**UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA VICERRECTORADO ACADÉMICO COORDINACIÓN DE EVALUACIÓN ACADÉMICA ÁREA: INGENIERÍA**

**CARRERA: INGENIERÍA EN SISTEMAS**

INSTRUCTIVO DE TRABAJO PRÁCTICO LAPSO 2025-2

Asignatura: Investigación de Operaciones I (Cód. 315)

Fecha de publicación: **En las primeras cinco semanas del lapso 2025-2**

Fecha tope de entrega al Asesor: **Semana 45 / 08-11-2025**

Nombre del estudiante: JOSE LUIS TINEO CASTRO

Cédula de identidad: V-7929916

Centro Local: METROPOLITANO

Carrera: **Ingeniería de Sistemas (Cód. 236)**

Número de originales:1

Dirección de correo electrónico:joseluistineo90@hgmail.com

Teléfono celular: 0412 8031454

# RESULTADO DE LA CORRECCIÓN

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Objetivos** | | **5** | **6** | **9** |
| **No logrado: 0** | **Logrado: 1** |  |  |  |

**UTILICE ESTA MISMA PÁGINA COMO CARÁTULA DE SU TRABAJO PRÁCTICO**

## ESPECIFICACIONES DEL TRABAJO PRÁCTICO

**M: 2, U: 5, O: 5**

Una empresa fabrica dos productos, A y B. La producción de cada unidad de A requiere 2 horas de mano de obra y 1 kg de materia prima. La producción de cada unidad de B requiere 3 horas de mano de obra y 2 kg de materia prima. La empresa dispone de un total de 120 horas de mano de obra y 80 kg de materia prima. El beneficio por unidad de A es de $6 y por unidad de B es de $8. La empresa desea maximizar su beneficio.

**Determine:**

1. **Variables de Decisión.**
2. **Función Objetivo.**
3. **Restricciones.**
4. **El modelo matemático de Programación Lineal.**
5. **Resuelva el problema usando el método Simplex Revisado. Muestre las tablas necesarias y la secuencia de pivoteo.**

**RESPUESTA OBJ #5**

**1.- Variables de Decisión:**

**X1 :** Cantidad de Unidades de Producto A, a elaborar**.**

**X2 :** Cantidad de Unidades de Producto B a elaborar

**2.- Función Objetivo:**

Maximizar Z = 6x1 + 8x2

**3.- Restricciones:**

2x1 + 3x2 ≤ 120 (Mano de Obra horas)

x1 + 2x2 ≤ 80 (Mano de Obra horas)

x1 , x2  ≥ 0 (No Negatividad)

**4.- Modelo Matemático de Programación Lineal:**

**Maximizar:** Z = 6x1 + 8x2

**Sujeto a:** 2x1 + 3x2 ≤ 120

x1 + 2x2 ≤ 80

x1 , x2  ≥ 0

**5.- Resolución por el método Simplex Revisado Matricial (aplicación del algoritmo):**

**Maximizar:** Z = 6x1 + 8x2

**Sujeto a:** 2x1 + 3x2 = 120

x1 + 2x2 = 80

x1 , x2  ≥ 0

Solución Básica Inicial (SBI): X1=0, X2 =0, S1= 120, S2= 80.

**Uso de terminología**:

P1 : [2 , 1] T

P2 : [3 , 2] T

P3 : [1 , 0] T

P4 : [0 , 1] T

C1 : 6

C2 : 8

XB = Solución básica.

VB = Variable Básica

VNB = Variable No Básica

B = Matríz Básica.

B-1= Matriz inversa de B

b = Vector de recursos.

(Zj - Cj) : Costo reducido

Pj : Coeficiente de Variable No Básica,

Xj en restricciones.

CB= Vector de Costos Básicos

Cj = Coeficiente de VNB en la función Objetivo.



