**UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA VICERRECTORADO ACADÉMICO COORDINACIÓN DE EVALUACIÓN ACADÉMICA ÁREA: INGENIERÍA**

**CARRERA: INGENIERÍA EN SISTEMAS**

INSTRUCTIVO DE TRABAJO PRÁCTICO LAPSO 2025-2

Asignatura: Investigación de Operaciones I (Cód. 315)

Fecha de publicación: **En las primeras cinco semanas del lapso 2025-2**

Fecha tope de entrega al Asesor: **Semana 45 / 08-11-2025**

Nombre del estudiante: JOSE LUIS TINEO CASTRO

Cédula de identidad: V-7929916

Centro Local: METROPOLITANO

Carrera: **Ingeniería de Sistemas (Cód. 236)**

Número de originales:1

Dirección de correo electrónico:joseluistineo90@hgmail.com

Teléfono celular: 0412 8031454

# RESULTADO DE LA CORRECCIÓN

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Objetivos** | | **5** | **6** | **9** |
| **No logrado: 0** | **Logrado: 1** |  |  |  |

**UTILICE ESTA MISMA PÁGINA COMO CARÁTULA DE SU TRABAJO PRÁCTICO**

## ESPECIFICACIONES DEL TRABAJO PRÁCTICO

**M: 2, U: 5, O: 5**

Una empresa fabrica dos productos, A y B. La producción de cada unidad de A requiere 2 horas de mano de obra y 1 kg de materia prima. La producción de cada unidad de B requiere 3 horas de mano de obra y 2 kg de materia prima. La empresa dispone de un total de 120 horas de mano de obra y 80 kg de materia prima. El beneficio por unidad de A es de $6 y por unidad de B es de $8. La empresa desea maximizar su beneficio.

**Determine:**

1. **Variables de Decisión.**
2. **Función Objetivo.**
3. **Restricciones.**
4. **El modelo matemático de Programación Lineal.**
5. **Resuelva el problema usando el método Simplex Revisado. Muestre las tablas necesarias y la secuencia de pivoteo.**

**RESPUESTA OBJ #5**

**1.- Variables de Decisión:**

**X1 :** Cantidad de Unidades de Producto A, a elaborar**.**

**X2 :** Cantidad de Unidades de Producto B a elaborar

**2.- Función Objetivo:**

Maximizar Z = 6x1 + 8x2

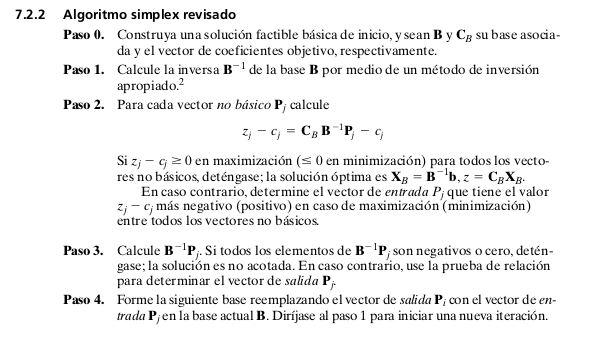
**3.- Restricciones:**

2x1 + 3x2 ≤ 120 (Mano de Obra horas)

x1 + 2x2 ≤ 80 (Mano de Obra horas)

x1 , x2  ≥ 0 (No Negatividad)

**Algoritmo Simplex Revisado según libro de Texto. TAHA pág 278, 9 ed. en Español.**



**4.- Modelo Matemático de Programación Lineal:**

**Maximizar:** Z = 6x1 + 8x2

**Sujeto a:** 2x1 + 3x2 ≤ 120

x1 + 2x2 ≤ 80

x1 , x2  ≥ 0

**5.- Resolución por el método Simplex Revisado Matricial (aplicación del algoritmo):**

**Maximizar:** Z = 6x1 + 8x2

**Sujeto a:** 2x1 + 3x2 + s1 = 120

x1 + 2x2 + s2 = 80

x1 , x2  ≥ 0

Solución Básica Inicial (SBI): X1=0, X2 =0, S1= 120, S2= 80.

**Uso de terminología**:

P1 : [2 , 1] T

P2 : [3 , 2] T

P3 : [1 , 0] T

P4 : [0 , 1] T

C1 : 6

C2 : 8

XB = Solución básica.

VB = Variable Básica

VNB = Variable No Básica

B = Matríz Básica.

B-1= Matriz inversa de B

b = Vector de recursos.

(Zj - Cj) : Costo reducido

Pj : Coeficiente de Variable No Básica,

Xj en restricciones.

CB= Vector de Costos Básicos

Cj = Coeficiente de VNB en la función Objetivo.

S = slack (holgura**)**



**Usamos el editor de Ecuaciones 3.0 de Microsoft**

**B =**  **B-1 =** 

**CB= (0,0) Coeficientes de S1 y S2 en Z**

**XB = B-1 \* b =>**  **\***  =  Z = CB \* XB = 0

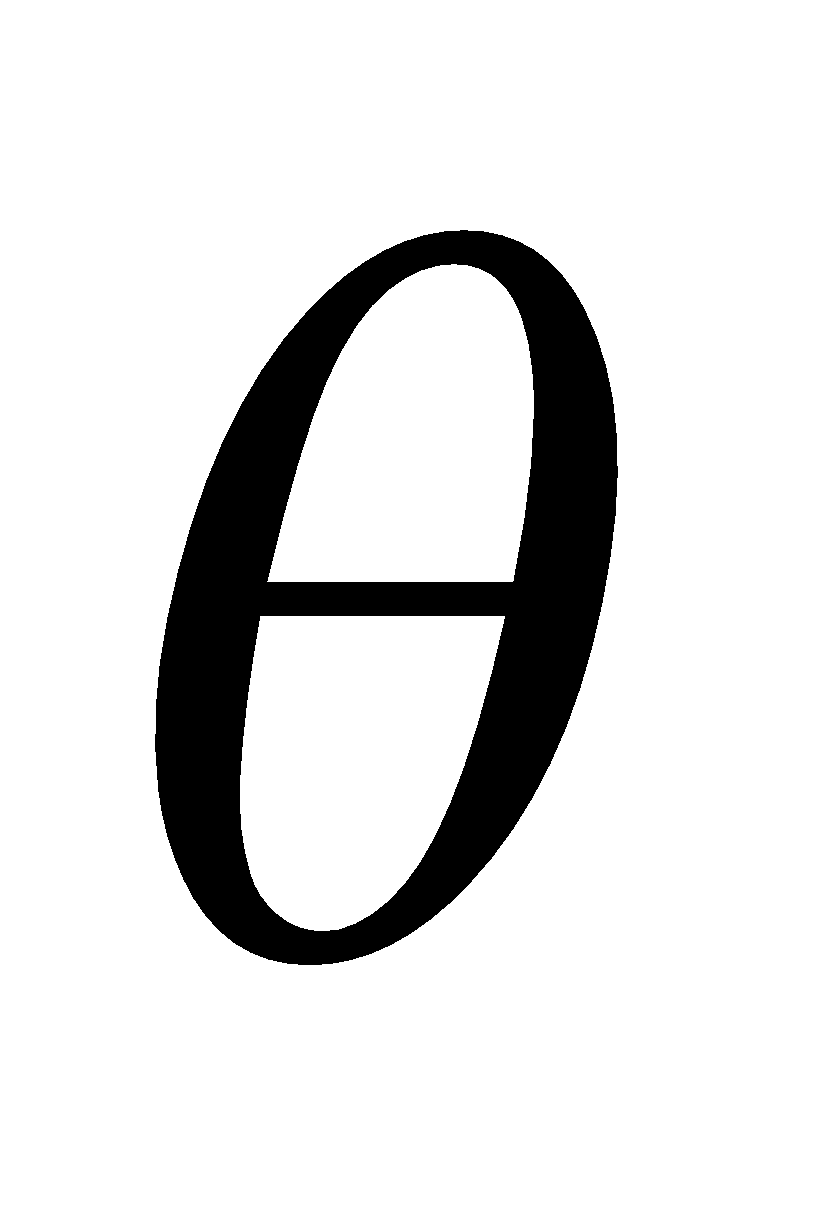
**Hallemos costos reducidos (Zj-Cj):**

**Fórmula: Zj-Cj= CB \* B-1  \* Pj- Cj**

**Para X1 : Z1-C1 =** (0, 0**) \***  \* - 6 = - 6

**Para X2 : Z2-C2 =** (0, 0**) \***  \* - 8 = - 8 (Entra X2 la más Negativa)

**Dirección: B-1 \* PX2 =**   \*  = 

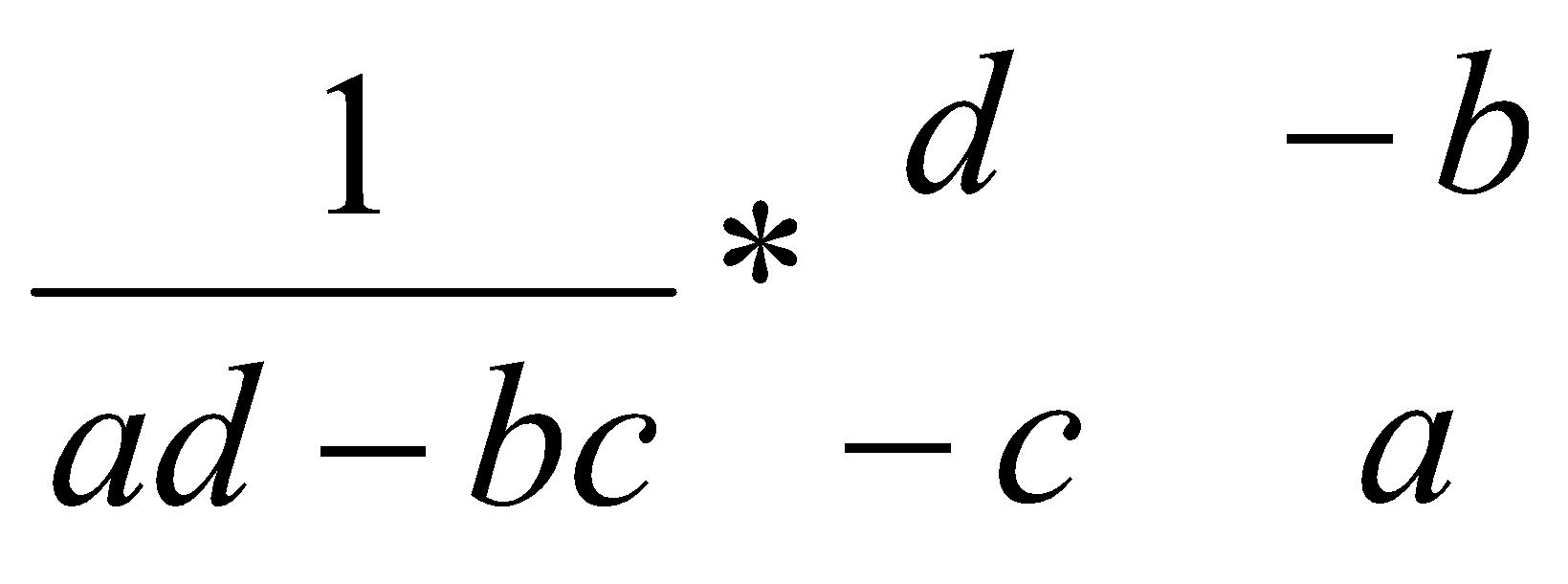
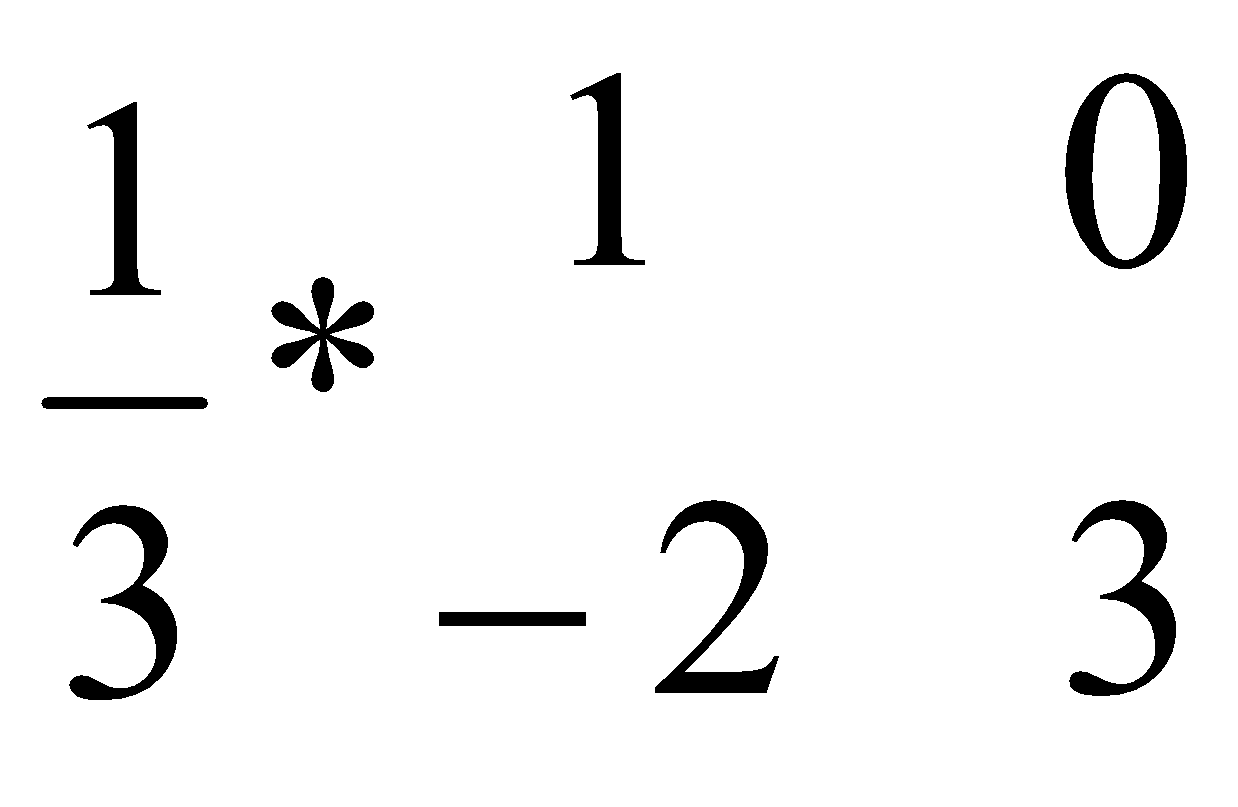
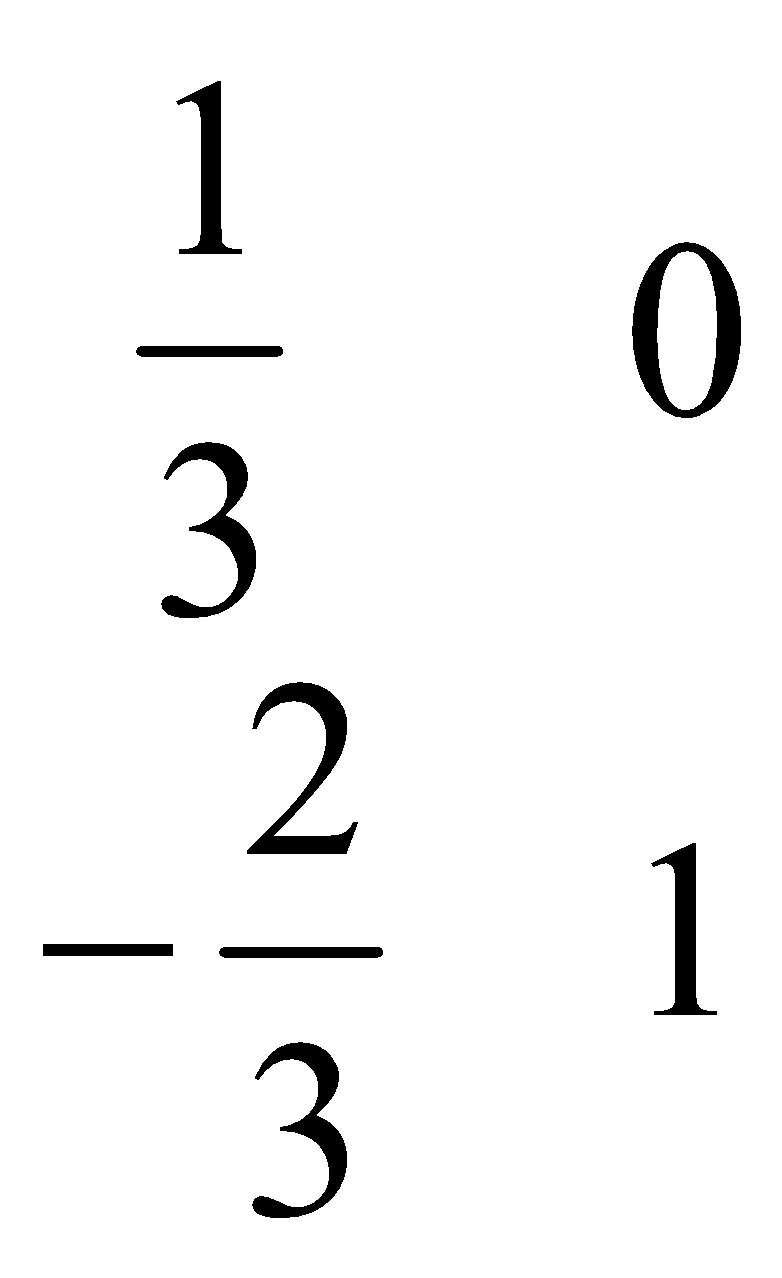
**Prueba de la razón mínima**::  min () = min (40,40)

Como hay empate a 40 elegimos S1(la primera)

**Regla estándar: problema Primal:**Variable de salida:**La variable básica asociada al**menor θ min positivo**(para mantener la factibilidad).** En empates:**Se elige arbitrariamente Elegí S1 como variable de salida.**

**(Taha, pág 72, Cap 3,9na Ed en Español)**

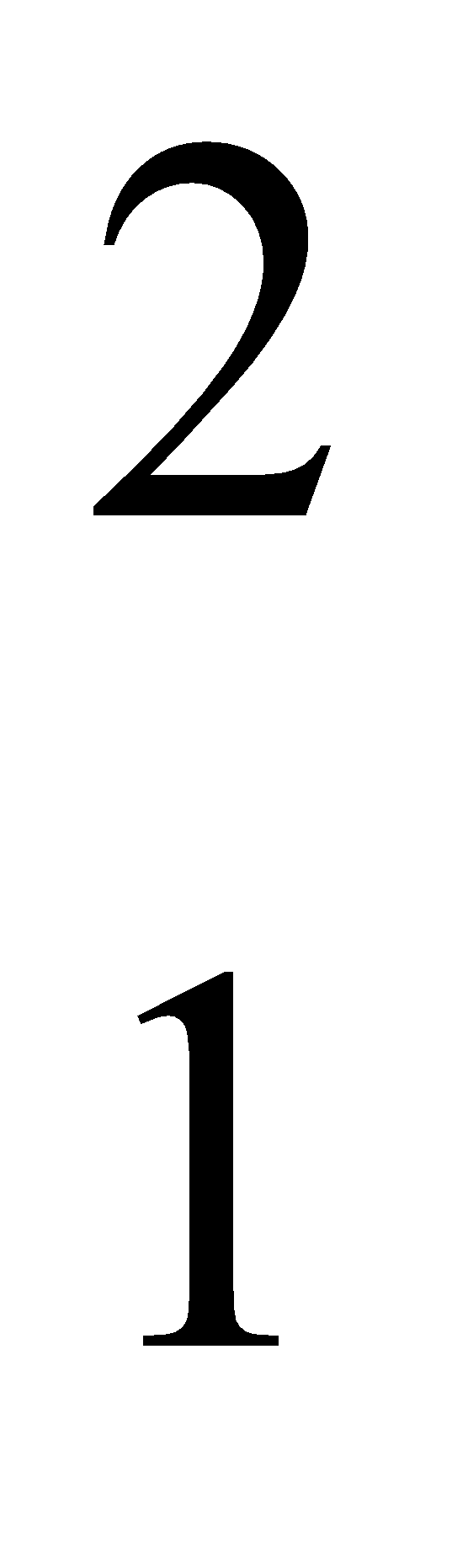
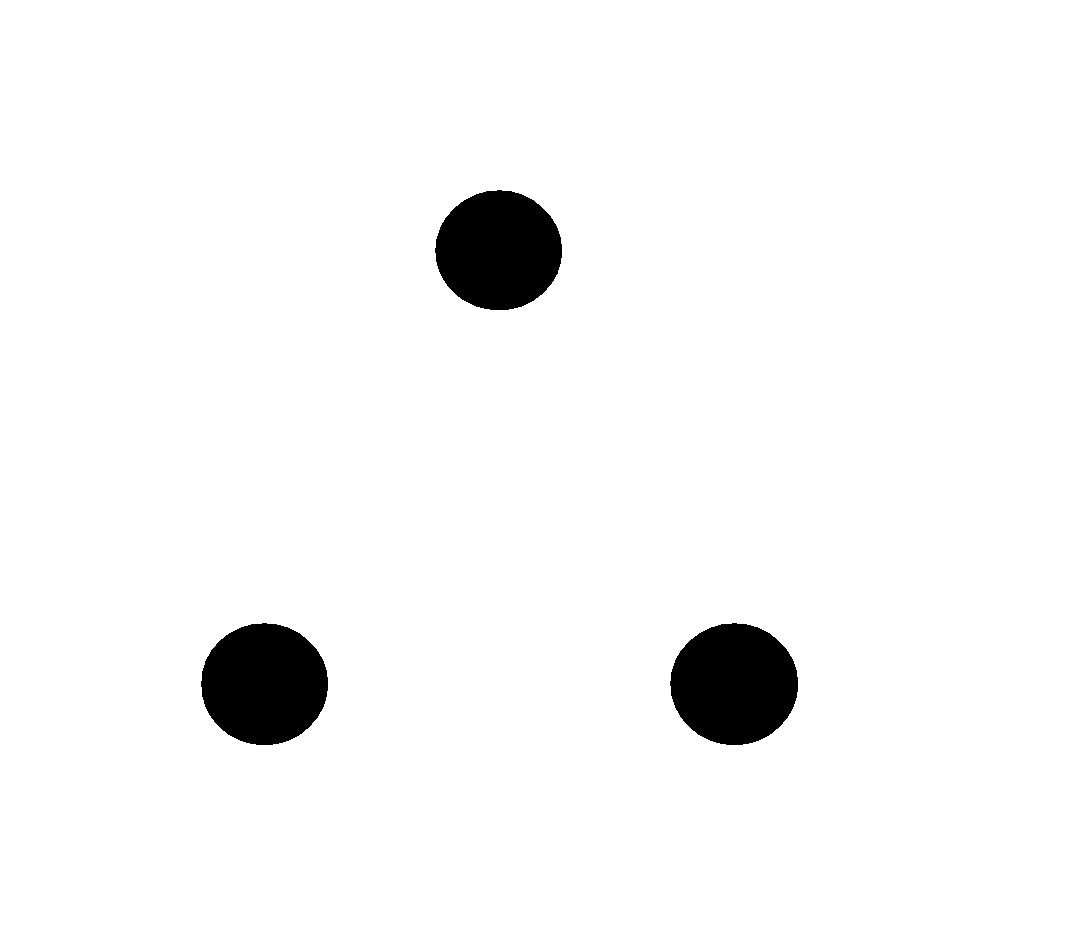
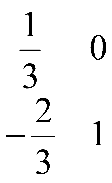
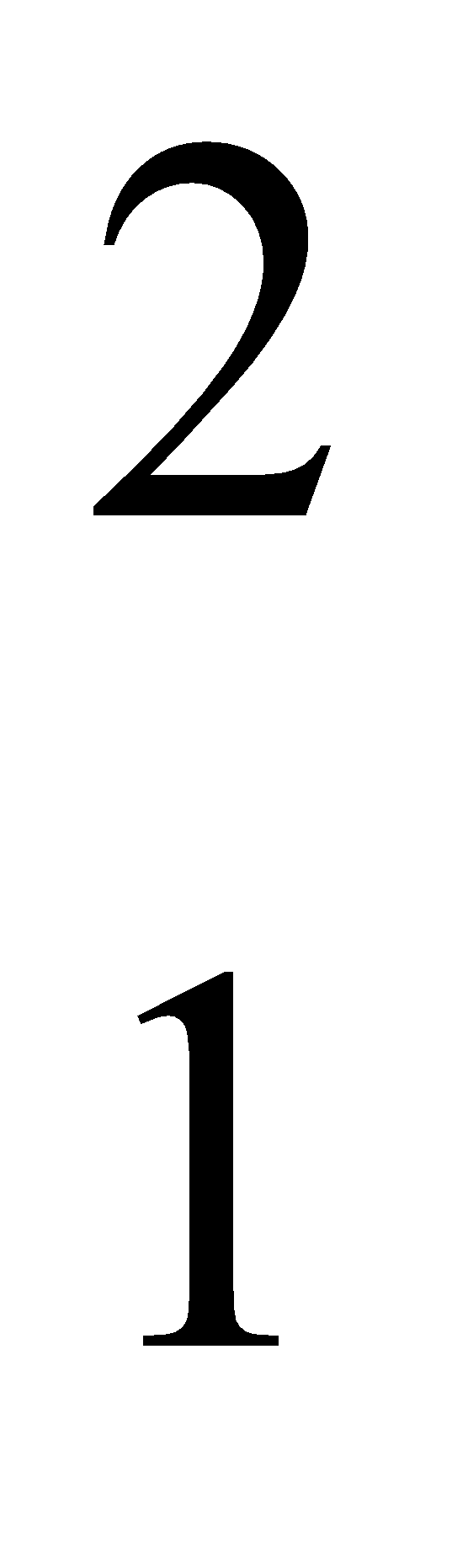
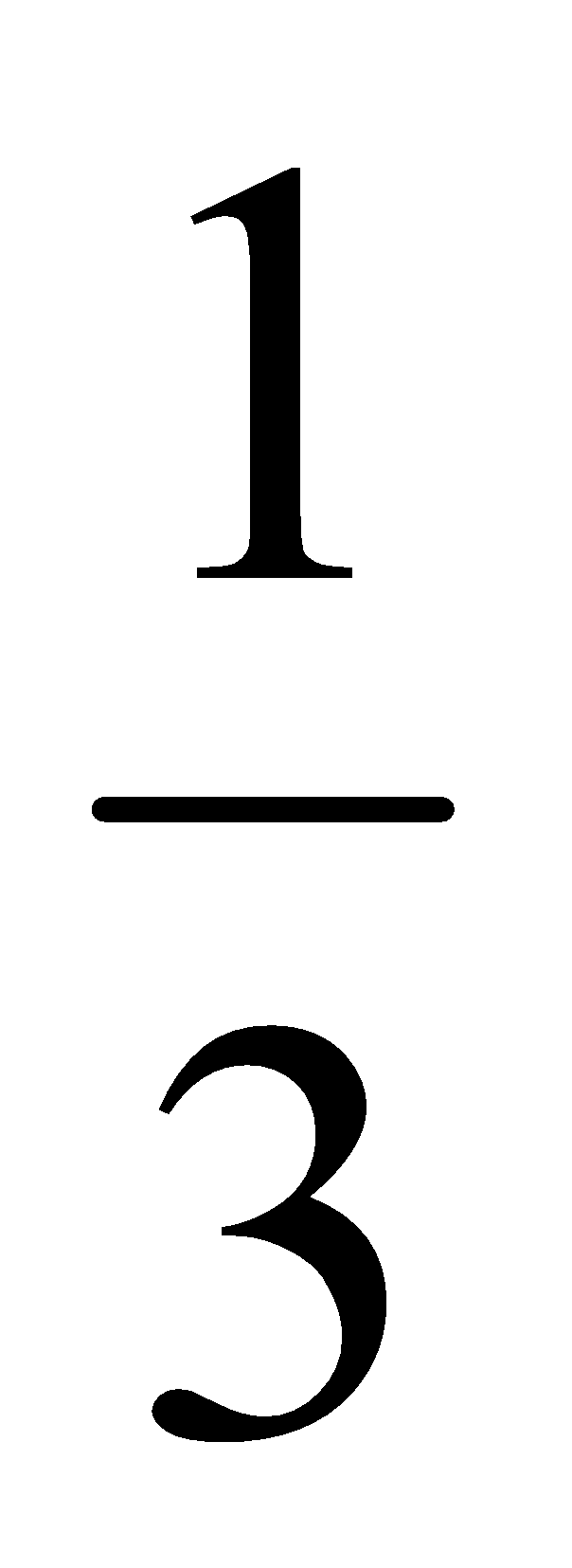
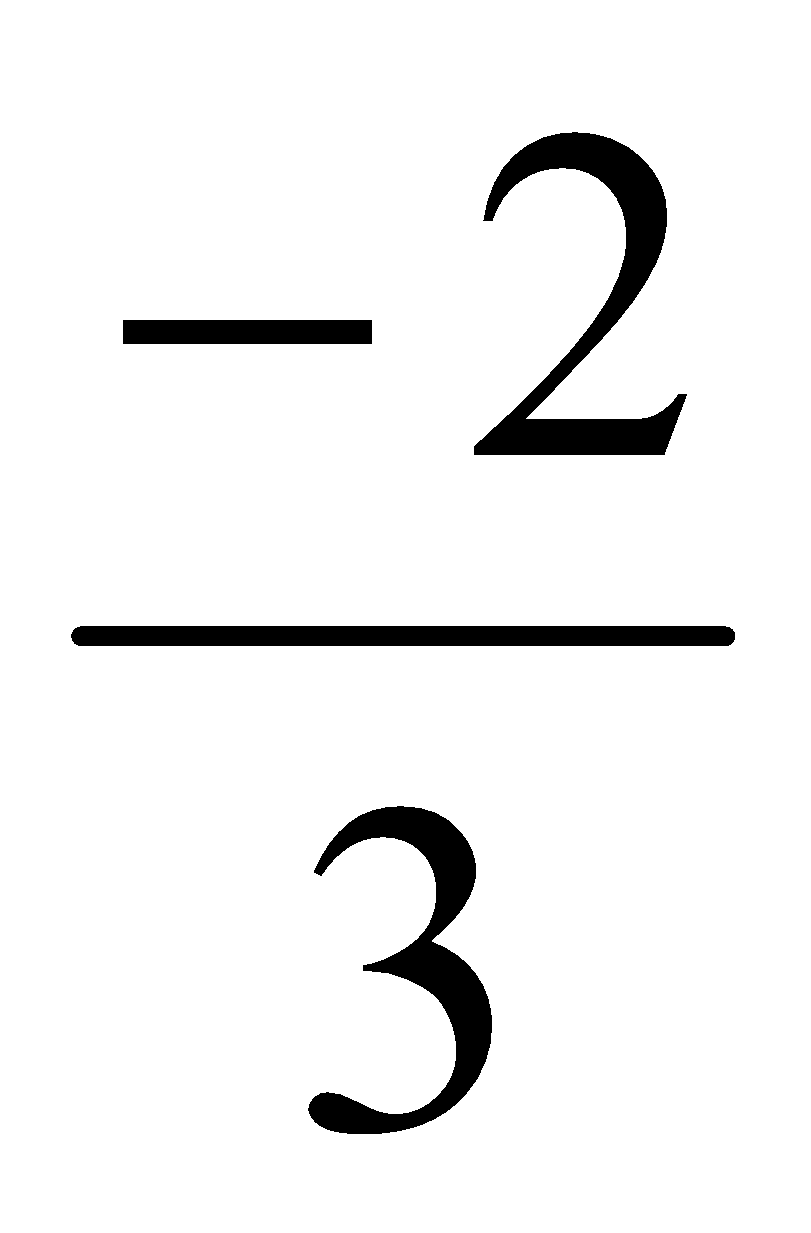
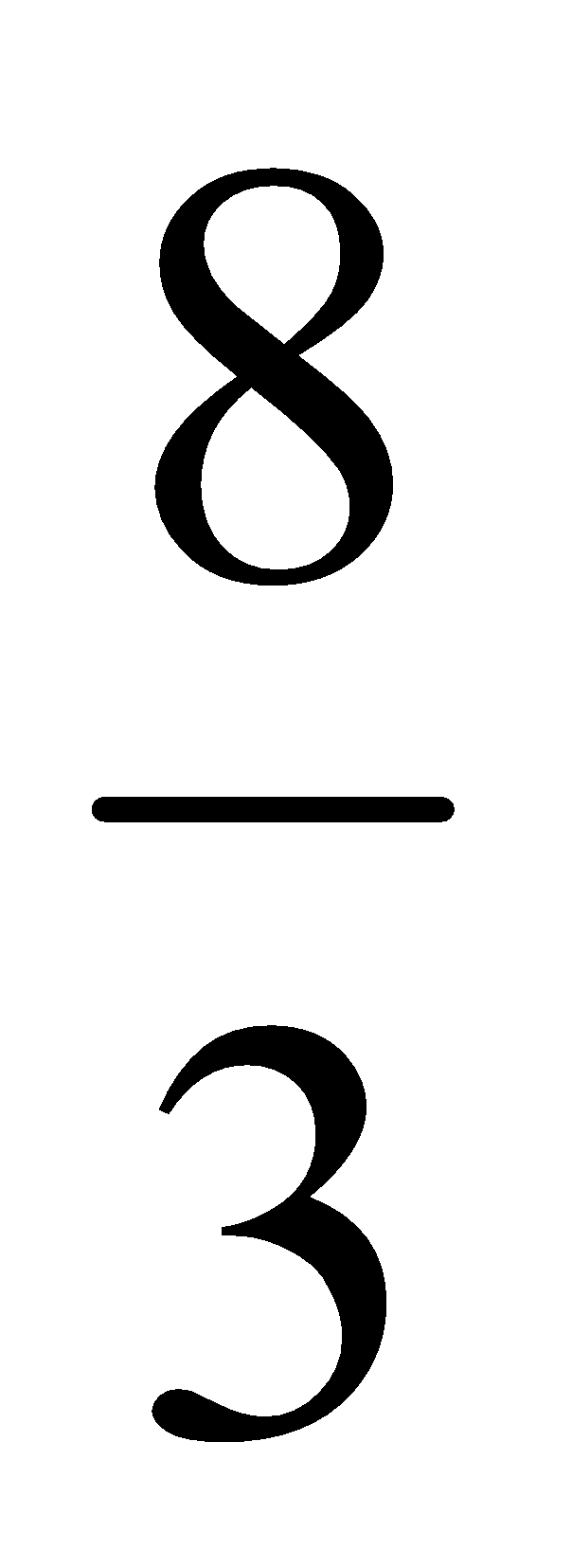
* **Actualizamos la Base y solución:**

