}$$

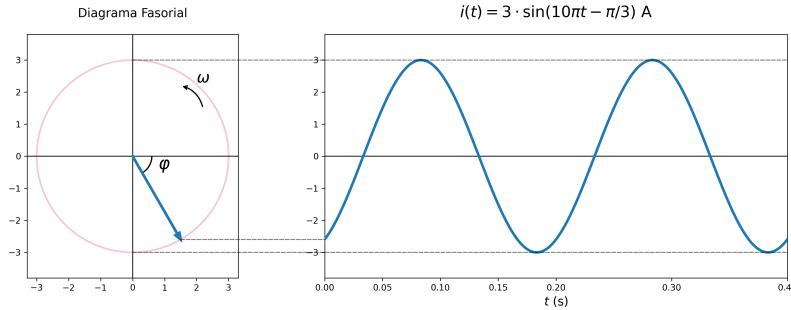
o, expresando el ángulo en radianes:

$$\vec{I} = I_p \angle \varphi = 3 \angle -\pi/3 \text{ A}$$

La representación en forma de número complejo es:

$$\vec{I} = I_p \cos \varphi + j \cdot I_p \operatorname{sen} \varphi = 3 \cdot \cos(-60) + j \cdot 3 \cdot \operatorname{sen}(-60) = 1,5 - 1,5\sqrt{3}j \text{ A}$$

Y, por último, la representación gráfica sería:



# 3 Respuesta de los componentes básicos a la Corriente Alterna

## 3.1 Respuesta de una resistencia

Si a una resistencia de valor  $R$  ohmios ( $\Omega$ ) se la somete a una tensión sinusoidal de **valor eficaz**  $U$  y **pulsación**, la tensión instantánea aplicada a la resistencia es:

$$u(t) = (\sqrt{2}U) \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

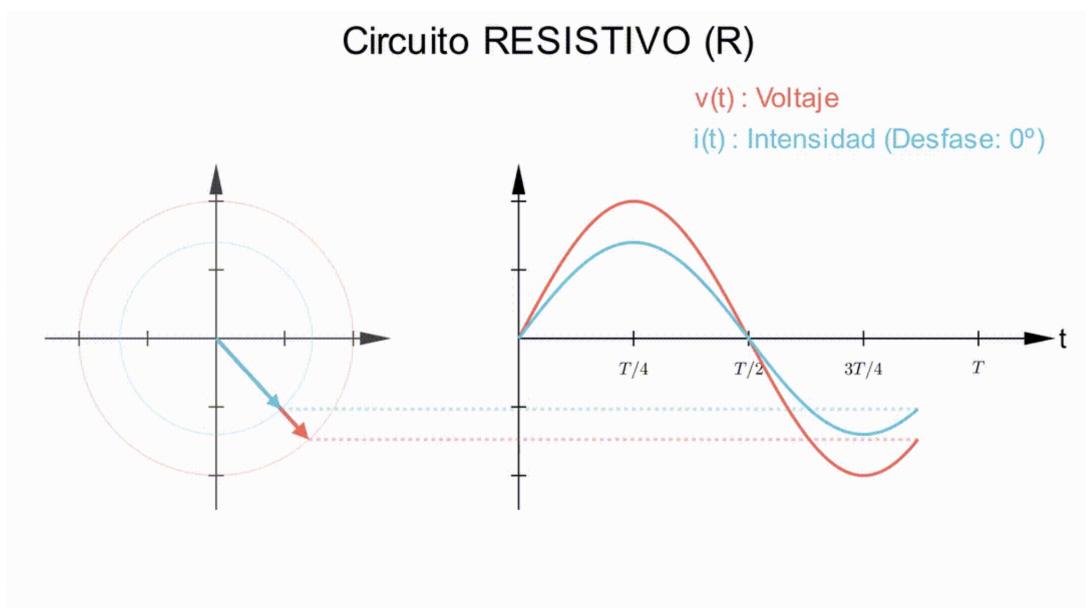
Según la ley de Ohm, tenemos que  $i(t) = u(t)/R$ , y por tanto, la intensidad instantánea que circula por la resistencia es:

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}U}{R} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Analizando las expresiones de la tensión y la intensidad, podemos concluir que:

- La intensidad eficaz es  $I = \frac{U}{R}$ , igual que en corriente continua.
- El desfase entre la tensión y la intensidad es nulo. Es decir, están en fase ( $\varphi_I = \varphi$ )

La representación gráfica de la tensión y la intensidad en una resistencia eléctrica será, por tanto:



## 3.2 Respuesta de una bobina

La característica básica de una bobina es su **inductancia**, que se denota mediante la letra **L** y se mide en **Henrios (H)**. En corriente alterna, sin embargo, no basta con este valor sino que su respuesta será diferente para distintas frecuencias de funcionamiento.

Si a una bobina de valor **L henrios (H)** se la somete a una intensidad sinusoidal de **valor eficaz U** y **pulsación**, la intensidad instantánea que circula por la bobina es:

$$i(t) = (\sqrt{2}I) \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

La ley que rige para una bobina es la siguiente:

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Por lo tanto, la tensión instantánea en la bobina la obtenemos derivando la intensidad y resulta ser:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \cdot (\sqrt{2}I) \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

### Importante

En realidad, la derivada del seno es el coseno, pero el coseno de un ángulo es igual al seno de su complementario ( $\cos(\alpha) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{2})$ ). Por lo tanto, podemos poner la expresión en forma de seno, para poder comparar los fasores de la tensión y la intensidad.

Por consiguiente, obtenemos una tensión con la misma pulsación que la intensidad y con las características siguientes:

- Un valor de pico  $U_p = \omega \cdot L \cdot \sqrt{2}I$ . Por lo tanto, la **tensión eficaz** es  $U = \omega \cdot L \cdot I$ .
- La tensión se encuentra adelantada  $90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) con respecto a la intensidad; la **fase inicial de la tensión** es  $\varphi_U = \varphi + \frac{\pi}{2}$ .

Al producto  $\omega \cdot L$  se le llama **reactancia inductiva** y se representa por  $X_L$ , es decir:

$$X_L = \omega \cdot L$$

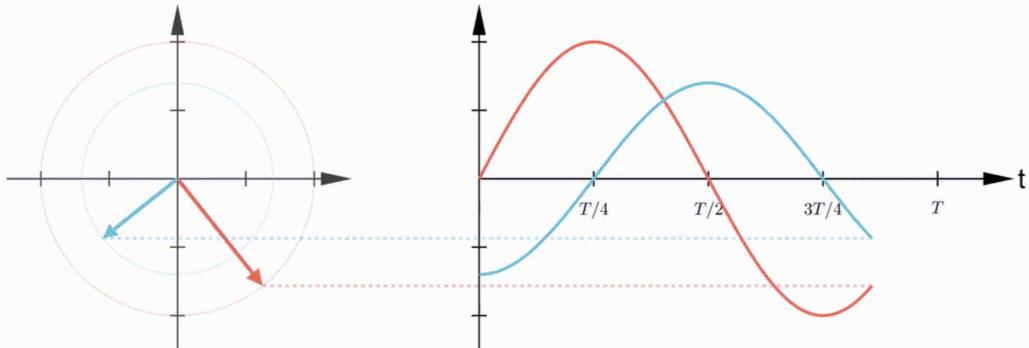
**La unidad de la reactancia inductiva en el SI es el ohmio ( $\omega$ ).**

La representación gráfica de los fasores y ondas de tensión e intensidad en una bobina es la mostrada en la figura:

## Circuito INDUCTIVO (L)

$v(t)$  : Voltaje

$i(t)$  : Intensidad (Desfase:  $-90^\circ$ )



### 3.3 Respuesta de un condensador

La característica básica de un condensador es su **capacitancia** o capacidad, que se denota mediante la letra **C** y se mide en **Faradios (F)**. En corriente alterna, sin embargo, no basta con este valor sino que su respuesta será diferente para distintas frecuencias de funcionamiento.

Si a un condensador de valor **C faradios (F)** se le somete a una tensión sinusoidal de valor eficaz  $U$  y pulsación  $\omega$ , la tensión instantánea aplicada al condensador es:

$$u(t) = (\sqrt{2}U) \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Aplicando la ley que rige un condensador,  $i(t) = C \cdot du(t)/dt$ , la intensidad instantánea que circula por el condensador es:

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt} = C \cdot \omega \cdot (\sqrt{2}U) \cdot \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

Obtenemos una intensidad con la misma pulsación que la tensión aplicada y con las características siguientes:

- Un valor de pico  $I_p = \omega \cdot C \cdot \sqrt{2}U$ . Por lo tanto, la **intensidad eficaz** es  $I = \omega \cdot C \cdot U$ .
- La intensidad se encuentra adelantada  $90^\circ$  ( $\pi/2$ ) con respecto a la tensión; la **fase inicial de la intensidad** es  $\varphi_I = \varphi + \frac{\pi}{2}$ .

Al cociente  $1/\omega \cdot C$  se le llama **reactancia capacitiva** y se representa por  $X_C$ , es decir:

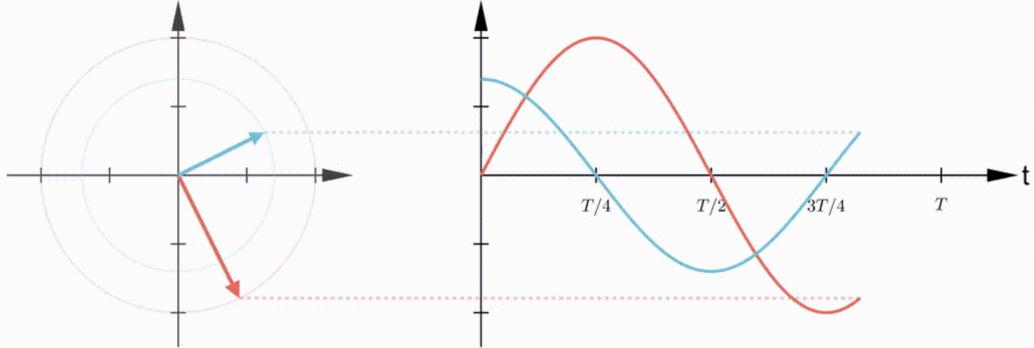
$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

**La unidad de la reactancia capacitiva en el SI es el ohmio ( $\Omega$ ).**

La representación gráfica de los fasores y ondas de tensión e intensidad en un condensador es la mostrada en la figura:

## Circuito CAPACITIVO (C)

$v(t)$  : Voltaje  
 $i(t)$  : Intensidad (Desfase:  $90^\circ$ )



### 3.4 Cuadro resumen con las respuestas R, L y C

Elemento	Representación gráfica	Relación Tensión/Intensidad	Desfase rad ( $^\circ$ )
Resistencia ( $R$ )		$R$	$0^\circ$
Bobina ( $L$ )		$X_L = \omega \cdot L$	$+\pi/2 (+90^\circ)$
Condensador ( $C$ )		$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$	$-\pi/2 (-90^\circ)$

### 3.5 Combinación de cargas de diferente naturaleza

Por lo general, en un circuito tendremos cargas que ofrecerán diferentes resistencias eléctricas. Además, algunas presentarán también carácter inductivo o capacitivo. Dependiendo de la combinación de elementos que tengamos en cada circuito, el desfase entre la intensidad y la tensión podrá tomar diferentes valores, no solo  $0^\circ$ ,  $-90^\circ$  o  $+90^\circ$ . En este simulador puedes ver cómo cambiarían los fasores de la tensión y la intensidad dependiendo de cómo variemos las componentes R, L o C de un circuito:

## 3.6 Simulación Interactiva

Como este documento es estático, no es posible mostrar la simulación interactiva de los fasores giratorios. Puedes acceder a la versión animada haciendo clic en el siguiente enlace:

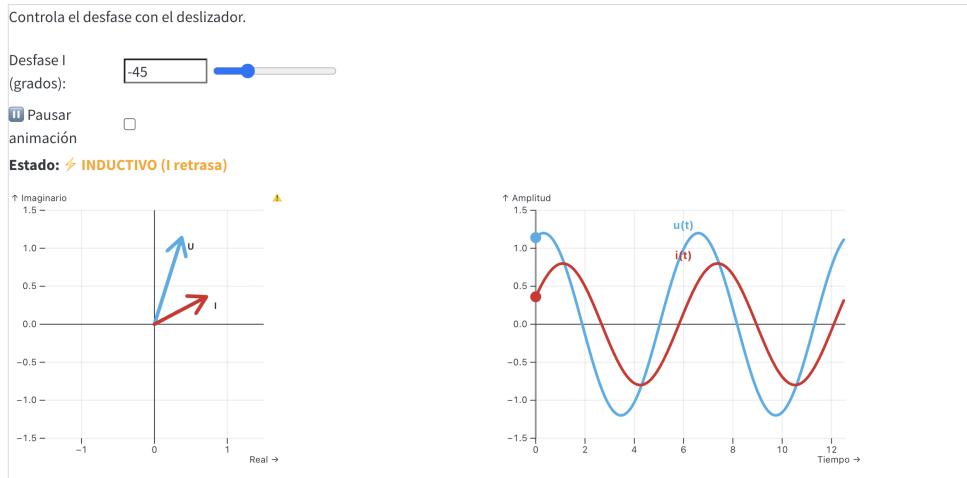


Figure 3.1: Captura de la simulación

[Ver Simulación Interactiva en la Web](#)

## 4 Impedancia

El concepto de impedancia es una **generalización del concepto de resistencia**. Hemos visto que en CA los elementos conectados en el circuito, en general, introducen un desfase entre la intensidad y la tensión. Este desfase hace que no haya una proporcionalidad entre los valores instantáneos de intensidad y tensión, como ocurría en corriente continua.

