UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA
VICERRECTORADO ACADÉMICO
COORDINACIÓN DE EVALUACIÓN ACADÉMICA
ÁREA: INGENIERÍA
CARRERA: INGENIERÍA EN SISTEMAS

INSTRUCTIVO DE TRABAJO PRÁCTICO LAPSO 2025-2

Asignatura: Investigación de Operaciones I (Cód. 315)

Fecha de publicación: **En las primeras cinco semanas del lapso 2025-2**

Fecha tope de entrega al Asesor: **Semana 45 / 08-11-2025**

Nombre del estudiante: JOSE LUIS TINEO CASTRO

Cédula de identidad: V-7929916

Centro Local: METROPOLITANO

Carrera: **Ingeniería de Sistemas (Cód. 236)**

Número de originales:1

Dirección de correo electrónico:joseluistineo90@hgmail.com

Teléfono celular: 0412 8031454

RESULTADO DE LA CORRECCIÓN

Objetivos		5	6	9
No logrado: 0	Logrado: 1			

UTILICE ESTA MISMA PÁGINA COMO CARÁTULA DE SU TRABAJO PRÁCTICO

Especialista en contenido: Ing. Mariana Guanda Evaluador: Aarom Oramas

ESPECIFICACIONES DEL TRABAJO PRÁCTICO

M: 2, U: 5, O: 5

Una empresa fabrica dos productos, A y B. La producción de cada unidad de A requiere 2 horas de mano de obra y 1 kg de materia prima. La producción de cada unidad de B requiere 3 horas de mano de obra y 2 kg de materia prima. La empresa dispone de un total de 120 horas de mano de obra y 80 kg de materia prima. El beneficio por unidad de A es de $6 y por unidad de B es de $8. La empresa desea maximizar su beneficio.

Determine:

1. **Variables de Decisión.**
2. **Función Objetivo.**
3. **Restricciones.**
4. **El modelo matemático de Programación Lineal.**
5. **Resuelva el problema usando el método Simplex Revisado. Muestre las tablas necesarias y la secuencia de pivoteo.**

RESPUESTA OBJ #5

1.- Variables de Decisión:

X_1 : Cantidad de Unidades de Producto A, a elaborar**.**

X_2 : Cantidad de Unidades de Producto B a elaborar

2.- Función Objetivo:

Maximizar $Z = 6x_1 + 8x_2$

3.- Restricciones:

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$ (Mano de Obra horas)

$x_1 + 2x_2 \leq 80$ (Mano de Obra horas)

$x_1 , x_2 \geq 0$ (No Negatividad)

4.- Modelo Matemático de Programación Lineal:

Maximizar: $Z = 6x_1 + 8x_2$

Sujeto a: $2x_1 + 3x_2 \leq 120$

$x_1 + 2x_2 \leq 80$

$x_1 , x_2 \geq 0$

5.- Resolución por el método Simplex Revisado Matricial (aplicación del algoritmo):

Maximizar: $Z = 6x_1 + 8x_2$

Sujeto a: $2x_1 + 3x_2 = 120$

$x_1 + 2x_2 = 80$

$x_1 , x_2 \geq 0$

Solución Básica Inicial (SBI): X_1=0, X_2 =0, S_1= 120, S_2= 80.

Uso de terminología:

X_B = Solución básica.

VB = Variable Básica

VNB = Variable No Básica

B = Matríz Básica.

B^{-1}= Matriz inversa de B

b = Vector de recursos.

$(Z_j - C_j)$: Costo reducido

P_j : Coeficiente de Variable No Básica, X_j en restricciones.

C_B= Vector de Costos Básicos

C_j = Coeficiente de VNB en la función Objetivo.

P_1 : $[2 , 1]^T$
P_2 : $[3 , 2]^T$
P_3 : $[1 , 0]^T$
P_4 : $[0 , 1]^T$
C_1 : 6
C_2 : 8

Microsoft Editor de ecuaciones 3.0

Usamos el editor de Ecuaciones 3.0 de Microsoft

B = $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$ **B^{-1} =** $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$

C_B= (0,0,) Coeficientes de S1 y S2 en Z

$X_B = B^{-1} * b$ => $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 120 \\ 80 \end{matrix} = \begin{matrix} 120 \\ 80 \end{matrix}$ $Z = C_B * X_B = 0$

<u>Hallemos costos reducidos (Z_j-C_j):</u>

Fórmula: $Z_j - C_j = C_B * B^{-1} * P_j - C_j$

<u>Para X_1</u> : Z_1-C_1 = (0, 0) * $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$ - 6 = - 6

<u>Para X_2</u> : Z_2-C_2 = (0, 0) * $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$ - 8 = - 8 (Entra X_2 la más Negativa)

Dirección: $B^{-1} * PX_2$ = $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} = \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$

Prueba de la razón mínima:: $\theta = \min\left(\frac{120}{3}, \frac{80}{2}\right) = \min(40,40)$

Como hay empate a 40 elegimos S_1(la primera)

- **Regla estándar: problema Primal:** Variable de salida: **La variable básica asociada al** menor θ min positivo **(para mantener la factibilidad).** En empates: **Se elige arbitrariamente Elegí S1 como variable de salida.**