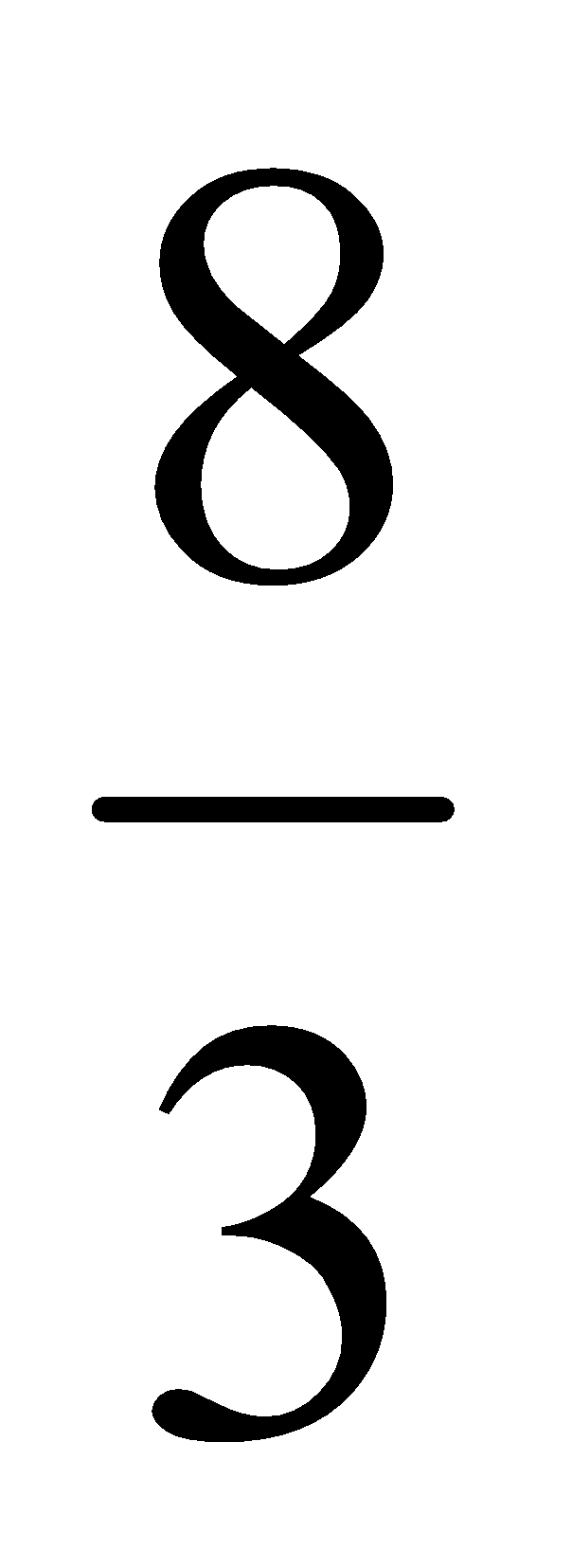
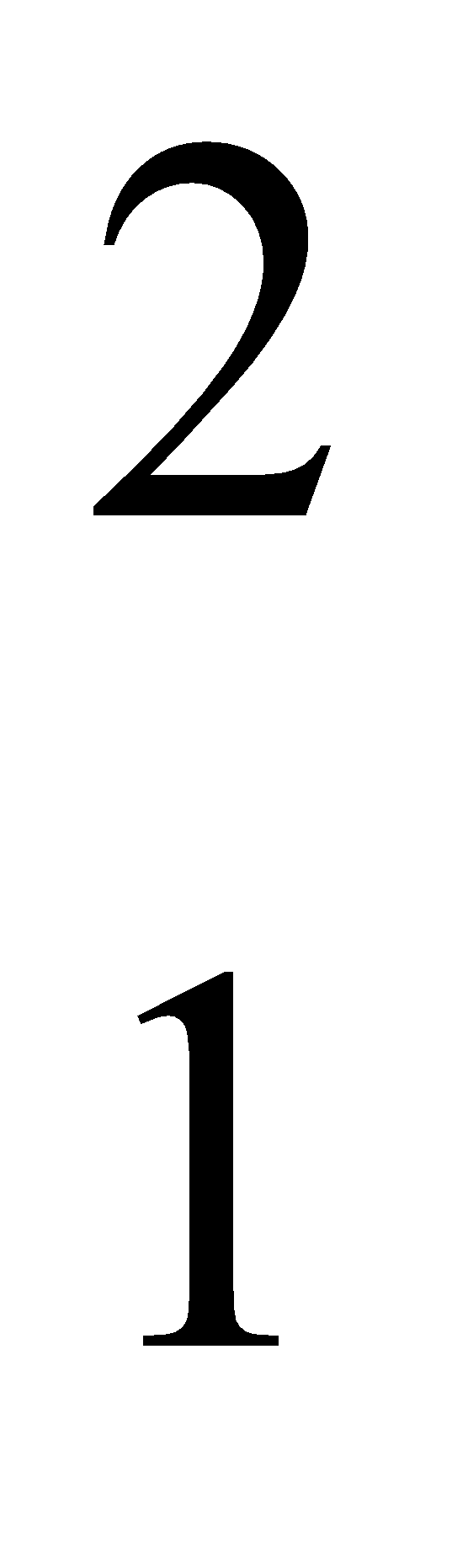
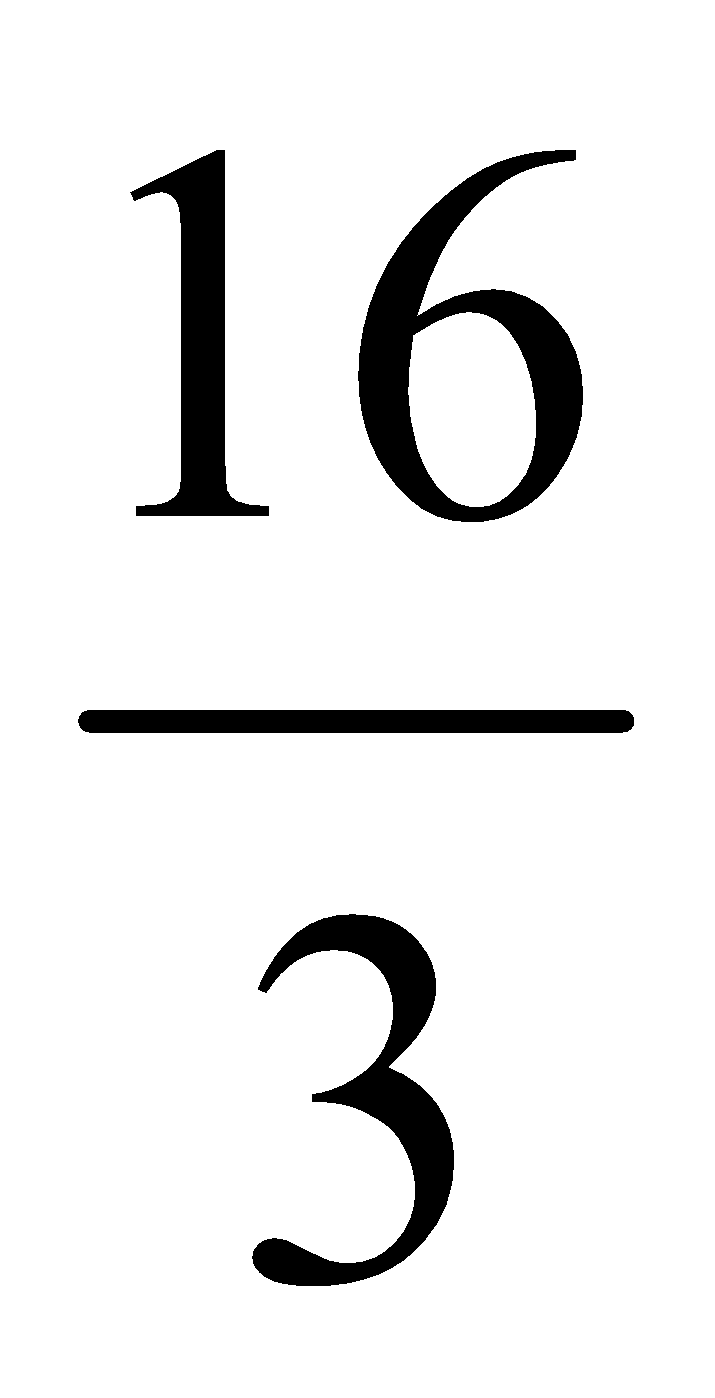
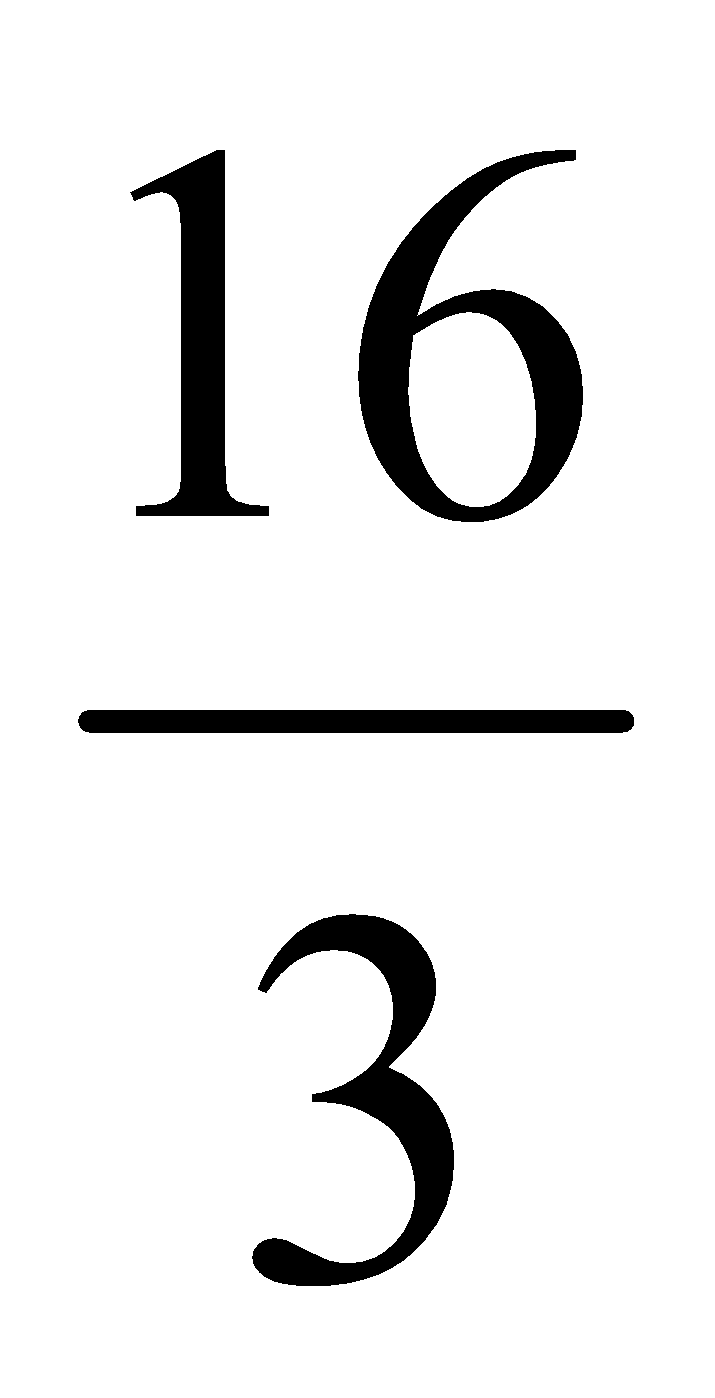
 ; **CB =** (8, 0) **; B-1 =**  =  = 

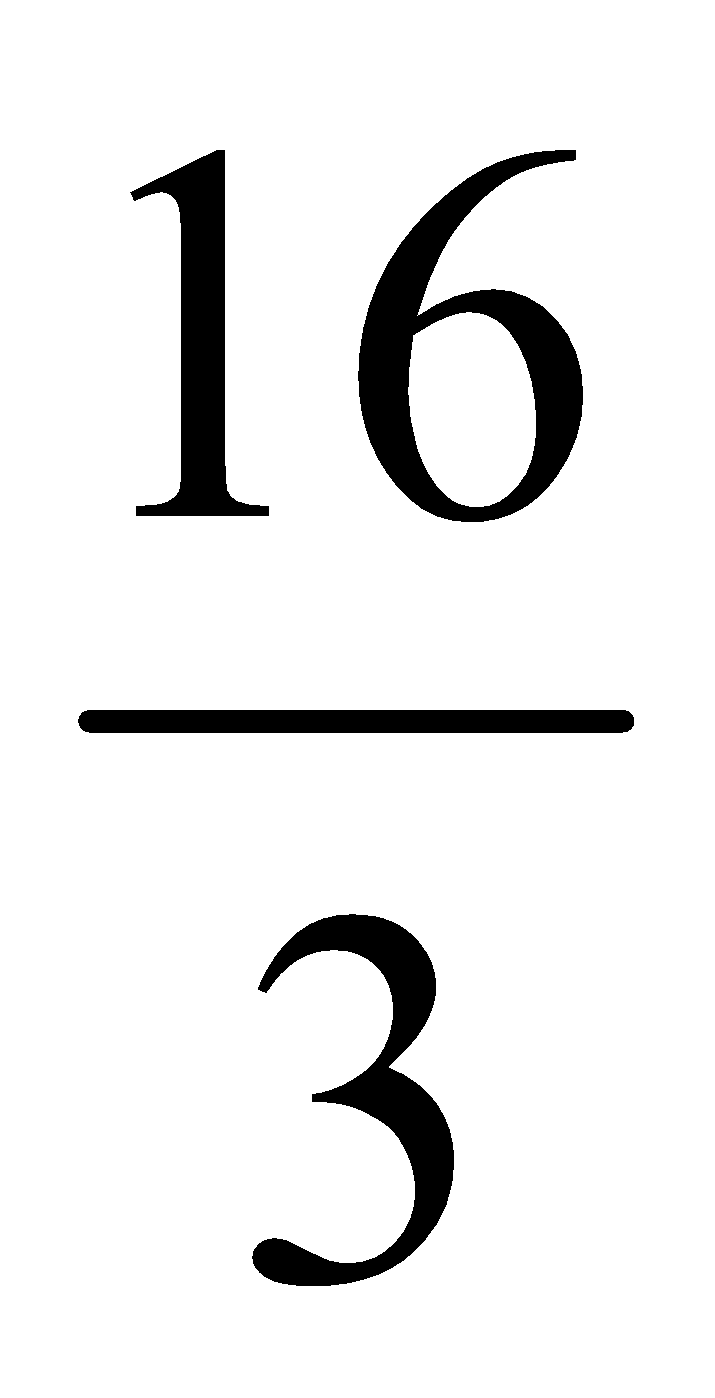
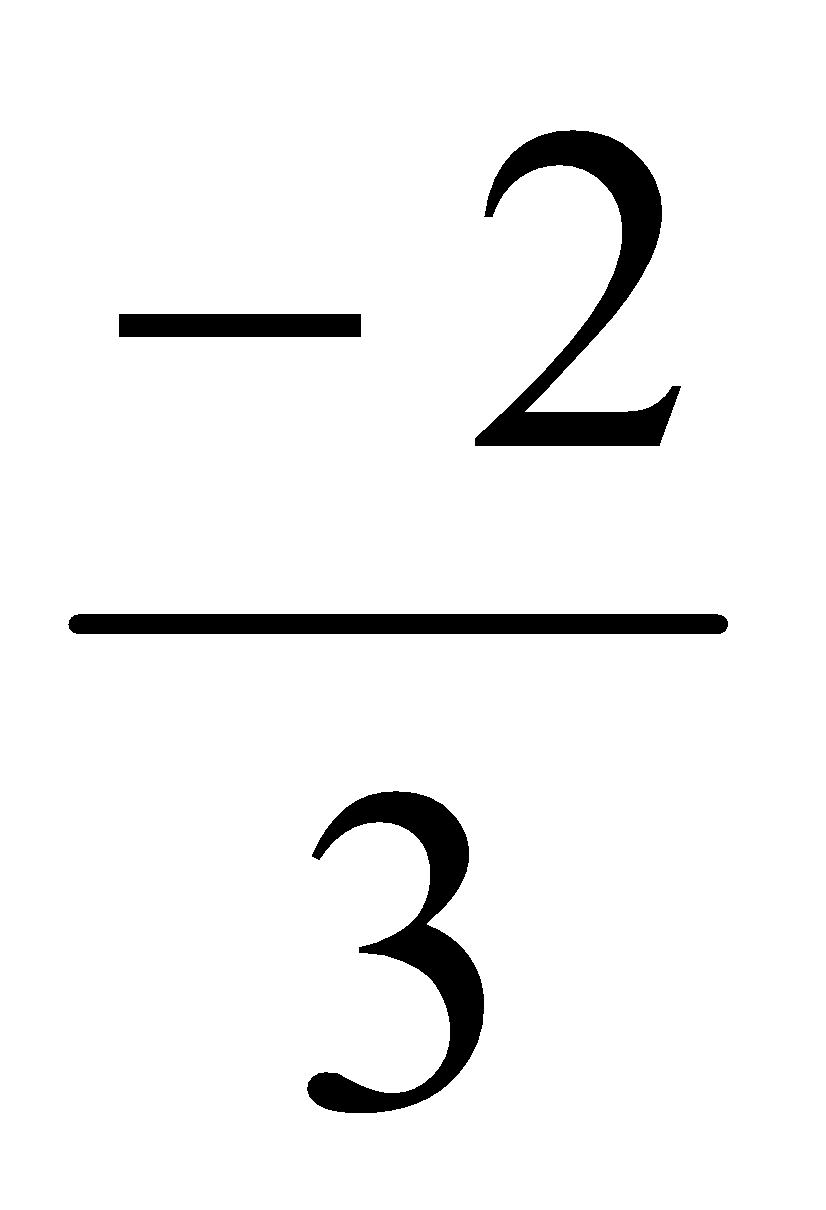
Nueva XB = **B-1 \* b**   ( esto es )

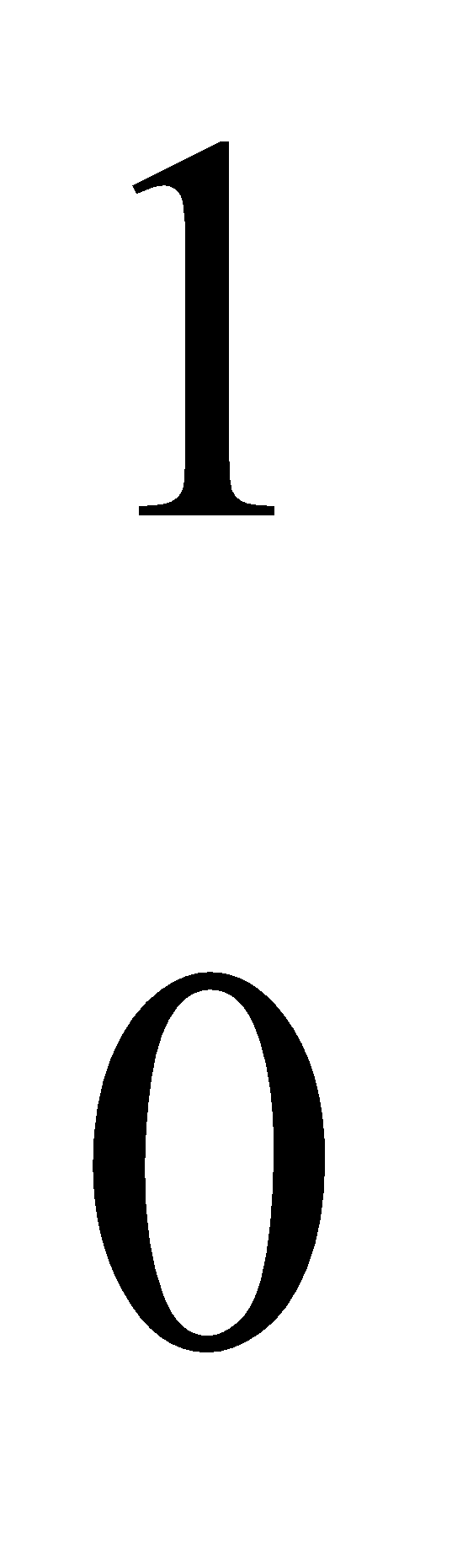
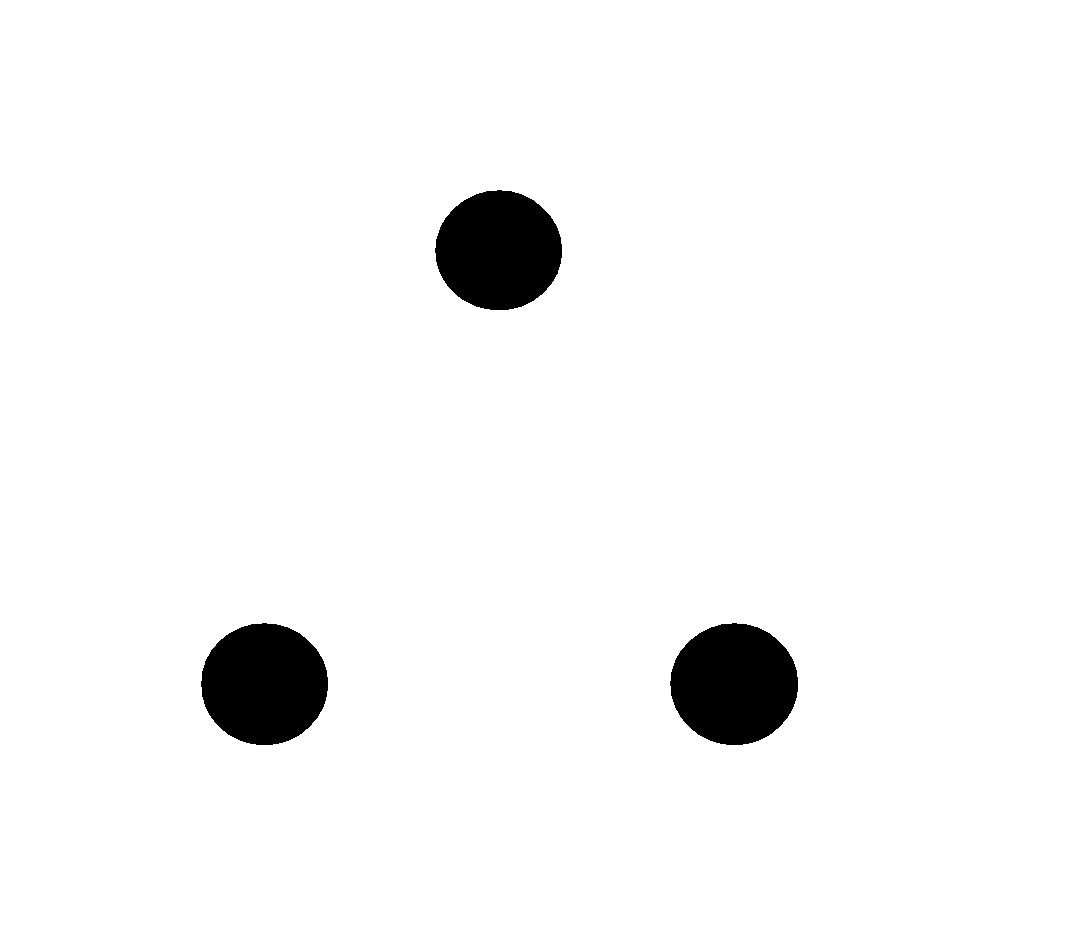
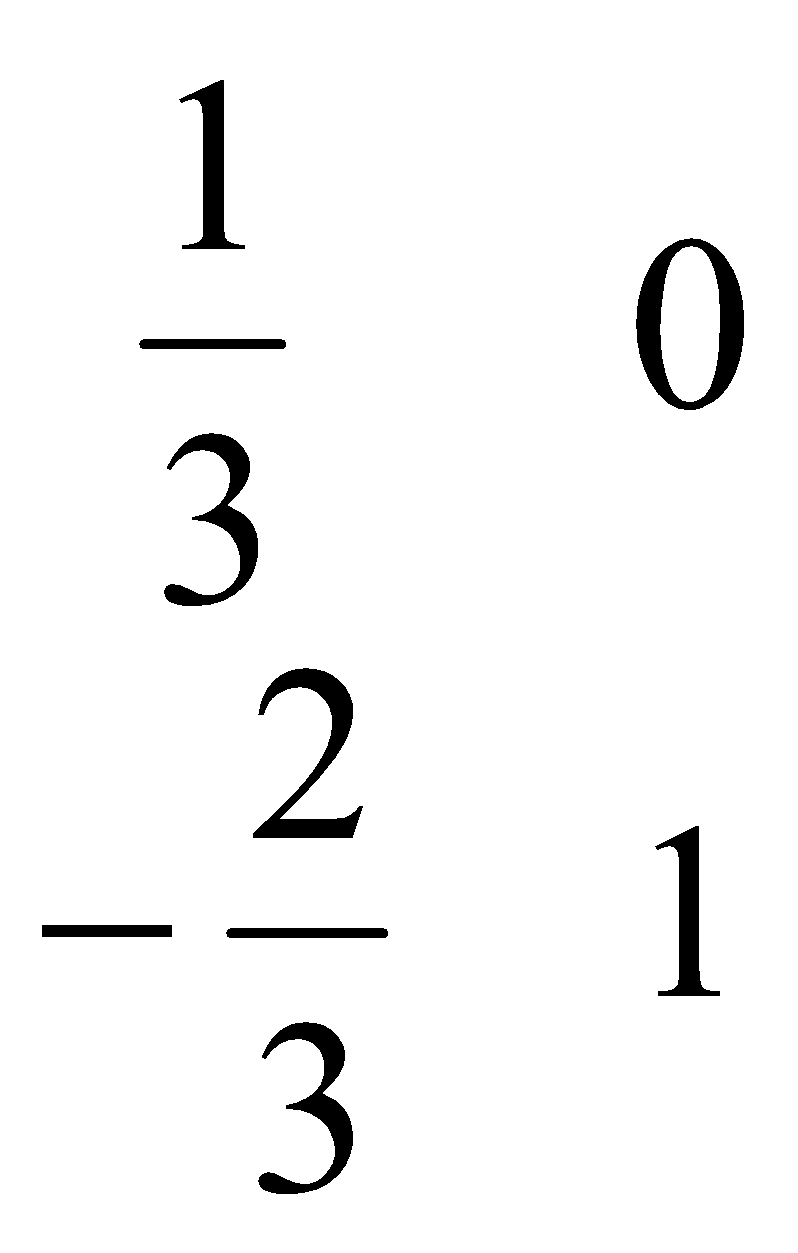
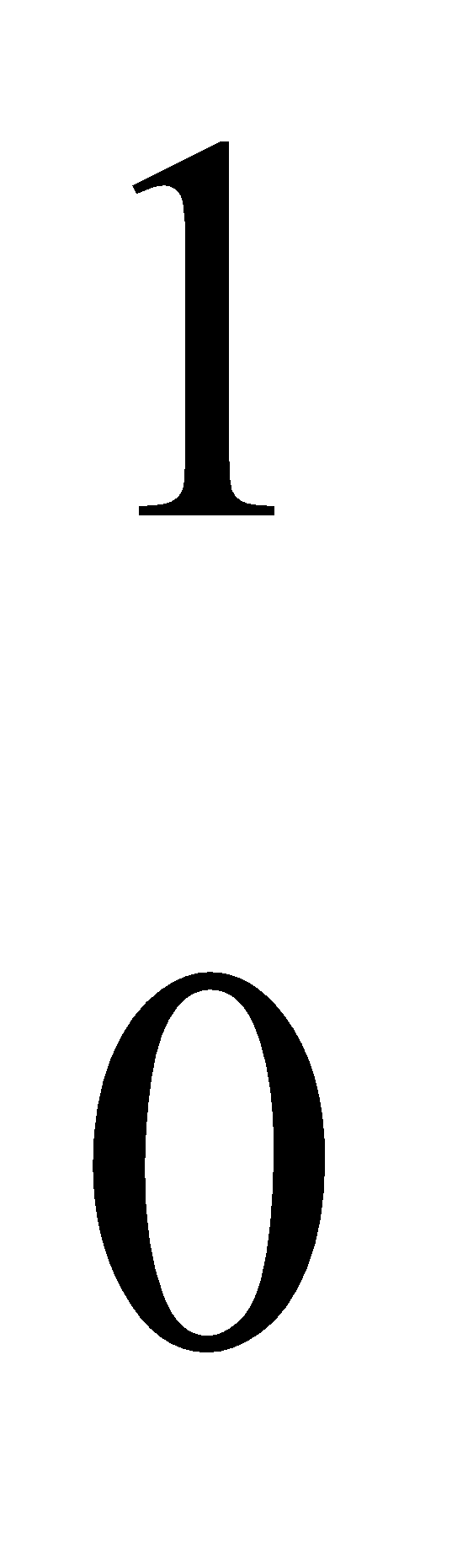
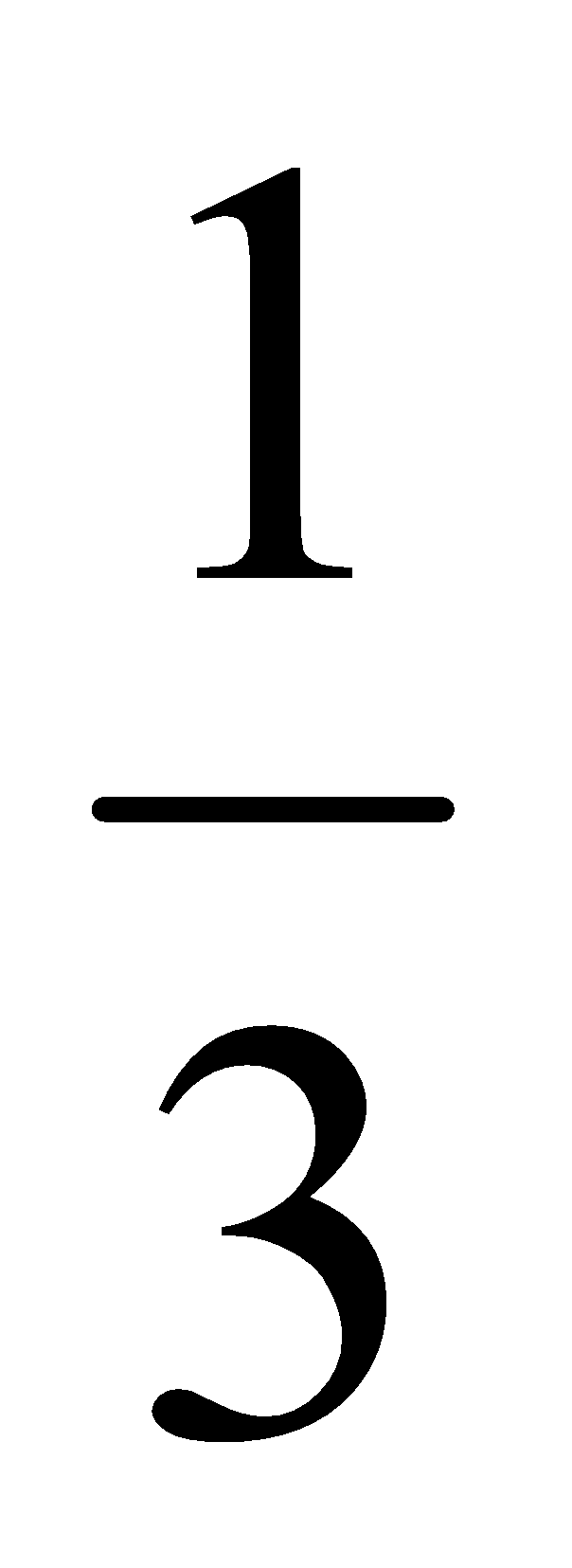
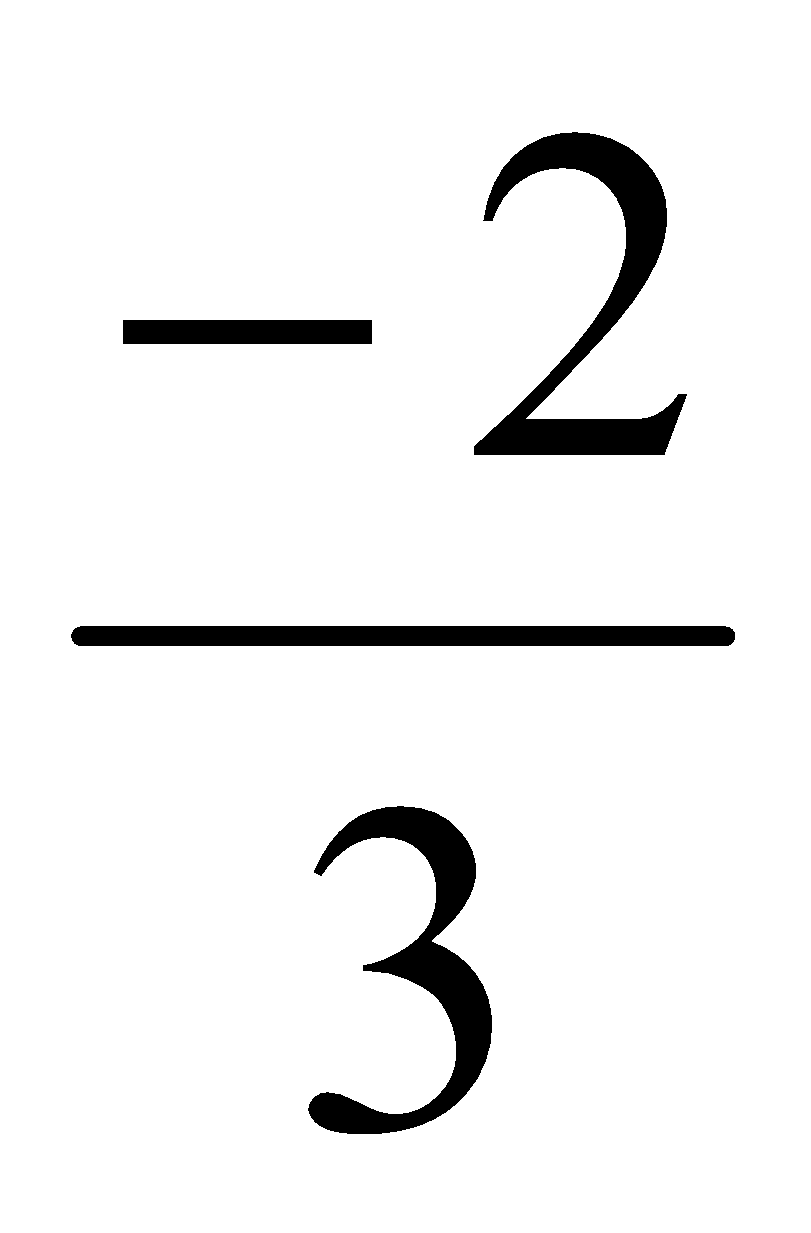
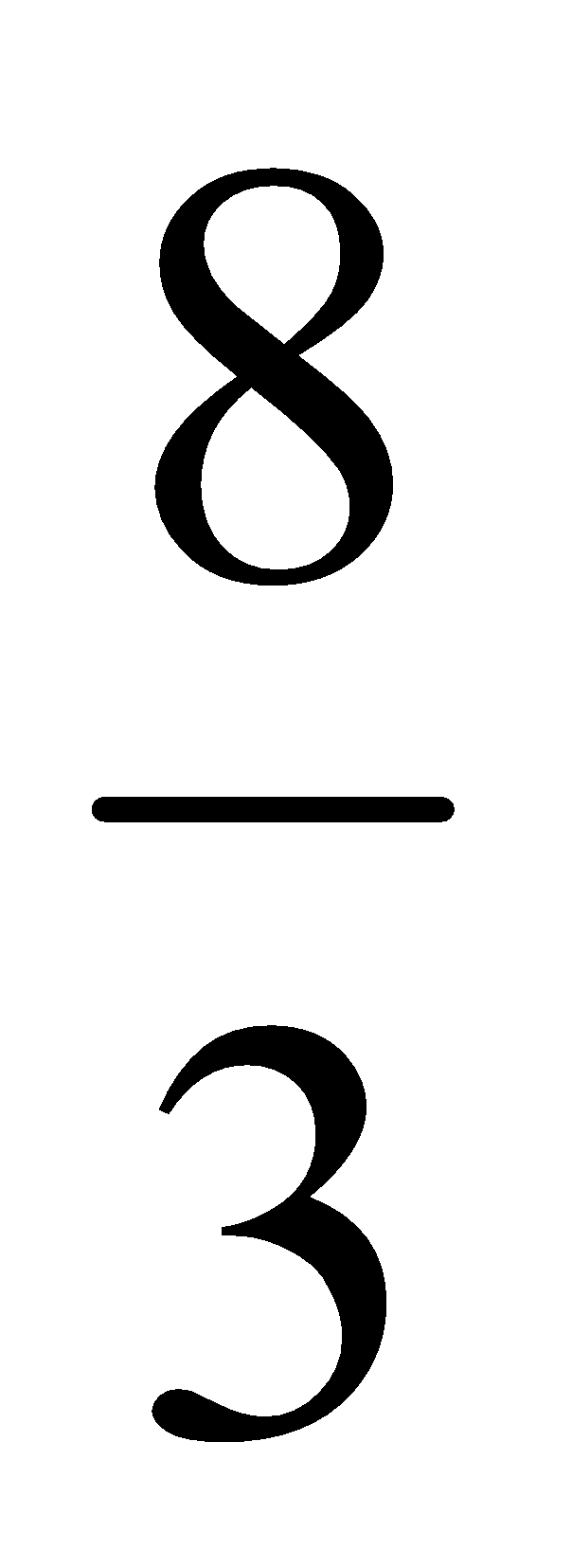
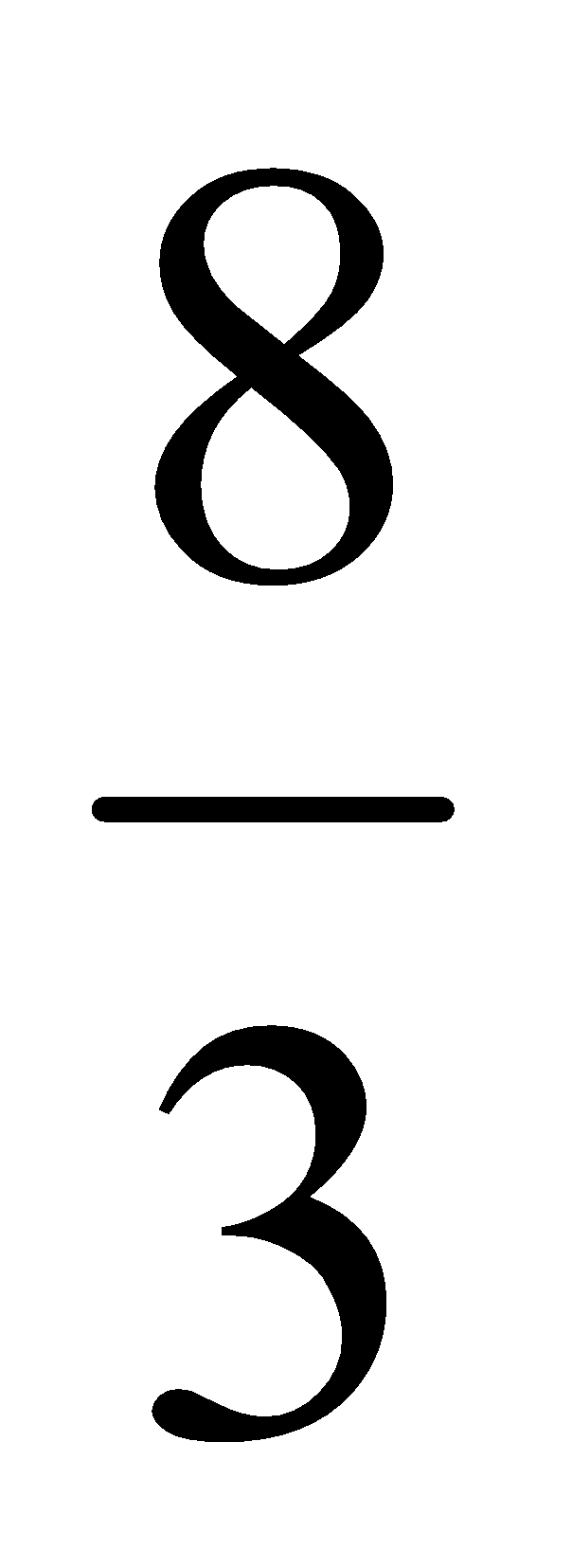
**Verifiquemos Optimalidad**: **Para X1 y S1** (VNB):