** Usamos el editor de Ecuaciones 3.0 de Microsoft**

**B =**  **B-1 =** 

**CB= (0,0,) Coeficientes de S1 y S2 en Z**

**XB = B-1 \* b =>**  **\***  =  Z = CB \* XB = 0

**Hallemos costos reducidos (Zj-Cj):**

**Fórmula: Zj-Cj= CB \* B-1  \* Pj- Cj**

**Para X1 : Z1-C1 =** (0, 0**) \***  \*  - 6 = - 6

**Para X2 : Z2-C2 =** (0, 0**) \***  \*  - 8 = - 8 (Entra X2 la más Negativa)

**Dirección: B-1 \* PX2 =**  \*  = 

**Prueba de la razón mínima**::  = min () = min (40,40)

Como hay empate a 40 elegimos S1(la primera)

* **Regla estándar: problema Primal:**Variable de salida:**La variable básica asociada al**menor θ min positivo**(para mantener la factibilidad).** En empates:**Se elige arbitrariamente Elegí S1 como variable de salida.**

**(Taha, pág 72, Cap 3,9na Ed en Español)**

**Actualizamos la Base y solución:**

**B =**  ; **CB =** (8, 0) **; B-1 =**  =  = 

Nueva XB = **B-1 \* b =**  \*  =  ( esto es )

**Verifiquemos Optimalidad**: **Para X1 y S1** (VNB):

**Fórmula: Zj-Cj= CB \* B-1  \* Pj- Cj**

**En X1: P1 =**  ; **C1 = 6  Z1-C1** = (8,0) **\***  \*  - 6 = 8 \* + 0 \*  ; 8 \* 0 + 0 \* 1 = (,0)

(,0) \*  =  + 0 = 

 - 6 =  (esto indica que X1 puede mejorar Z)

**En S1: PS1 =**  ;  **Cs1 = 0  Z1-C1 =** (8,0) **\***  \*  = 8 \* + 0 \*  =  + 0 = 

**Segunda componente**  \* = 8 \* 0 +0 \* 1 = 0 + 0 = 0

Nos queda que **CB – B-1  =** (, 0) y resolviendo **CB – B-1 \* P-1**  ( , 0) \*  = 

** Z1-C1 =**  - 0 =  .

pero  > 0 No entra en la solución ya que en maximización buscamos costos reducidos negativos para mejorar Z. por tanto no entra S1.

Analizamos lo siguiente: como **Z1-C1** =  < 0 eso implica que X 1 pudiera entrar a la Base, veamos:

**B-1 \* P-1 :**  \*  = , la variable de salida sería : X2 y  =  =  = 60

La variable de salida sería en éste problema la básica asociada al **menor**  **positivo** (para mantener la factibilidad)

Pero si x1 entra con  = 60 entonces X2 se reduce a : x2 = 40 -  \* 60 = 0 y al actualizar S2

Es decir al actualizar la variable básica con:

**Nuevo valor VB** = Valor actual - **B-1  \* Pj \***  Tendríamos: S2 = 0 + (-) \* 60 = -20 (infactible) ya que viola que S2  0 , por tanto la solución se alcanza en la primera iteración. Sabemos al ver “intuitivamente” que las dos variables en x1 + 2x2 = 80 que para X1 = 0 y para X2= 40 y el beneficio unitario de X2 = 8$ > a X1 (6$.). Z = 6x1 + 8x2 sustituyendo Z = 6 (0) + 8 (40) = 320

Esto lo acabamos de comprobar en la iteración 1 matricial.

**Solución óptima Final** : X1 = 0 (No produciremos unidades del producto A)

X2= 40 (Producimos 40 unidades del producto B)

Z = 320 (Nuestro beneficio Máximo será de $320).

**Nota**: Tomando en consideración lo sugerido por el profesor Guillermo Mata vemos que este método es más eficiente, preciso y veloz que el simplex tradicional con Tableau el cual requiere varias iteraciones, lo comprobamos realizando el Simplex revisado tradicional. (ver Anexo).