  (Taha, pág 72, Cap 3,9na Ed en Español)

Actualizamos la Base y solución:

B = $\begin{matrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{matrix}$; **C_B =** (8, 0) **;** **B^{-1} =** $\frac{1}{ad-bc} * \begin{matrix} d & -b \\ -c & a \end{matrix} = \frac{1}{3} * \begin{matrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{matrix}$

Nueva X_B = **B^{-1} * b =** $\begin{matrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 120 \\ 80 \end{matrix} = \begin{matrix} 40 \\ 0 \end{matrix}$ (esto es $\begin{matrix} X_2 \\ S_2 \end{matrix}$)

Verifiquemos Optimalidad: **Para X_1 y S_1** (VNB):

Fórmula: Z_j-C_j= C_B * B^{-1} * P_j- C_j

<u>En X1</u>: **P_1 =** $\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$; **C_1 = 6** $\therefore$ **Z_1-C_1** = (8,0) ***** $\begin{matrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$ - 6 = 8 * $\frac{1}{3}$ + 0 * $\frac{-2}{3}$; 8 * 0 + 0 * 1 = ($\frac{8}{3}$,0)

($\frac{8}{3}$,0) * $\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$ = $\frac{16}{3}$ + 0 = $\frac{16}{3}$

$\frac{16}{3}$ - 6 = $\frac{-2}{3}$ (esto indica que X1 puede mejorar Z)

<u>En S1</u>: **P_{S1} =** $\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$; **$Cs_1$ = 0** $\therefore$ **Z_1-C_1 =** (8,0) ***** $\begin{matrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$ = 8 * $\frac{1}{3}$ + 0 * $\frac{-2}{3}$ = $\frac{8}{3}$ + 0 = $\frac{8}{3}$

Segunda componente $\frac{8}{3} * \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$ = 8 * 0 +0 * 1 = 0 + 0 = 0

Nos queda que **$C_B - B^{-1}$ =** $(\frac{8}{3}, 0)$ y resolviendo **$C_B - B^{-1} * P_{-1}$** $(\frac{8}{3}, 0) * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{8}{3}$

$\therefore$ **Z_1-C_1 =** $\frac{8}{3} - 0 = \frac{8}{3}$.

pero $\frac{8}{3} > 0$ No entra en la solución ya que en maximización buscamos costos reducidos negativos para mejorar Z. por tanto no entra S_1.

Analizamos lo siguiente: como **Z_1-C_1** $= \frac{-2}{3} < 0$ eso implica que X 1 pudiera entrar a la Base, veamos:

$B^{-1} * P_{-1}$: $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$, la variable de salida sería : X2 y $\theta = \frac{x_2}{\frac{2}{3}} = \frac{40}{\frac{2}{3}} = 60$

Nueva Base B = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$; $X_B = B^{-1} * b = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 120 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 20 \end{pmatrix}$ (esto es X1 y S2)

X1 = 60 ; S2 = 20 ; Z = 6(60)+ 8 (0) = 360 $C_B = (6,0)$.

Verifiquemos Optimalidad:

Costos reducidos con $C_B = (6,0)$. $C_B * B^{-1} = (6,0) * \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} = (3,0)$

Para X_2 : **Z_2-C_2 =** $(3,0) * \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} - 8 = 9 - 8 = 1 > 0$

Para S_1 : **Zs_1-Cs_1 =** $(3,0) * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0 = 3 - 0 = 3 > 0$

Como todos los $Z_j - C_j \geq 0$ la solución es óptima.

Verifiquemos la factibilidad:

Restricción 1: 2x1 + 3x2 + S1 = 2 (60) + 3 (0) + S1 = 120 $\rightarrow S_1 = 0$

Restricción 2: X1 + 2X2 + S2 = 60 + 2 (0) + 20 = 80 $\rightarrow S_2 = 20$

Todas las variables son **NO** negativas: Se satisfacen las restricciones

$X1 = 60 \geq 0$

$X2 = 0 \geq 0$

$S1 = 0. \geq 0$

$S2 = 20 \geq 0$

La solución Final öptima es: X1 = 60

X2 = 0

Z = 360.

Nuevo valor VB = Valor actual - $\mathbf{B^{-1}} * \mathbf{P_j} * \theta$

Solución óptima Final : $X_1 = 0$ (No produciremos unidades del producto A)

$X_2 = 40$ (Producimos 40 unidades del producto B)

Z = 320 (Nuestro beneficio Máximo será de $320).

Nota: Tomando en consideración lo sugerido por el profesor Guillermo Mata vemos que este método es más eficiente, preciso y veloz que el simplex tradicional con Tableau el cual requiere varias iteraciones, lo comprobamos realizando el Simplex revisado tradicional.