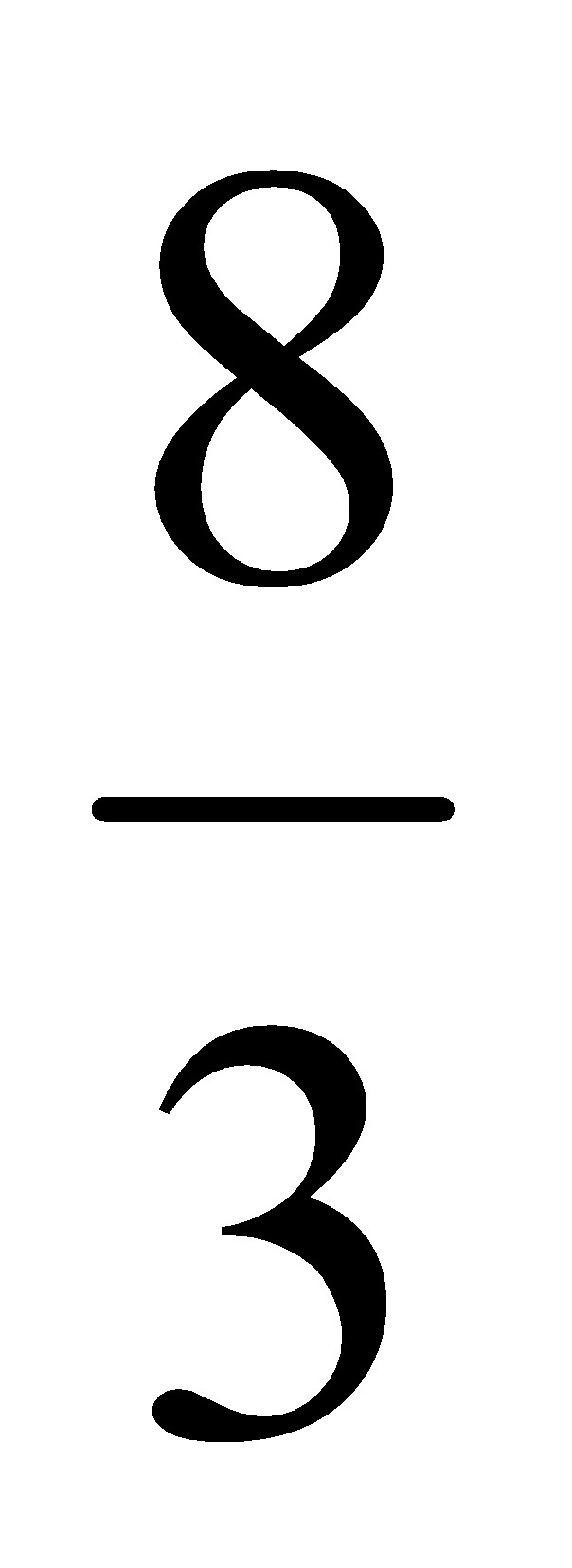
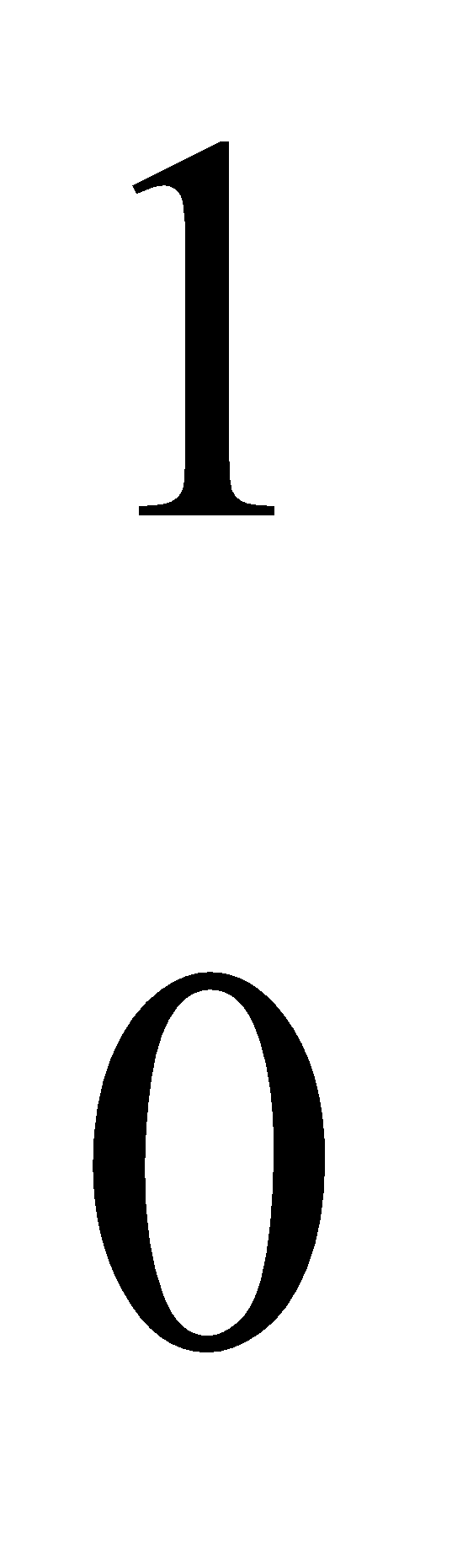
**Fórmula: Zj-Cj= CB \* B-1  \* Pj- Cj**

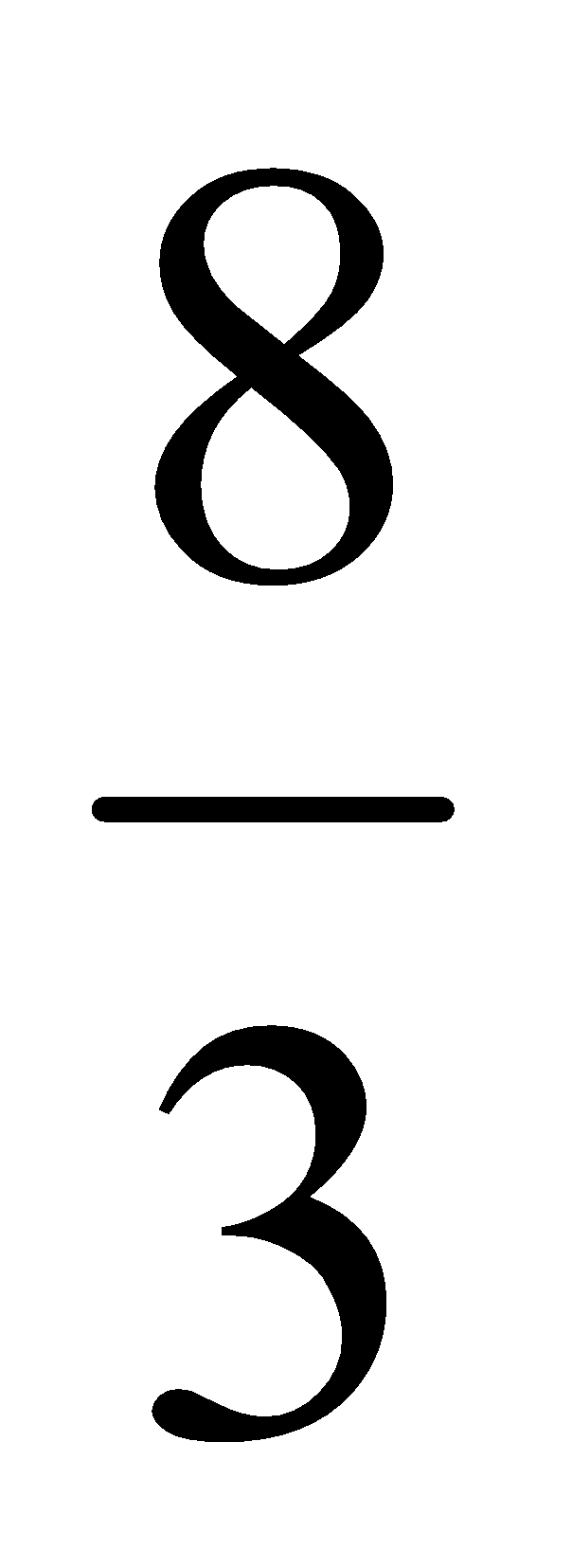
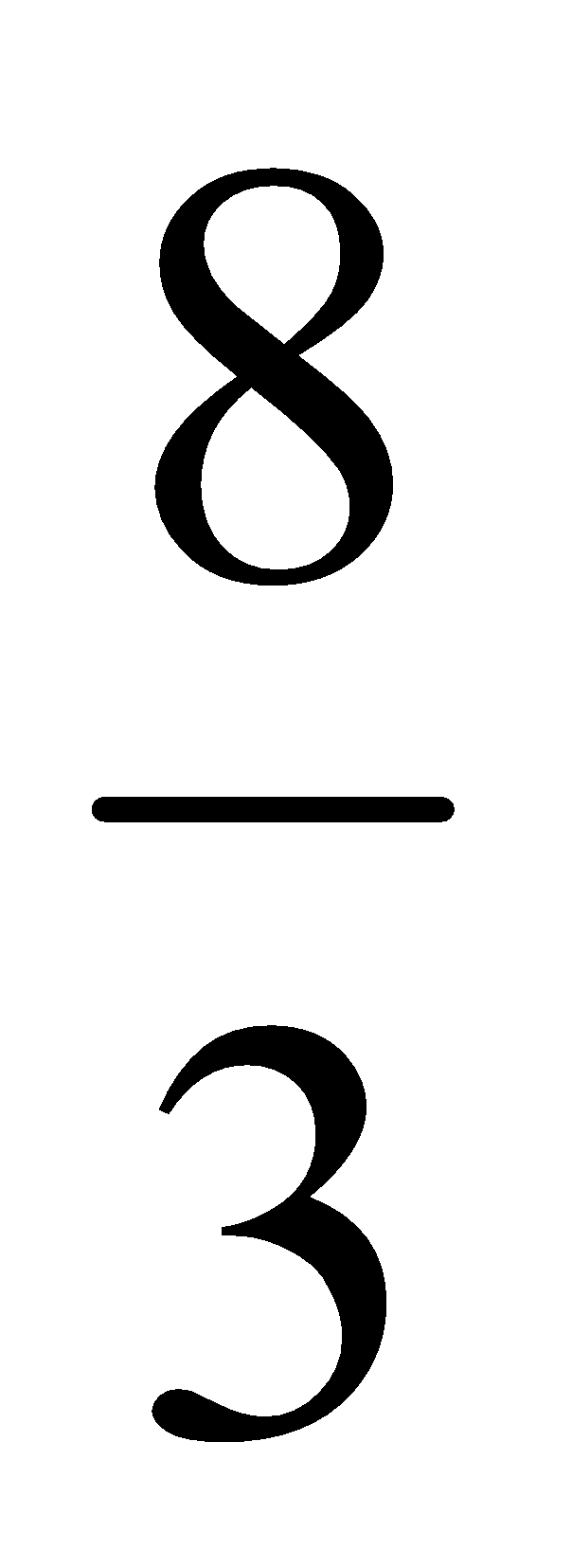
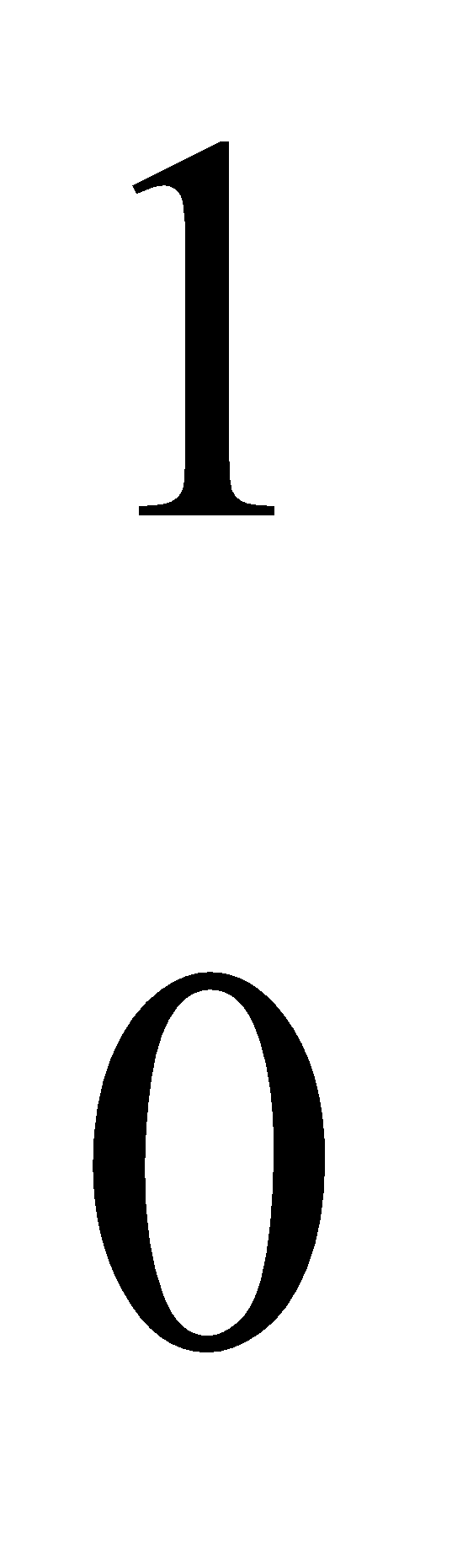
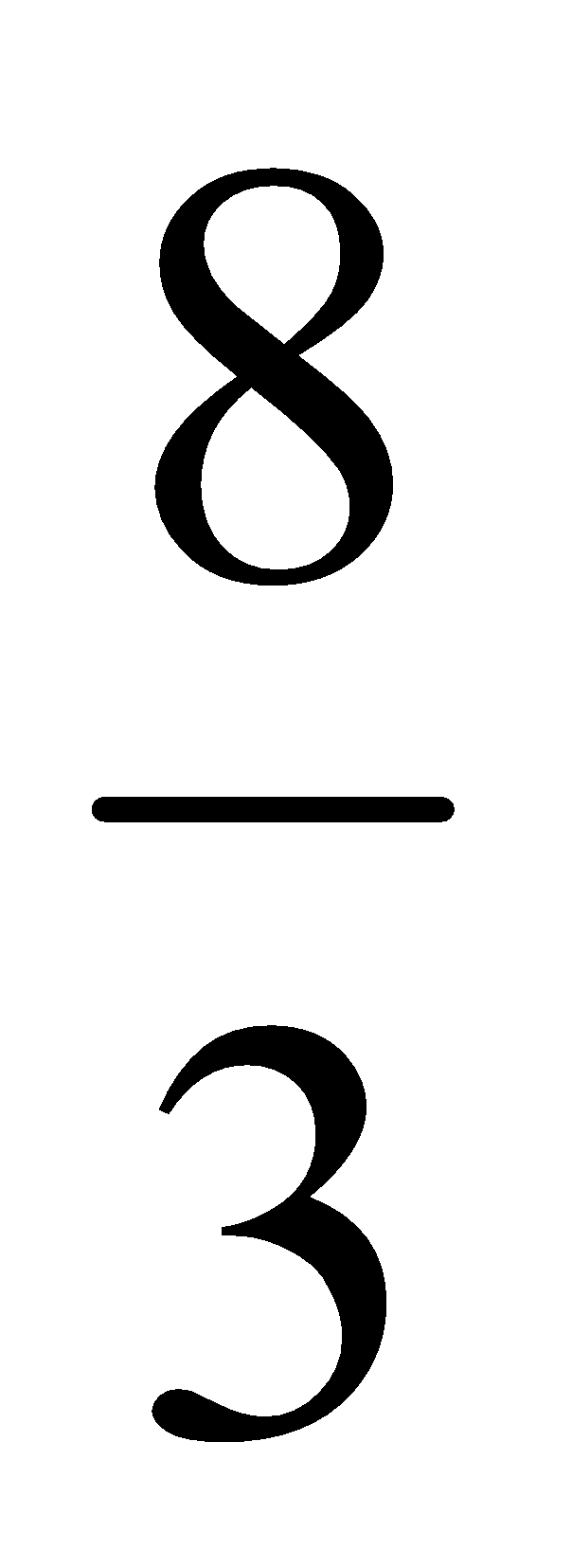
**En X1: P1 =**  ; **C1 = 6  Z1-C1** = (8,0) **\***  \*  - 6 = 8 \* + 0 \*  ; 8 \* 0 + 0 \* 1 = (,0)

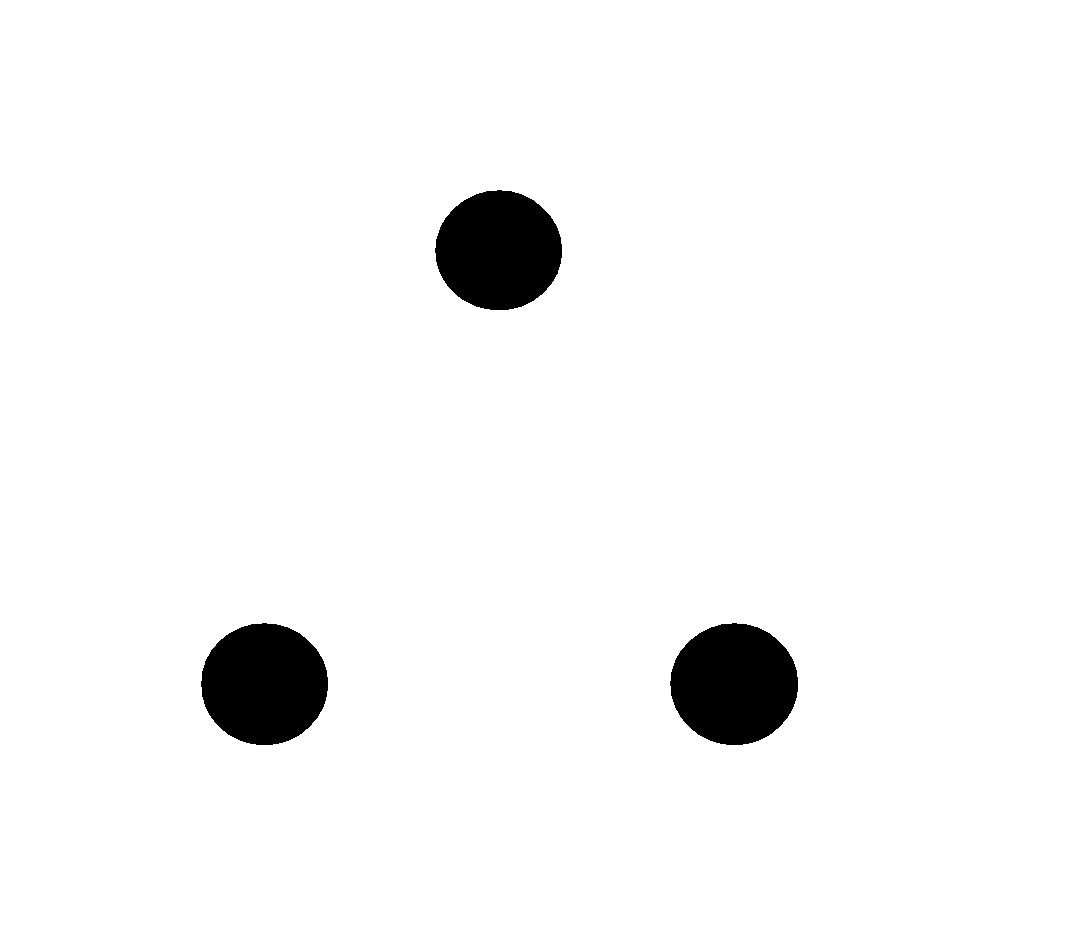
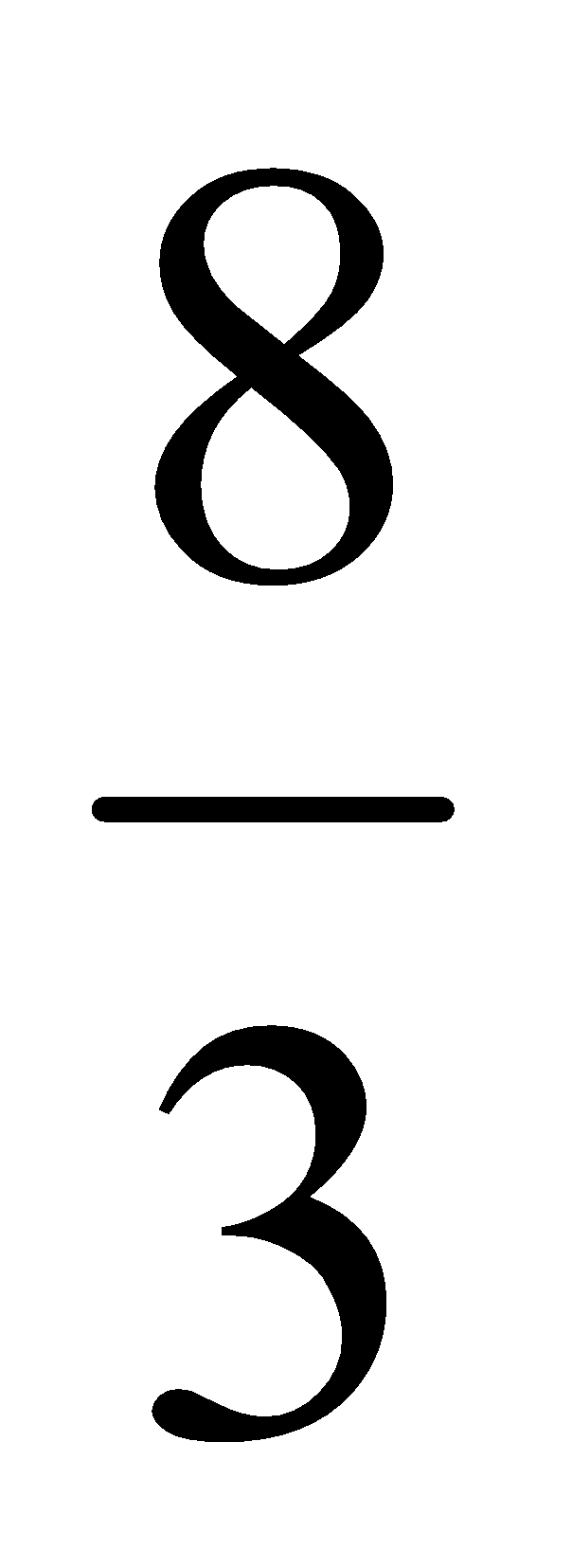
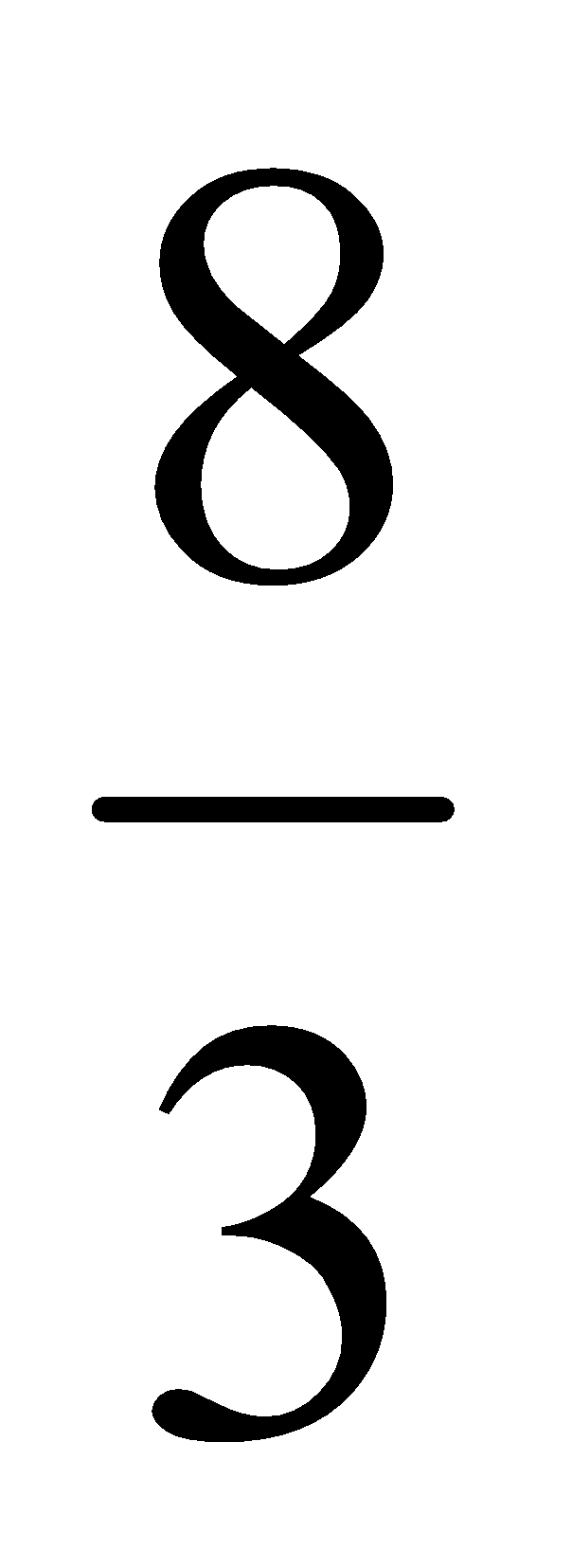
(,0) \*  =  + 0 = 