## M: 2, U: 6, O: 6

Una empresa tiene tres plantas (P1, P2, P3) con capacidades de producción de 60, 80 y 90 unidades, respectivamente. Estas unidades deben ser transportadas a cuatro almacenes (A1, A2, A3, A4) con demandas de 50, 70, 60 y 50 unidades, respectivamente. Los costos unitarios de transporte desde cada planta a cada almacén se muestran en la siguiente tabla:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Costos** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** |
| **P1** | 8 | 6 | 10 | 9 |
| **P2** | 9 | 12 | 13 | 7 |
| **P3** | 7 | 11 | 9 | 10 |

1. **Determine la solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM). Muestre la tabla de asignaciones y el costo total.**
2. **Determine la solución óptima usando el método de los costos reducidos (o método MODI/stepping stone). Muestre todas las tablas de iteración y justifique los cálculos.**

**Recomendaciones:**

1. Solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM):

* Construya la tabla de transporte con las capacidades, demandas y costos.
* Determine la solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM). Muestre claramente los cálculos de penalizaciones / diferencias en cada paso y las asignaciones resultantes en cada etapa de la tabla.

Muestre la tabla de asignaciones final de VAM (con todas las cantidades asignadas en sus celdas correspondientes) y calcule el costo total de transporte para esta solución inicial.

1. Solución óptima usando el método de los costos reducidos (MODI / Stepping Stone):

* A partir de la solución inicial obtenida con VAM, aplique el método de los costos reducidos (MODI) para encontrar la solución óptima.
* Para cada iteración:
  + Muestre la tabla de asignaciones actual.
  + Determine y presente los valores de y para las celdas básicas.
  + Calcule y presente los costos reducidos () para todas las celdas no básicas.
  + Si la solución no es óptima, identifique claramente la celda de entrada, trace el circuito de mejora y determine la cantidad a transferir.
  + Actualice la tabla de asignaciones.
* Continúe este proceso de iteración hasta que todos los costos reducidos sean no negativos, lo que indicará la solución óptima.
* Presente la tabla de asignaciones final (óptima) y el costo total óptimo.

RESPUESTA

Objetivo #6 Problema de Transporte

Método de la Aproximación VOGEL (VAM) y Método MODI

1.- DATOS: Solución inicial.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A1 | A2 | A3 | A4 | OFERTA | FILA PENALIZACION |
| P1 | 8 | 6 | 10 | 9 | 60 | 8-6=2 |
| P2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 80 | 9-7=2 |
| P3 | 7 | 11 | 9 | 10 | 90 | 9-7=2 |
| DEMANDA | 50 | 70 | 60 | 50 | **230** |  |
| COLUMNA PENALIZACION | 8-7=1 | 11-6=**5** | 10-9=1 | 9-7=2 |  |  |

**Mayor Penalización:** Columna A2 = 5 (La diferencia entre los dos costos más bajos)

**Asignación :** Menor costo en A2: P1A2 = 6 ; Asignación mínima (60,70) = 60

Siempre asignamos el mínimo entre oferta y demanda.

**Ajustes:** P1 Oferta agotada (60-60=0) Tachamos la fila 1

**Demanda Restante:** A2 = 70 – 60 = 10.

**Iteración 2:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | OFERTA | FILA PENALIZACION |
| P2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 80 | 9-7=2 |
| P3 | 7 | 11 | 9 | 10 | 90 | 9-7=2 |
| COLUMNA PENALIZACION | 9-7=2 | 12-11=1 | 13-9=4 | 10-7=3 |  |  |

**Mayor Penalización:** Columna A3 = 4

**Asignación :** Menor costo en A3: P3A3 = 9 ; Asignación mínima (90,60) = 60

**Ajustes:** A3 Demanda Satisfecha (90-90=0) Tachamos la columna 3

**Oferta Restante:** P3 = 90 – 60 = 30.

**Iteración 3:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | OFERTA | FILA PENALIZACION |
| P2 | 9 | 12 | 7 | 80 | 9-7=2 |
| P3 | 7 | 11 | 10 | 30 | 10-7=3 |
| COLUMNA PENALIZACION | 9-7=2 | 12-11=1 | 10-7=3 |  |  |

**Asignación :** Menor costo en P3: P3A1 = 7 ; Asignación mínima (30,50) = 30

**Ajustes:** P3 Oferta agotada (30-30=0) Tachamos la fila P3

**Demanda Restante:** A2 = 50 – 30 = 20.

Nueva Tabla:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | OFERTA |
| P2 | 9 | 12 | 7 | 80 |