M: 2, U: 6, O: 6

Una empresa tiene tres plantas (P1, P2, P3) con capacidades de producción de 60, 80 y 90 unidades, respectivamente. Estas unidades deben ser transportadas a cuatro almacenes (A1, A2, A3, A4) con demandas de 50, 70, 60 y 50 unidades, respectivamente. Los costos unitarios de transporte desde cada planta a cada almacén se muestran en la siguiente tabla:

Costos	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**
P1	8	6	10	9
P2	9	12	13	7
P3	7	11	9	10

1. **Determine la solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM). Muestre la tabla de asignaciones y el costo total.**
2. **Determine la solución óptima usando el método de los costos reducidos (o método MODI/stepping stone). Muestre todas las tablas de iteración y justifique los cálculos.**

Recomendaciones:

a) Solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM):

- ✓ Construya la tabla de transporte con las capacidades, demandas y costos.
- ✓ Determine la solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM). Muestre claramente los cálculos de penalizaciones / diferencias en cada paso y las asignaciones resultantes en cada etapa de la tabla.

Muestre la tabla de asignaciones final de VAM (con todas las cantidades asignadas en sus celdas correspondientes) y calcule el costo total de transporte para esta solución inicial.

b) Solución óptima usando el método de los costos reducidos (MODI / Stepping Stone):

- ✓ A partir de la solución inicial obtenida con VAM, aplique el método de los costos reducidos (MODI) para encontrar la solución óptima.
- ✓ Para cada iteración:
  - ✧ Muestre la tabla de asignaciones actual.
  - ✧ Determine y presente los valores de y para las celdas básicas.
  - ✧ Calcule y presente los costos reducidos () para todas las celdas no básicas.
  - ✧ Si la solución no es óptima, identifique claramente la celda de entrada, trace el circuito de mejora y determine la cantidad a transferir.
  - ✧ Actualice la tabla de asignaciones.
- ✓ Continúe este proceso de iteración hasta que todos los costos reducidos sean no negativos, lo que indicará la solución óptima.
- ✓ Presente la tabla de asignaciones final (óptima) y el costo total óptimo.

RESPUESTA

Objetivo #6 Problema de Transporte

Método de la Aproximación VOGEL (VAM) y Método MODI

1.- DATOS: Solución inicial.

	A1	A2	A3	A4	OFERTA	FILA PENALIZACION
P1	8	6	10	9	60	8-6=2
P2	9	12	13	7	80	9-7=2
P3	7	11	9	10	90	9-7=2
DEMANDA	50	70	60	50	**230**	
COLUMNA PENALIZACION	8-7=1	11-6=**5**	10-9=1	9-7=2		

Mayor Penalización: Columna A2 = 5 (La diferencia entre los dos costos más bajos)

Asignación : Menor costo en A2: P1 $\longrightarrow$ A2 = 6 ; Asignación mínima (60,70) = 60

Siempre asignamos el mínimo entre oferta y demanda.

Ajustes: P1 Oferta agotada (60-60=0) Tachamos la fila 1

Demanda Restante: A2 = 70 – 60 = 10.

Iteración 2:

	$A_1^{(50)}$	$A_2^{(10)}$	$A_3^{(60)}$	$A_4^{(50)}$	OFERTA	FILA PENALIZACION
P2	9	12	13	7	80	9-7=2
P3	7	11	9	10	90	9-7=2
COLUMNA PENALIZACION	9-7=2	12-11=1	13-9=4	10-7=3		

Mayor Penalización: Columna A3 = 4

Asignación : Menor costo en A3: P3 $\longrightarrow$ A3 = 9 ; Asignación mínima (90,60) = 60

Ajustes: A3 Demanda Satisfecha (90-90=0) Tachamos la columna 3

Oferta Restante: P3 = 90 – 60 = 30.

Iteración 3:

	$A_1^{(50)}$	$A_2^{(10)}$	$A_4^{(50)}$	OFERTA	FILA PENALIZACION
P2	9	12	7	80	9-7=2
P3	7	11	10	30	10-7=3
COLUMNA PENALIZACION	9-7=2	12-11=1	10-7=3		

Asignación : Menor costo en P3: P3 $\longrightarrow$ A1 = 7 ; Asignación mínima (30,50) = 30

Ajustes: P3 Oferta agotada (30-30=0) Tachamos la fila P3

Demanda Restante: A2 = 50 – 30 = 20.

Nueva Tabla: con las demandas pendientes de asignación

	$A_1^{(20)}$	$A_2^{(10)}$	$A_4^{(50)}$	OFERTA
P2	9	12	7	80

Criterio de "parada": Nos detenemos cuando solo nos quede una fila o columna sin tachar con oferta/demanda positiva. En ésta iteración solo queda la fila P2 con oferta 80 y demandas pendientes (A1:20; A2:10; A4:50). Se asigna directamente sin calcular penalizaciones

Iteración 4: (Para las Asignaciones Restantes)

Explicación con ejemplo:

El almacén A2 pide o demanda 70 cajas. La planta P1 solo puede producir u ofertar 60 cajas, y se las envía a bajo costo (6 UM/caja).Por lo tanto para la celda P1 $\longrightarrow$ A2 (60*6 = 360 UM). Para las 10 cajas faltantes, debemos usar otra planta. La planta P2 puede enviarlas, pero a un costo mayor (12 UM/caja), porque no hay otra opción más barata disponible. serían: (10*12=120 UM).