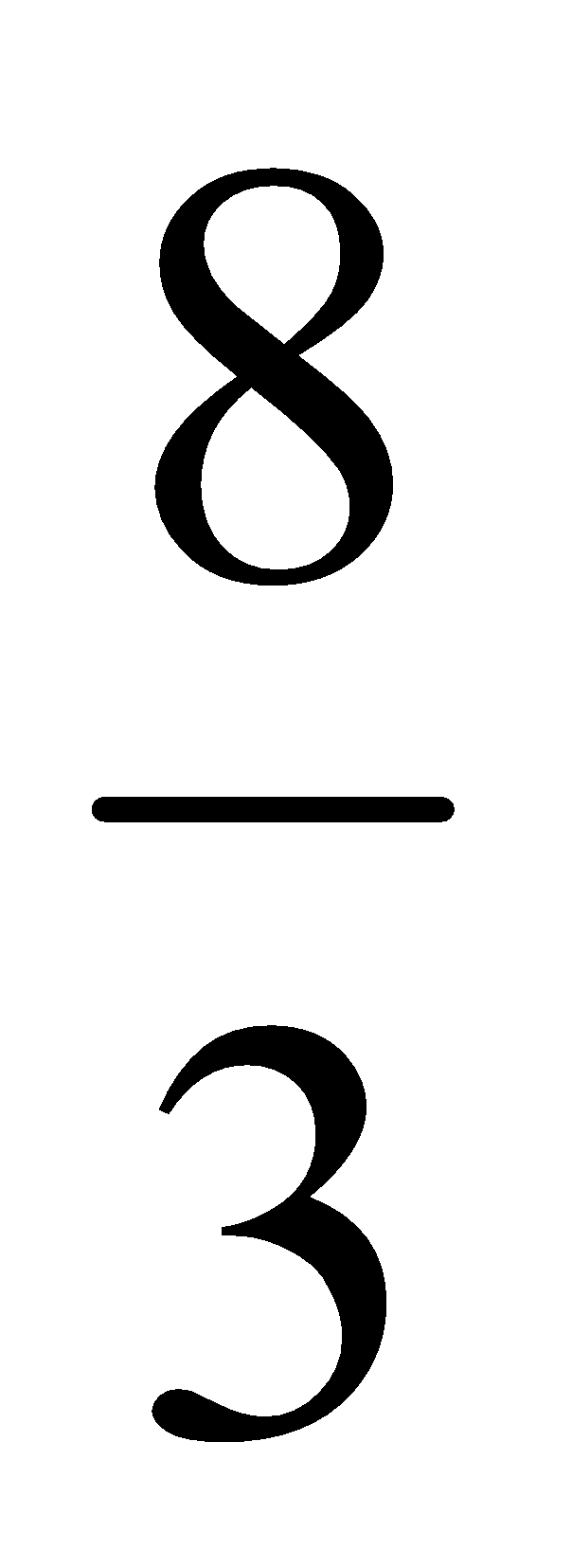
 - 6 =  (esto indica que X1 puede mejorar Z)

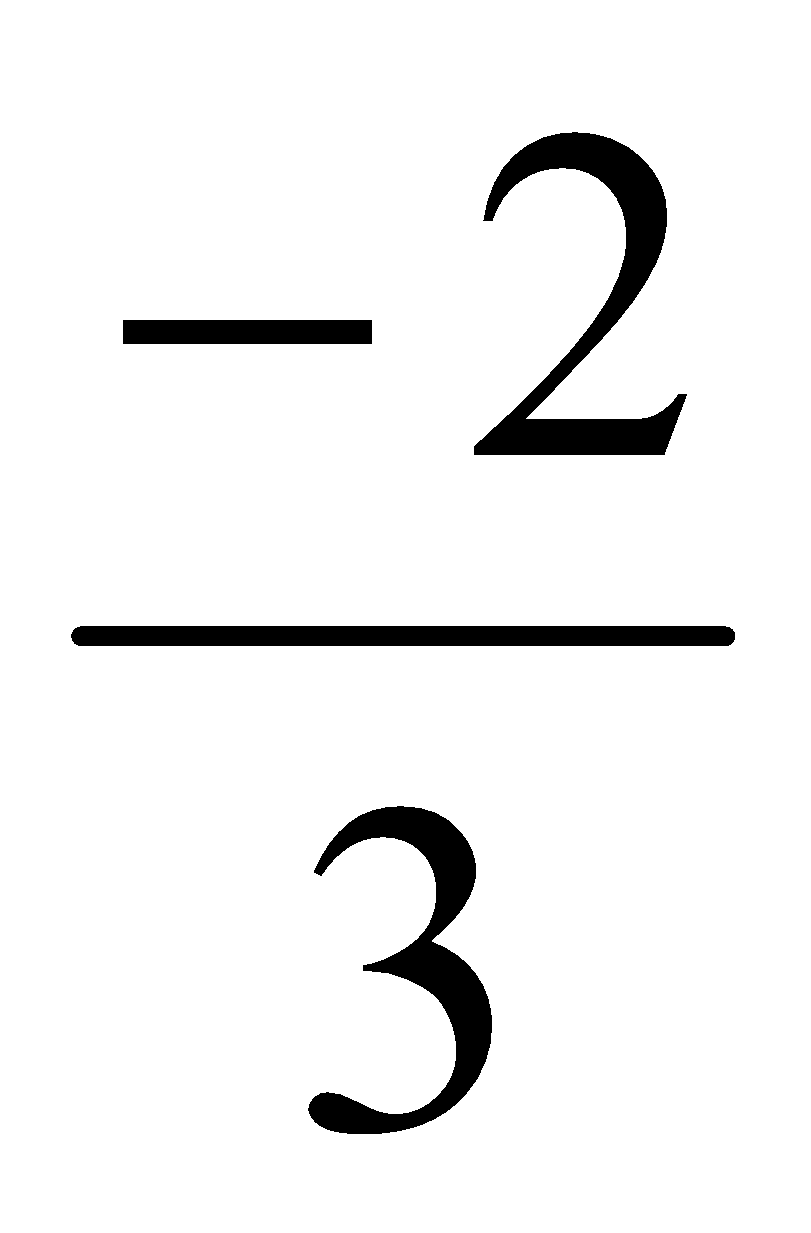
**En S1: PS1 =**  ;  **Cs1 = 0  Z1-C1 =** (8,0) **\***  \*  = 8 \* + 0 \*  =  + 0 = 

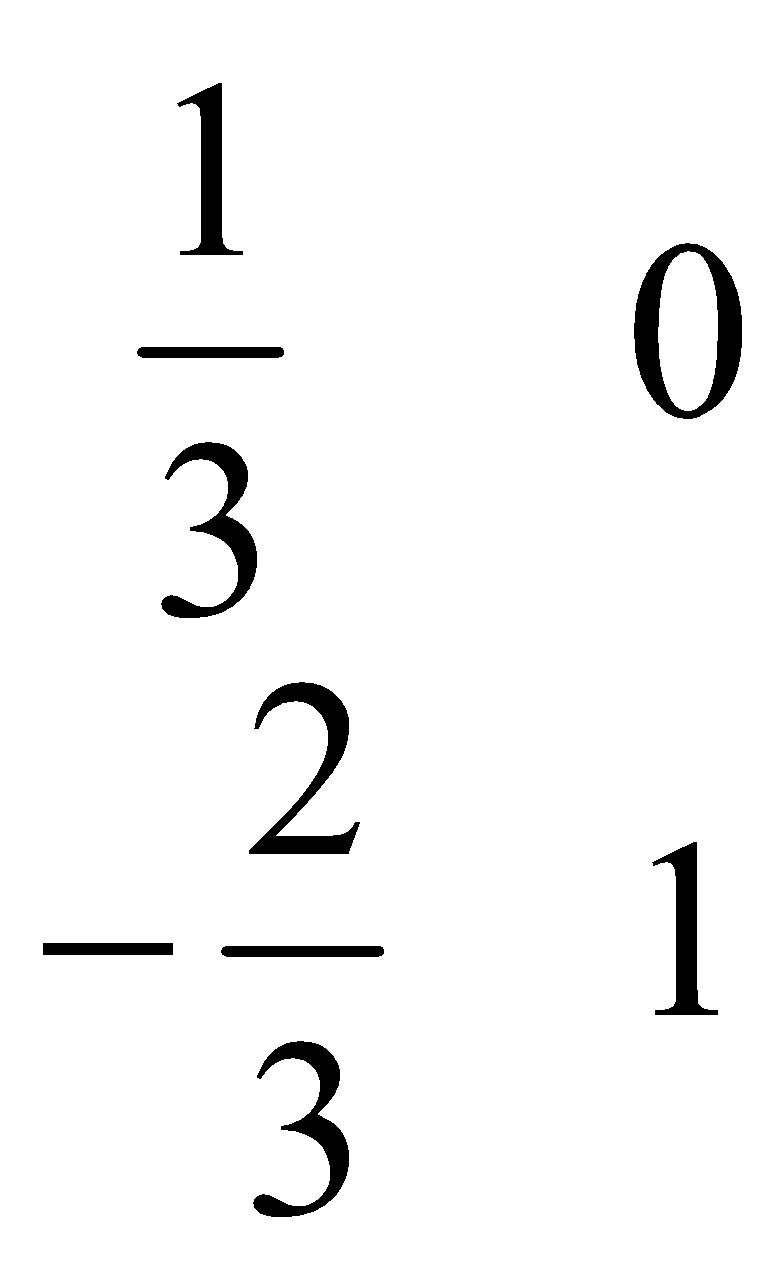
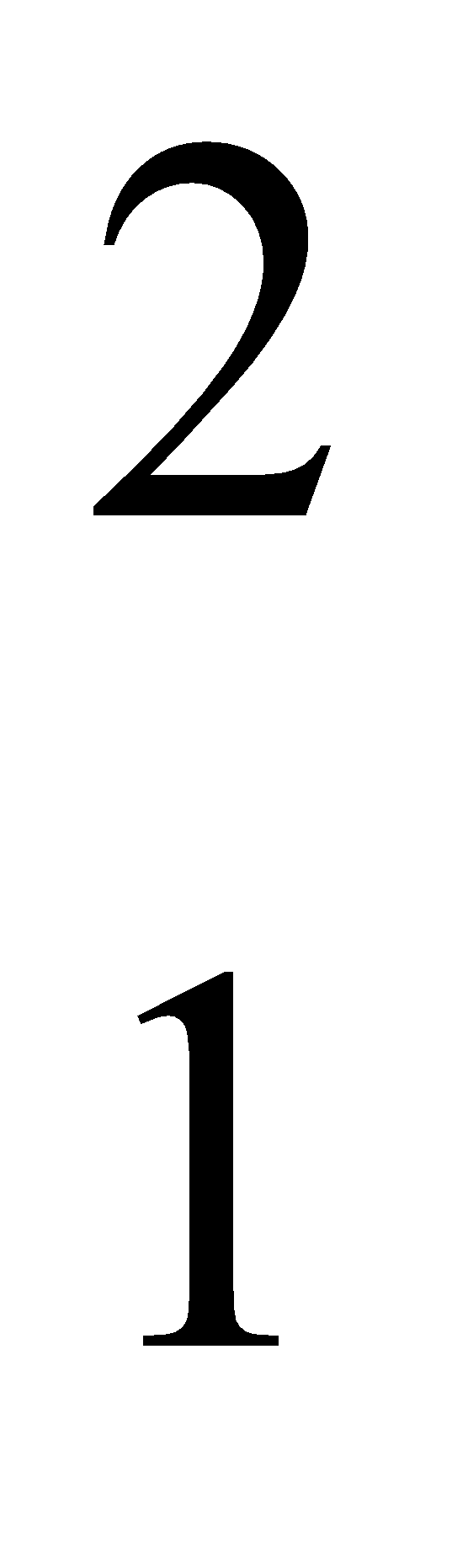
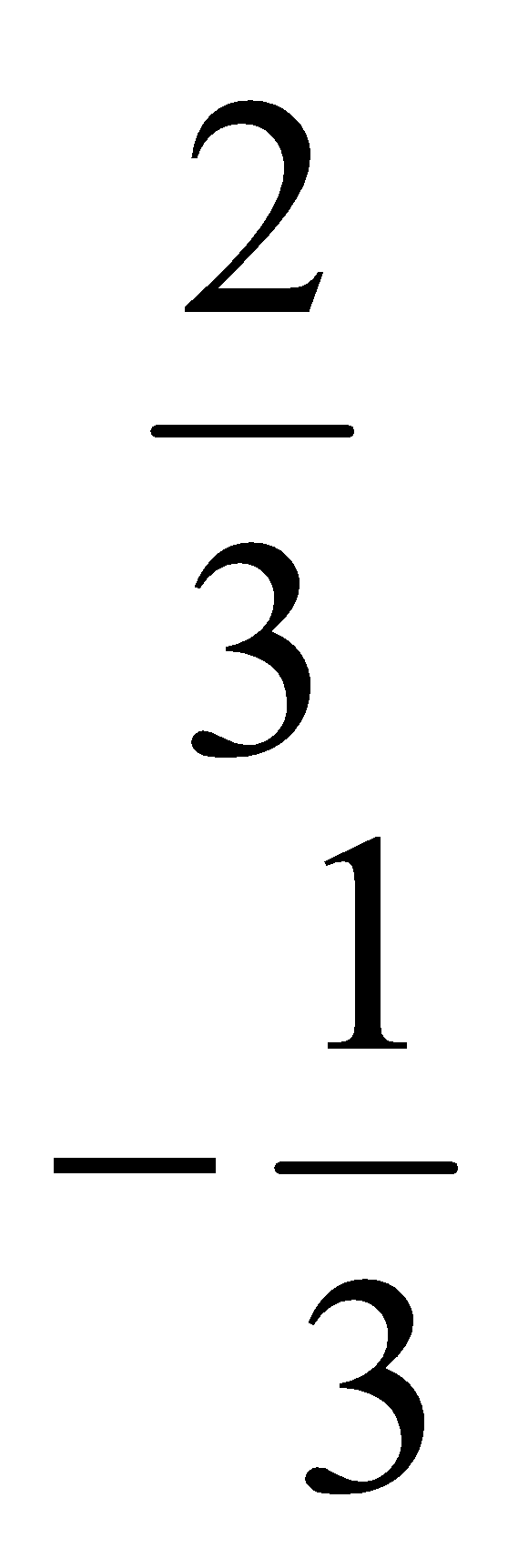
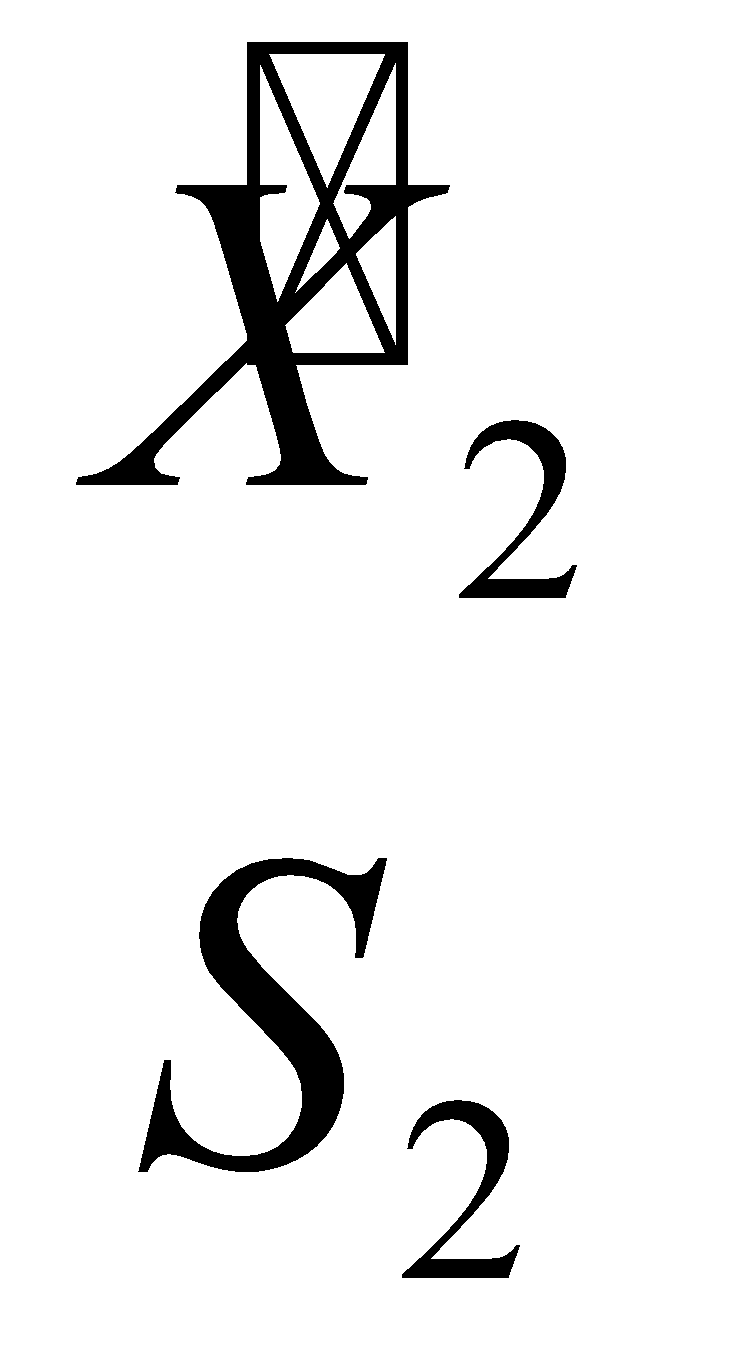
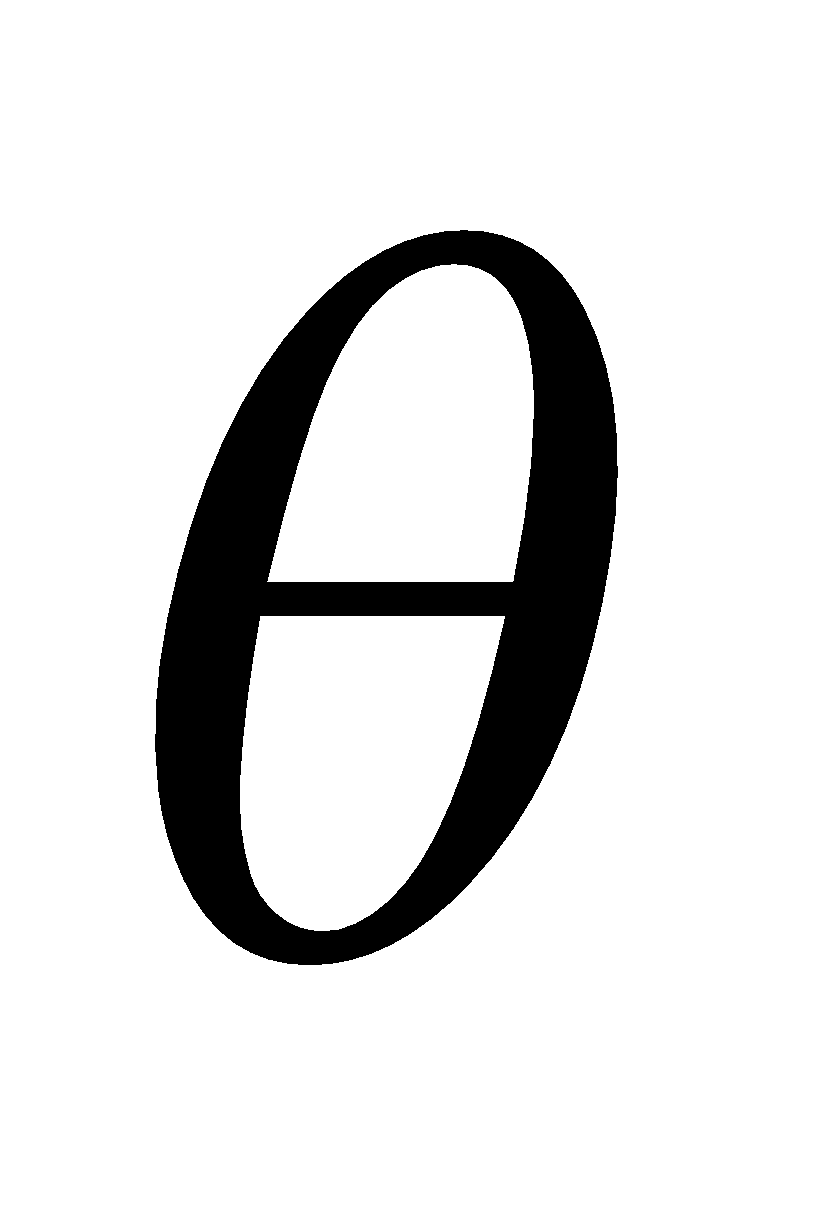
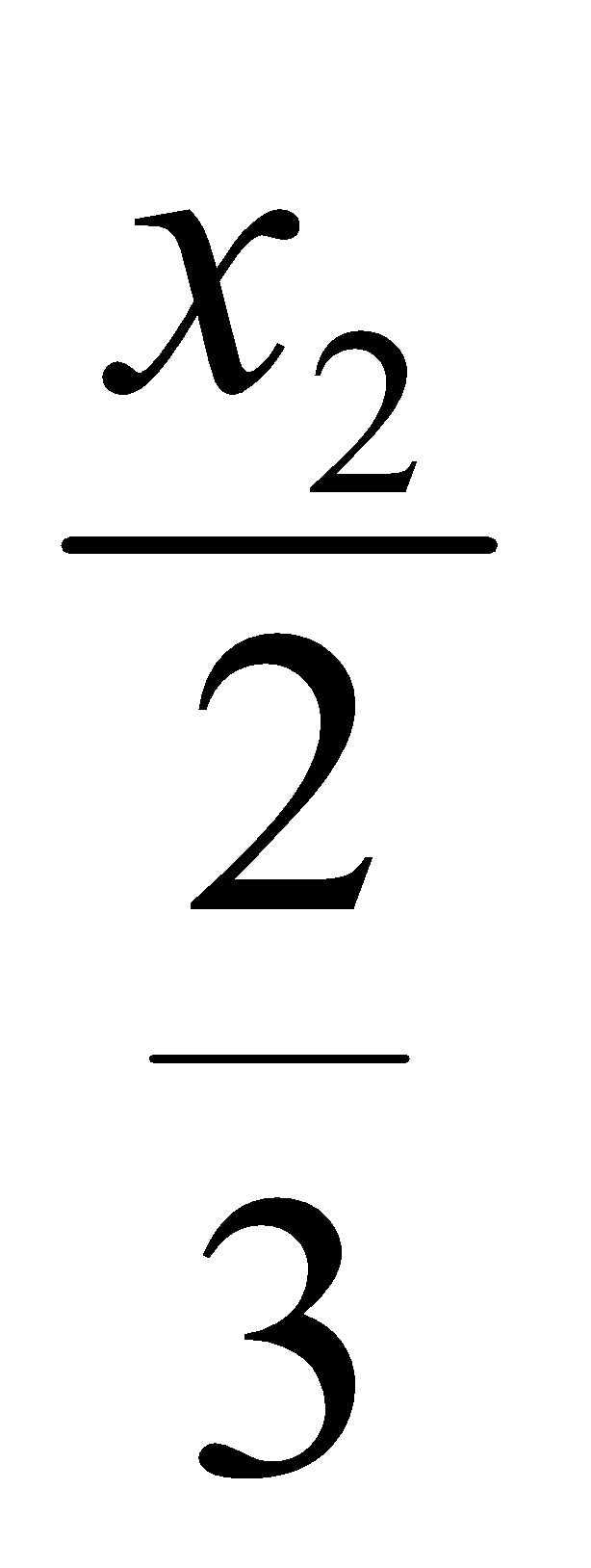
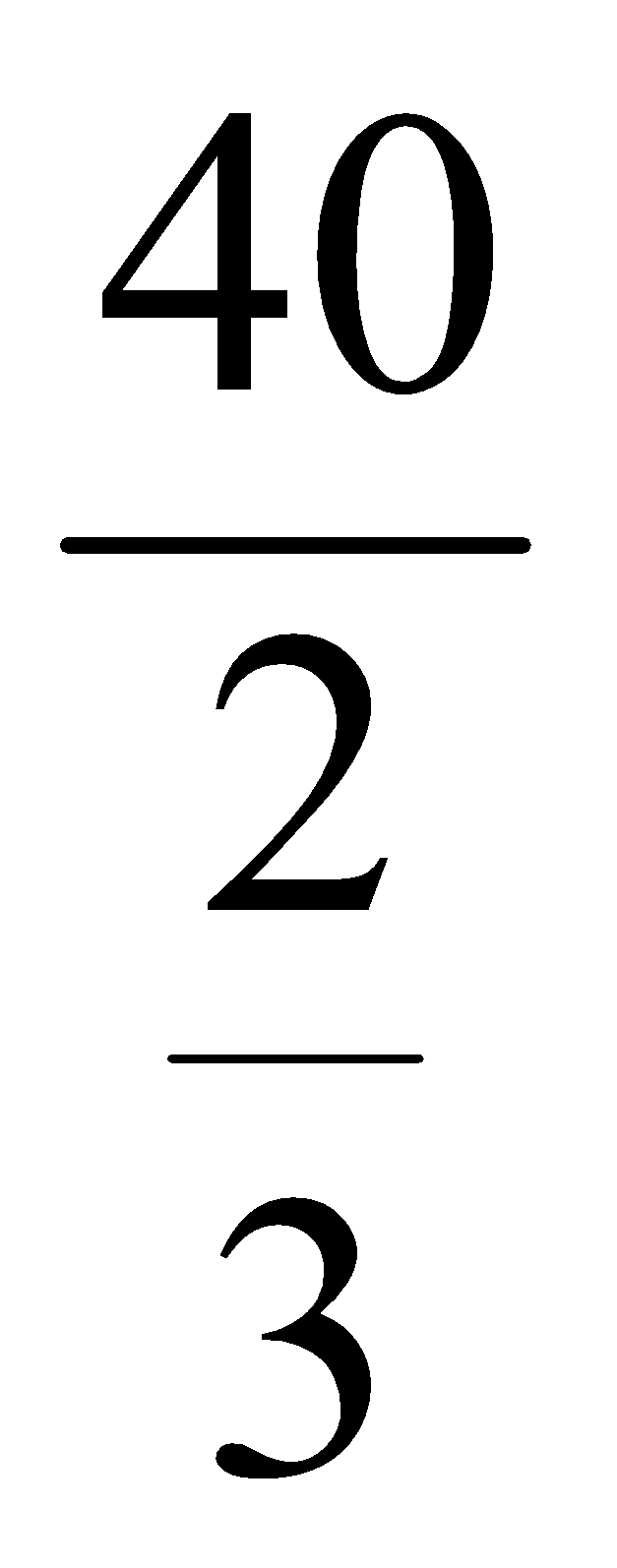
**Segunda componente**  \* = 8 \* 0 +0 \* 1 = 0 + 0 = 0