No se cumple la ley de Ohm, tal y como la conocíamos, con los valores instantáneos  $i(t)$  y  $v(t)$ . Sin embargo, **esta proporcionalidad sí existe entre los fasores**, y también entre los valores máximos  $U_0$  e  $I_0$ , o los valores eficaces  $U$ ,  $I$ . Esto hace que podamos expresar la ley de Ohm con estos valores.

La magnitud que relaciona los valores máximos (y los eficaces) de tensión e intensidad en un circuito, se denomina impedancia ( $Z$ ), y se mide en ohmios.

La resistencia eléctrica de un conductor se define como la oposición que ofrece al paso de una corriente eléctrica. Cuando la corriente que atraviesa a un conductor es una corriente sinusoidal, el concepto de resistencia se generaliza a impedancia.

### Definición

La **impedancia** de un conductor se define como la **oposición** que ofrece al paso de una corriente eléctrica **sinusoidal**.

La impedancia se representa con la letra  $\vec{Z}$ . Consideremos una impedancia  $\vec{Z}$  alimentada por una señal sinusoidal de valor eficaz  $U$ , fase inicial  $\varphi_U$  y pulsación  $\omega$ , tal como se muestra en la figura:

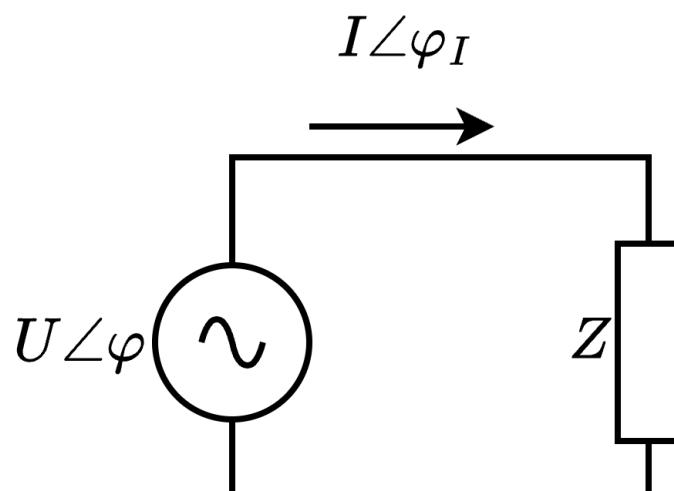


Figure 4.1: Circuito con Impedancia

La tensión en la impedancia, que es la de la fuente, representada en forma de fasor es:

$$\vec{U} = \sqrt{2}U \angle \varphi_U$$

La intensidad que circula por la impedancia tiene un valor eficaz  $I$  y un desfase  $\varphi_I$ . Representada en forma de fasor la intensidad es:

$$\vec{I} = \sqrt{2}I \angle \varphi_I$$

El cociente entre el fasor tensión y el fasor intensidad representa la impedancia. Expresado matemáticamente es:

$$\vec{Z} = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = \frac{\sqrt{2}U \angle \varphi_U}{\sqrt{2}I \angle \varphi_I} = \frac{U}{I} \angle \varphi_U - \varphi_I$$

#### 4.0.1 La Ley de Ohm Generalizada

De forma análoga a la corriente continua, en corriente alterna existe una relación lineal fundamental entre la tensión y la intensidad, pero operando con **números complejos** (fasores).

##### Ley de Ohm para Corriente Alterna

La intensidad que recorre un circuito o componente de corriente alterna es igual al cociente entre la tensión fasorial aplicada y su impedancia compleja.

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}}$$

Donde:

- $\vec{I}$ : Es el fasor Intensidad (A).
- $\vec{U}$ : Es el fasor Tensión (V).
- $\vec{Z}$ : Es la Impedancia Compleja ( $\Omega$ ).

Esta expresión vectorial implica dos igualdades escalares separadas:

1. **En Módulos:** La relación entre los valores eficaces.

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{Z}$$

2. **En Argumentos (Ángulos):** El desfase de la intensidad es el de la tensión menos el de la impedancia.

$$\varphi_I = \varphi_U - \varphi_Z$$

#### 4.1 Triángulo de impedancias

##### Observación

Una impedancia **no es un fasor** (no gira con el tiempo), pero se representa matemáticamente mediante un **número complejo** (vector fijo). Este vector, expresado en forma polar, contiene dos términos:

- El **módulo** ( $Z$ ), que representa el cociente entre la tensión y la intensidad que soporta

la impedancia. Las tensiones o intensidades pueden darse en valores eficaces o en valores de pico.

- El **argumento** ( $\varphi$ ), que representa el **desfase entre el fasor tensión y el fasor intensidad**.

Si dibujamos ese vector, podremos ver gráficamente que la componente horizontal correspondería con la **resistencia** y la vertical con la **reactancia** (si es positiva sería inductiva y si es negativa sería capacitiva) del circuito. Esta representación se denomina “triángulo de impedancias” y tiene este aspecto:

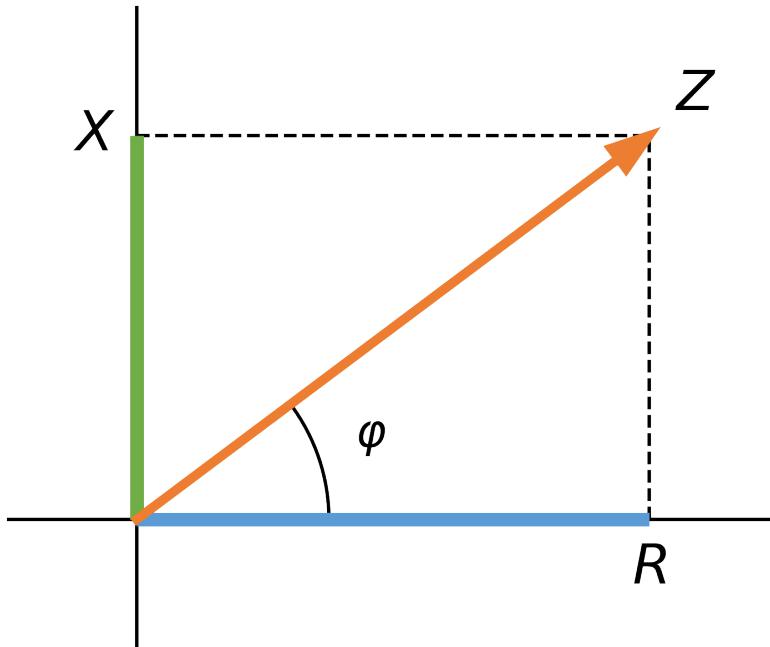


Figure 4.2: Triángulo de impedancias

Viendo esta imagen podemos concluir que:

- A partir de la impedancia, podemos calcular la resistencia y la reactancia:

$$R = Z \cdot \cos \varphi$$

$$X = Z \cdot \sin \varphi$$

- A partir de la resistencia y la reactancia, podemos calcular la impedancia:

$$|\vec{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{X}{R}$$

## 4.2 Representación compleja de la impedancia

Teniendo en cuenta que el eje horizontal es el eje real y el eje vertical es el eje imaginario, podemos representar el vector impedancia como un número complejo de la forma:

$$\vec{Z} = R + j \cdot X$$

Recordemos que:

- **R es la resistencia:** se mide en ohmios () y se puede calcular como  $R = Z \cdot \cos \varphi$ .
- **X es la reactancia:** se mide también en ohmios () y se puede calcular como  $X = Z \cdot \sin \varphi$ .  
Según el valor que tome la reactancia, la impedancia puede ser:

- **Impedancia inductiva:** cuando  $X > 0$  y, por lo tanto  $\varphi > 0$ , **la tensión está en avance con respecto a la intensidad**.
- **Impedancia capacitiva:** cuando  $X < 0$  y, por lo tanto,  $\varphi < 0$ , **la tensión está en retraso con respecto a la intensidad** o, lo que lo mismo, la intensidad va por delante de la tensión.

### Ejemplo

Determina el valor de la resistencia y reactancia de una impedancia que está sometida a una tensión de 220 V y por la que circula una intensidad de 10 A. Se sabe que la tensión está adelantada 30° con respecto a la intensidad.

Solución:

Aplicando la definición de impedancia (en módulos), tenemos:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{10} = 22 \Omega$$

Tenemos una parte de la impedancia, pero falta saber qué desfase existe. Este dato nos lo dan con el desfase entre la tensión e intensidad,  $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$ , así  $\varphi = 30^\circ$ . La impedancia expresada en forma polar vectorial es:

$$\vec{Z} = 22/30^\circ \Omega$$

Para obtener  $R$  y  $X$  hacemos:

$$\begin{aligned} R &= Z \cdot \cos \varphi = 22 \cdot \cos(30^\circ) = 11\sqrt{3} \Omega \\ X &= Z \cdot \sin \varphi = 22 \cdot \sin(30^\circ) = 11 \Omega \end{aligned} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} R = 11 \cdot \sqrt{3} \Omega \\ X = 11 \Omega \end{array}}$$

Se trata de una reactancia **inductiva**.

### Importante

La **representación compleja** de las impedancias resistiva, inductiva y capacitiva es la siguiente:

$$\begin{aligned}\vec{Z}_R &= R \\ \vec{Z}_L &= j \cdot X_L = j \cdot \omega \cdot L \\ \vec{Z}_C &= -j \cdot X_C = \frac{-j}{\omega \cdot C}\end{aligned}$$

### ¿Necesitas repasar los Números Complejos?

Para trabajar con impedancias usaremos **fasores** y **números complejos** continuamente. Si no recuerdas cómo operar con ellos (suma, producto, paso a polar...), consulta el [Anexo de Matemáticas](#) al final del libro.

## 4.3 Asociación de impedancias

Las impedancias se pueden asociar de la misma forma en que se asociaban las resistencias: asociación en serie, en paralelo y mixta.

- **Asociación en serie:** la impedancia equivalente es la suma vectorial de las impedancias parciales.

$$\vec{Z}_T = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_3 + \dots$$

- **Asociación en paralelo:** la inversa de la impedancia equivalente es la suma de las inversas de las impedancias parciales, es decir:

$$\frac{1}{\vec{Z}_T} = \frac{1}{\vec{Z}_1} + \frac{1}{\vec{Z}_2} + \frac{1}{\vec{Z}_3} + \dots$$

- **Asociación mixta:** es una combinación de serie y paralelo. Aunque veremos algunos casos, serán muy sencillos y los resolveremos como serie puro y luego paralelo o viceversa.

### Importante

A diferencia de las resistencias, las impedancias son **números complejos**. Para sumar impedancias (caso de una conexión en serie) debemos **sumar las partes reales (resistencias) e imaginarias (reactancias) por separado**, para luego calcular el valor de la impedancia ( $\vec{Z}$ ) y del desfase total ( $\varphi$ ) aplicando lo visto en el triángulo de impedancias.

### Ejemplo

Dada una resistencia de  $5 \Omega$  y una inductancia de  $50 \text{ mH}$  que están trabajando a  $50 \text{ Hz}$ , calcula la impedancia equivalente en los siguientes casos:

- Cuando están conectadas en serie.
- Cuando están conectadas en paralelo.