**Criterio de “parada”:**  Cuando solo nos quede una fila o columna sin tachar con oferta/demanda positiva. En ésta iteración solo queda la fila P2 con oferta 80 y demandas pendientes (A1:20; A2:10; A4:50). Se asigna directamente sin calcular penalizaciones

**Iteración 4: (Para las Asignaciones Restantes)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| P1 |  | 60\*6=360 |  |  |
| P2 | 20\*9=180 | 10\*12=120 |  | 50\*7=350 |
| P3 | 30\*7=210 |  | 60\*9=540 |  |

Costo Total Inicial: 60(6)+20(9)+10(12)+50(7)+30(7)+60(9)= **1760 UM**

Paso 2: **Verificación de Optimalidad con el método MODI:**

**1.-** En la tabla final VAM buscamos las celdas con asignación:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| P1 |  | 60\*6=360 |  |  |
| P2 | 20\*9=180 | 10\*12=120 |  | 50\*7=350 |
| P3 | 30\*7=210 |  | 60\*9=540 |  |

Tenemos : P1 A2 : 60 ; P2A1: 20 ; P2A2: 10; P2A4:50; P3A1:30; P3A1 :60

**2.**-Hallamos las variables duales (Ui y Vi) planteando ecuaciones para cada variable básica, es decir las que tienen asignación VAM. Primero fijamos **U1 = 0 (arbitrario). Esto nos permite con ecuaciones simples, resolver el resto de las variables**

1. P1 A2  U1 + V2 = 6 ** V2 = 6-0 =6**  **V2 =6**
2. P2A2  U2 + V2 = 12 ** U2 = 12- 6 = 6** **U2=6**
3. P2A1  U2 + V1 = 9**** **V1 = 9- 6**  **V1 =3**
4. P2A4  U2 + V4 = 7 ** V4 = 7-6 =1**  **V4=1**
5. P3A1  U3 + V1 = 7 ** U3 = 7-3 =4** **U3=4**
6. P3A3  U3 + V3 = 9 ** V3 = 9-4= 5** **V3=5**

**3.-** Hallamos los costos reducidos (Cij) para celdas NO básicas (sin asignación).

Fórmula:  =– (Ui + Vj) – Ui - Vi

Tomo los costos de la tabla inicial para cada celda y en la fórmula sustituyo el valor obtenido para cada variable.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| CELDA | =– (Ui + Vj) – Ui – Vi | COSTO REDUCIDO (Cij) |
| P1 A1 | C11 = 8 – U1 –V1  8-0-3 =5 | 5 |
| P1 A3 | C13 = 10– U1 –V3  10-0-4 =5 | 5 |
| P1 A4 | C14 = 9 – U1 –V4  9-0-1 = 8 | 8 |
| P2 A2 | C22 = 12 –U2 – V2 12-6-6= 0 | 0 |
| P2 A3 | C23 = 13 –U2 – V3 13-6-5= 2 | 2 |
| P3 A2 | C32 = 11 – U3-V2  11-4-6 | 1 |
| P3 A4 | C34 = 10 –U3-V4  10-4-1 | 5 |

Todos los Costos reducidos **Cij  0**  las celdas No básicas **por tanto la solución es óptima**, caso contrario usaríamos el método Stepping Stone. Con MODI verificamos optimalidad..

Un costo reducido igual a 0 (cero)indica que existe una solución alternativa óptima, si trazamos su circuito de mejora, obtendríamos otra solución con el mismo costo 1760 UM.

¿La pregunta ahora sería qué hubiese ocurrido si la demanda hubiese sido mayor que la oferta? Como replantearíamos el problema.

## M: 4, U: 9, O: 9

Una refinería de petróleo produce tres tipos de gasolina: Gasolina Estándar (GE), Gasolina Premium (GP) y Gasolina de Alto Octanaje (GAO), mediante la mezcla de diferentes componentes. La empresa desea determinar la combinación óptima de producción para maximizar su beneficio total.