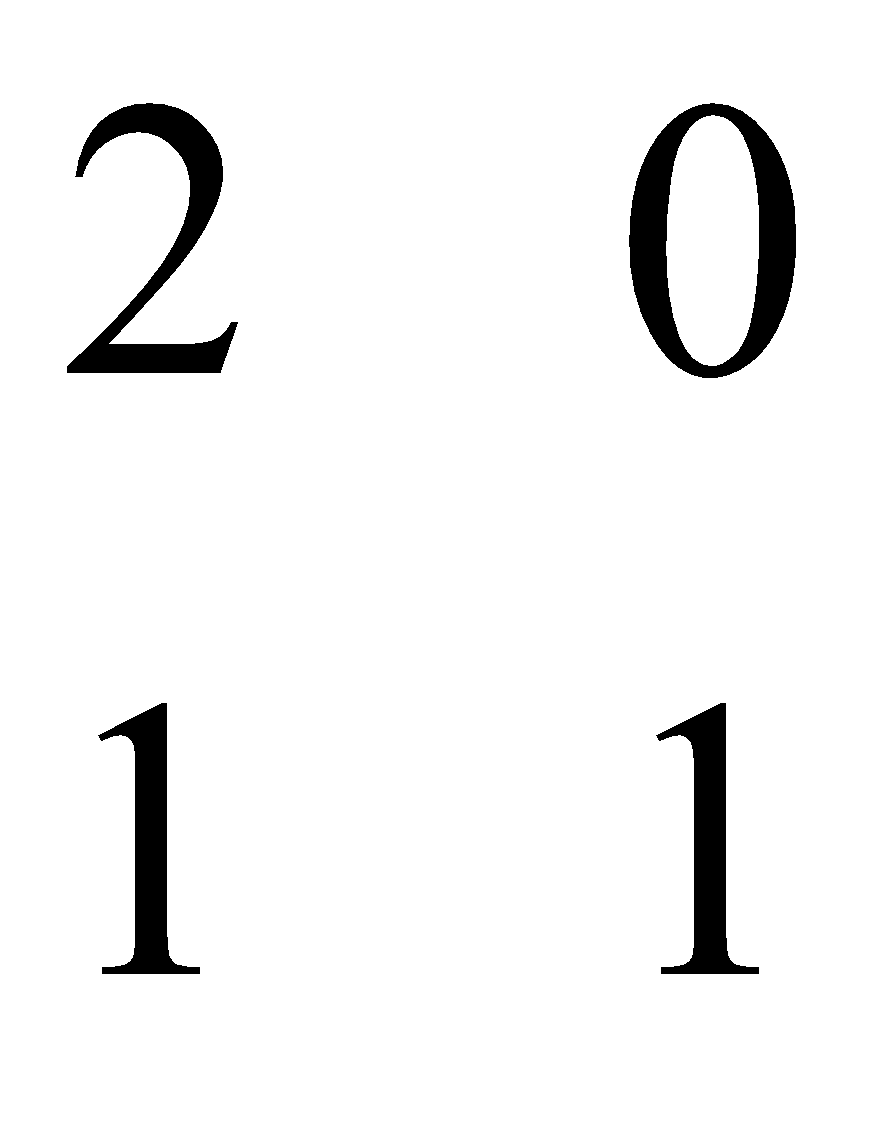
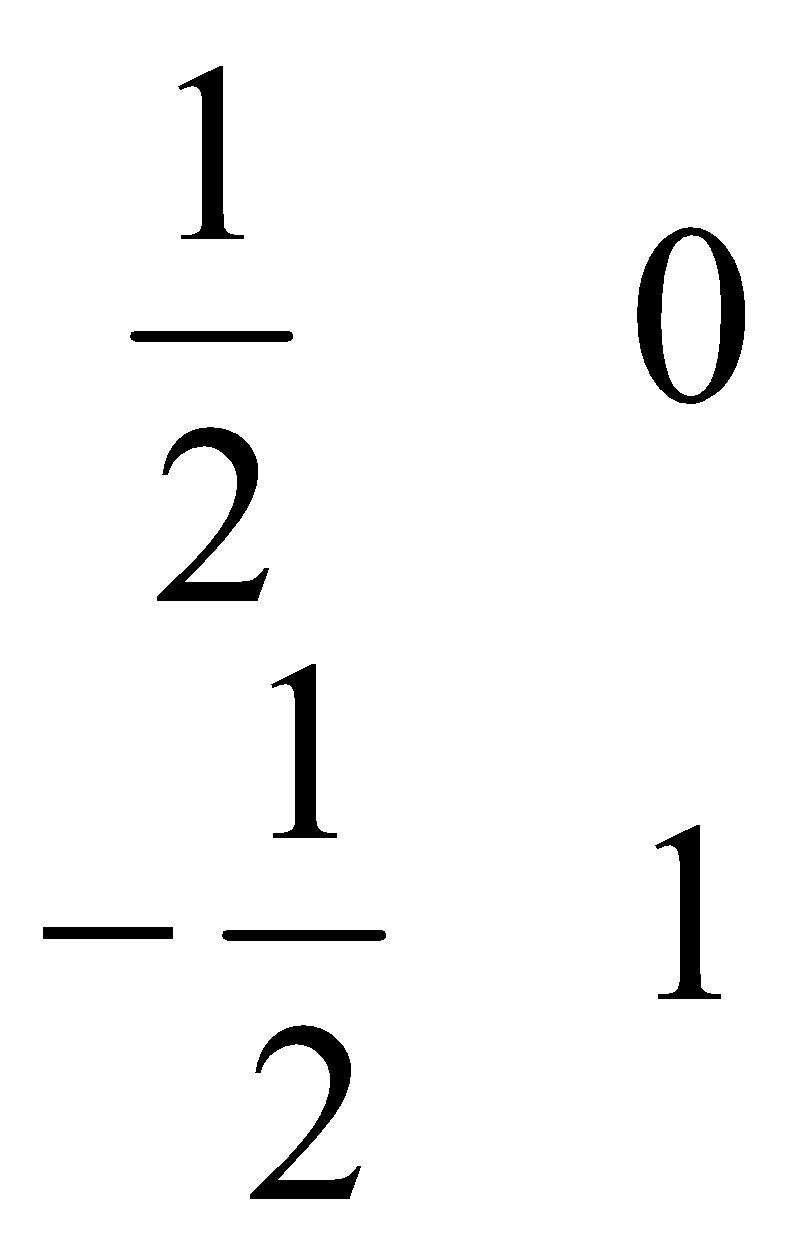
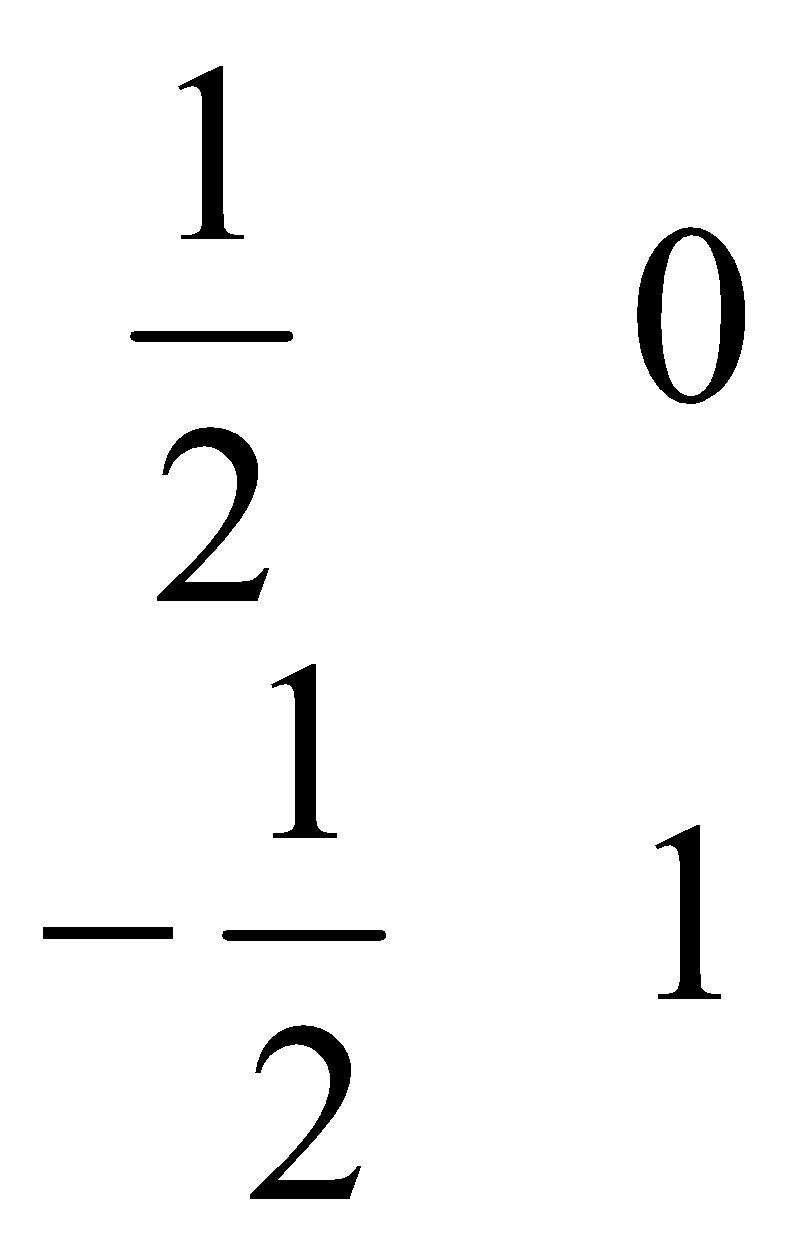
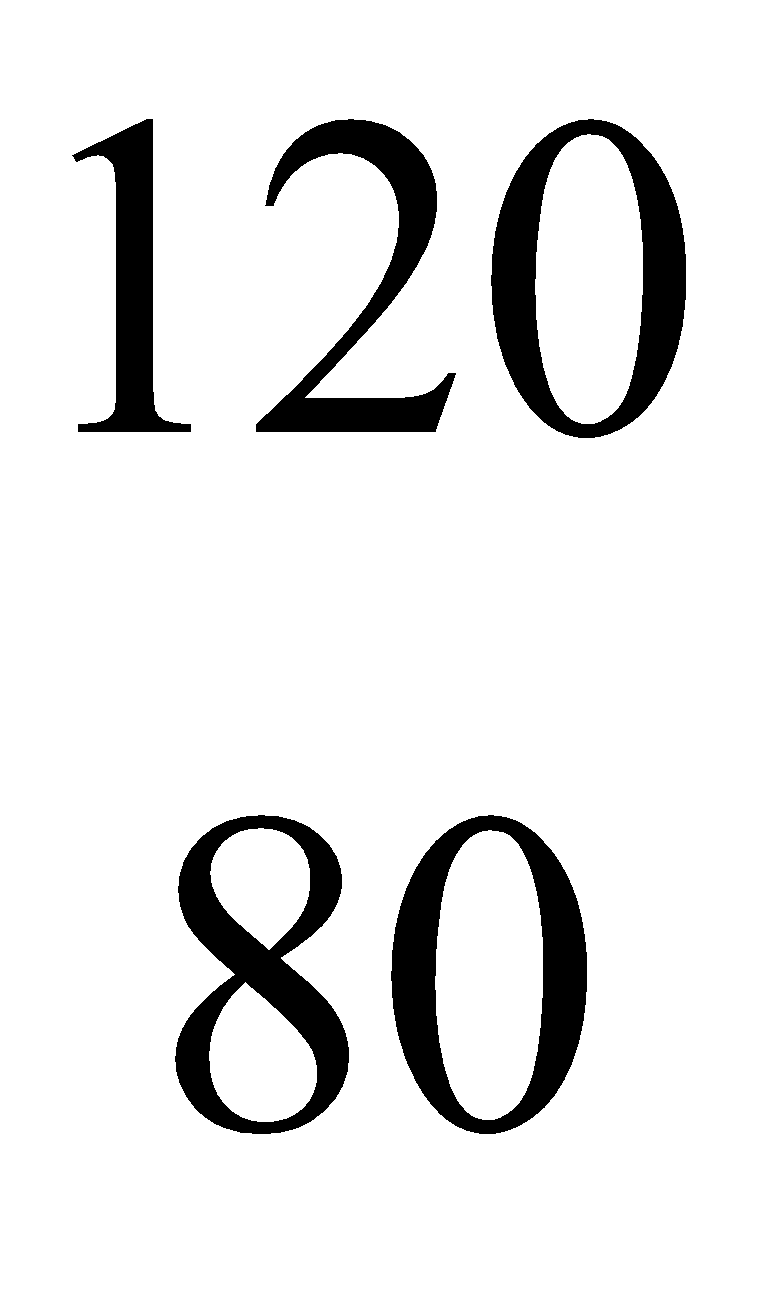
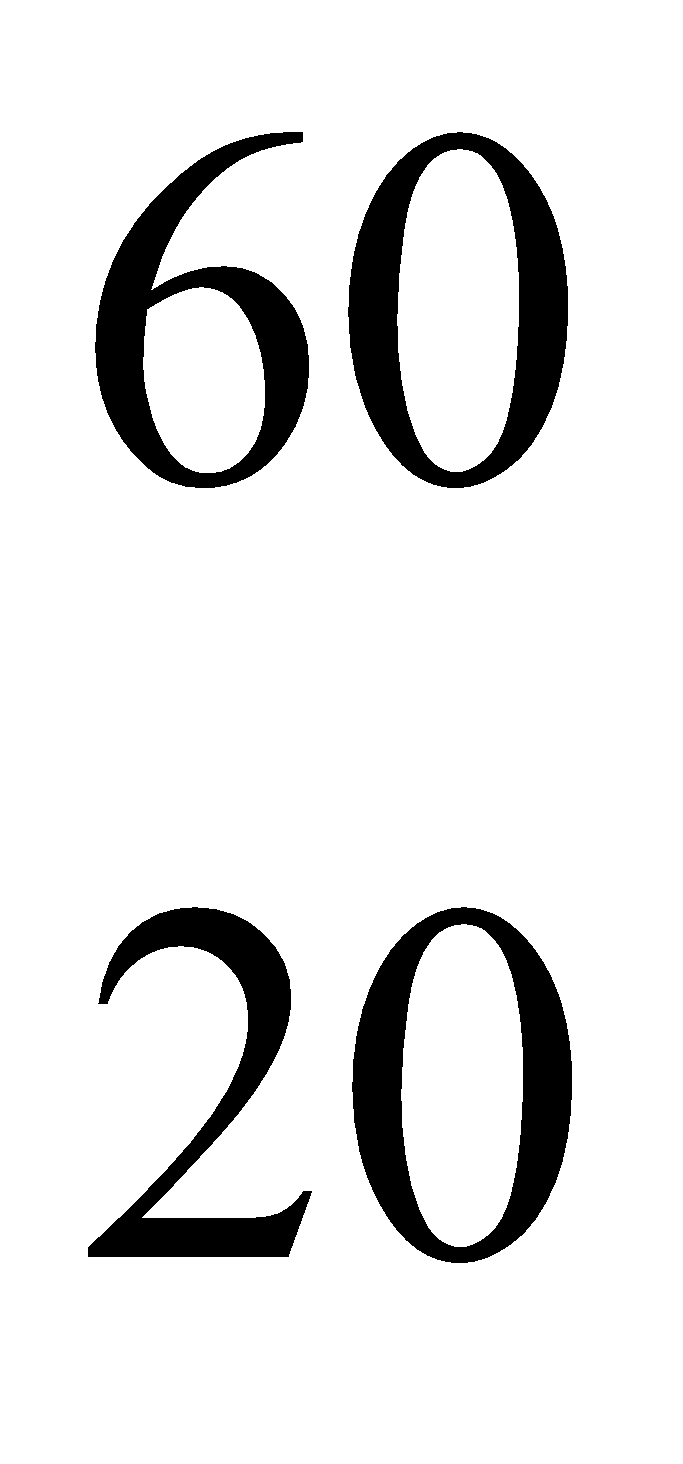
Nos queda que **CB – B-1  =** (, 0) y resolviendo **CB – B-1 \* P-1**  ( , 0) \*  = 

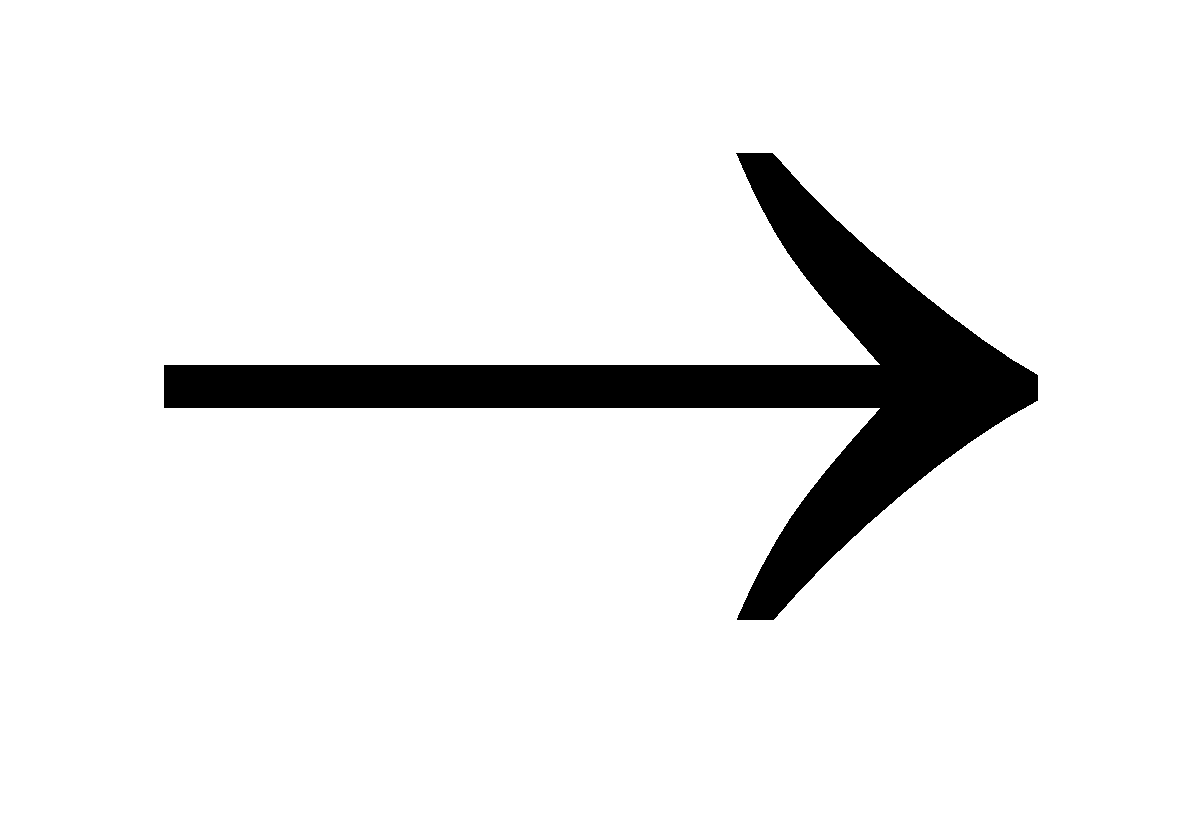
** Z1-C1 =**  - 0 =  .

pero  > 0 No entra en la solución ya que en maximización buscamos costos reducidos negativos para mejorar Z. por tanto no entra S1.

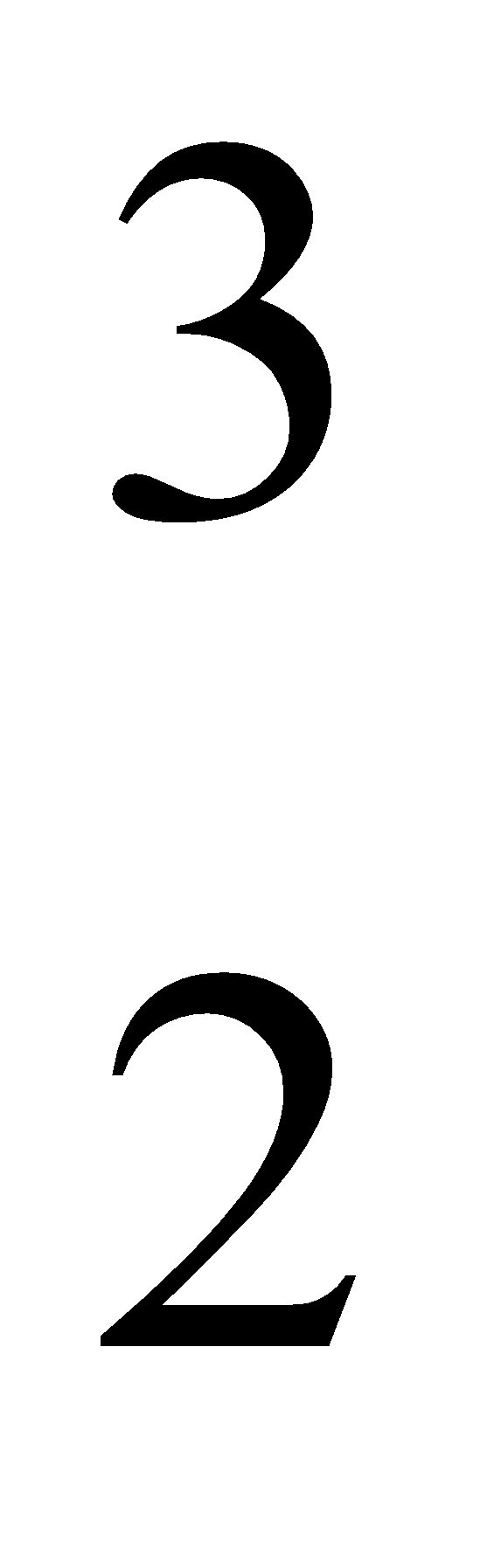
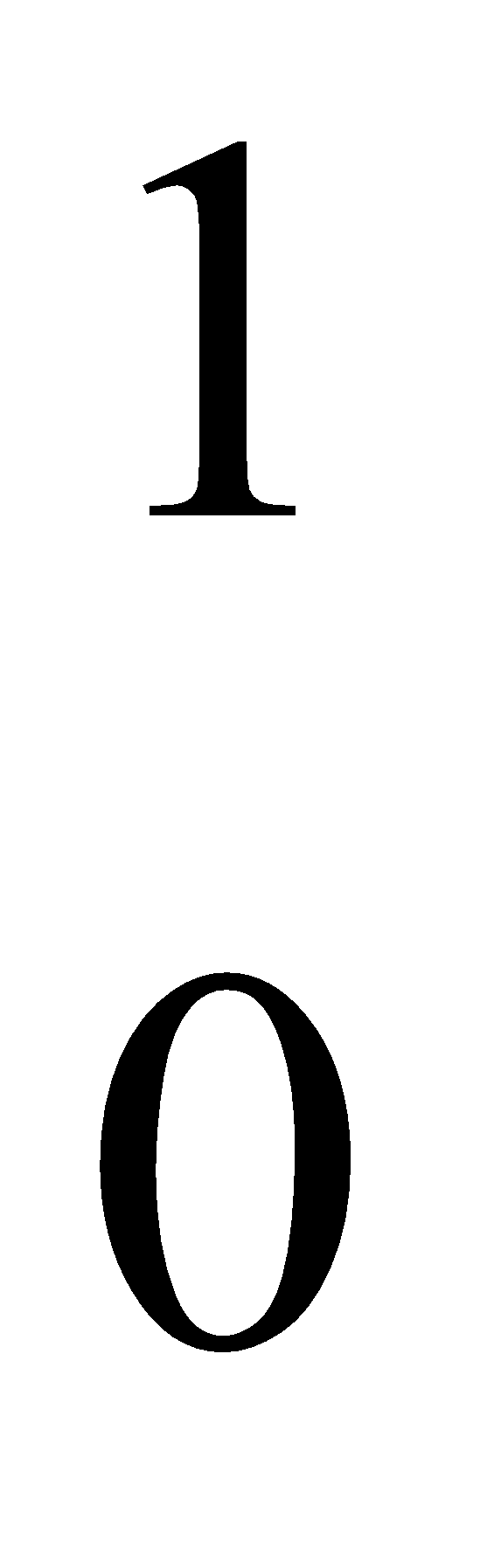
Analizamos lo siguiente: como **Z1-C1** =  < 0 eso implica que X 1 pudiera entrar a la Base, veamos:

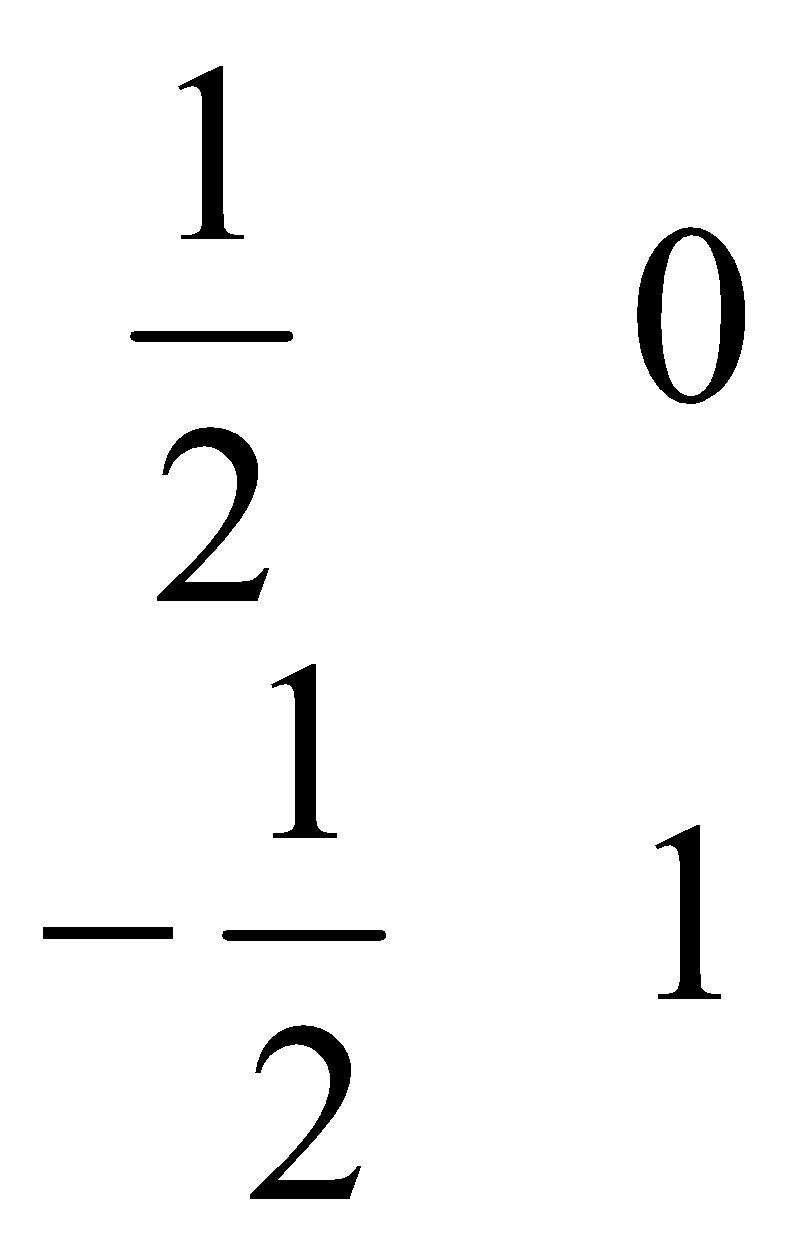
**B-1 \* P-1 :**  \*  = , (esto es ), la variable de salida sería : X2 y  =  =  = 60

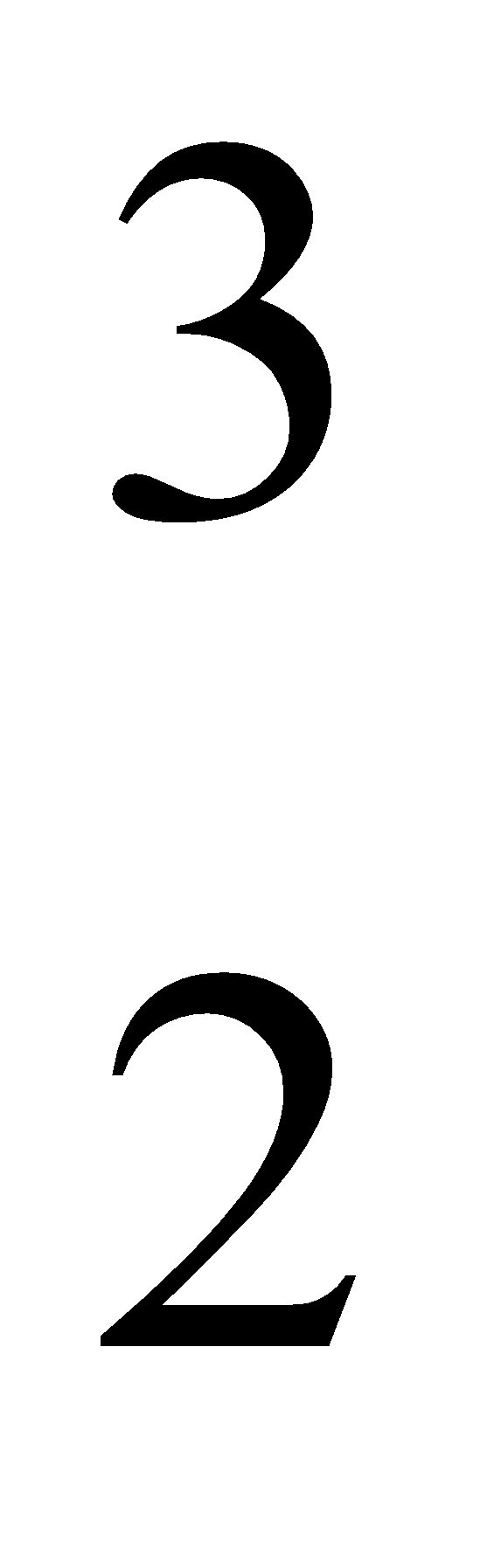
Nueva Base **B** =  ; **B-1**=  ; **XB = B-1 \* b** =  \*  =  (esto es X1 y S2)

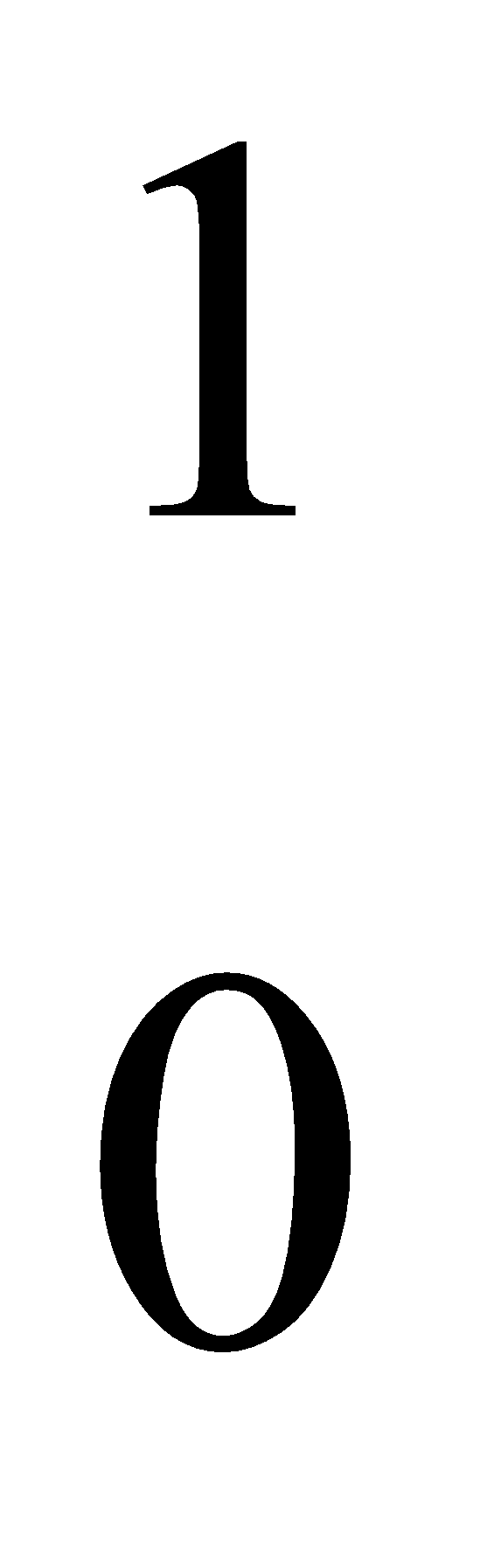
X1 = 60 ; S2 = 20 ; Z = 6(60)+ 8 (0) = 360 CB = (6,0). coef de x1 y s2.