*Soluciones:*

Lo primero es calcular el valor de  $X_L$ :

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 50 \times 10^{-3} = 15,71 \Omega$$

- a) **Con la conexión en serie**, la impedancia asociada a la resistencia es  $\vec{Z}_1 = R$  y la asociada a la bobina (inductancia) es  $\vec{Z}_2 = j \cdot X_L$ . La impedancia equivalente es la suma de ambas:

$$\begin{aligned}\vec{Z}_T &= \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 = R + j \cdot X_L = 5 + j \cdot 15,71 \Omega \\ \vec{Z}_T &= \boxed{5 + j \cdot 15,71 \Omega}\end{aligned}$$

- b) **Con la conexión en paralelo**, la impedancia equivalente es:

$$\frac{1}{\vec{Z}_T} = \frac{1}{\vec{Z}_1} + \frac{1}{\vec{Z}_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot X_L} = \frac{1}{5} + \frac{1}{j \cdot 15,71}$$

Teniendo en cuenta que, por las propiedades de los números complejos  $1/j = -j$ , la expresión anterior se convierte en:

$$\frac{1}{\vec{Z}_T} = \frac{1}{5} - \frac{j}{15,71} = 0,2 - j \cdot 63,65 \times 10^{-3} \Rightarrow \vec{Z}_T = \frac{1}{0,2 - j \cdot 63,65 \times 10^{-3}} = \boxed{4,54 + 1,44 \cdot j \Omega}$$

Como puedes observar, trabajar en paralelo es más difícil que hacerlo en serie.

## Ejercicios Propuestos

Intenta resolver los siguientes problemas para afianzar el manejo de impedancias y números complejos. Recuerda aplicar la “Regla de Oro” del anexo.

### 1. Circuito R-C Serie

Una resistencia de  $10\ \Omega$  se conecta en serie con un condensador de capacitancia  $C = 100\ \mu F$ . El conjunto se conecta a una red de 50 Hz.

- Calcula la reactancia capacitiva  $X_C$ .
- Determina la impedancia total en forma binómica y polar.

- Solución:*  $\vec{Z} = 10 - 31,83j\ \Omega = 33,36/-72,56^\circ\ \Omega$ .

### 2. Bobina Real

Una Bobina Real se modela como una resistencia de  $4\ \Omega$  en serie con una inductancia pura de  $0,02\ H$ . Si la frecuencia es de 60 Hz:

- Expresa la impedancia total del componente.
- Si duplicamos la frecuencia a 120 Hz, ¿cuál sería la nueva impedancia?

- Solución (60Hz):*  $\vec{Z} = 4 + 7,54j\ \Omega$ .

### 3. Identificación de componentes

Una Caja Negra (impedancia desconocida) tiene un valor de  $\vec{Z} = 20\angle45^\circ\ \Omega$  a una frecuencia de 50 Hz.

- Determina la parte real ( $R$ ) y la parte imaginaria ( $X$ ).
- ¿Es una carga inductiva o capacitiva? Calcula el valor de  $L$  o  $C$  correspondiente.

- Solución:*  $R = 14,14\ \Omega$ ;  $X = 14,14\ \Omega$  (Inductiva);  $L = 45\ mH$ .

### 4. Impedancia Mixta

Calcula la impedancia total de los siguientes circuitos e indica si tienen carácter inductivo o capacitivo. Considera una frecuencia  $f = 400\ Hz$ .

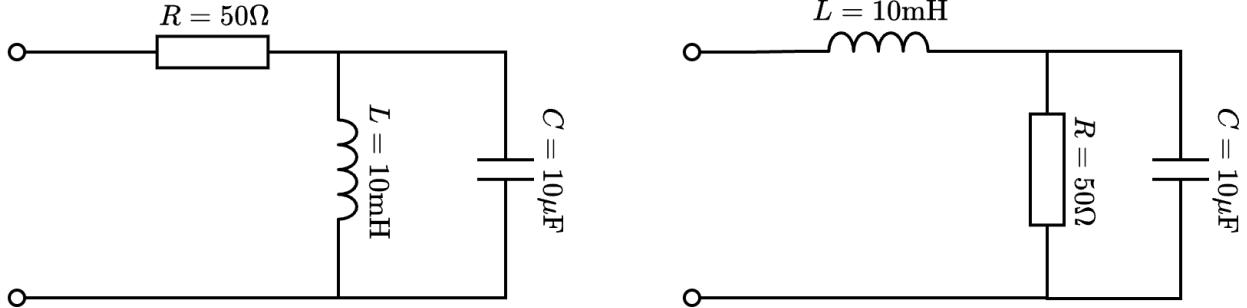


Figure 4.3: Ejercicios Impedancia

- Solución 1:*  $\vec{Z} = 50 + 68,21j\ \Omega = 84,57/53,76^\circ\ \Omega$ .
- Solución 2:*  $\vec{Z} = 19,40 + 0,78j\ \Omega = 19,42/2,3^\circ\ \Omega$ .

### 5. Análisis Fasorial

Dibuja el diagrama fasorial correspondiente al circuito de la figura y calcula la tensión en la bobina.

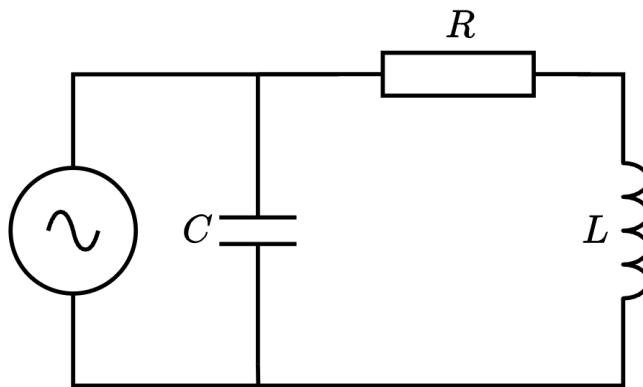


Figure 4.4: Ejercicios Fasorial

- *Datos:*  $R = 2 \Omega$ ,  $L = \frac{1}{50\pi} \text{ H}$ ,  $C = \frac{1}{300\pi} \text{ F}$ ,  $U = 10 \text{ V}$  y  $f = 50 \text{ Hz}$ .
- *Solución:*  $\vec{U}_L = 5\sqrt{2}\text{j} \text{ V}$  (tomando como referencia de fases la intensidad de la resistencia).

**6. Desfase en Serie RL.** En un circuito  $R-L$  serie hay un desfase de  $30^\circ$  entre la tensión de alimentación y la tensión de la resistencia. Calcula el valor de la inductancia que consigue dicho desfase. Dibuja el triángulo de impedancias.

- *Datos:*  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $U = 30 \text{ V}$ ,  $R = 5 \Omega$ .
- *Solución:*  $L = 9,188 \text{ mH}$ .

**7. Circuito RC Serie.** En un circuito la tensión en una resistencia vale  $15 \text{ V}$  y la intensidad que circula por un condensador colocado en serie con ella es de  $0,5 \text{ A}$ . Si la tensión de la fuente es de  $20 \text{ V}$  y la frecuencia de  $30 \text{ Hz}$ , calcula:

- a) El valor de la resistencia.
- b) La reactancia capacitiva.
- c) El triángulo de impedancias.

- *Solución:* a)  $R = 30 \Omega$ ; b)  $X_c = 4,41 \Omega$ ; c)  $\vec{Z} = 6,67/-41,41^\circ \Omega$ .

**8. Corrientes en Paralelo.** En el circuito de la figura, que funciona a una frecuencia de  $50 \text{ Hz}$ , se obtienen las siguientes medidas con los aparatos de medida:

- $A_1 = 13 \text{ A}$ .
- $A_2 = 11 \text{ A}$ .
- $V_1 = 220 \text{ V}$ .

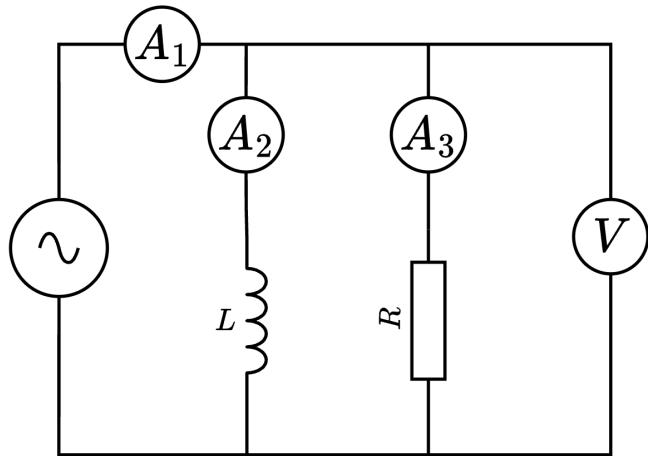


Figure 4.5: Ejercicios Paralelo

Determina:

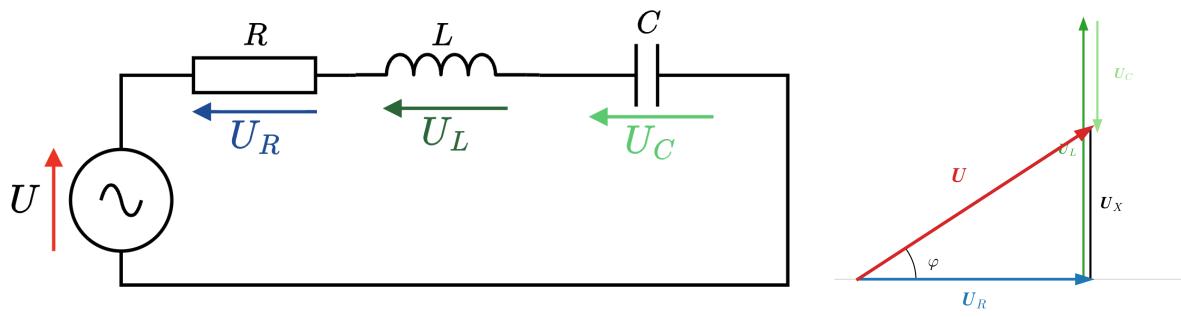
- a) La representación vectorial de las corrientes y la medida del amperímetro  $A_3$ .
- b) El valor de  $R$ .
- c) El valor de  $L$ .

- *Solución: a) 6,93 A; b) 20 Ω; c) 53,87 mH.*

# 5 Circuitos RLC

## 5.1 Circuito RLC serie

Uno de los circuitos típicos en corriente alterna es el circuito RLC serie que se muestra en la siguiente figura:



(a) Esquema RLC

(a) Diagrama Vectorial de Tensiones

Tomando como **referencia de ángulos la intensidad** ( $\varphi_I = 0^\circ$ ,  $\vec{I} = I\angle 0^\circ$ ) la tensión en cada elemento es:

$$\begin{aligned}\vec{U}_R &= R \cdot \vec{I} \\ \vec{U}_L &= j \cdot X_L \cdot \vec{I} \\ \vec{U}_C &= -j \cdot X_C \cdot \vec{I}\end{aligned}$$

La tensión total  $\vec{U}$  es la suma vectorial de las tensiones parciales; así tenemos:

$$\begin{aligned}\vec{U} &= \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C = \\ &= R \cdot \vec{I} + j \cdot X_L \cdot \vec{I} - j \cdot X_C \cdot \vec{I} = \\ &= [R + j \cdot (X_L - X_C)] \cdot \vec{I}\end{aligned}$$

La expresión anterior se puede poner como:

$$\vec{U} = (R + j \cdot X) \cdot \vec{I} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

La impedancia del circuito es:

$$\vec{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C) = R + j \cdot \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)$$

Expresado en coordenadas polares resulta:

$$\vec{Z} = |\vec{Z}| \angle \varphi = \begin{cases} |\vec{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} \\ \varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}\right) \end{cases}$$

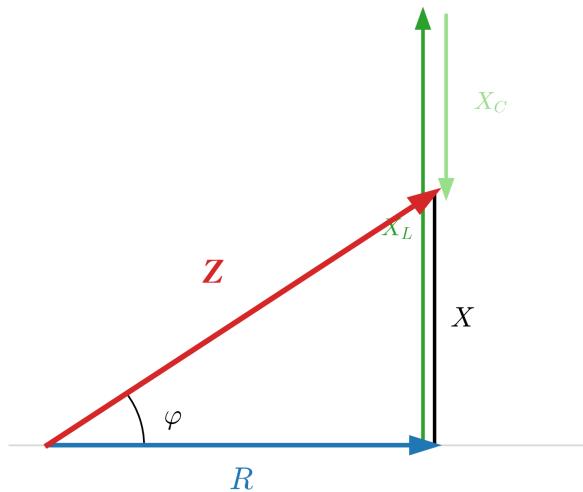


Figure 5.3: Triángulo de Impedancias

#### Ejercicio Resuelto: Análisis RLC Serie

**Enunciado:** En un circuito RLC serie con  $R = 20 \Omega$ ,  $L = 100/\pi \text{ mH}$  y  $C = 1/2\pi \text{ mF}$ , funcionando a una frecuencia de 50 Hz, calcula:

- a) La impedancia total (módulo y argumento).
  - b) La intensidad que circula si la tensión es de 230 V.
  - c) Diagrama fasorial.
- 

#### Solución:

**1. Cálculo de Reactancias:** Primero obtenemos los valores óhmicos de la bobina y el condensador a  $f = 50\text{Hz}$ .