Las ventas mensuales de Gasolina Premium (GP) están limitadas a un máximo de 400 barriles. Por cada cuatro barriles de Gasolina Estándar (GE) producidos, se obtiene un subproducto de Combustible para Aviación (CA), que se puede vender a una tasa de 30 Unidades Monetarias (UM) por barril. La demanda mensual más alta de este subproducto (CA) es de 120 barriles.

Las contribuciones por barril de los productos GE, GP y GAO son de 45 UM, 85 UM y

70 UM, respectivamente. Los requisitos de procesamiento en tres unidades de refinación (Cracking, Destilación y Reforma) se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1: Horas de proceso por barril de combustible y disponibilidad.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Unidad de Refinación** | **GE**  **(Horas/barril)** | **GP**  **(Horas/barril)** | **GAO**  **(Horas/barril)** | **Horas disponibles al mes** |
| Cracking | 2 | 4 | 1 | 950 |
| Destilación | 3 | - | 2 | 650 |
| Reforma | 3 | 2 | 1 | 1200 |

**Formule un modelo de programación lineal de este problema para encontrar la combinación óptima de productos de modo que se maximice la contribución total y establezca lo siguiente:**

1. **Variables de Decisión (Precisando cada una de las variables).**
2. **Función Objetivo.**
3. **Restricciones. (Precisando cada una de las restricciones).**
4. **El modelo matemático de Programación Lineal.**
5. **Realizar un análisis de sensibilidad para este problema de programación lineal, evaluar cómo los cambios en los parámetros del problema (como los coeficientes de la función objetivo o las restricciones) afectan la solución óptima, requiriendo el uso de un software de programación lineal para la resolución y análisis general de los resultados.**

RESPUESTA OBJ #9

**1**.- **Variables de Decisión:**

X1 : Barriles de GE (Gasolina Estándar)

X2: Barriles de GP (Gasolina Premium)

X3: Barriles de GAO (Gasolina de Alto Octanaje).

**2**.- **Función Objetivo:**

El combustible de avión (CA) es un subproducto de la gasolina estándar (GE), osea depende directamente de X1, no la tomaremos como una nueva variable x4, queremos simplificar no complicar más el problema añadiendo variables y aumentar redundancia innecesaria.

sabemos que obtenemos 1 barril de CA por cada 4 barriles de GE es decir: CA =  = esto es:

UM = 7.5 UM es la contribución de CA , si le añadimos las 45 UM de GE obtendremos 52.5 X1 y nos queda que:

**Z = 52,5 X1 + 85 X2 + 70 X3**

**3**.- **Restricciones: (** \*El límite de CA no excede la demanda máxima de 120 barriles).

1**.- Cracking :** 2 X1 + 4 X2 + X3  950

2**.- Destilación :** 3X1 + 2X3  650

3**.- Reforma :** 3X1 + 2X2 + X3  1200

4**.- Límites de Mercado :** X2  400

\* **(**  120 UM)  X1  480

**4.- Modelo Matemático de Programación Lineal:**

**Max Z = 52,5 X1 + 85 X2 + 70 X3**

**Sujeto a:** 2X1 + 4 X2 + X3  950

3X1 + 2X3  650

3X1 + 2X2 + X3  1200

X2  400

X1  480

X1, X2, X3 ≥ 0 (No negatividad)

Cálculos:

1.- Fijamos X1 = 0 (No es rentable producir GE como veremos en los cálculos abajo).

2.- Sustituimos X1 = 0 en las restricciones :

Destilación: 3 (0) + 2X3 = 650  X3 = 325

Cracking: 2 (0) + 4 X2 + (325) = 950  0 + 4 X2 + 325 = 950  X2 = 156.25

3.- Verificando Holguras:

Reforma: 2 (156.25) + 325 = 637.50  1200 (holgura = 562.50)

GP : 156.25  400 (Holgura = 243.75).

**Beneficio Total = Z = 52.5(0) + 85 (156.25) + 70 (325) = 36.031,25 UM**

**Análisis de Sensibilidad:**



**FIN DEL TRABAJO PRÁCTICO**