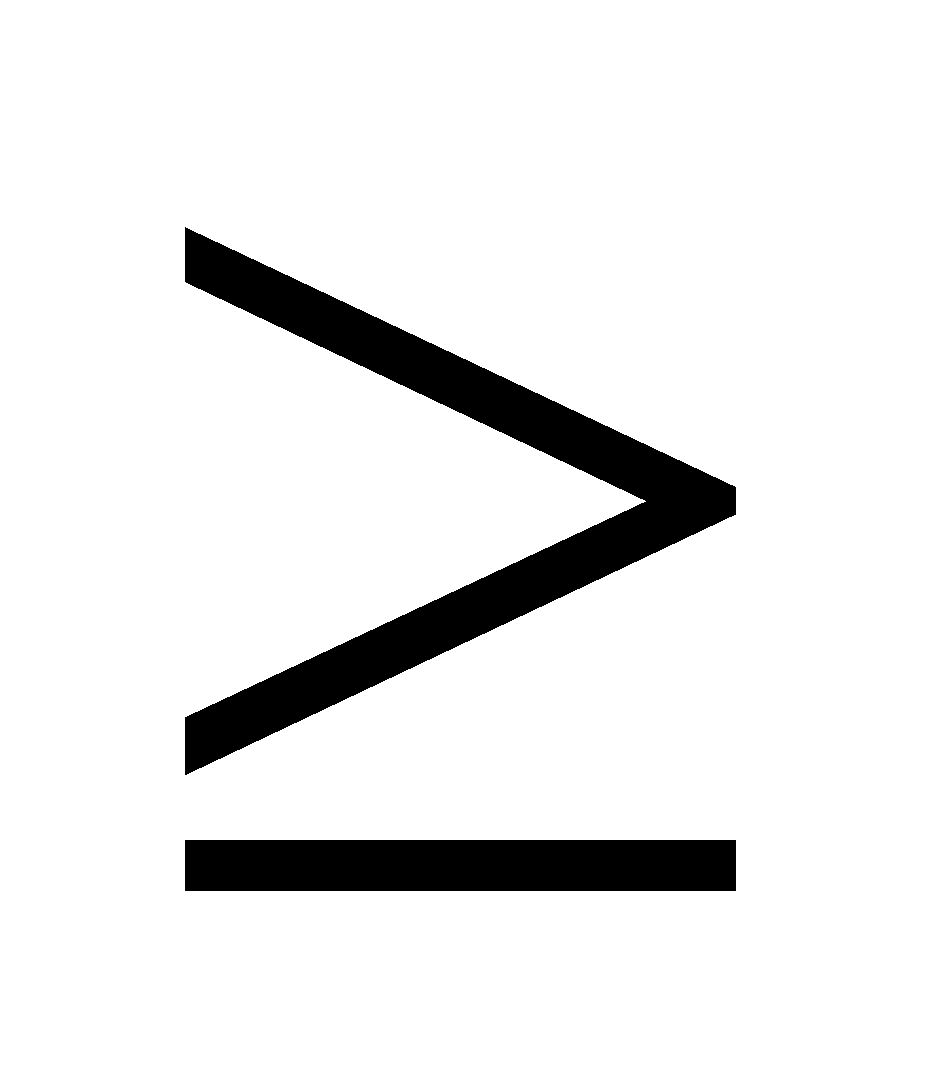
**Verifiquemos Optimalidad: Fórmula costos reducidos: Zj-Cj= CB \* B-1  \* Pj- Cj**

C2 = 8 ; C3 = 0 ; P2 = ; P3 =

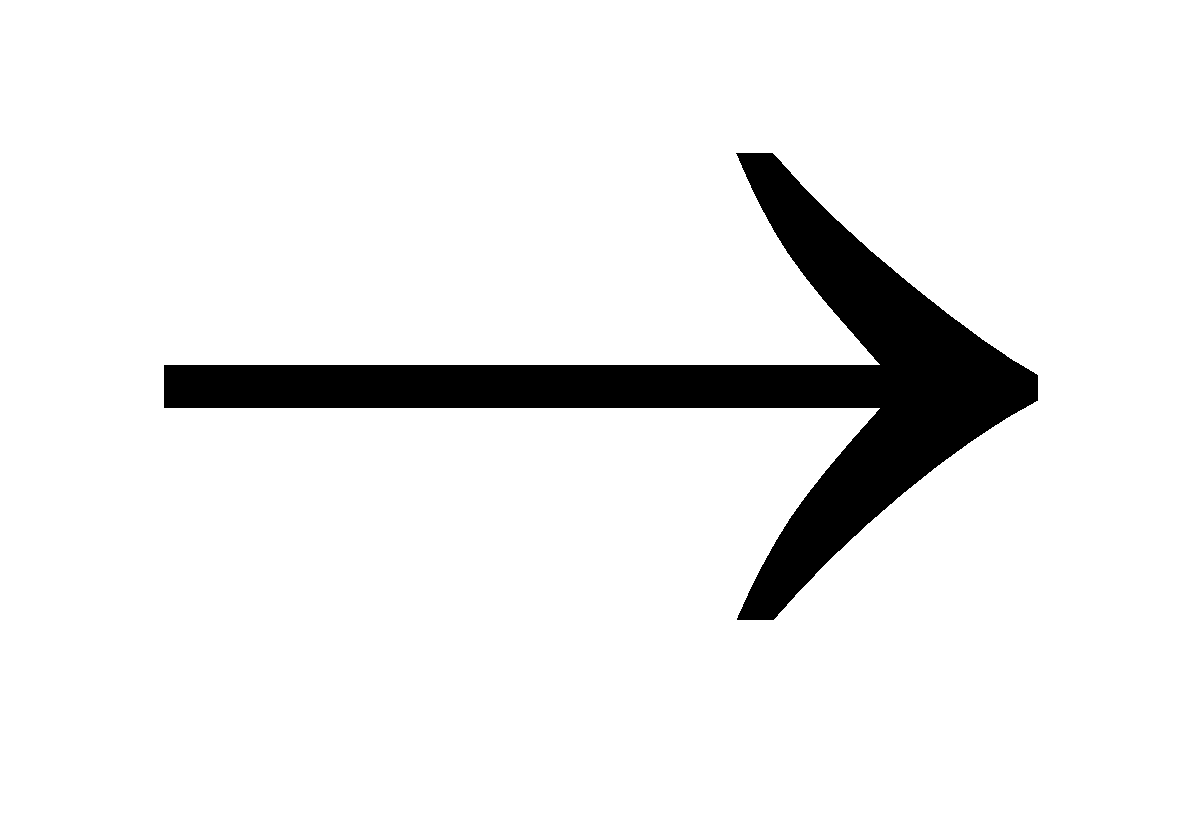
**Costos reducidos con** CB = (6,0). **CB \* B-1**= (6,0) \* = (3,0)

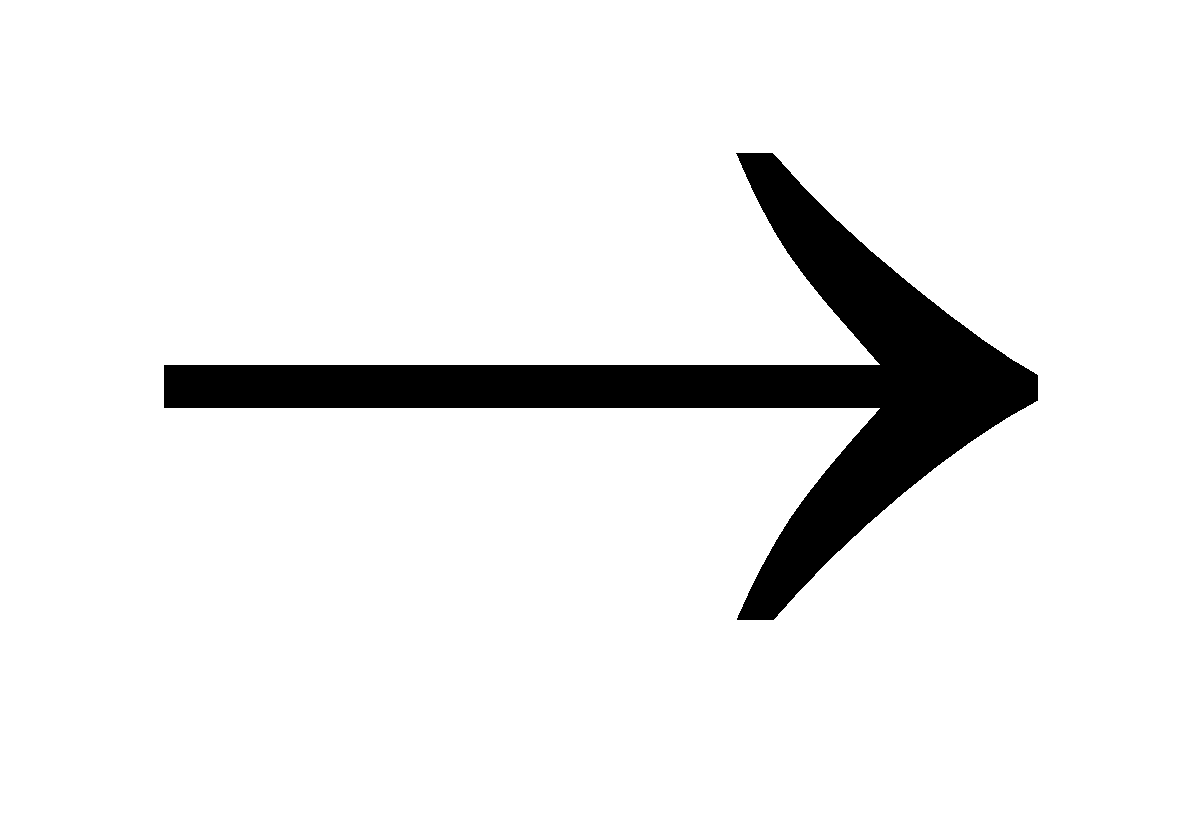
Para X2 : **Z2-C2 =** (3,0) **\***  - 8 = 9 – 8 = 1 > 0

Para S1 : **Zs1-Cs1 =** (3,0) **\***  - 0 = 3 – 0 = 3 > 0

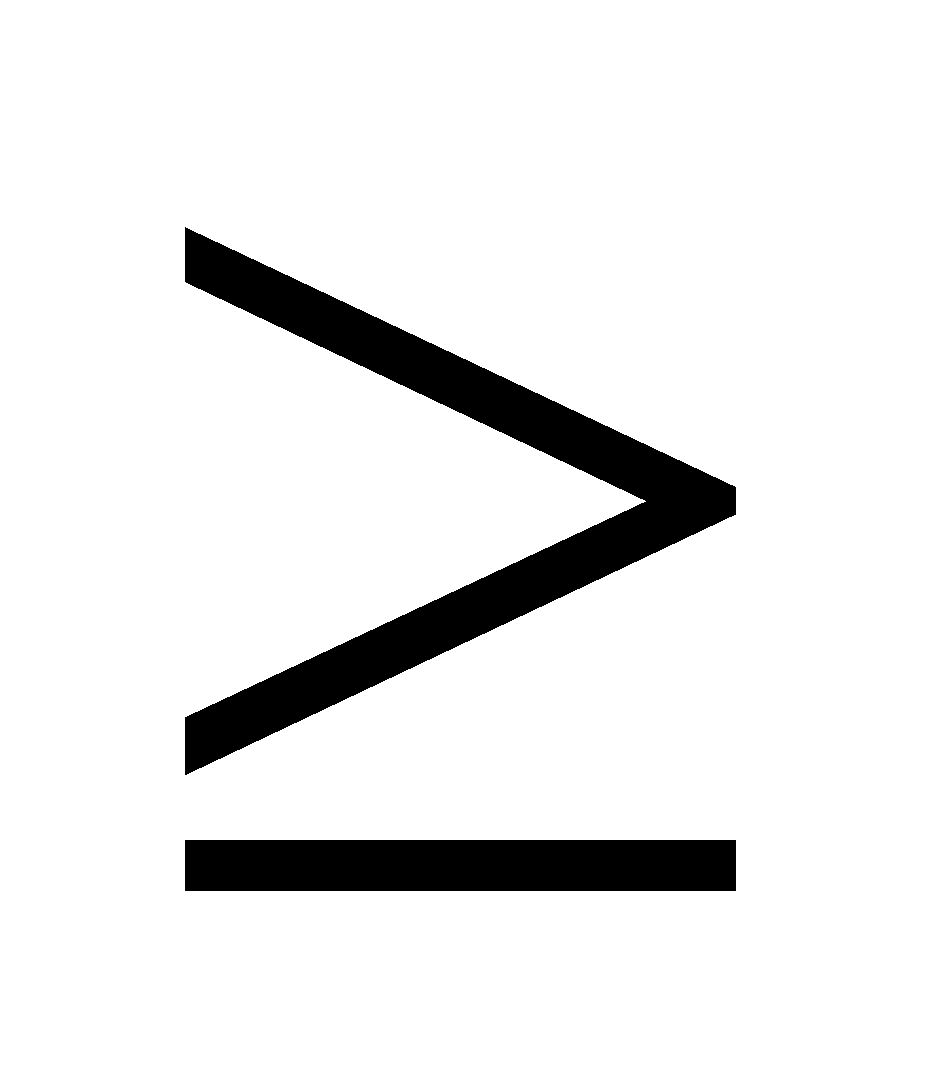
Como todos los Zj – Cj  0 la solución es óptima.

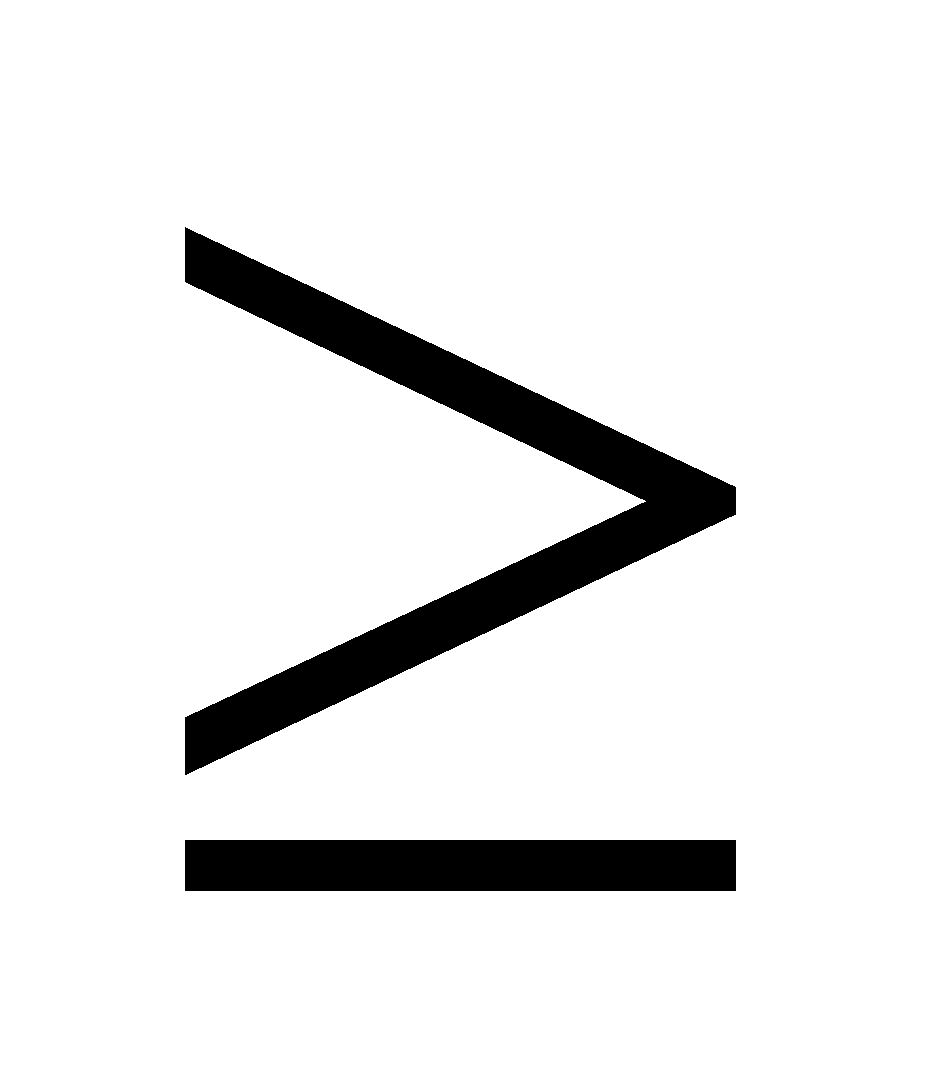
**Verifiquemos la factibilidad**:

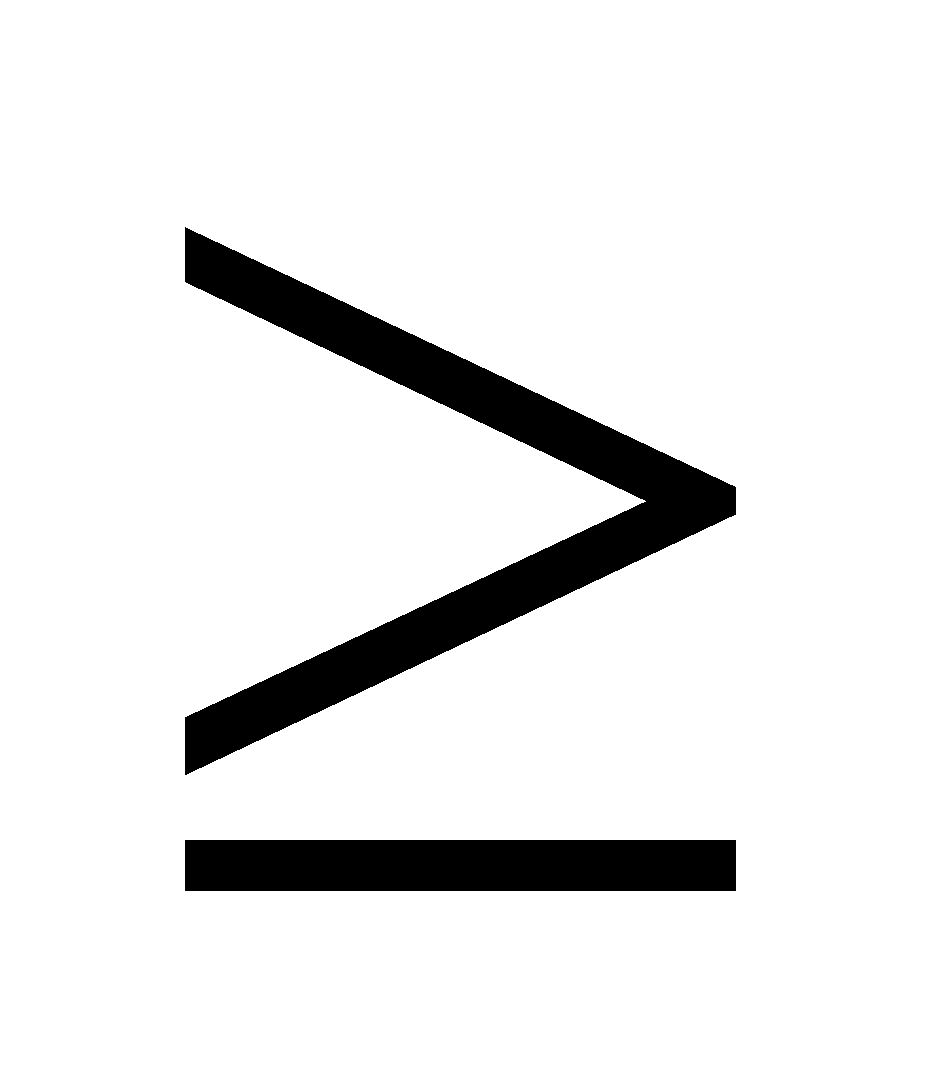
Restricción 1: 2x1 + 3x2 + S1 = 2 (60) + 3 (0) + S1 = 120 S1 = 0

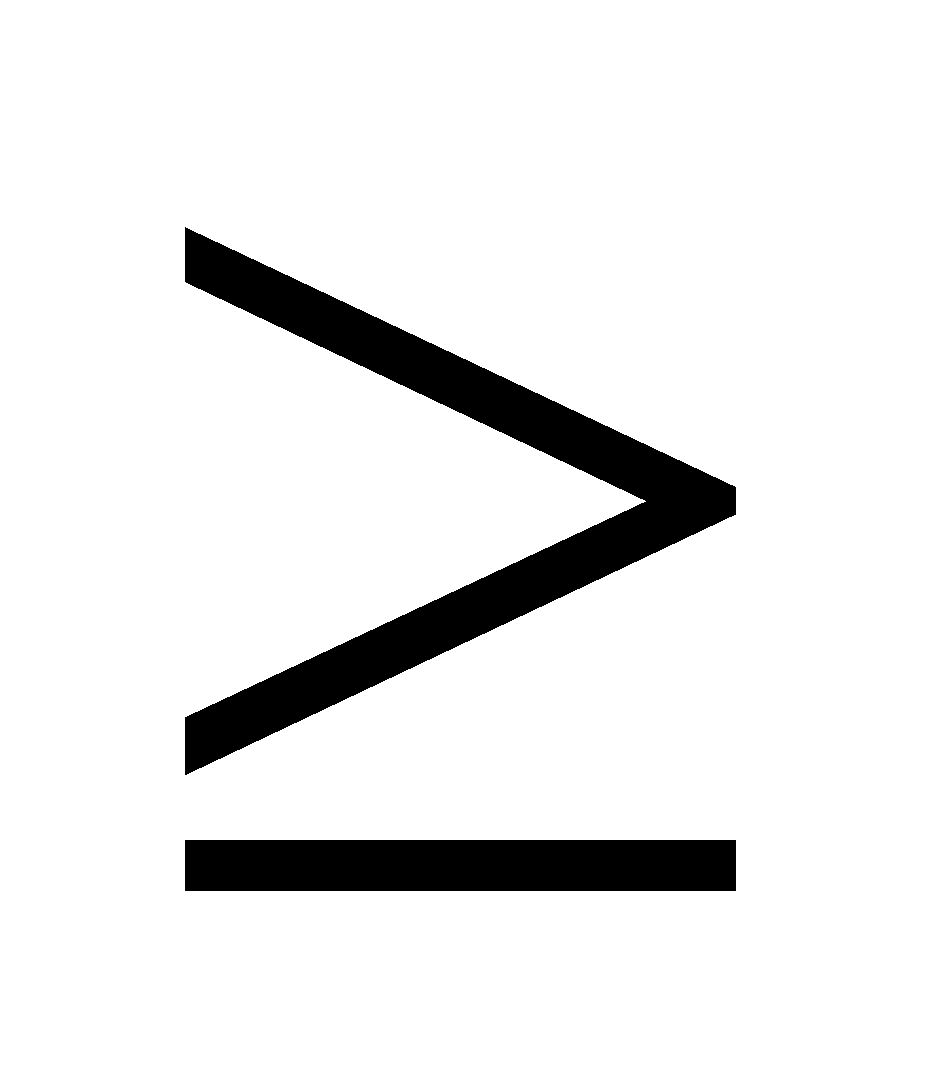
Restricción 2: X1 + 2X2 + S2 = 60 + 2 (0) + 20 = 80  S2 = 20

Todas las variables son **NO** negativas: Se satisfacen las restricciones

X1 = 60  0

X2 = 0  0

Se usaron todas las horas de mano de obra S1 = 0.  0

Sobran 20 Kg de materia prima S2 = 20  0

**La solución Final factible y óptima es**:

X1 = 60 (produciremos 60 unidades del producto A)

X2 = 0 (No Producimos unidades del producto B)

Z = 360. (Nuestro beneficio Máximo será de $360).

**Nota**: Tomando en consideración lo sugerido por el profesor Guillermo Mata vemos que este método es más eficiente, preciso y veloz que el simplex tradicional con Tableau el cual requiere varias iteraciones, lo comprobamos realizando el Simplex revisado tradicional y método gráfico.

## M: 2, U: 6, O: 6

Una empresa tiene tres plantas (P1, P2, P3) con capacidades de producción de 60, 80 y 90 unidades, respectivamente. Estas unidades deben ser transportadas a cuatro almacenes (A1, A2, A3, A4) con demandas de 50, 70, 60 y 50 unidades, respectivamente. Los costos unitarios de transporte desde cada planta a cada almacén se muestran en la siguiente tabla:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Costos** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** |
| **P1** | 8 | 6 | 10 | 9 |
| **P2** | 9 | 12 | 13 | 7 |
| **P3** | 7 | 11 | 9 | 10 |

1. **Determine la solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM). Muestre la tabla de asignaciones y el costo total.**
2. **Determine la solución óptima usando el método de los costos reducidos (o método MODI/stepping stone). Muestre todas las tablas de iteración y justifique los cálculos.**

**Recomendaciones:**

1. Solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM):

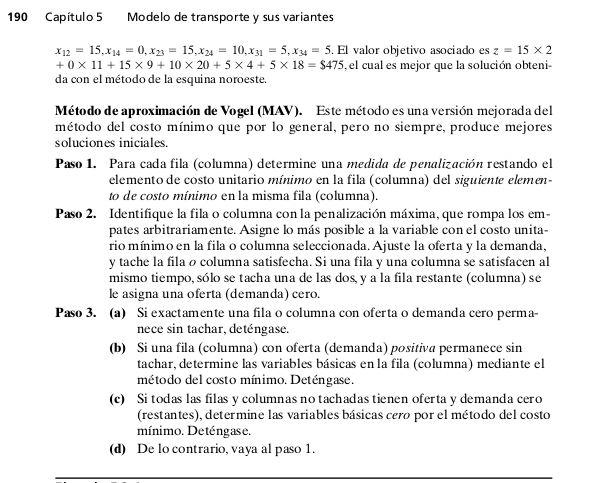
* Construya la tabla de transporte con las capacidades, demandas y costos.
* Determine la solución inicial usando el método de la Aproximación de Vogel (VAM). Muestre claramente los cálculos de penalizaciones / diferencias en cada paso y las asignaciones resultantes en cada etapa de la tabla.

Muestre la tabla de asignaciones final de VAM (con todas las cantidades asignadas en sus celdas correspondientes) y calcule el costo total de transporte para esta solución inicial.

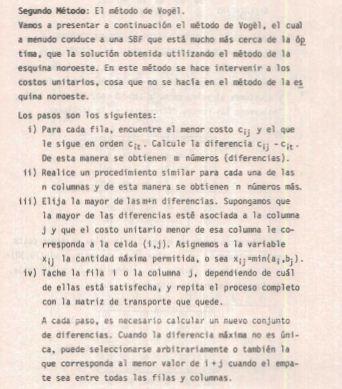
1. Solución óptima usando el método de los costos reducidos (MODI / Stepping Stone):

* A partir de la solución inicial obtenida con VAM, aplique el método de los costos reducidos (MODI) para encontrar la solución óptima.
* Para cada iteración:
  + Muestre la tabla de asignaciones actual.
  + Determine y presente los valores de y para las celdas básicas.
  + Calcule y presente los costos reducidos () para todas las celdas no básicas.
  + Si la solución no es óptima, identifique claramente la celda de entrada, trace el circuito de mejora y determine la cantidad a transferir.
  + Actualice la tabla de asignaciones.
* Continúe este proceso de iteración hasta que todos los costos reducidos sean no negativos, lo que indicará la solución óptima.
* Presente la tabla de asignaciones final (óptima) y el costo total óptimo..

**Algoritmo según libro de Texto TAHA pág. 190. 9 ed. Español**



**Apliquemos el Método VOGEL según libro de Texto UNA página 341:**

****

RESPUESTA

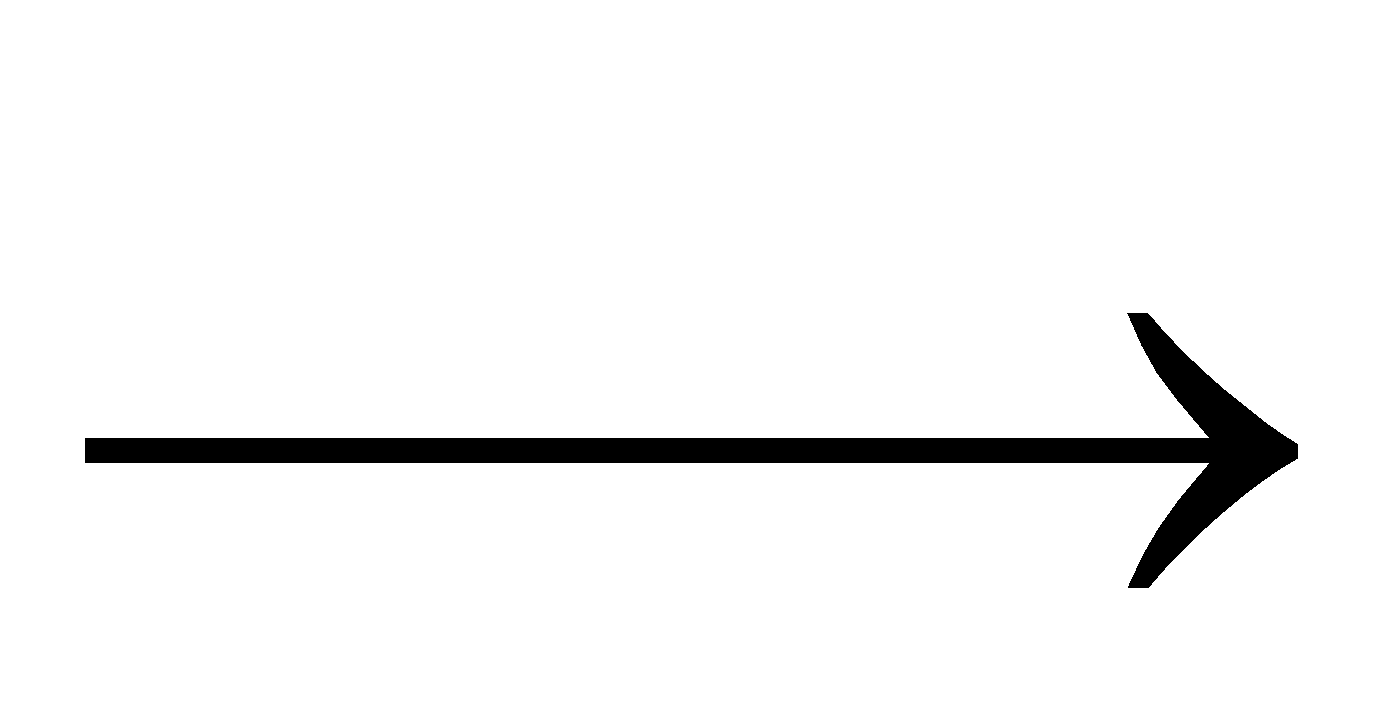
Objetivo #6 Problema de Transporte

Método de la Aproximación VOGEL (VAM) y Método MODI

1.- DATOS: Solución inicial.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A1 | A2 | A3 | A4 | OFERTA | FILA PENALIZACION |
| P1 | 8 | 6 | 10 | 9 | 60 | 8-6=2 |
| P2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 80 | 9-7=2 |
| P3 | 7 | 11 | 9 | 10 | 90 | 9-7=2 |
| DEMANDA | 50 | 70 | 60 | 50 | **230** |  |
| COLUM PENALIZ | 8-7=1 | 11-6=5 | 10-9=1 | 9-7=2 |  |  |

**Mayor Penalización:** Columna A2 = 5 (La diferencia entre los dos costos más bajos)

**Asignación :** Menor costo en A2: P1A2 = 6 ; Asignación mínima (60,70) = 60

Siempre asignamos el mínimo entre oferta y demanda.