P2 $\longrightarrow$ A1: 20 Unid (costo 20) porque A1 necesita 20 y es una ruta disponible.

P2 $\longrightarrow$ A2 : 10 Unid (costo 12) para cubrir lo que faltaba de A2 que eran 70.

P2 $\longrightarrow$ A4 ; 50 unid (costo 7) Para cubrir toda A4.

Para explicar lo que ocurre con Almacen uno (A1) veámoslo asi con una analogía:

A1 pide o le demanda a Planta 3 (P3) 50 cajas, pero P3 puede enviar la oferta restante de sólo 30 “cajas" , las más baratas a 7 UM y se las asigna 30 * 7 = 210 UM, pero A1 aún requiere 20 cajas más, P3 agotó su stock en almacén, así que no le queda otra que pedirlas a Planta 2 (P2) que envíe esas 20 cajas restantes a 9 UM/caja y 20 * 9 = 180 UM/caja. De esa forma satisfacemos toda la demanda de 50 unidades en A1 usando dos plantas diferentes tal como hicimos en A2.

	$A_1^{(20)}$	$A_2^{(10)}$	$A_3^{(60)}$	$A_4^{(50)}$
P1		60*6=360		
P2	20*9=180	10*12=120		50*7=350
P3	30*7=210		60*9=540	

Costo Total Inicial: (60*6) + (20*9)+(10*12)+50(7)+(30*7)+(60*9) = 1760 UM

Paso 2: **Verificación de Optimalidad con el método MODI:**

1.- En la tabla final VAM buscamos las celdas con asignación:

	$A_1^{(20)}$	$A_2^{(10)}$	$A_3^{(60)}$	$A_4^{(50)}$
P1		60*6=360		
P2	20*9=180	10*12=120		50*7=350
P3	30*7=210		60*9=540	

Tenemos : P1 $\rightarrow$A2 : 60 ; P2$\rightarrow$A1: 20 ; P2$\rightarrow$A2: 10; P2$\rightarrow$A4:50; P3$\rightarrow$A1:30; P3$\rightarrow$A1 :60

2.-Hallamos las variables duales (U_i y V_i) planteando ecuaciones para cada variable básica, es decir las que tienen asignación VAM. Primero fijamos **U_1 = 0 (arbitrario). Esto nos permite con ecuaciones simples, resolver el resto de las variables**

1) P1 $\rightarrow$A2 $\Rightarrow$ U1 + V2 = 6 $\therefore$ **V2 = 6-0 =6** $\Rightarrow$ **V2 =6**
2) P2$\rightarrow$A2 $\Rightarrow$ U2 + V2 = 12 $\therefore$ **U2 = 12- 6 = 6** $\Rightarrow$**U2=6**
3) P2$\rightarrow$A1 $\Rightarrow$ U2 + V1 = 9$\therefore$ **V1 = 9- 6** $\Rightarrow$ **V1 =3**
4) P2$\rightarrow$A4 $\Rightarrow$ U2 + V4 = 7 $\therefore$ **V4 = 7-6 =1** $\Rightarrow$ **V4=1**
5) P3$\rightarrow$A1 $\Rightarrow$ U3 + V1 = 7 $\therefore$ **U3 = 7-3 =4** $\Rightarrow$**U3=4**
6) P3$\rightarrow$A3 $\Rightarrow$ U3 + V3 = 9 $\therefore$ **V3 = 9-4= 5** $\Rightarrow$**V3=5**

3.- Hallamos los costos reducidos (C_{ij}) para celdas NO básicas (sin asignación).

Fórmula: $C_{ij} = C_{ij} - (U_i + V_j) \Rightarrow C_{ij} - U_i - V_i$

Tomo los costos de la tabla inicial para cada celda y en la fórmula sustituyo el valor obtenido para cada variable.

CELDA	$C_{ij} = C_{ij} – (U_i + V_j) \Rightarrow C_{ij} – U_i – V_i$	COSTO REDUCIDO (C_{ij})
P1 $\rightarrow$A1	C_{11} = 8 – U1 –V1 $\Rightarrow$ 8-0-3 =5	5
P1 $\rightarrow$A3	C_{13} = 10– U1 –V3 $\Rightarrow$ 10-0-4 =5	5
P1 $\rightarrow$A4	C_{14} = 9 – U1 –V4 $\Rightarrow$ 9-0-1 = 8	8
P2 $\rightarrow$A2	C_{22} = 12 –U2 – V2 $\Rightarrow$12-6-6= 0	0
P2 $\rightarrow$A3	C_{23} = 13 –U2 – V3 $\Rightarrow$13-6-5= 2	2
P3 $\rightarrow$A2	C_{32} = 11 – U3-V2 $\Rightarrow$ 11-4-6	1
P3 $\rightarrow$A4	C_{34} = 10 –U3-V4 $\Rightarrow$ 10-4-1	5

Todos los Costos reducidos **C_{ij}** $\geq$ **0** $\forall$ las celdas No básicas **por tanto la solución es óptima**, caso contrario usaríamos el método Stepping Stone. Con MODI verificamos optimalidad..