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot 50 \cdot \frac{100}{\pi} \cdot 10^{-3} = 10 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{50 \cdot 10^{-3}} = 20 \Omega$$

**2. Cálculo de la Impedancia ( $\vec{Z}$ ):** Como  $X_C > X_L$ , el circuito será capacitivo. Restamos las reactancias ( $X = X_L - X_C = 10 - 20 = -10 \Omega$ ).

- **Forma Binómica:**

$$\vec{Z} = R + j(X_L - X_C) = 20 - j10 \Omega$$

- **Forma Polar:** Pasamos a polar calculando módulo y argumento:

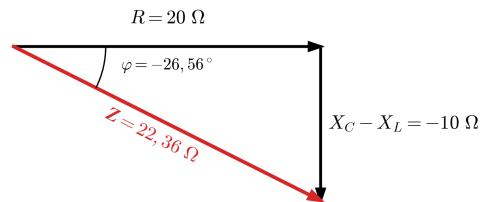
$$|\vec{Z}| = \sqrt{20^2 + (-10)^2} = 22,36 \Omega$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-10}{20}\right) = -26,56^\circ$$

**Resultado Impedancia:**

$$\vec{Z} = 22,36 \angle -26,56^\circ \Omega$$

Como  $\varphi < 0$ , confirmamos que la tensión está **retrasada** respecto a la intensidad (comportamiento capacitivo).



(a) Triángulo de Impedancias

**3. Cálculo de la Intensidad ( $\vec{I}$ ):** Aplicamos la Ley de Ohm generalizada. Tomamos la tensión como referencia de fase ( $0^\circ$ ):

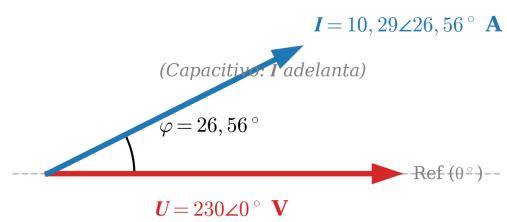
$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{230 \angle 0^\circ}{22,36 \angle -26,56^\circ} = 10,29 \angle 0^\circ - (-26,56^\circ) \text{ A}$$

$$\boxed{\vec{I} = 10,29 \angle 26,56^\circ \text{ A}}$$

**4. Diagrama Fasorial U-I (Apartado c):** Representamos los fasores resultantes.

- **Tensión ( $\vec{U}$ ):** En el eje real ( $0^\circ$ ).
- **Intensidad ( $\vec{I}$ ):** Girada  $+26,56^\circ$ .

Como se observa en el diagrama, el fasor de intensidad  $\vec{I}$  (azul) está **adelantado** respecto al fasor de tensión  $\vec{U}$  (rojo) un ángulo  $\varphi = 26,56^\circ$ . Esto confirma el comportamiento **capacitivo** global del circuito.

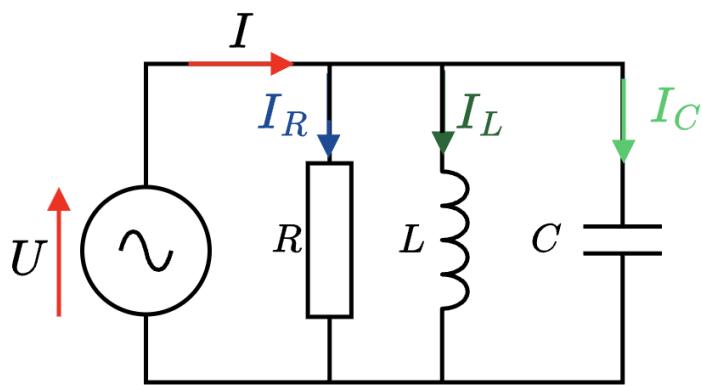


(a) Diagrama Fasorial U-I

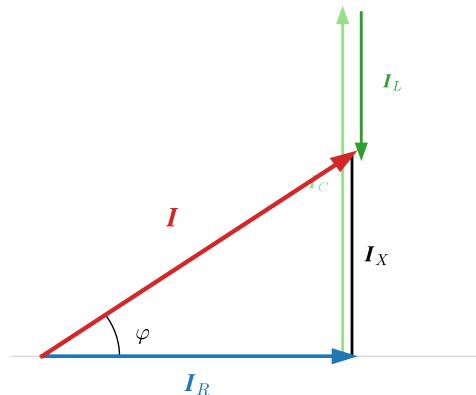
## 5.2 Circuito RLC Paralelo

De forma análoga al circuito serie, el circuito RLC paralelo es el estándar para analizar componentes conectados a la misma tensión.

Tomando como referencia de ángulos la tensión común ( $\varphi_U = 0^\circ, \vec{U} = U \angle 0^\circ$ ) la corriente en cada



(a) Esquema RLC Paralelo



(a) Diagrama Vectorial de Corrientes

rama es:

$$\begin{aligned}\vec{I}_R &= \frac{\vec{U}}{R} = G \cdot \vec{U} \\ \vec{I}_C &= \frac{\vec{U}}{-jX_C} = j \cdot \frac{1}{X_C} \cdot \vec{U} \\ \vec{I}_L &= \frac{\vec{U}}{jX_L} = -j \cdot \frac{1}{X_L} \cdot \vec{U}\end{aligned}$$

La corriente total  $\vec{I}$  es la suma vectorial de las corrientes de rama (Ley de Kirchhoff de los nodos); así tenemos:

$$\begin{aligned}\vec{I} &= \vec{I}_R + \vec{I}_C + \vec{I}_L = \\ &= \frac{1}{R} \cdot \vec{U} + j \frac{1}{X_C} \cdot \vec{U} - j \frac{1}{X_L} \cdot \vec{U} = \\ &= \left[ \frac{1}{R} + j \cdot \left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \right] \cdot \vec{U}\end{aligned}$$

#### Diccionario: Admitancia, Conductancia y Susceptancia

En circuitos paralelo, es más cómodo trabajar con la facilidad que ofrecen los elementos al paso de la corriente (inverso de la oposición). Todas se miden en **Siemens (S)**.

- Admitancia ( $\vec{Y}$ )**: Es la inversa de la Impedancia. Representa la facilidad total al paso de la corriente alterna.

$$\vec{Y} = \frac{1}{\vec{Z}}$$

- Conductancia ( $G$ )**: Es la inversa de la Resistencia. Representa la parte real de la admitancia.

$$G = \frac{1}{R}$$

- Susceptancia ( $B$ )**: Es la inversa de la Reactancia. Representa la parte imaginaria.
  - Susceptancia Capacitiva ( $B_C$ )**:  $B_C = \frac{1}{X_C} = \omega \cdot C$

- **Susceptancia Inductiva** ( $B_L$ ):  $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega \cdot L}$

**¡Cuidado con los signos!** Al trabajar con admitancias, los signos imaginarios se invierten respecto a las impedancias (porque  $1/j = -j$ ):

- El **Condensador** aporta susceptancia **positiva** ( $+jB_C$ ).
- La **Bobina** aporta susceptancia **negativa** ( $-jB_L$ ).

Si necesitas la Impedancia equivalente total, simplemente invierte el resultado final:  $\vec{Z}_T = 1/\vec{Y}_T$ .

La expresión anterior se puede poner como la Ley de Ohm generalizada  $\vec{I} = \vec{Y} \cdot \vec{U}$ , donde el término entre corchetes es la **Admitancia** ( $\vec{Y}$ ).

$$\vec{I} = (G + j \cdot B) \cdot \vec{U} = \vec{Y} \cdot \vec{U}$$

La **admitancia** del circuito (inversa de la impedancia,  $\vec{Y} = 1/\vec{Z}$ ) es:

$$\vec{Y} = \frac{1}{R} + j \cdot \left( \omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right)$$

En forma polar sería:

$$\vec{Y} = |\vec{Y}| \angle \varphi = \begin{cases} |\vec{Y}| = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}\right)^2} \\ \varphi = \arctan\left(\frac{B}{G}\right) = \arctan\left(\frac{B_C - B_L}{G}\right) = \arctan\left(\frac{\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}}{1/R}\right) \end{cases}$$

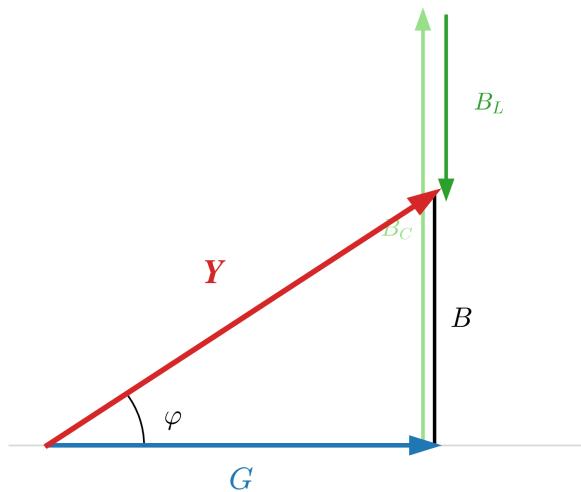


Figure 5.8: Triángulo de Admitancias

### Ejercicio Resuelto: Análisis RLC Paralelo

**Enunciado:** En un circuito RLC paralelo con  $R = 20 \Omega$ ,  $L = 100/\pi \text{ mH}$  y  $C = 1/(2\pi) \text{ mF}$ , funcionando a  $f = 50 \text{ Hz}$  y conectado a  $U = 230 \text{ V}$ , calcula:

- Admitancia e Impedancia equivalente.
- Intensidad por cada elemento.
- Diagrama fasorial de la tensión y las corrientes.

#### Solución:

**Paso previo:** Calculamos conductancias y susceptancias.

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ S}$$

$$X_L = 10 \Omega \Rightarrow B_L = \frac{1}{X_L} = 0,1 \text{ S}$$

$$X_C = 20 \Omega \Rightarrow B_C = \frac{1}{X_C} = 0,05 \text{ S}$$

#### a) Admitancia ( $\vec{Y}$ ) e Impedancia ( $\vec{Z}$ ):

$$\vec{Y} = G + j(B_C - B_L) = 0,05 + j(0,05 - 0,1) = 0,05 - j0,05 \text{ S}$$

En polar:  $\vec{Y} = \sqrt{0,05^2 + 0,05^2} \angle \arctan(-1) = 0,0707 \angle -45^\circ \text{ S}$ .

La impedancia es la inversa:

$$\vec{Z} = \frac{1}{\vec{Y}} = \frac{1}{0,0707 \angle -45^\circ} = 14,14 \angle 45^\circ \Omega \quad (= 10 + j10 \Omega)$$

#### b) Corrientes de Rama:

Tomando  $\vec{U} = 230 \angle 0^\circ \text{ V}$ :

$$\vec{I}_R = \vec{U} \cdot G = 230 \cdot 0,05 = 11,5 \angle 0^\circ \text{ A} \quad (= 11,5 \text{ A})$$

$$\vec{I}_L = \vec{U} \cdot (-jB_L) = 230 \cdot 0,1 \angle -90^\circ = 23 \angle -90^\circ \text{ A} \quad (= -23j \text{ A})$$

$$\vec{I}_C = \vec{U} \cdot (jB_C) = 230 \cdot 0,05 \angle 90^\circ = 11,5 \angle 90^\circ \text{ A} \quad (= 11,5j \text{ A})$$

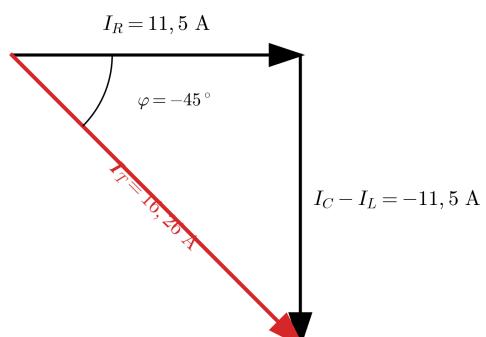
**Cálculo de la Total:**  $\vec{I}_T = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C = 11,5 + j(11,5 - 23) = 11,5 - j11,5 \text{ A}$ .

$$|\vec{I}_T| = 16,26 \text{ A} \quad ; \quad \varphi = -45^\circ$$

#### Resultado:

$$\vec{I}_T = 16,26 \angle -45^\circ \text{ A}$$

El circuito es **Inductivo** (la corriente total retrasa  $45^\circ$ ).