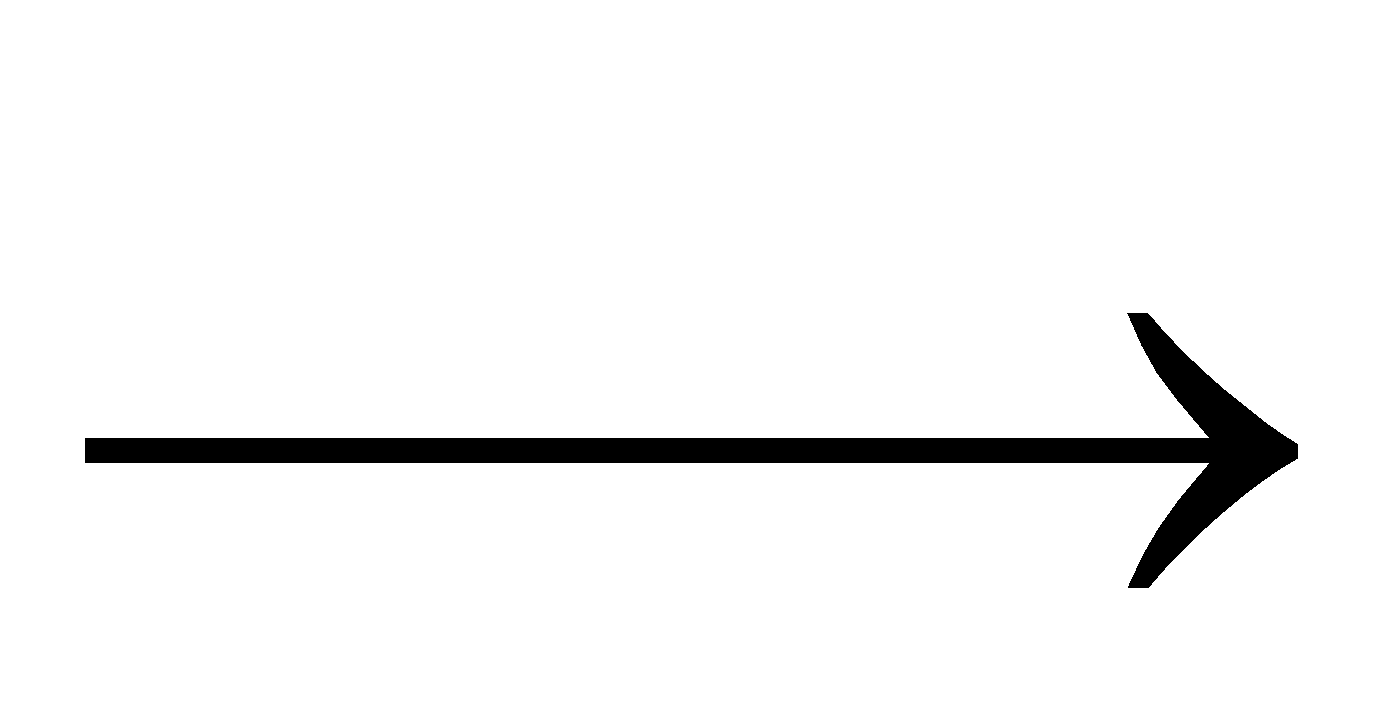
**Ajustes:** P1 Oferta agotada (60-60=0) Tachamos la fila 1

**Demanda Restante:** A2 = 70 – 60 = 10.

**Iteración 2:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | OFERTA | FILA PENALIZACION |
| P2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 80 | 9-7=2 |
| P3 | 7 | 11 | 9 | 10 | 90 | 9-7=2 |
| COLUMNA PENALIZACION | 9-7=2 | 12-11=1 | 13-9=4 | 10-7=3 |  |  |

**Mayor Penalización:** Columna A3 = 4

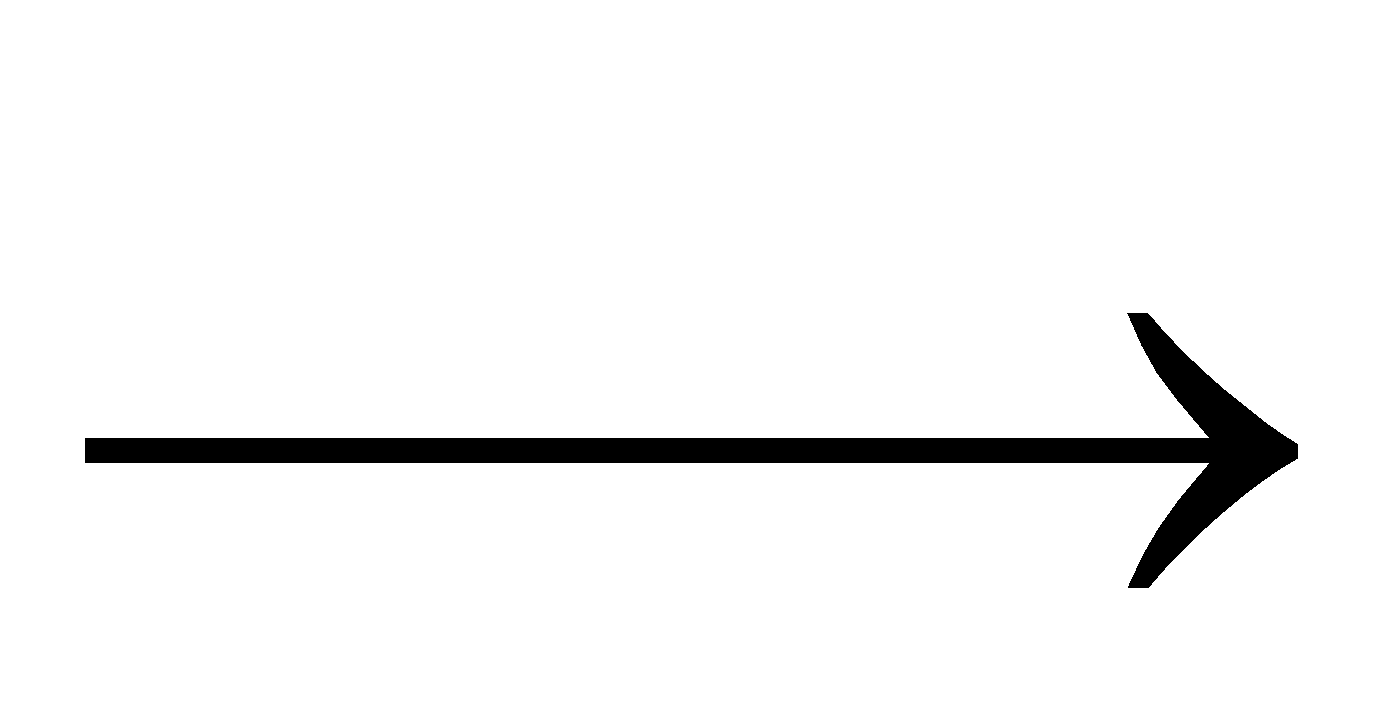
**Asignación :** Menor costo en A3: P3A3 = 9 ; Asignación mínima (90,60) = 60

**Ajustes:** A3 Demanda Satisfecha (90-90=0) Tachamos la columna 3

**Oferta Restante:** P3 = 90 – 60 = 30.

**Iteración 3:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | OFERTA | FILA PENALIZACION |
| P2 | 9 | 12 | 7 | 80 | 9-7=2 |
| P3 | 7 | 11 | 10 | 30 | 10-7=3 |
| COLUMNA PENALIZACION | 9-7=2 | 12-11=1 | 10-7=3 |  |  |

**Asignación :** Menor costo en P3: P3A1 = 7 ; Asignación mínima (30,50) = 30

**Ajustes:** P3 Oferta agotada (30-30=0) Tachamos la fila P3

**Demanda Restante:** A2 = 50 – 30 = 20.

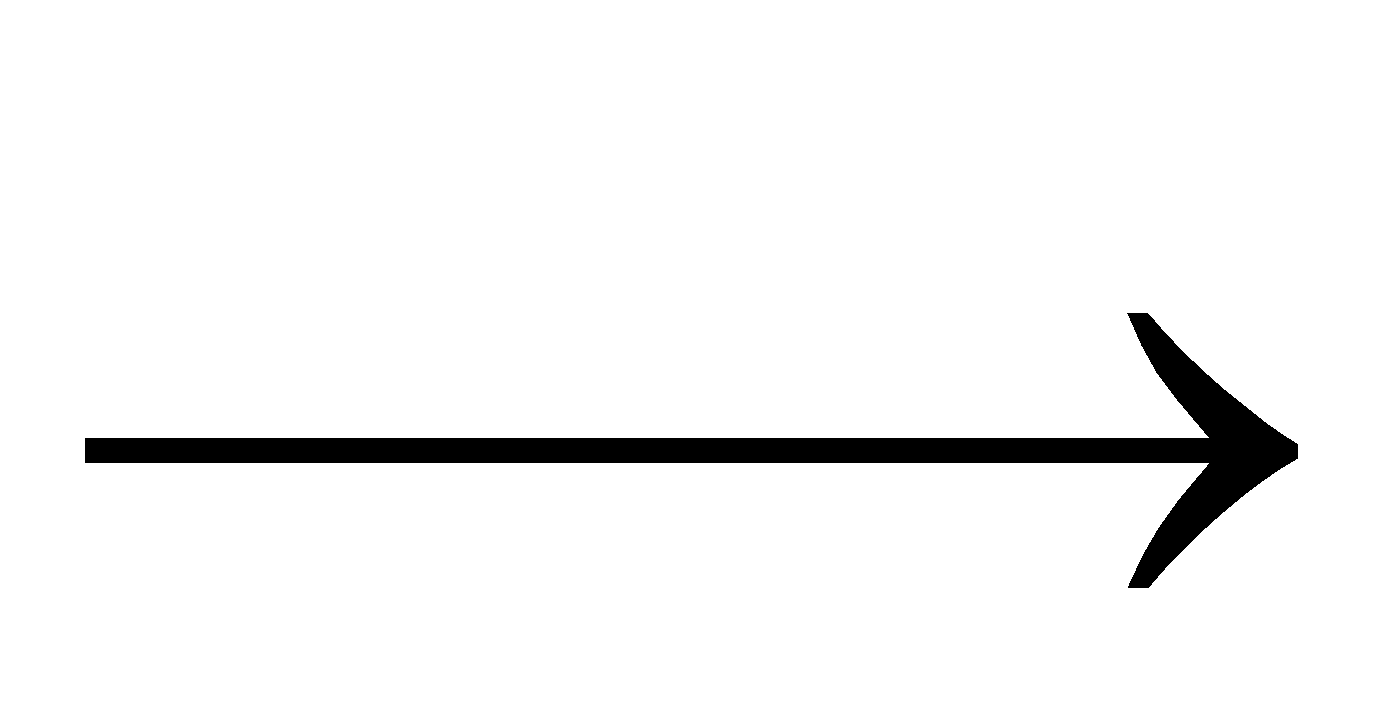
Nueva Tabla: con las demandas pendientes de asignación

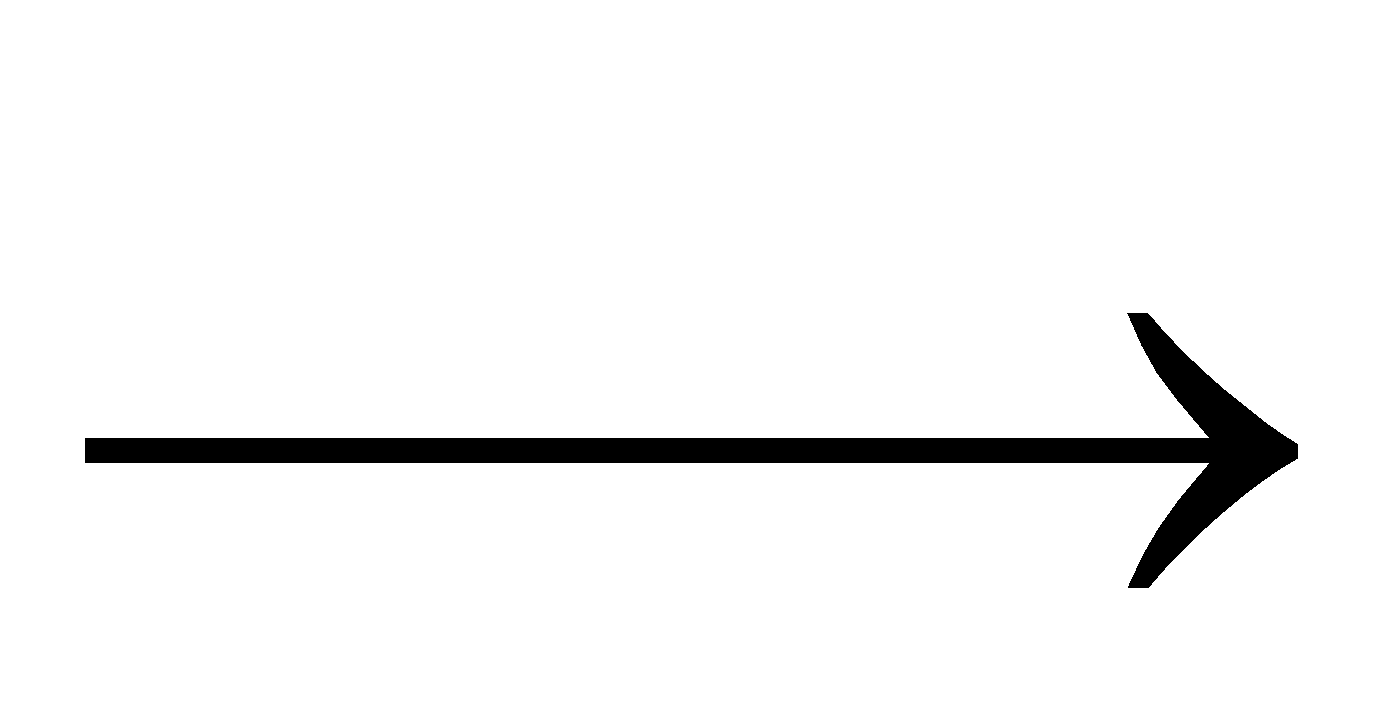
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | OFERTA |
| P2 | 9 | 12 | 7 | 80 |

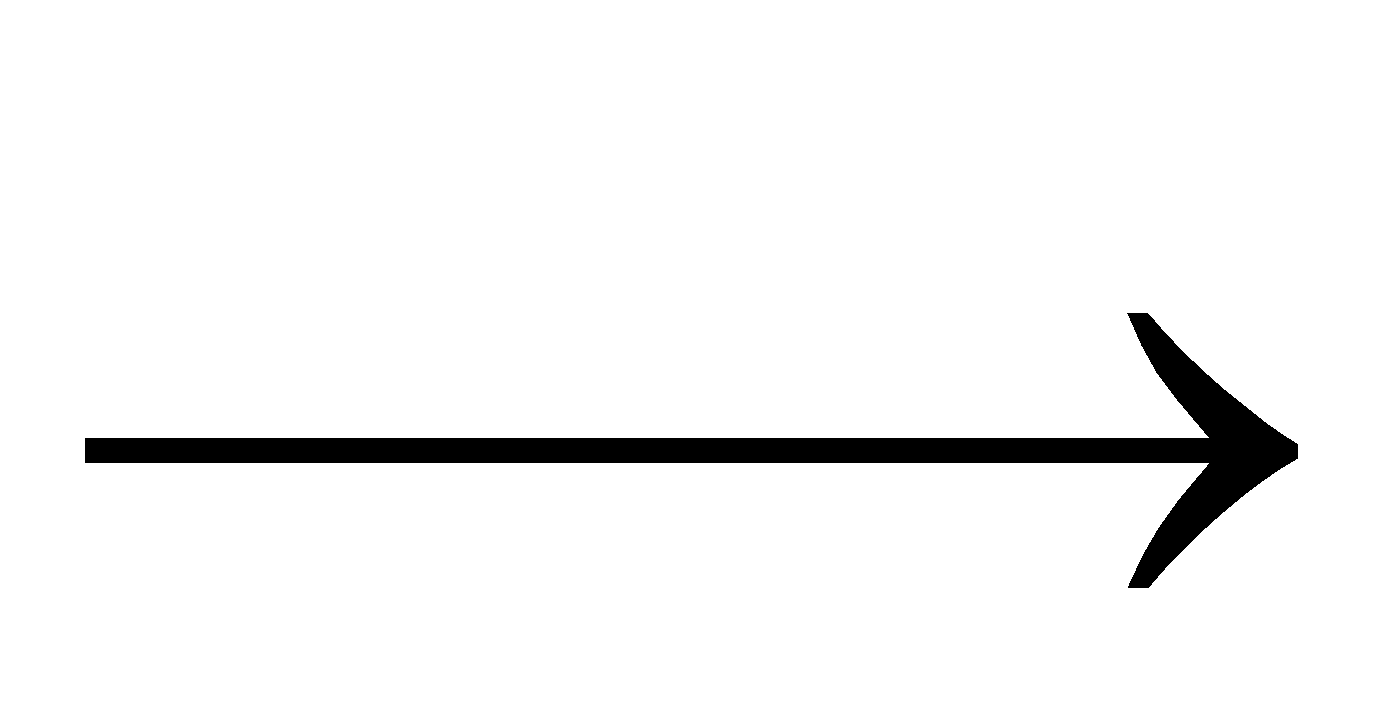
**Criterio de “parada”:** Nos detenemos cuando solo nos quede una fila o columna sin tachar con oferta/demanda positiva. En ésta iteración solo queda la fila P2 con oferta 80 y demandas pendientes (A1:20; A2:10; A4:50). Se asigna directamente sin calcular penalizaciones

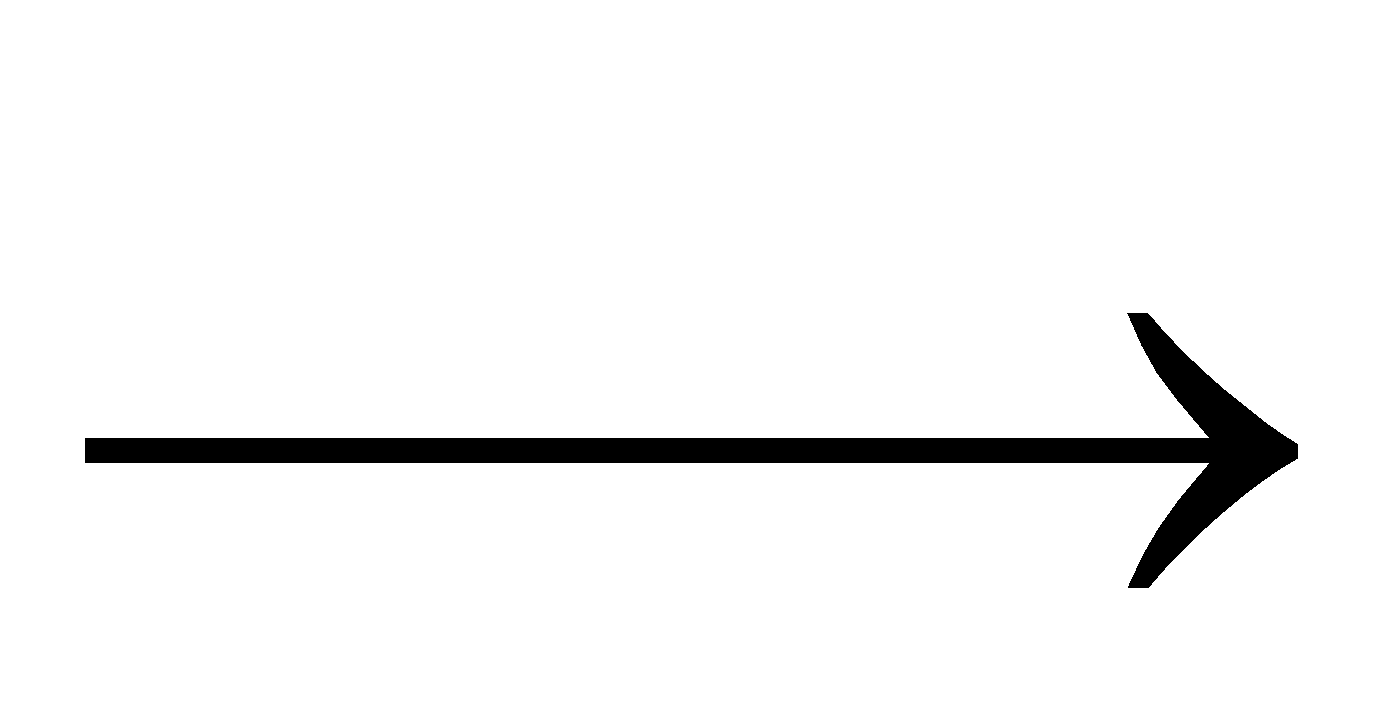
**Iteración 4: (Para las Asignaciones Restantes)**

**Explicación con ejemplo:**

El almacén A2 pide o demanda 70 cajas. La planta P1 solo puede producir u ofertar 60 cajas, y se las envía a bajo costo (6 UM/caja).Por lo tanto para la celda P1A2 (60\*6 = 360 UM). Para las 10 cajas faltantes, debemos usar otra planta. La planta P2 puede enviarlas, pero a un costo mayor (12 UM/caja), porque no hay otra opción más barata disponible. serían: (10\*12=120 UM).

P2A1: 20 Unid (costo 9) porque A1 necesita 20 y es una ruta disponible.

P2A2 : 10 Unid (costo 12) para cubrir lo que faltaba de A2 que eran 70.

P2A4 ; 50 unid (costo 7) Para cubrir toda A4.

**Para explicar lo que ocurre con Almacén uno (A1) veámoslo así con una analogía:**

A1 pide o le demanda a Planta 3 (P3) 50 cajas, pero P3 puede enviar la oferta restante de sólo 30 “cajas" , las más baratas a 7 UM y se las asigna 30 \* 7 = 210 UM, pero A1 aún requiere 20 cajas más, P3 agotó su stock en almacén, así que no le queda otra que pedirlas a Planta 2 (P2) que envíe esas 20 cajas restantes a 9 UM/caja y 20 \* 9 = 180 UM/caja. De esa forma satisfacemos toda la demanda de 50 unidades en A1 usando dos plantas diferentes tal como hicimos en A2.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| P1 |  | 60\*6=360 |  |  |
| P2 | 20\*9=180 | 10\*12=120 |  | 50\*7=350 |
| P3 | 30\*7=210 |  | 60\*9=540 |  |

**Costo Total Inicial**: (60\*6) + (20\*9)+(10\*12)+50(7)+(30\*7)+(60\*9) = 1760 UM

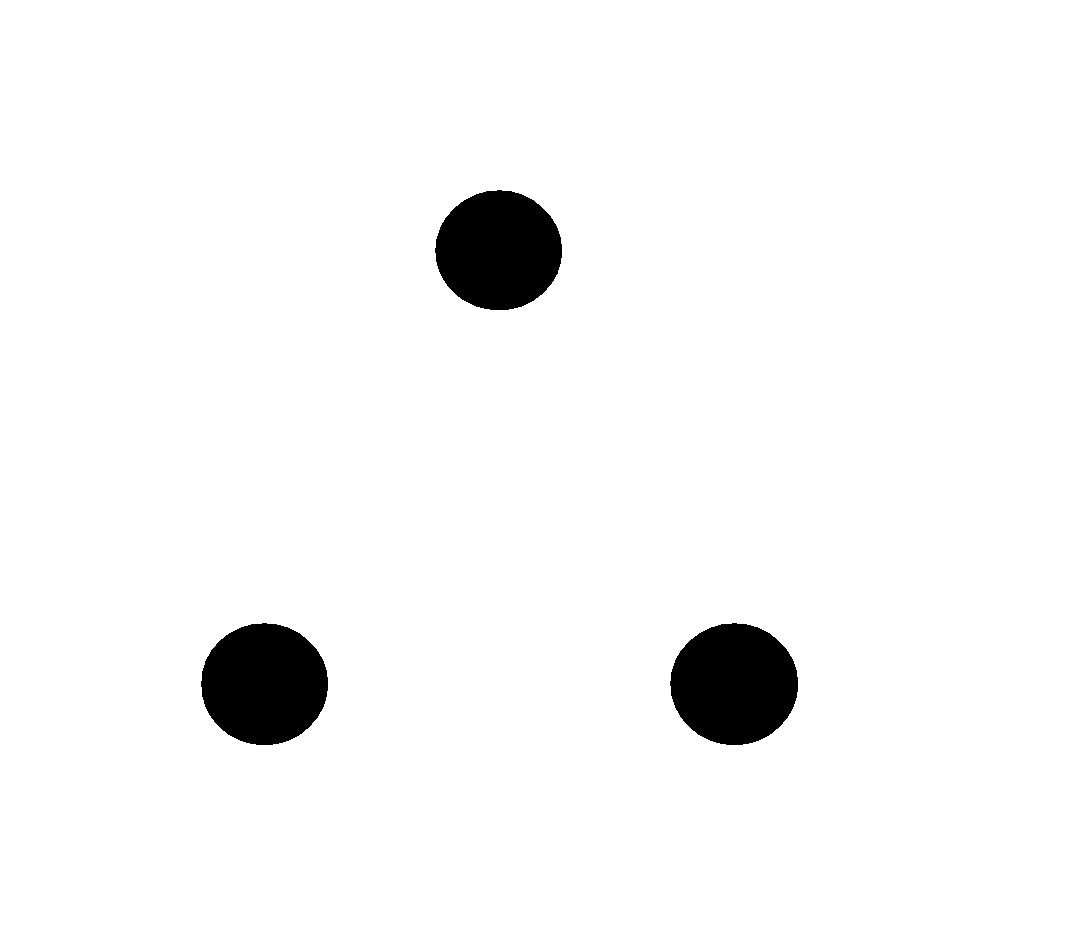
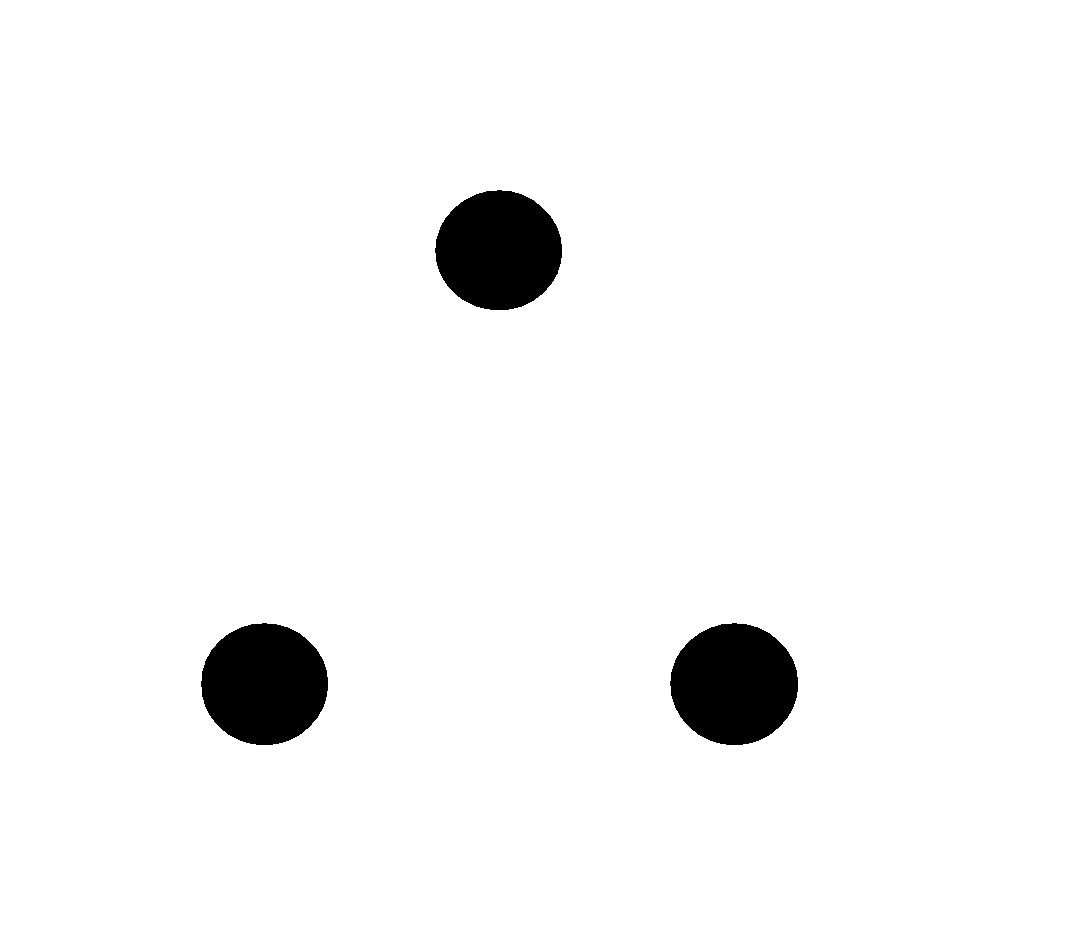
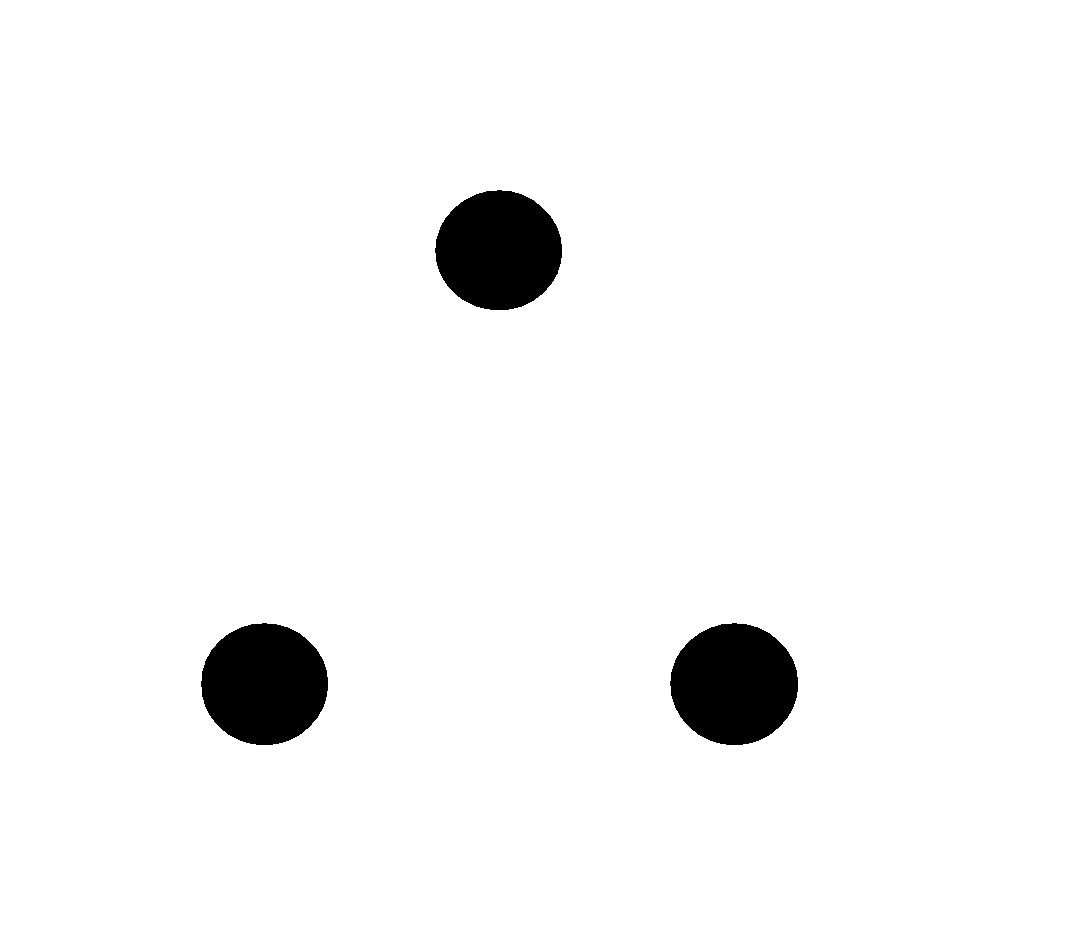
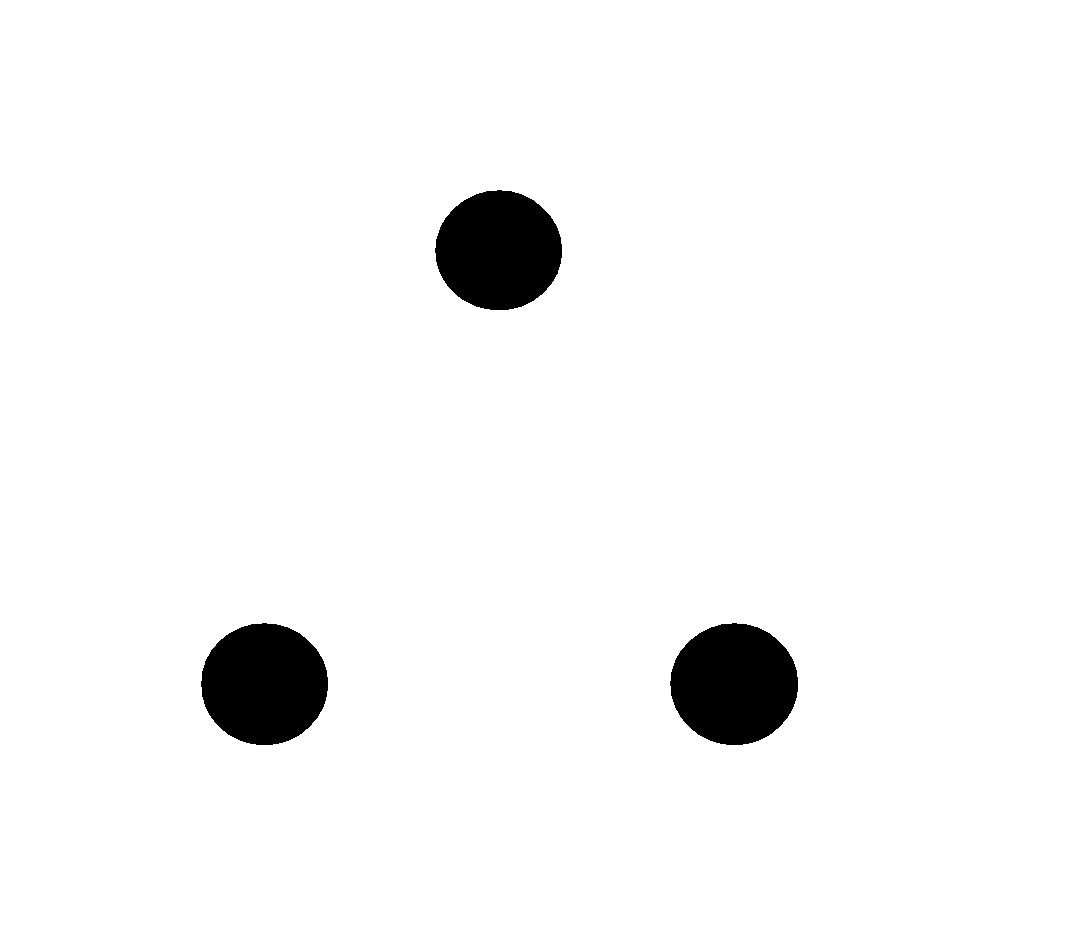
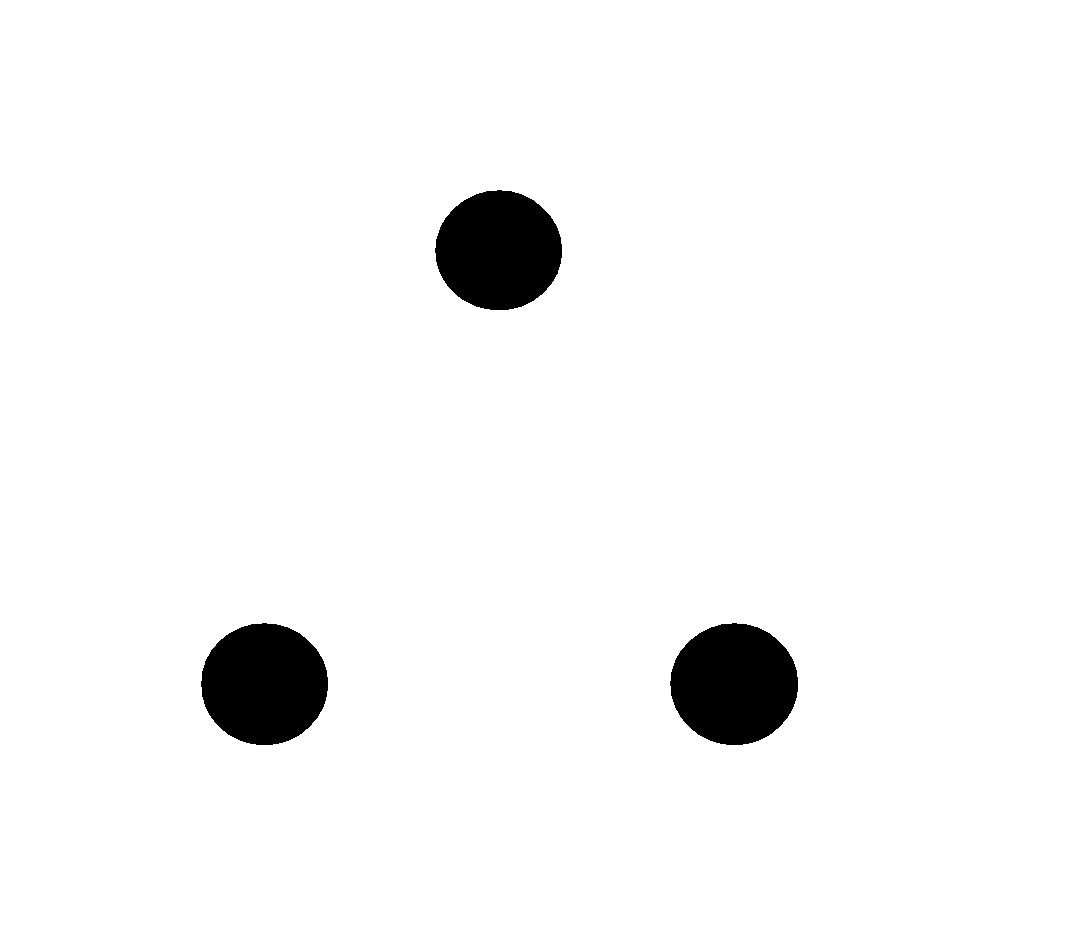
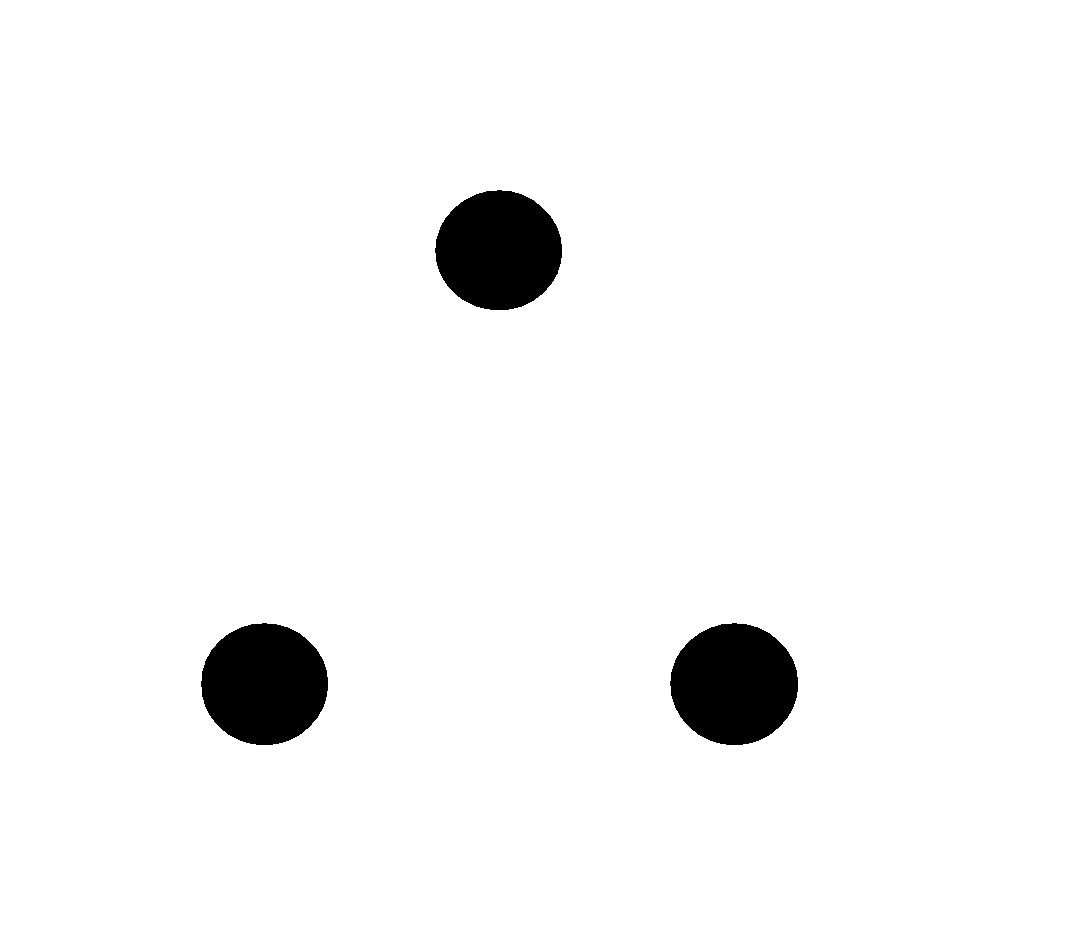
Paso 2: **Verificación de Optimalidad con el método MODI:**