Un costo reducido igual a 0 (cero) indica que existe una solución alternativa óptima, si trazamos su circuito de mejora, obtendríamos otra solución con el mismo costo 1760 UM.

M: 4, U: 9, O: 9

Una refinería de petróleo produce tres tipos de gasolina: Gasolina Estándar (GE), Gasolina Premium (GP) y Gasolina de Alto Octanaje (GAO), mediante la mezcla de diferentes componentes. La empresa desea determinar la combinación óptima de producción para maximizar su beneficio total.

Las ventas mensuales de Gasolina Premium (GP) están limitadas a un máximo de 400 barriles. Por cada cuatro barriles de Gasolina Estándar (GE) producidos, se obtiene un subproducto de Combustible para Aviación (CA), que se puede vender a una tasa de 30 Unidades Monetarias (UM) por barril. La demanda mensual más alta de este subproducto (CA) es de 120 barriles.

Las contribuciones por barril de los productos GE, GP y GAO son de 45 UM, 85 UM y 70 UM, respectivamente. Los requisitos de procesamiento en tres unidades de refinación (Cracking, Destilación y Reforma) se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Horas de proceso por barril de combustible y disponibilidad.

Unidad de Refinación	**GE (Horas/barril)**	**GP (Horas/barril)**	**GAO (Horas/barril)**	**Horas disponibles al mes**
Cracking	2	4	1	950
Destilación	3	-	2	650
Reforma	3	2	1	1200

Formule un modelo de programación lineal de este problema para encontrar la combinación óptima de productos de modo que se maximice la contribución total y establezca lo siguiente:

1. **Variables de Decisión (Precisando cada una de las variables).**
2. **Función Objetivo.**
3. **Restricciones. (Precisando cada una de las restricciones).**
4. **El modelo matemático de Programación Lineal.**
5. **Realizar un análisis de sensibilidad para este problema de programación lineal, evaluar cómo los cambios en los parámetros del problema (como los coeficientes de la función objetivo o las restricciones) afectan la solución óptima, requiriendo el uso de un software de programación lineal para la resolución y análisis general de los resultados.**

RESPUESTA OBJ #9

1.- Variables de Decisión:

X_1 : Barriles de GE (Gasolina Estándar)

X_2: Barriles de GP (Gasolina Premium)

X_3: Barriles de GAO (Gasolina de Alto Octanaje).

2.- Función Objetivo:

El combustible de avión (CA) es un subproducto de la gasolina estándar (GE), osea depende directamente de X_1, no la tomaremos como una nueva variable x4, queremos simplificar no complicar más el problema añadiendo variables y aumentar redundancia innecesaria.

sabemos que obtenemos 1 barril de CA por cada 4 barriles de GE es decir: CA = $\frac{x_1}{4}$ = esto es:

$\frac{1}{4}*30$ UM = 7.5 UM es la contribución de CA , si le añadimos las 45 UM de GE obtendremos 52.5 X_1 y nos queda que:

$$\mathbf{Z = 52,5\ X_1 + 85\ X_2 + 70\ X_3}$$

3.- Restricciones: (* El límite de CA no excede la demanda máxima de 120 barriles).

1**.- Cracking :** $2\ X_1 + 4\ X_2 + X_3 \leq 950$

2**.- Destilación :** $3X_1 + 2X_3 \leq 650$

3**.- Reforma :** $3X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 1200$

4**.- Límites de Mercado :** $X_2 \leq 400$

* **(** $\frac{x_1}{4} \leq 120$ UM) $\Rightarrow$ $X_1 \leq 480$

4.- Modelo Matemático de Programación Lineal:

Max $Z = 52,5\ X_1 + 85\ X_2 + 70\ X_3$

Sujeto a: $2X_1 + 4\ X_2 + X_3 \leq 950$

$3X_1 + 2X_3 \leq 650$

$3X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 1200$

$X_2 \leq 400$

$X_1 \leq 480$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$ (No negatividad)

Cálculos:

1.- Fijamos $X_1 = 0$ (No es rentable producir GE como veremos en los cálculos abajo).

2.- Sustituimos $X_1 = 0$ en las restricciones :

Destilación: $3\ (0) + 2X_3 = 650 \Rightarrow X_3 = 325$

Cracking: $2\ (0) + 4\ X_2 + (325) = 950 \Rightarrow 0 + 4\ X_2 + 325 = 950 \Rightarrow X_2 = 156.25$

3.- Verificando Holguras:

Reforma: $2\ (156.25) + 325 = 637.50 \leq 1200$ (holgura = 562.50)

GP : $156.25 \leq 400$ (Holgura = 243.75).

Beneficio Total = Z = 52.5(0) + 85 (156.25) + 70 (325) = 36.031,25 UM

Análisis de Sensibilidad:

Precios sombra: **Cracking** (aumentando 1 hora = 951)

$4X_2+325 = 951 \Rightarrow X_2= 156 \Rightarrow \Delta Z = 85 * 0.25 = 21.25$ UM

Rango válido: $[325,1925]$ horas

Destilación: Aumentando 1 hora: 651.