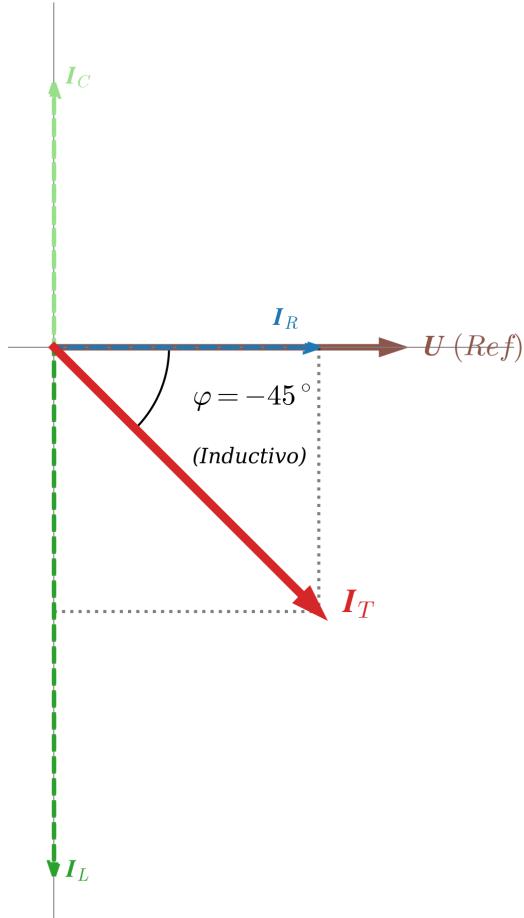


(a) Triángulo de Corrientes

c) **Diagrama Fasorial:** Representamos la tensión y las corrientes. Observa que  $\vec{I}_L$  (23 A) es mayor que  $\vec{I}_C$  (11,5 A), “tirando” de la resultante hacia abajo.

- **Tensión ( $\vec{U}$ ):** Referencia horizontal.
- **Corrientes:** La suma vectorial da una resultante en el cuarto cuadrante.

Se ve claramente que la intensidad total  $\vec{I}_T$  (flecha roja) está retrasada respecto a la tensión, confirmando el carácter inductivo.



(a) Diagrama Fasorial Completo

## 5.3 Frecuencia de Resonancia

En los circuitos RLC, existe una frecuencia específica muy especial en la que los efectos de la bobina y el condensador se anulan mutuamente. Este fenómeno se conoce como **Resonancia**.

### 5.3.1 Condición de Resonancia

La resonancia ocurre cuando la Reactancia Inductiva iguala en magnitud a la Reactancia Capacitativa.

$$X_L = X_C$$

A partir de esta igualdad, podemos deducir el valor de la frecuencia de resonancia ( $f_0$ ):

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

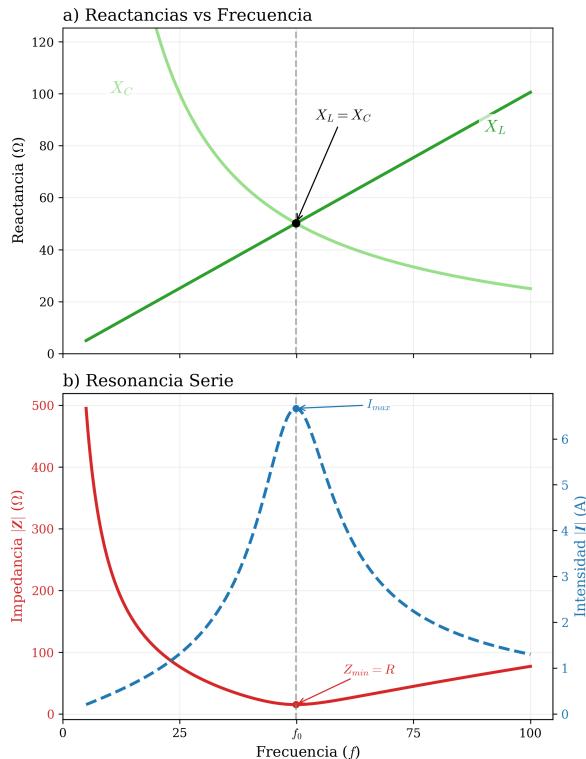
Como  $\omega = 2\pi f$ , despejamos la frecuencia:

#### Fórmula de Thomson (Frecuencia de Resonancia)

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

### 5.3.2 Comportamiento del Circuito

A esta frecuencia  $f_0$ , el circuito se comporta como si fuera **Puramente Resistivo**, ya que las partes imaginarias se cancelan ( $jX_L - jX_C = 0$ ).



(a) Comportamiento en Frecuencia

#### Análisis Gráfico:

- Bajas Frecuencias ( $f < f_0$ ):** El condensador domina ( $X_C$  es muy grande). El circuito es **Capacitivo**.
- Punto de Resonancia ( $f = f_0$ ):**  $X_L$  y  $X_C$  se cruzan. La impedancia es puramente resistiva ( $\vec{Z} = R$ ).
- Altas Frecuencias ( $f > f_0$ ):** La bobina domina ( $X_L$  crece). El circuito se vuelve **Inductivo**.

### 5.3.3 Diferencias: Resonancia Serie vs Paralelo

Aunque la frecuencia  $f_0$  se calcula igual para ambos, las consecuencias físicas son opuestas:

Table 5.1: Comparativa de efectos de la resonancia.

Característica	Resonancia SERIE	Resonancia PARALELO
<b>Impedancia Total</b>	Mínima ( $\vec{Z} = R$ )	Máxima ( $\vec{Z} \rightarrow \infty$ idealmente)
<b>Intensidad de Fuente</b>	Máxima	Mínima
<b>Peligro / Efecto</b>	Sobretensiones: En $L$ y $C$ puede haber voltajes mucho mayores que la fuente.	Sobrecorrientes: Entre $L$ y $C$ circula una corriente interna muy alta (corriente oscilante).

### Precaución en el Laboratorio

En resonancia serie, aunque la fuente sea de solo 10V, ¡la tensión en la bobina o el condensador podría alcanzar cientos de voltios! ( $U_L = Q \cdot U_{\text{fuente}}$ ). Hay que tener cuidado manipulando los circuitos cerca de  $f_0$ .

### Ejercicios de Repaso

Resuelve los siguientes circuitos considerando una frecuencia de red de **50 Hz** ( $\omega = 100\pi$  rad/s).

### Circuitos Serie

#### 1. RLC con Impedancia Exacta

Disponemos de una resistencia  $R = 8 \Omega$ , una bobina ideal de inductancia  $L = 40/\pi$  mH y un condensador de capacidad  $C = 1000/\pi \mu\text{F}$  conectados en serie. Se aplica una tensión de 200 V.

- a) Calcula la reactancia inductiva ( $X_L$ ) y capacitiva ( $X_C$ ).
- b) Determina la impedancia total en forma binómica y polar.
- c) Calcula la intensidad que circula por el circuito.

*Soluciones:*  $X_L = 4 \Omega$ ,  $X_C = 10 \Omega$ ;  $\vec{Z} = 8 - j6 = 10/-36,87^\circ \Omega$ ;  $I = 20 \text{ A}$ .

#### 2. La Bobina Real

Una bobina real tiene una resistencia interna de  $30 \Omega$  y una inductancia de  $127,3$  mH ( $L \approx 0,4/\pi$  H). Se conecta en serie con un condensador de  $C = 50 \mu\text{F}$ . El conjunto se alimenta a 230 V.

- a) Calcula la impedancia compleja de la bobina ( $\vec{Z}_{\text{bobina}}$ ) y la del condensador ( $\vec{Z}_C$ ).
- b) Obtén la impedancia total del circuito y la intensidad.
- c) ¿El circuito se comporta globalmente como inductivo o capacitivo?

*Soluciones:*  $\vec{Z}_{\text{bobina}} = 30 + j40 \Omega$ ;  $\vec{Z}_C = -j63,66 \Omega$ ;  $\vec{Z}_T = 30 - j23,66 \Omega$ ;  $I = 6,02 \text{ A}$ ; Capacitivo.

### Circuitos Paralelo

#### 3. Corrientes de Rama

Se conectan en paralelo una resistencia  $R = 20 \Omega$ , una bobina  $L = 100/\pi$  mH y un condensador  $C = 500/\pi \mu\text{F}$  a una fuente de 100 V.

- a) Calcula la corriente que circula por cada rama ( $\vec{I}_R, \vec{I}_L, \vec{I}_C$ ).

**b)** Calcula la corriente total mediante suma vectorial. Dibuja el diagrama fasorial.

*Soluciones:*  $I_R = 5 \text{ A}/0^\circ$ ;  $I_L = 10 \text{ A}/-90^\circ$ ;  $I_C = 5 \text{ A}/90^\circ$ ;  $I_{total} = 7,07 \text{ A}/-45^\circ$ .

#### 4. Cálculo por Admitancias

Un circuito paralelo está formado por una conductancia  $G = 0,03 \text{ S}$ , una susceptancia inductiva  $B_L = 0,04 \text{ S}$  y un condensador cuya reactancia es  $X_C = 20 \Omega$ . La tensión aplicada es de 200 V.

**a)** Determina la susceptancia del condensador ( $B_C$ ) en Siemens.

**b)** Calcula la admitancia total  $\vec{Y}$  en forma binómica y polar.

**c)** Determina la intensidad total y la impedancia equivalente del conjunto.

*Soluciones:*  $B_C = 0,05 \text{ S}$ ;  $\vec{Y} = 0,03 + j0,01 \text{ S} = 0,0316/18,43^\circ \text{ S}$ ;  $I = 6,32 \text{ A}$ ;  
 $\vec{Z}_{eq} = 31,62/-18,43^\circ \Omega$ .

# 6 Potencia en Corriente Alterna

En corriente continua, la potencia era simple:  $P = V \cdot I$ . Sin embargo, en corriente alterna, el desfase entre tensión e intensidad hace que aparezcan **tres formas de entender la energía**.

## 6.1 Conceptos Fundamentales

Cuando aplicamos una tensión alterna a una carga, la energía fluye. Dependiendo de si la carga almacena energía (bobinas/condensadores) o la consume (resistencias), definimos:

### A. Potencia Activa ( $P$ )

Es la **potencia útil**, la que realmente realiza un trabajo (calor, luz, movimiento). Se disipa en las resistencias.

- **Símbolo:**  $P$
- **Unidad:** Vatio (**W**)
- **Fórmula:**  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$

### B. Potencia Reactiva ( $Q$ )

Es una potencia “de ida y vuelta”. No realiza trabajo útil; simplemente se dedica a crear y destruir campos magnéticos (bobinas) y eléctricos (condensadores). La fuente la entrega y el componente la devuelve 50 veces por segundo.

- **Símbolo:**  $Q$
- **Unidad:** Voltamperio reactivo (**var**)
- **Fórmula:**  $Q = U \cdot I \cdot \operatorname{sen} \varphi$

#### Ojo con las unidades: ¿var o VAr?

Existe una discrepancia habitual entre la norma técnica y la costumbre académica:

1. **La Norma (Lo correcto):** La Comisión Electrotécnica Internacional (IEC) establece que el símbolo único y oficial es **var** (en minúsculas). Así lo usaremos en estos apuntes.
2. **La Costumbre (Lo habitual):** En muchos libros de texto, exámenes de Selectividad y placas de características industriales, verás escrito **VAr** o **VAR** (usando mayúsculas por venir de Voltio y Amperio).

**Consejo para el examen:** Aunque **var** es lo técnicamente perfecto, si en el enunciado de tu examen aparece **VAr**, puedes usar esa notación sin miedo. Ambas se aceptan universalmente en el ámbito de la ingeniería práctica.