$2X_3 = 651 \Rightarrow X_3= 326.5 \Rightarrow \Delta Z = 70* 0.5 = 35$ UM.

Rangos de Optimalidad:

Para X_1 : Si C_1 aumenta a 85 UM:

Costo de oportunidad: $70\ (\frac{3}{2}) = 105$ UM $\Rightarrow$ Límite = 85 - 52.5 = 32.5 UM

Rango: [45,85] .

Por que $X_1= 0$ es óptimo?

Costo de producir GE: Cada X_1 reduce **X_3 en** $\frac{3}{2}$ barilles (por destilación)

Pérdida Neta = $70 * \frac{3}{2} = 105$ UM eso afecta la ganacia de (GE) en:

52.5 UM – 105 UM = -52.5 UM (pérdida)

INTERPRETACION ECONOMICA Y RECOMENDACIONES

Siendo el problema maximizar el beneficio para una Refinería que produce tres tipos de gasolina, sujeto a restricciones de capacidad de procesamiento y límites de mercado: La resolución por el método analítico simplificado o mediante solver de Excel convergen hacia una solución óptima clara.

X_1 (Gasolina Estandar) GE = 0 barriles
X_2 (Gasolina Premium) GP = 156.25 barriles
X_3 (Gasolina Alto Octanaje) GAO = 325 barriles
Máximo Beneficio Total: Z = 36.031.25 UM

Interpretación Económica: La estrategia óptima para la refinería es cesar por completo la producción de (GE) y enfocar los recursos en la producción de (GAO) y en menor media (GP). Esta combinación aprovecha al máximo las capacidades de las unidades de refinación para generar el mayor ingreso posible. Producir (GE) (X_1=) revela un "alto costo de oportunidad"

a).- Destilación (recurso crítico) : 650 horas disponibles requieren 3 horas y esto genera un "cuello de botella".

b).- Desplazar la Producción: Las 3 horas usadas para producir un barril de (GE) dejan de estar disponibles para producir (GAO) que solo requiere 2 horas por barril en destilación, por lo tanto por cada barril (GE) se dejan de producir 1.5 barriles de (GAO) ($\frac{3}{2}$ horas = 1.5 horas) lo cual vimos genera pérdida Neta de -52.5 UM.

Analisis de Sensibildad y Precios Sombra:

El informe de sensibilidad generado por Solver Excel nos permite entender el valor de los recursos y la estabilidad de la solución.

a) **Precios Sombra** (valores Duales):

Destilación: (Precio Sombra = 35 UM/h) Este es el resultado más relevante, por cada hora adicional de capacidad que se agregue a la unidad de destilación el beneficio total aumentará en 35 UM hasta un límite del aumento permitido en el rango de sensibilidad, confirmando que la destilación es el recurso más valioso y el principal limitante de la ganancia.

Cracking: (Precio Sombra 21.25 UM/h): Una hora adicional de Cracking aumentaría la ganancia en 21.25 UM. Es un recurso valiosom pero menos crítico que la destilación.

Reforma: (Límite de GP y CA precio Sombra = 0) Estos recursos no son restrictivos en la solución óptima actual ya que tienen holgura y aumentan su disponibilidad por ejemplo, más horas en Reforma o un límite mayor para GP no generaría ningún aumento en el beneficio ya que no estaríamos usando toda la capacidad disponible.

Rangos de Optimalidad:

Los rangos para los coeficientes de la función Objetivo (C_i) nos dicen cuánto puede cambiar el precio de cada producto sin que la estructura de la solución óptima cambie, es decir; sin que dejemos de producir GAO y GP o empecemos a producir GE.

Para X_3 (GAO 70 UM):

El coeficiente puede disminuir hasta 45 UM o aumentar hasta 85 UM (un rango muy amplio) y la solución óptima seguirá siendo X_1= 0 ; X_2= 156.25 y X_3 = 325. Esto indica que la decisión de procesar GAO es rentable.

Para X_1 (GE 52.5 UM):

El análisis muestra que para producir GE se vuelva rentable y entre en la solución, su contribución por barril tendría que aumentar significativamente (más allá de 85 UM), lo cual es muy improbable dado el mercado.

RECOMENDACIÓN ESTRATEGICA:

a) Reasignar la producción:

Implementar inmediatamente el plan óptimo, detener la producción de GE y maximizar la producción de GAO, complementando con GP hasta su límite de Mercado. Es oportuno asignar el escaso tiempo de destilación al producto más rentable por hora consumida (GAO).

b) Inversión en Expansión:

Aumentar la capacidad de la unidad de Destilación, el alto precio Sombra (85 UM/h) significa que cualquier inversión cuyo costo/h adicional sea menor a 35 UM, tendrá un retorno positivo inmediato. Por ejemplo, agregar 50h de capacidad generaría aproximadamente 1750 UM.

c) Negociación Comercial:

Se podría evaluar la subcontratación o la negociación de ser posible con otras refinerías para “alquilar tiempo de Destilación”, siempre que el costo sea menos a 35 UM/h.

d) Desarrollo del Producto:

Investigar reformulaciones o procesos que reduzcan el tiempo de Destilación requerido por la gasolina (GE), ya que incluso una reducción modesta podría hacerla rentable de nuevo.

En Conclusión:

El modelo proporciona una solución operativa y además que sirve como una poderosa herramienta de análisis estratégica, identificando el “cuello de botella” principal y cuantificando el valor económico de su expansión.

1.- No producir gasolina estándar (GE), la pérdida sería de 52.5 UM por cada barril.

2.- Invertir en destilación: Precio Sombra : 35 UM/hora adicional.

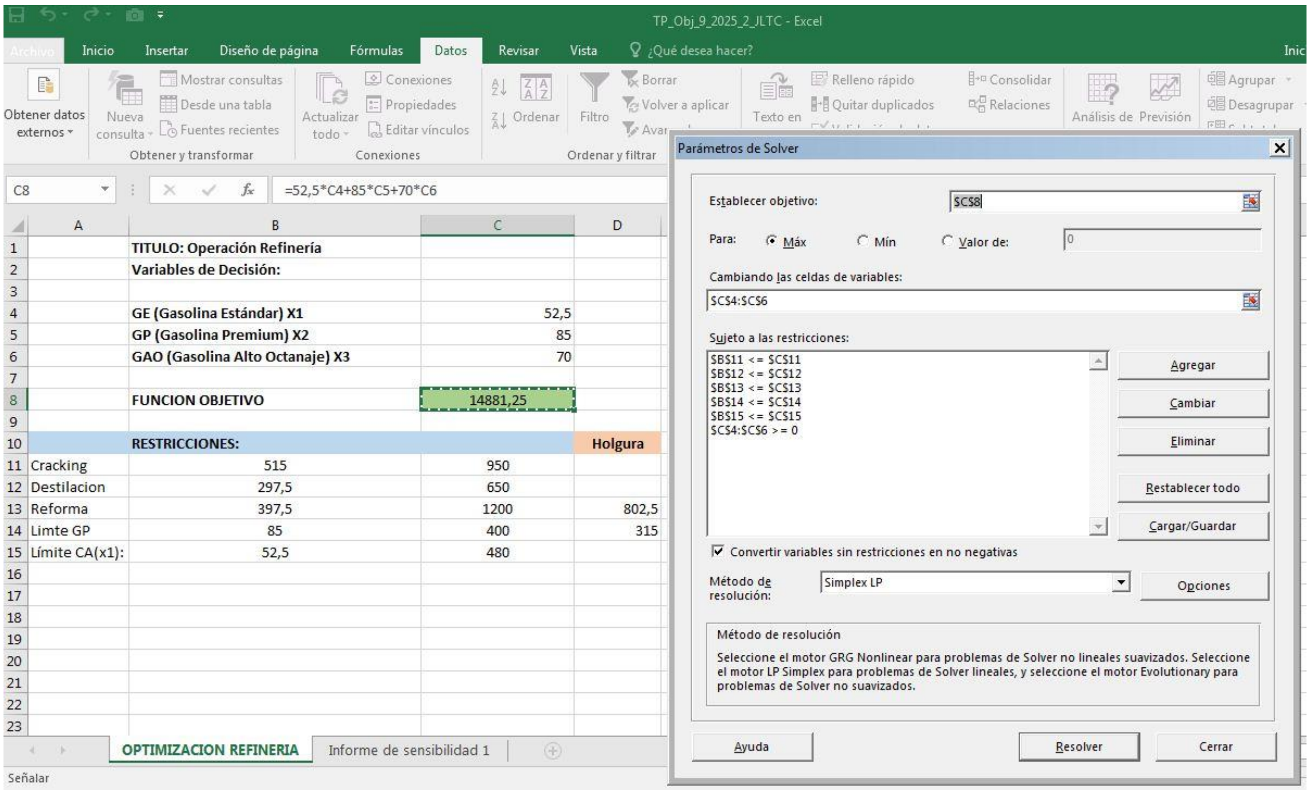
Ejemplo: Aumento 50 h $\Rightarrow$ 50 * 35 = 1750 UM.

Solución óptima: $X_1 = 0$; $X_2 = 156.25$; $X_3 = 325$

Sensibilidad: Destilación: 35 UM/h (Rango 0 -1900h)

Cracking: 21.25 UM/h (Rango 325 - 1925h)