## C. Potencia Aparente ( $S$ )

Es la potencia total que debe suministrar la fuente (o la que dimensiona los cables y transformadores). Es la suma vectorial de las anteriores.

- **Símbolo:**  $S$  (o  $|\vec{S}|$ )
  - **Unidad:** Voltamperio (**VA**)
  - **Fórmula:**  $S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$
- 

## 6.2 Potencia en los Elementos Básicos

Analicemos qué ocurre en cada componente puro observando sus ondas de tensión (marrón) y potencia instantánea (rojo).

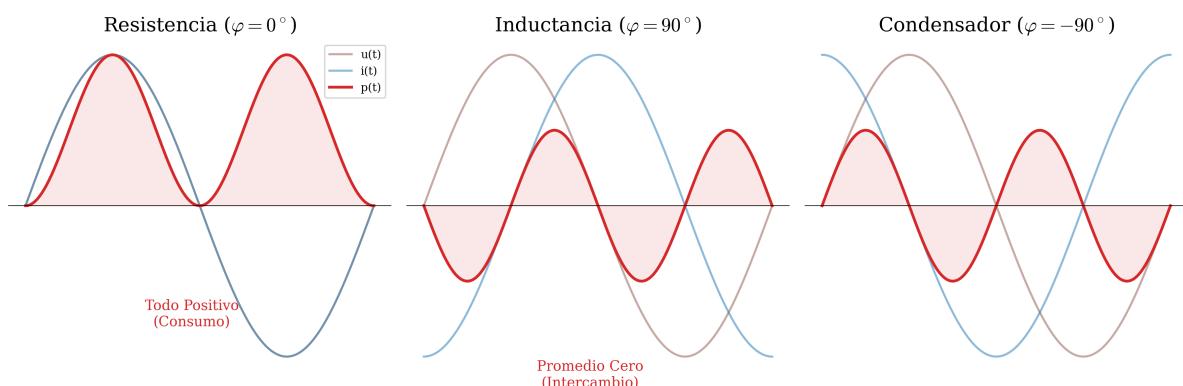


Figure 6.1: Ondas de potencia instantánea en R, L y C

Table 6.1: Resumen de potencias por componente.

Elemento	Desfase ( $\varphi$ )	Potencia Activa ( $P$ )	Potencia Reactiva ( $Q$ )	Comportamiento
Resistencia	$0^\circ$	$U \cdot I$	0	Consumo energía constantemente.
Bobina	$90^\circ$	0	$+U \cdot I$	Absorbe $Q$ (positiva). No se calienta.
Condensador	$-90^\circ$	0	$-U \cdot I$	Cede $Q$ (negativa). No se calienta.

### Convenio de Signos para Q

- $Q > 0$  (**Inductiva**): Decimos que el circuito **absorbe** potencia reactiva. El vector  $Q$  apunta hacia **arriba**.
- $Q < 0$  (**Capacitiva**): Decimos que el circuito **cede** potencia reactiva (o absorbe

negativa). El vector  $Q$  apunta hacia **abajo**.

## 6.3 El Triángulo de Potencias

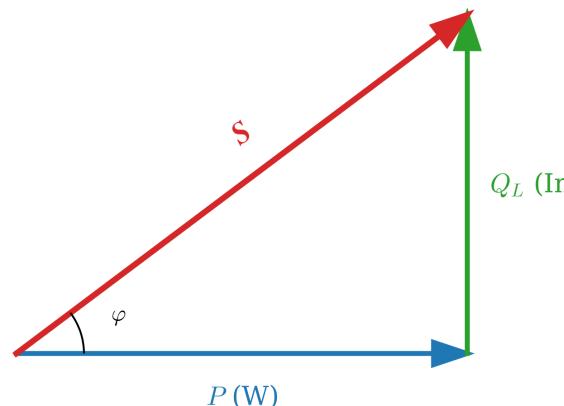
Al igual que teníamos un triángulo de impedancias, tenemos un **Triángulo de Potencias**. Relaciona las tres magnitudes mediante Pitágoras.

**Relaciones Trigonométricas:**

- **Hipotenusa:** Potencia Aparente ( $\vec{S}$ ).
- **Cateto Horizontal:** Potencia Activa ( $P$ ).
- **Cateto Vertical:** Potencia Reactiva ( $Q$ ).

Matemáticamente, definimos la **Potencia Compleja** ( $\vec{S}$ ) como:

$$\vec{S} = P + jQ$$



(a) Triángulo Inductivo ( $Q > 0$ )

### 6.3.1 El Factor de Potencia (*f.d.p.*)

Es un indicador de la **eficiencia** del sistema. Se define como el coseno del ángulo  $\varphi$ :

$$f.d.p. = \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

- $\cos \varphi = 1$ : Toda la potencia es útil ( $S = P$ ). Caso ideal (Resistivo puro).
- $\cos \varphi < 1$ : Parte de la energía se desperdicia circulando como reactiva.

En el mundo real, la inmensa mayoría de las instalaciones industriales tienen un **carácter fuertemente inductivo**. Esto significa que consumen mucha potencia reactiva positiva ( $Q > 0$ ) y tienen un factor de potencia bajo ( $\cos \varphi < 0,8$ ).

#### ¿Por qué el consumo es inductivo?

La razón son las **Máquinas Eléctricas**. Tanto los **motores** (bombas, ventiladores, cintas transportadoras) como los **transformadores** funcionan basados en campos magnéticos. Para crear estos campos magnéticos, necesitan absorber corriente reactiva de la red para magnetizar sus bobinas.

## ¿Por qué es necesario corregirlo?

Tener un factor de potencia bajo ( $\cos \varphi$  pequeño) implica tener un ángulo  $\varphi$  grande, lo que obliga a la empresa eléctrica a suministrar mucha Potencia Aparente ( $S$ ) para conseguir la misma Potencia Activa ( $P$ ).

$$I = \frac{S}{U} = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi}$$

Si el  $\cos \varphi$  es bajo, la Intensidad Total ( $I$ ) se dispara para mantener la misma potencia útil ( $P$ ). Esto provoca:

1. **Pérdidas de energía:** Más corriente calienta más los cables (efecto Joule).
2. **Sobredimensionamiento:** Se necesitan transformadores y cables más gruesos.
3. **Penalizaciones económicas:** Las compañías eléctricas cobran un recargo muy alto en la factura si tu factor de potencia es bajo (normalmente si es menor de 0,95).

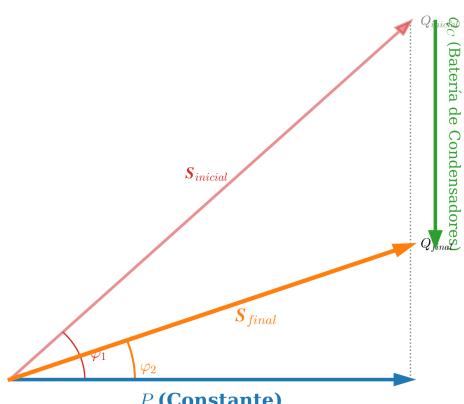
## ¿Cómo se corrige? (Compensación)

La solución consiste en instalar elementos que generen la potencia reactiva que los motores necesitan, para no tener que pedirla a la red eléctrica. El elemento ideal es el **Condensador** (Batería de Condensadores).

- Los motores **absorben  $Q$**  (Inductiva, hacia arriba).
- Los condensadores **ceden  $Q$**  (Capacitiva, hacia abajo).

Al conectarlos en paralelo, la  $Q_C$  del condensador cancela gran parte de la  $Q_L$  del motor.

### Análisis del Gráfico:



(a) Efecto de la Compensación

1. **Estado Inicial (Rojo):** Tenemos una carga con mucho consumo de reactiva ( $Q_{inicial}$ ) y un ángulo  $\varphi_1$  grande. La corriente necesaria ( $S_{inicial}$ ) es muy alta.
2. **Acción (Verde):** Introducimos una batería de condensadores que aporta una  $Q_C$  en sentido contrario (hacia abajo).
3. **Estado Final (Naranja):** La reactiva neta baja a  $Q_{final}$ .
  - La **Potencia Activa ( $P$ ) se mantiene igual** (la máquina trabaja igual).
  - La **Potencia Aparente ( $S_{final}$ ) disminuye**.
  - La intensidad total que circula por la línea baja, ahorrando dinero y pérdidas.

### Ejemplo Resuelto: Motor Monofásico

Un motor eléctrico (carga inductiva) se conecta a una red de 230 V. Consumo una intensidad de 5 A con un factor de potencia de **0,8** (inductivo). Calcula  $P, Q, S$  y dibuja el triángulo.

**Solución:**

1. **Potencia Aparente ( $S$ ):** Es lo primero que podemos calcular con  $U$  e  $I$ .

$$S = U \cdot I = 230 \cdot 5 = \mathbf{1150} \text{ VA}$$

2. **Ángulo ( $\varphi$ ):**

$$\cos \varphi = 0,8 \Rightarrow \varphi = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$$

Como es inductivo,  $\varphi > 0$ .

3. **Potencia Activa ( $P$ ):**

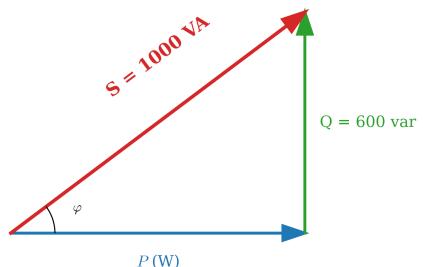
$$P = S \cdot \cos \varphi = 1150 \cdot 0,8 = \mathbf{920} \text{ W}$$

4. **Potencia Reactiva ( $Q$ ):** Calculamos el seno:  $\sin(36,87^\circ) = 0,6$ .

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 1150 \cdot 0,6 = \mathbf{690} \text{ var}$$

**Triángulo de Potencias:** Como es inductivo, la  $Q$  se dibuja hacia arriba.

$$\vec{S} = 920 + j690 \text{ VA}$$



(a) Triángulo del Motor

## 6.4 Ejercicios Propuestos

### Practica tú mismo

1. Una estufa de resistencia pura  $R = 50 \Omega$  se conecta a 230 V.

a) Calcula su potencia activa, reactiva y aparente.

b) ¿Cuánto vale su factor de potencia?

*Soluciones:*  $P = 1058 \text{ W}$ ;  $Q = 0$ ;  $S = 1058 \text{ VA}$ ;  $\cos \varphi = 1$ .

2. Un condensador de  $C = 100 \mu\text{F}$  se conecta a 230 V / 50 Hz.

a) Calcula la reactancia  $X_C$  y la potencia reactiva  $Q$ .

b) ¿Absorbe o cede potencia reactiva?

*Soluciones:*  $X_C = 31,83 \Omega$ ;  $Q = -1661 \text{ var}$ ; Cede reactiva (Capacitivo).

---

**3.** Una instalación consume una potencia activa  $P = 3000 \text{ W}$  y una reactiva inductiva  $Q = 4000 \text{ var}$ .

- a) Calcula la potencia aparente total.
- b) Halla el factor de potencia.
- c) Si la tensión es 230 V, ¿qué corriente circula por el cable general?

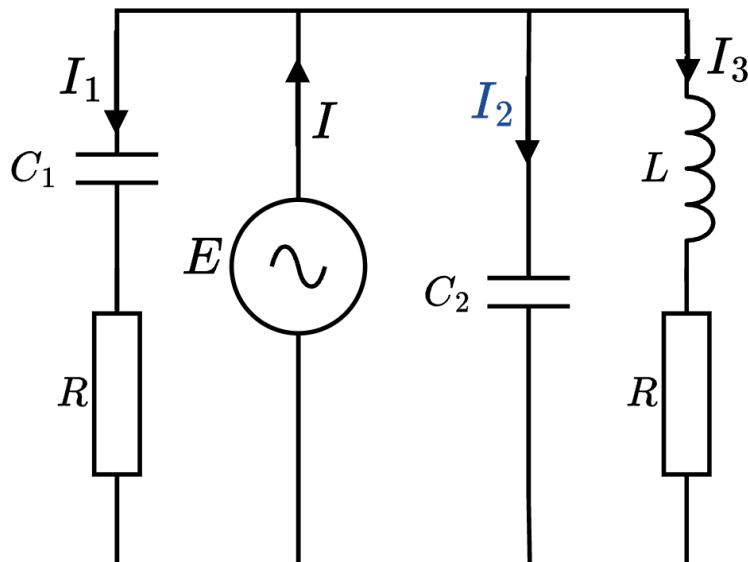
*Soluciones:*  $S = 5000 \text{ VA}$ ;  $\cos \varphi = 0,6$ ;  $I = 21,74 \text{ A}$ .