Antes de ejecutar Solver Excel 2016



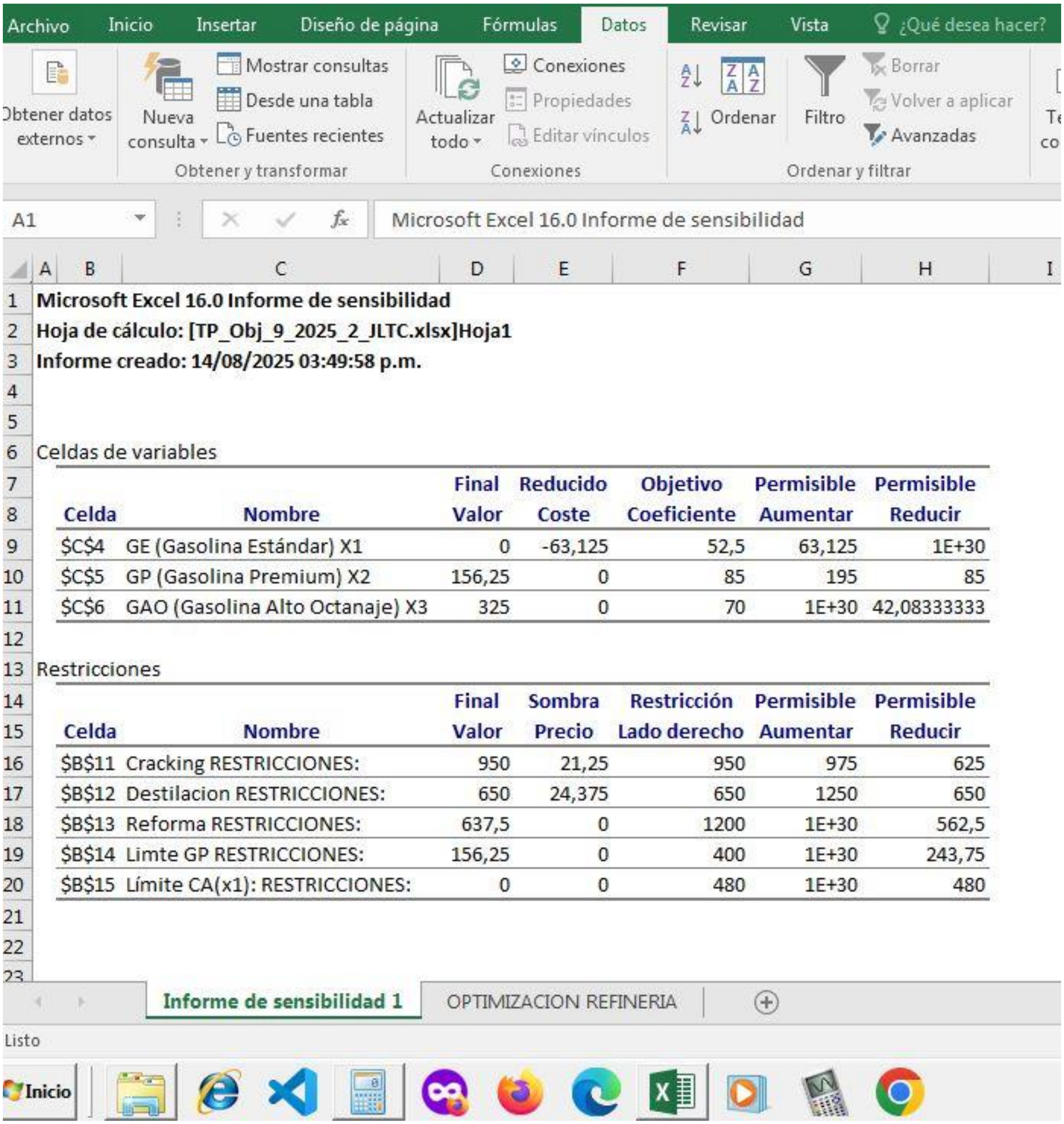
Después de ejecutar Solver Excel 2016

	TITULO: Operación Refinería			
	Variables de Decisión:			
	GE (Gasolina Estándar) X1	0		
	GP (Gasolina Premium) X2	156,25		
	GAO (Gasolina Alto Octanaje) X3	325		
	FUNCION OBJETIVO	36031,25		
	RESTRICCIONES:		**Holgura**	
Cracking	950	950		
Destilacion	650	650		
Reforma	637,5	1200	562,5	
Limte GP	156,25	400	243,75	
Límite CA(x1):	0	480		

NOTA: El archivo está para su descarga en mi repositorio de control de versiones github en el siguiente enlace:

https://github.com/joseluistineo90/

Análisis de Sensibilidad



Microsoft Excel 16.0 Informe de sensibilidad
Hoja de cálculo: [TP_Obj_9_2025_2_JLTC.xlsx]Hoja1
Informe creado: 14/08/2025 03:49:58 p.m.

Celdas de variables

Celda	Nombre	Final Valor	Reducido Coste	Objetivo Coeficiente	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
C4	GE (Gasolina Estándar) X1	0	-63,125	52,5	63,125	1E+30
C5	GP (Gasolina Premium) X2	156,25	0	85	195	85
C6	GAO (Gasolina Alto Octanaje) X3	325	0	70	1E+30	42,08333333

Restricciones

Celda	Nombre	Final Valor	Sombra Precio	Restricción Lado derecho	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
B11	Cracking RESTRICCIONES:	950	21,25	950	975	625
B12	Destilacion RESTRICCIONES:	650	24,375	650	1250	650
B13	Reforma RESTRICCIONES:	637,5	0	1200	1E+30	562,5
B14	Limte GP RESTRICCIONES:	156,25	0	400	1E+30	243,75
B15	Límite CA(x1): RESTRICCIONES:	0	0	480	1E+30	480

FIN DEL TRABAJO PRÁCTICO