---

**4.** En el circuito de la figura, calcular:

- a) La intensidad que circula por cada rama.
- b) La impedancia equivalente vista desde el generador.
- c) Las potencias activa y reactiva totales.

**Datos:**  $X_{C2} = 10 \Omega$ ;  $X_{C1} = X_L = R = 5 \Omega$ ;  $E = 50 \text{ V}$ .



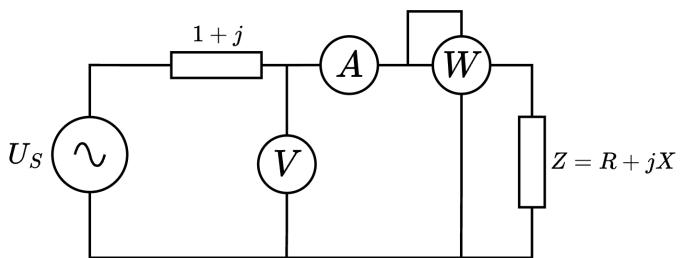
**Soluciones:** a)  $\vec{I}_{\text{Rama1}} = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$ ;  $\vec{I}_{\text{Rama2}} = 5\angle 90^\circ \text{ A}$ ;  $\vec{I}_{\text{Rama3}} = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ A}$ ; b)  $\vec{Z}_{eq} = 4 + 2j \Omega$  ( $2\sqrt{5}\angle 26,56^\circ \Omega$ ). c)  $P_T = 500 \text{ W}$ ;  $Q_T = 250 \text{ var}$  (Inductiva).

---

**5.** En el circuito de la figura se muestra un circuito de corriente alterna en el que las indicaciones de los aparatos de medida, supuestos ideales, son las siguientes:

- Voltímetro, 100 V (valor eficaz).
- Amperímetro, 20 A (valor eficaz).
- Vatímetro, 1200 W.

Hallar  $\vec{Z}$ ,  $R$ ,  $X$  y  $\vec{U}_s$ , tomando  $\vec{I}$  como origen de fases.

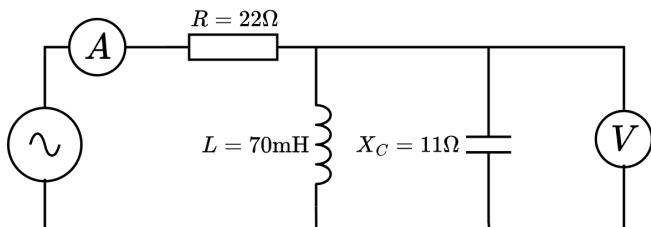


**Soluciones:** Impedancia:  $\vec{Z} = 3 + j4 \Omega$  ( $5\sqrt{53}, 13^\circ \Omega$ ). Componentes:  $R = 3 \Omega$ ;  $X = 4 \Omega$ . Tensión fuente:  $\vec{U}_s = 80 + 100j \text{ V}$  ( $128\sqrt{51}, 31^\circ \text{ V}$ ).

---

6. El circuito de la figura se alimenta con una fuente de tensión de valor eficaz 220V/50Hz. Se pide:

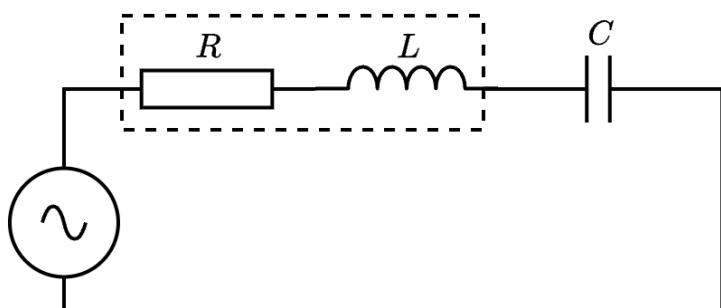
- Calcular el valor de la lectura del amperímetro A.
- Determinar la lectura del voltímetro V.
- Calcular las potencias totales consumidas en el circuito y representar el triángulo de potencias.



**Soluciones:** a) Lectura  $A = 5\sqrt{2} \text{ A}$ . b) Lectura  $V = 155,56 \text{ V}$ . c)  $P = 1100 \text{ W}$ ;  $Q = -1100 \text{ var}$ ;  $S = 1555,63 \text{ VA}$ .

---

7. En el circuito de la figura se sabe que los elementos R-L constituyen una carga que absorbe 2000 W con el factor de potencia 0,5 si se cortocircuita el condensador C. Si la tensión de la fuente es de 220 V/50Hz, calcula el valor que debe tener el condensador para que el factor de potencia del conjunto R-L-C sea unitario.



**Solución:**  $C = 36,75 \mu\text{F}$ .

---

**8.** Se conecta a una línea de 220 V un receptor monofásico inductivo (motor eléctrico) que consume una potencia activa de 5 kW con un factor de potencia de 0,7. Se pide:

- a) Calcular las potencias reactiva y aparente.
- b) Calcular la capacidad equivalente del condensador que se ha de conectar si se desea mejorar el factor de potencia a 0,95.
- c) Calcular la reducción de corriente por la línea al conectar el condensador.
- d) ¿Ha cambiado la potencia activa al mejorar el factor de potencia? Justifica la respuesta.

**Soluciones:** a)  $S = 7142,8 \text{ VA}$ ;  $Q = 5101 \text{ var}$ . b)  $Q_C = 3457,5 \text{ var} \Rightarrow C = 227,4 \mu\text{F}$ . c) La corriente baja de 32,47 A a 23,92 A. Reducción:  $\Delta I = 8,55 \text{ A}$ . d) No. La potencia activa ( $P$ ) depende del trabajo que realiza el motor, y eso no cambia al añadir condensadores en paralelo.

---

**9.** Una carga de corriente alterna monofásica de 50 Hz es alimentada a una tensión de 220 V (valor eficaz). Sabiendo que la potencia aparente absorbida por dicha carga es de 20 kVA, con  $\cos \varphi = 0,8$  inductivo, se pide:

- a) Las potencias activa y reactiva consumidas por la carga.
- b) La impedancia compleja de la carga.
- c) El condensador que conectado en paralelo con la carga hace que el factor de potencia de la instalación sea 0,95 inductivo.

**Soluciones:** a)  $P = 16 \text{ kW}$ ;  $Q = 12 \text{ kvar}$ . b)  $\vec{Z} = 1,936 + j1,452 \Omega$  ( $2,42\angle36,87^\circ \Omega$ ). c)  $Q_C = 6740,8 \text{ var} \Rightarrow C = 443,3 \mu\text{F}$ .

# A Números Complejos en CA

El análisis de circuitos de corriente alterna se simplifica enormemente utilizando números complejos. A continuación, se presenta un resumen de las propiedades y operaciones fundamentales para su consulta rápida.

## A.1 Definición y Forma Binómica

Un número complejo es una expresión de la forma:

$$\vec{Z} = a + j \cdot b$$

Donde:

- $a$  es la **parte real** ( $a \in \mathbb{R}$ ).
- $b$  es la **parte imaginaria** ( $b \in \mathbb{R}$ ).
- $j$  es la unidad imaginaria, definida como  $j = \sqrt{-1}$ .

### Definiciones Básicas

1. **Igualdad:** Dos números complejos  $\vec{Z} = a + jb$  y  $\vec{W} = c + jd$  son iguales si sus partes reales e imaginarias coinciden ( $a = c$  y  $b = d$ ).
2. **Conjugado:** El conjugado de un número  $\vec{Z}$ , denotado como  $\vec{Z}^*$ , es aquel que tiene la misma parte real y la parte imaginaria opuesta ( $\vec{Z}^* = a - j \cdot b$ ).
3. **Producto por el conjugado:** Al multiplicar un número complejo por su conjugado, se obtiene siempre un **número real**.

$$\vec{Z} \cdot \vec{Z}^* = a^2 + b^2$$

*Esta propiedad es fundamental para eliminar la “j” de los denominadores al dividir.*

## A.2 Operaciones en Forma Binómica

Dados dos números complejos  $\vec{Z} = a + jb$  y  $\vec{W} = c + jd$ :

- **Suma y Resta:** Se suman (o restan) las partes reales entre sí y las imaginarias entre sí.

$$\vec{Z} \pm \vec{W} = (a \pm c) + j(b \pm d)$$

- **Producto:** Se aplica la propiedad distributiva, recordando que  $j^2 = -1$ .

$$\vec{Z} \cdot \vec{W} = (ac - bd) + j(ad + bc)$$

- **División:** Se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador para eliminar la parte imaginaria de abajo.

$$\frac{\vec{Z}}{\vec{W}} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}$$

## A.3 Representación Gráfica y Forma Polar

Los números complejos se representan en el plano complejo (diagrama de Argand), donde el eje horizontal es la parte real y el vertical la imaginaria.

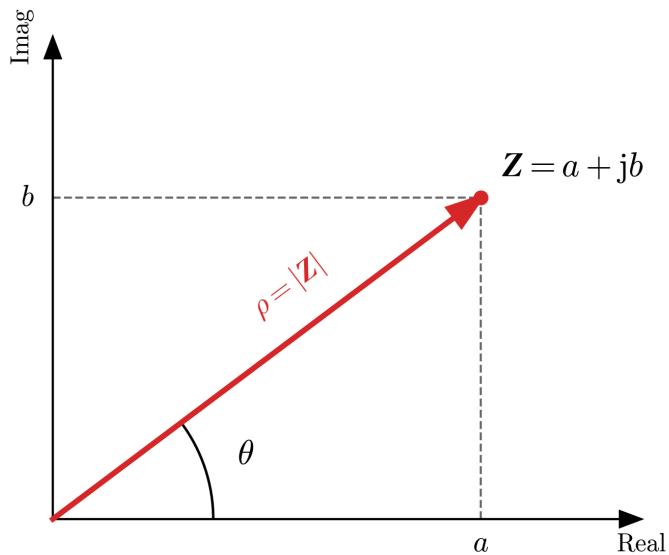


Figure A.1: Representación vectorial de un número complejo

A partir de la gráfica, definimos la **forma polar** mediante el **módulo** ( $|\vec{Z}|$  o  $\rho$ ) y el **argumento** ( $\theta$ ):

$$\vec{Z} = \rho \angle \theta$$

### A.3.1 Conversión entre formas

**De Binómica a Polar:**

$$\rho = |\vec{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

**De Polar a Binómica:**

$$a = \rho \cdot \cos \theta$$

$$b = \rho \cdot \sin \theta$$

## A.4 Operaciones en Forma Polar

La forma polar es mucho más eficiente para realizar multiplicaciones y divisiones. Dados dos números  $\vec{Z} = \rho \angle \theta$  y  $\vec{W} = \sigma \angle \delta$ :

- **Producto:** Se multiplican los módulos y se **suman** los argumentos.

$$\vec{Z} \cdot \vec{W} = (\rho \cdot \sigma) \angle(\theta + \delta)$$

- **División:** Se dividen los módulos y se **restan** los argumentos.

$$\frac{\vec{Z}}{\vec{W}} = \left( \frac{\rho}{\sigma} \right) \angle(\theta - \delta)$$

- **Conjugado:** El conjugado en polar mantiene el módulo y cambia el signo del ángulo.

$$\vec{Z}^* = \rho \angle(-\theta)$$

### Regla de Oro para el Cálculo en CA

Para optimizar el trabajo y evitar errores al resolver circuitos, sigue siempre este criterio:

1. **Para Sumas y Restas:** Utiliza obligatoriamente la **Forma Binómica** ( $\vec{Z} = a + jb$ ).
  - *Intentar sumar en polar es un error muy común y matemáticamente incorrecto sin pasar antes a binómica.*
2. **Para Multiplicaciones y Divisiones:** Utiliza preferiblemente la **Forma Polar** ( $\vec{Z} = \rho \angle \theta$ ).
  - *Es mucho más rápido y menos propenso a errores multiplicar módulos y sumar ángulos que hacer la distributiva con las “j”.*

## A.5 Guía Rápida de Uso de la Calculadora

Aunque cada modelo es diferente, la mayoría de calculadoras científicas estándar siguen una lógica similar para trabajar con números complejos.

### A.5.1 Configuración Inicial

Antes de empezar a operar, asegúrate de dos cosas fundamentales:

1. **Activa el Modo Complejo:** Busca la tecla MODE o SETUP y selecciona la opción CMPLX (o Complex).
  - *Sabrás que está activo si ves un indicador “CPLX” o “CMPLX” en la pantalla.*
2. **Verifica los Grados:** Asegúrate de que la calculadora está en Degrees (D) (Grados sexagesimales) y no en Radianes (R) o Gradianes (G).
  - *Si ves una “R” en la pantalla, tus resultados angulares saldrán mal.*

## A.5.2 Cómo escribir los números

Ten en cuenta que las calculadoras usan la notación matemática estándar (*i*) en lugar de la notación eléctrica (*j*).

- **La unidad imaginaria (*i*):** Suele estar en la tecla ENG. En la mayoría de modelos no hace falta pulsar Shift antes.
  - *Ejemplo para escribir*  $3 + j4$ : Teclea  $3 + 4 \text{ i}$ .
- **El símbolo de ángulo ( $\angle$ ):** Para introducir formas polares, busca el símbolo  $\angle$  (suele estar sobre la tecla (-) o v y requiere pulsar SHIFT).
  - *Ejemplo para escribir*  $10\angle30^\circ$ : Teclea  $10 \text{ SHIFT } \backslash\text{angle } 30$ .

## A.5.3 Conversión entre formas (Paso a paso)

El error más común es no saber cómo pasar un resultado de binómica a polar o viceversa.

### Truco: El menú de conversión

Casi todas las operaciones de conversión se esconden tras una de estas dos teclas, dependiendo de la antigüedad de tu calculadora:

- **Modelos Clásicos:** Pulsa SHIFT + 2 (encima suele poner CMPLX en amarillo).
- **Modelos Modernos (Classwiz):** Pulsa la tecla OPTN (Option).

### Para pasar a Polar ( $r\angle\theta$ ):

1. Introduce el número o ten el resultado en pantalla (ej:  $3 + 4i$ ).
2. Abre el menú de conversión (SHIFT+2 o OPTN).
3. Selecciona la opción que se parece a  $\triangleright r\angle\theta$ .
4. Pulsa =

### Para pasar a Binómica ( $a + bi$ ):

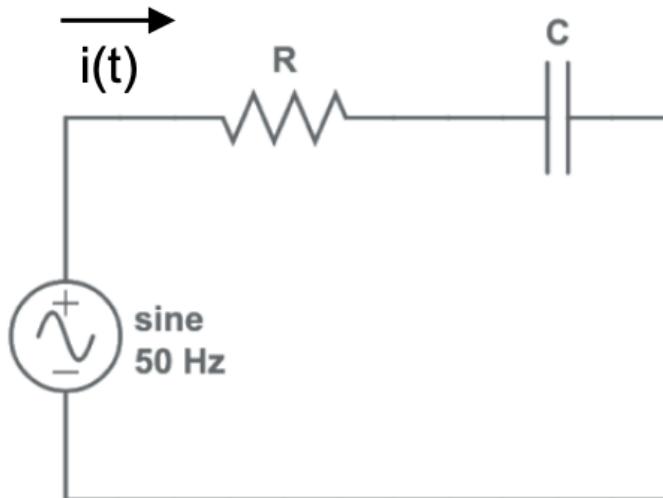
1. Introduce el número o ten el resultado en pantalla (ej:  $5\angle53.13$ ).
2. Abre el menú de conversión.
3. Selecciona la opción que se parece a  $\triangleright a + bi$ .
4. Pulsa =

## B Problemas de Corriente Alterna (Ponencia 2025)

Recopilación de los problemas del Bloque D1 incluidos en la propuesta de la Ponencia de Selectividad para el curso 2025-26.

### Problema 1

La resistencia de un calefactor está sometida a una tensión de 125 V (eficaces) cuando consume 1000 W de potencia. Para su funcionamiento se conecta a una tensión de red de 220 V (eficaces) y 50 Hz. Considerando que el sistema se corresponde con el circuito de la figura (Serie R-C):



- Obtener la corriente que atraviesa los elementos del circuito.
- Determinar los valores de la capacidad  $C$  y de la reactancia capacitiva  $X_C$ .
- Calcular la potencia activa, reactiva y aparente y dibujar el triángulo de potencia. Determinar el valor del factor de potencia.

**Solución:** a)  $I = 8 \text{ A}$ .

b)  $X_C = 22,63 \Omega$ ;  $C = 140,66 \mu\text{F}$ .

c)  $P = 1000 \text{ W}$ ;  $Q = -1448,32 \text{ VAR (Capacitiva)}$ ;  $S = 1760,01 \text{ VA}$ ;  $\cos \varphi = 0,57$ .

### Problema 2

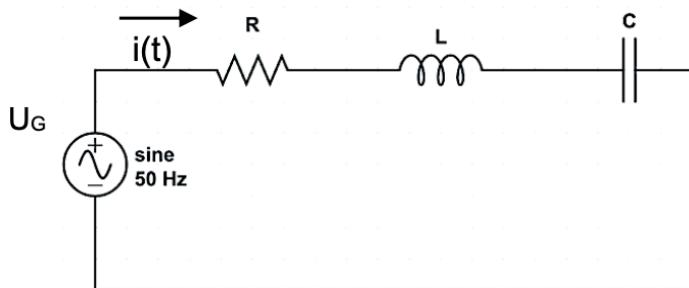
Un circuito de corriente alterna conectado a un generador con una tensión entre sus bornes de valor eficaz de 220 V y 50 Hz, tiene en serie una resistencia de  $50 \Omega$ , una bobina de  $50 \text{ mH}$  y un condensador de  $100 \mu\text{F}$ .

- Dibujar el circuito y determinar la expresión  $v(t)$  del generador.
- Determinar el valor de la impedancia del circuito. Razonar si se trata de una impedancia inductiva o capacitiva. Dibujar el triángulo de impedancias.
- Calcular la caída de tensión e intensidad en cada uno de los componentes pasivos.
- Calcular la potencia activa, reactiva y aparente. (*Nota: Tómese para todo el problema como origen de fases la tensión del generador*).

**Solución:** a)  $v(t) = 311,13 \cdot \sin(100\pi t)$  V (suponiendo fase 0).  
b)  $\vec{Z} = 50 - j16,12\Omega = 52,53/-17,87^\circ$ . Es **capacitiva** ( $X_C > X_L$ ).  
c)  $\vec{U}_R = 209,5/17,87^\circ$  V;  $\vec{U}_L = 65,82/107,87^\circ$  V;  $\vec{U}_C = 133,37/-72,13^\circ$  V.  
d)  $P = 877,81$  W;  $Q = -283$  var (Capacitiva);  $S = 922,30$  VA.

### Problema 3

En el circuito mostrado en la figura, donde  $U_G = 100$  V (50 Hz),  $R = 200 \Omega$ ,  $L = 50$  mH y  $C = 15 \mu\text{F}$ .



- Determinar la intensidad proporcionada por la fuente en el circuito mostrado en la figura.
- Dibujar el diagrama fasorial de tensión.

**Solución:** a)  $\vec{I} = 0,36/44,49^\circ$  A.

### Problema 4

Se conecta una impedancia,  $Z = (40 + j 31,41) \Omega$  a un generador de corriente alterna de 220 V de tensión eficaz y 50 Hz de frecuencia. Calcular:

- La potencia activa, la potencia reactiva y la potencia aparente y dibuje el triángulo de potencias.
- La capacidad del condensador ( $\mu\text{F}$ ) a conectar en paralelo con la impedancia para conseguir un factor de potencia de 0,98.

**Solución:** a)  $P = 749,22$  W;  $Q = 588,31$  var (inductivo);  $S = 952,6$  VA.  
b)  $C = 28,68 \mu\text{F}$ .

### Problema 5

Por una asociación serie de resistencia (R) e inductancia (L) en un circuito eléctrico circula una intensidad de  $i(t) = 12 \cos(1200t + 60^\circ)$  mA, siendo el voltaje en los extremos del conjunto de  $v(t) = 0,8 \cos(1200t + 85^\circ)$  V. ¿Cuál es el valor de la resistencia R y de la inductancia L?

**Solución:**  $R = 60,42\Omega$ .  
 $L = 23,47$  mH.

### Problema 6

Un circuito doméstico de 230 V eficaces a 50 Hz alimenta dos lámparas de 75 W con un factor de potencia unidad y un motor que consume 500 VA con un factor de potencia 0,78 inductivo.

- Dibujar el circuito, representando cada carga mediante una impedancia e incluyendo el interruptor de cada carga.
- Determinar la corriente total cuando todas las cargas operan de forma simultánea.
- ¿Qué condensador conectado en paralelo con las cargas dará un factor de potencia unidad?

**Solución:** b)  $\vec{I}_{total} = 2,71 \angle -30,09^\circ$  A.  
c)  $C = 18,6 \mu\text{F}$ .

### Problema 7

En una red de alimentación de 230 V y 50 Hz se encuentra conectado un motor asíncrono monofásico que consume una potencia de 7,4 kW con un factor de potencia de 0,8 inductivo. Determinar:

- Capacidad de la batería de condensadores que hay que conectar en paralelo con el conjunto de receptores para corregir el factor de potencia a 0,95.
- Intensidad consumida antes de conectar la batería de condensadores.
- Intensidad consumida después de conectar la batería de condensadores.

**Solución:** a)  $C = 187,64 \mu\text{F}$ .  
b)  $I_{antes} = 40,21$  A.  
c)  $I_{despues} = 33,86$  A.

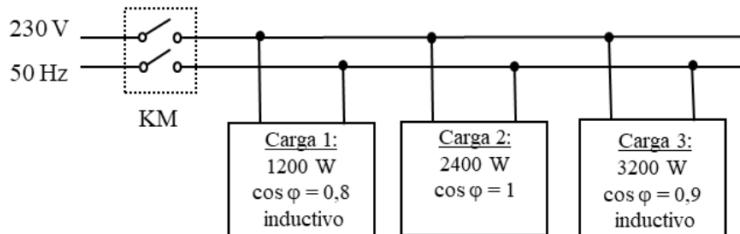
### Problema 8

Determinar el triángulo de potencias de un receptor eléctrico al que se le aplica una tensión de  $u(t) = 290 \operatorname{sen}(\omega t - 90^\circ)$  V y absorbe una intensidad de  $i(t) = 17 \operatorname{sen}(\omega t - 30^\circ)$  A.

**Solución:**  $S = 2464,82$  VA.  
 $P = 1232,5$  W.  
 $Q = -2134,6$  var (Capacitiva).

### Problema 9

El circuito de la figura KM representa un interruptor magnetotérmico bipolar que protege la instalación. Determinar la corriente mínima que debe soportar el interruptor para que en condiciones normales de funcionamiento no se dispare. ¿Cuál es el factor de potencia del conjunto de la instalación?



- Carga 1: 1200 W,  $\cos \varphi = 0,8$  inductivo.
- Carga 2: 2400 W,  $\cos \varphi = 1$ .
- Carga 3: 3200 W,  $\cos \varphi = 0,9$  inductivo.

**Solución:**  $\vec{I} = 6,52/-36,87^\circ$  A.

Factor de potencia:  $\cos \varphi = 0,94$ .

### Problema 10

Un generador de frecuencia variable de corriente alterna a 230 V y 50 Hz, alimenta un circuito RLC paralelo formado por una  $R = 40 \Omega$ , una inductancia de  $L = 100 \text{ mH}$  y un condensador de  $C = 300 \mu\text{F}$ , calcular:

- a) La intensidad de corriente que circula por cada una de las ramas del circuito.
- b) El factor de potencia del circuito.
- c) Las potencias activa, reactiva y aparente del circuito.
- d) El valor de la frecuencia necesaria para que el factor de potencia de este circuito sea la unidad.

**Solución:** a)  $\vec{I}_R = 5,75/0^\circ$  A;  $\vec{I}_L = 7,32/-90^\circ$  A;  $\vec{I}_C = 21,68/90^\circ$  A.

b)  $\cos \varphi = 0,37$  (Capacitivo).

c)  $P = 1322,5 \text{ W}$ ;  $Q = -3303,18 \text{ var}$ ;  $S = 3558,1 \text{ VA}$ .

d) Resonancia ( $X_L = X_C$ ):  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 29,06 \text{ Hz}$ .