**1.-** En la tabla final VAM buscamos las celdas con asignación:

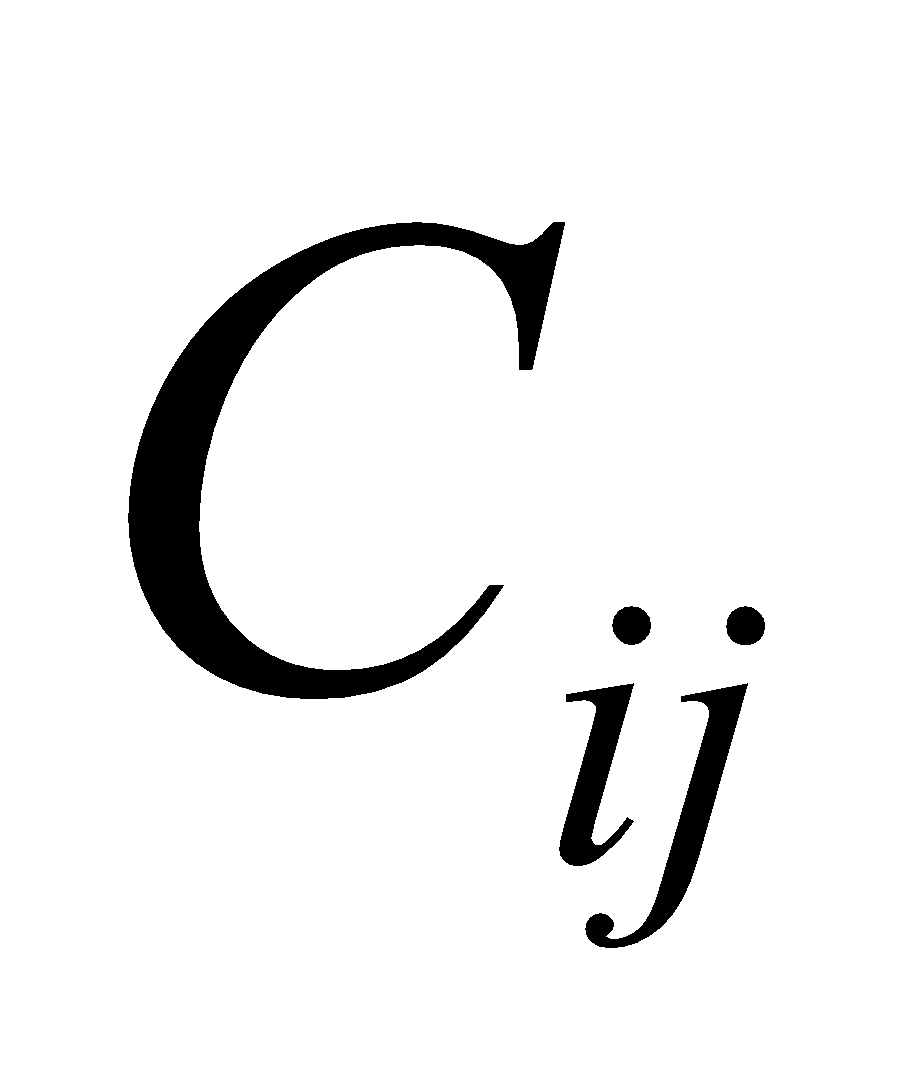
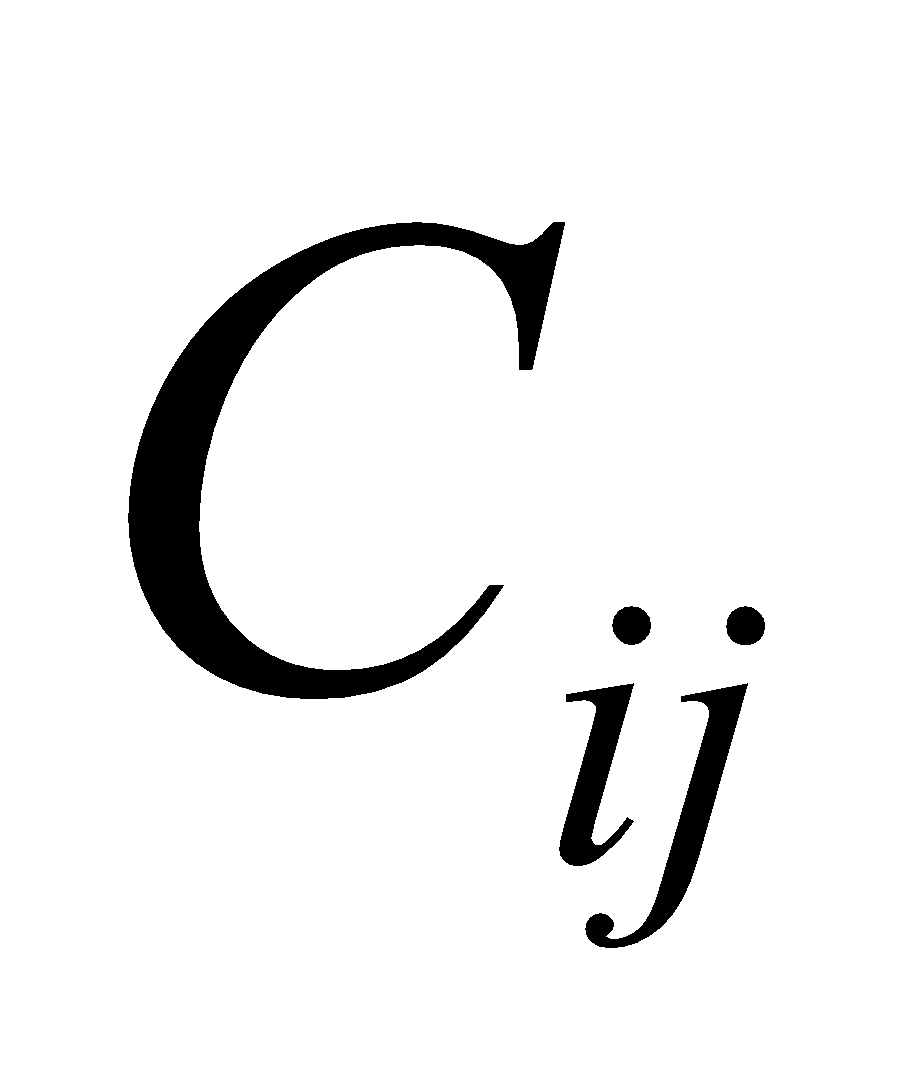
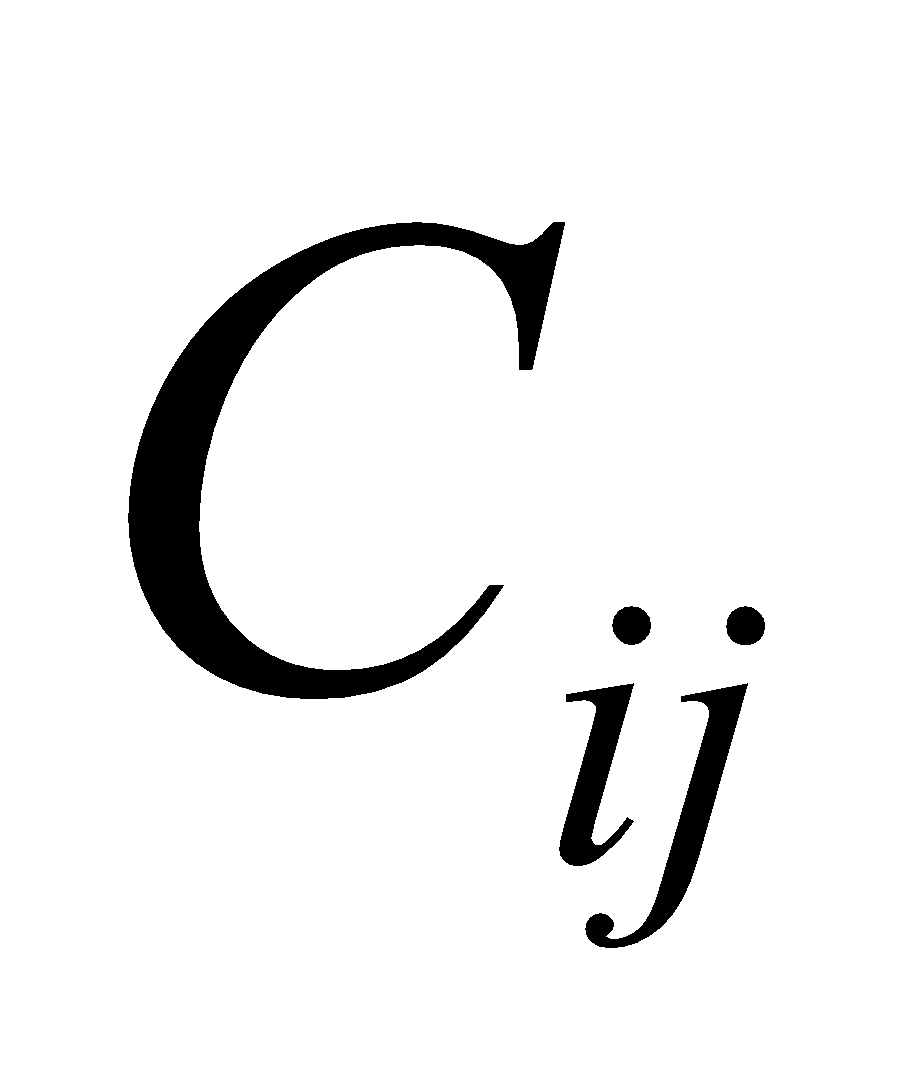
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| P1 |  | 60\*6=360 |  |  |
| P2 | 20\*9=180 | 10\*12=120 |  | 50\*7=350 |
| P3 | 30\*7=210 |  | 60\*9=540 |  |

Tenemos : P1 A2 : 60 ; P2A1: 20 ; P2A2: 10; P2A4:50; P3A1:30; P3A3 :60

**2.**-Hallamos las variables duales (Ui y Vi) planteando ecuaciones para cada variable básica, es decir las que tienen asignación VAM. Primero fijamos **U1 = 0 (arbitrario). Esto nos permite con ecuaciones simples, resolver el resto de las variables**

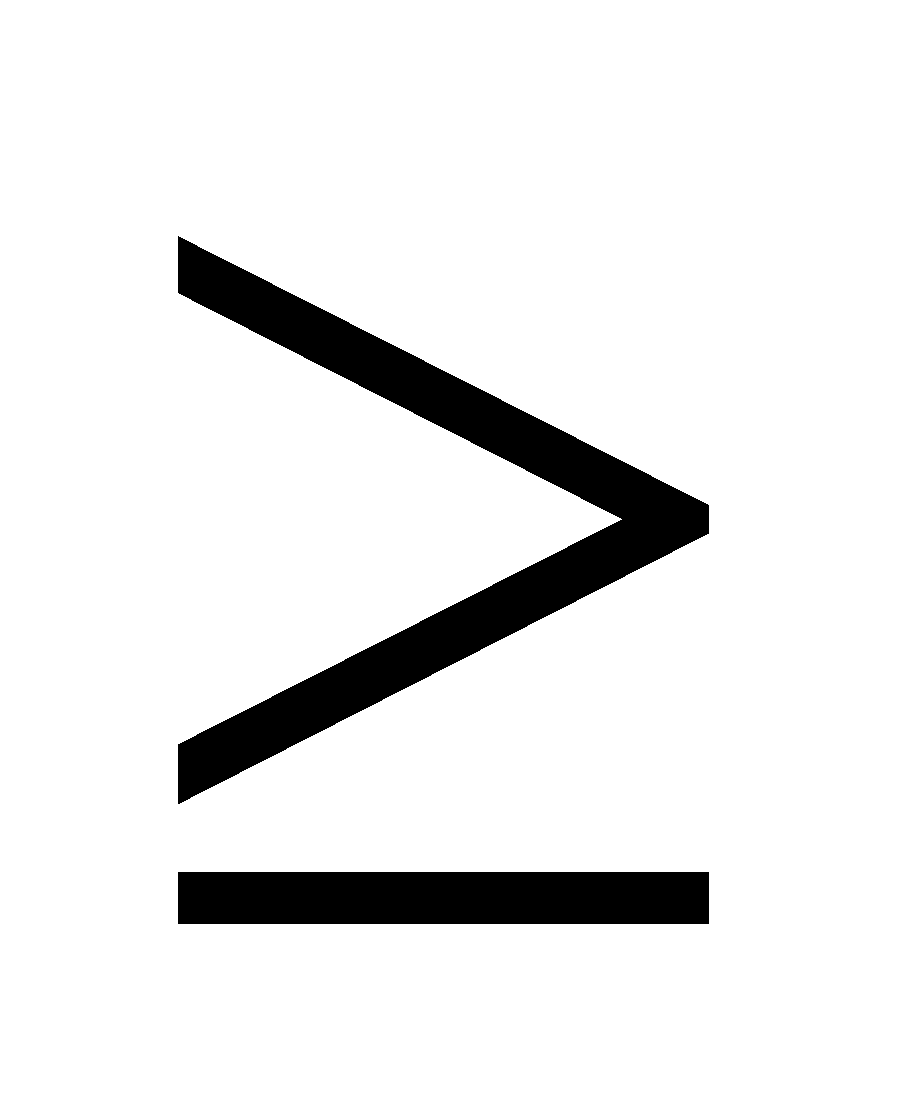
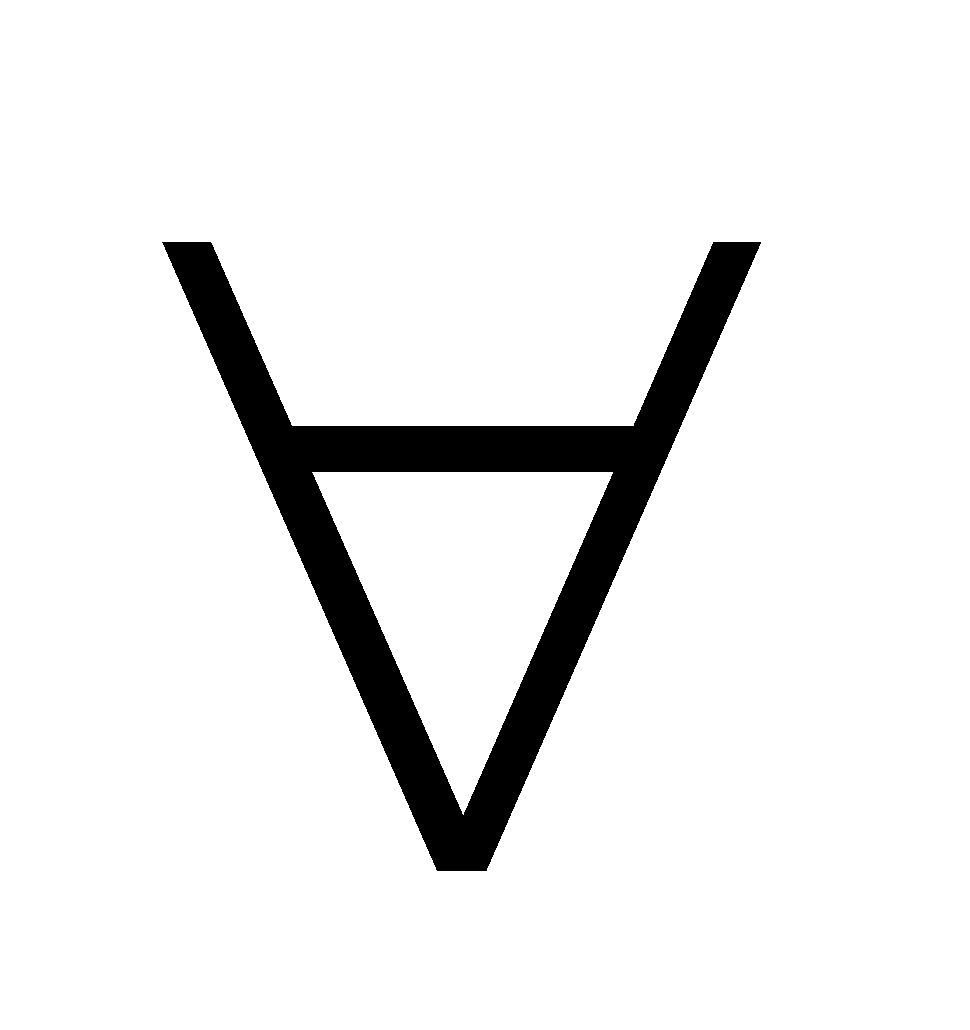
1. P1 A2  U1 + V2 = 6 ** V2 = 6-0 =6**  **V2 =6**
2. P2A2  U2 + V2 = 12 ** U2 = 12- 6 = 6** **U2=6**
3. P2A1  U2 + V1 = 9 **** **V1 = 9- 6**  **V1 =3**
4. P2A4  U2 + V4 = 7 ** V4 = 7-6 =1**  **V4=1**
5. P3A1  U3 + V1 = 7 ** U3 = 7-3 =4** **U3=4**
6. P3A3  U3 + V3 = 9 ** V3 = 9-4= 5** **V3=5**

**3.-** Hallamos los costos reducidos (Cij) para celdas NO básicas (sin asignación).

Fórmula:  =– (Ui + Vj) **– Ui - Vi**

Tomo los costos de la tabla inicial para cada celda y en la fórmula sustituyo el valor obtenido para cada variable.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| CELDA | =– (Ui + Vj) – Ui – Vi | COSTO REDUCIDO (Cij) |
| P1 A1 | C11 = 8 – U1 –V1  8-0-3 =5 | 5 |
| P1 A3 | C13 = 10– U1 –V3  10-0-4 =5 | 5 |
| P1 A4 | C14 = 9 – U1 –V4  9-0-1 = 8 | 8 |
| P2 A2 | C22 = 12 –U2 – V2 12-6-6= 0 | 0 |
| P2 A3 | C23 = 13 –U2 – V3 13-6-5= 2 | 2 |
| P3 A2 | C32 = 11 – U3-V2  11-4-6 | 1 |
| P3 A4 | C34 = 10 –U3-V4  10-4-1 | 5 |

Todos los Costos reducidos **Cij  0**  las celdas No básicas **por tanto la solución es óptima**, caso contrario usaríamos el método Stepping Stone. Con MODI verificamos optimalidad.

Un costo reducido igual a 0 (cero) indica que existe una solución alternativa óptima, si trazamos su circuito de mejora, obtendríamos otra solución con el mismo costo 1760 UM.

## M: 4, U: 9, O: 9

Una refinería de petróleo produce tres tipos de gasolina: Gasolina Estándar (GE), Gasolina Premium (GP) y Gasolina de Alto Octanaje (GAO), mediante la mezcla de diferentes componentes. La empresa desea determinar la combinación óptima de producción para maximizar su beneficio total.

Las ventas mensuales de Gasolina Premium (GP) están limitadas a un máximo de 400 barriles. Por cada cuatro barriles de Gasolina Estándar (GE) producidos, se obtiene un subproducto de Combustible para Aviación (CA), que se puede vender a una tasa de 30 Unidades Monetarias (UM) por barril. La demanda mensual más alta de este subproducto (CA) es de 120 barriles.

Las contribuciones por barril de los productos GE, GP y GAO son de 45 UM, 85 UM y

70 UM, respectivamente. Los requisitos de procesamiento en tres unidades de refinación (Cracking, Destilación y Reforma) se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1: Horas de proceso por barril de combustible y disponibilidad.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Unidad de Refinación** | **GE**  **(Horas/barril)** | **GP**  **(Horas/barril)** | **GAO**  **(Horas/barril)** | **Horas disponibles al mes** |
| Cracking | 2 | 4 | 1 | 950 |
| Destilación | 3 | - | 2 | 650 |
| Reforma | 3 | 2 | 1 | 1200 |

**Formule un modelo de programación lineal de este problema para encontrar la combinación óptima de productos de modo que se maximice la contribución total y establezca lo siguiente:**

1. **Variables de Decisión (Precisando cada una de las variables).**
2. **Función Objetivo.**
3. **Restricciones. (Precisando cada una de las restricciones).**
4. **El modelo matemático de Programación Lineal.**
5. **Realizar un análisis de sensibilidad para este problema de programación lineal, evaluar cómo los cambios en los parámetros del problema (como los coeficientes de la función objetivo o las restricciones) afectan la solución óptima, requiriendo el uso de un software de programación lineal para la resolución y análisis general de los resultados.**

RESPUESTA OBJ #9

**1**.- **Variables de Decisión:**

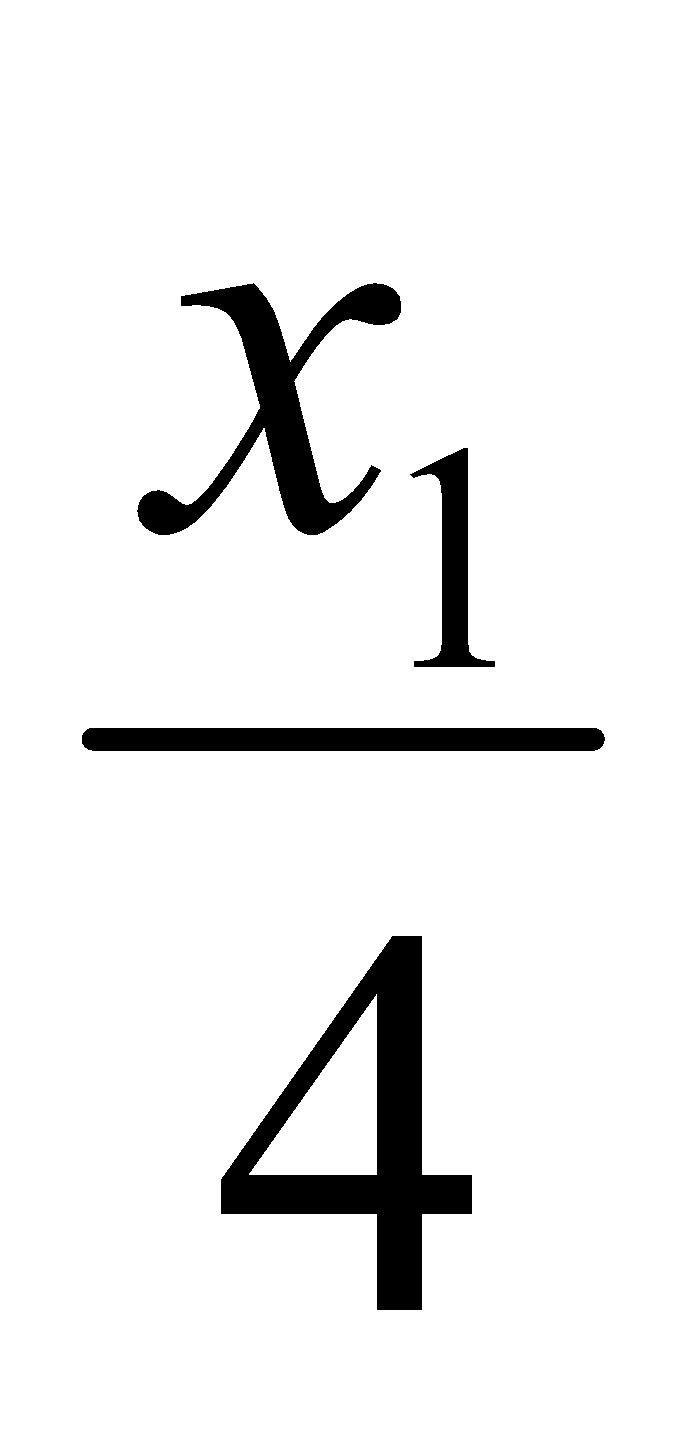
X1 : Barriles de GE (Gasolina Estándar)

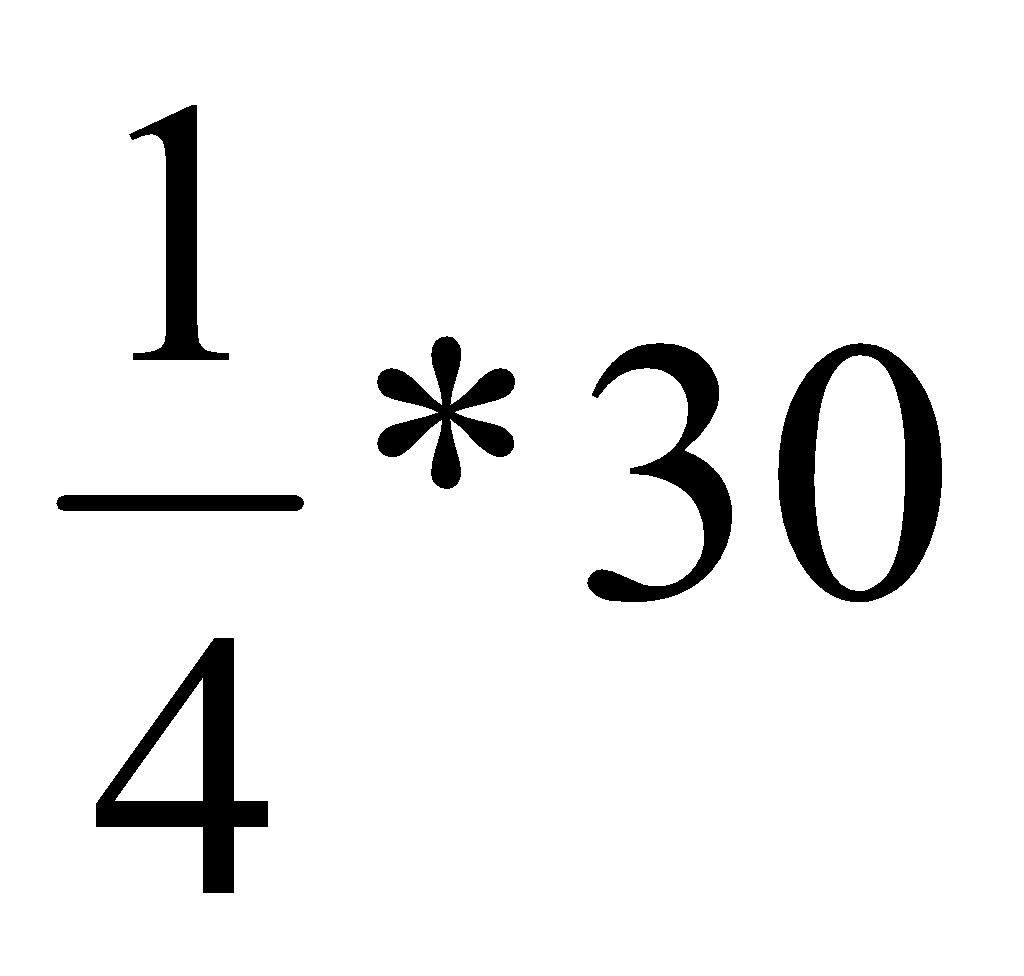
X2: Barriles de GP (Gasolina Premium)

X3: Barriles de GAO (Gasolina de Alto Octanaje).

**2**.- **Función Objetivo:**

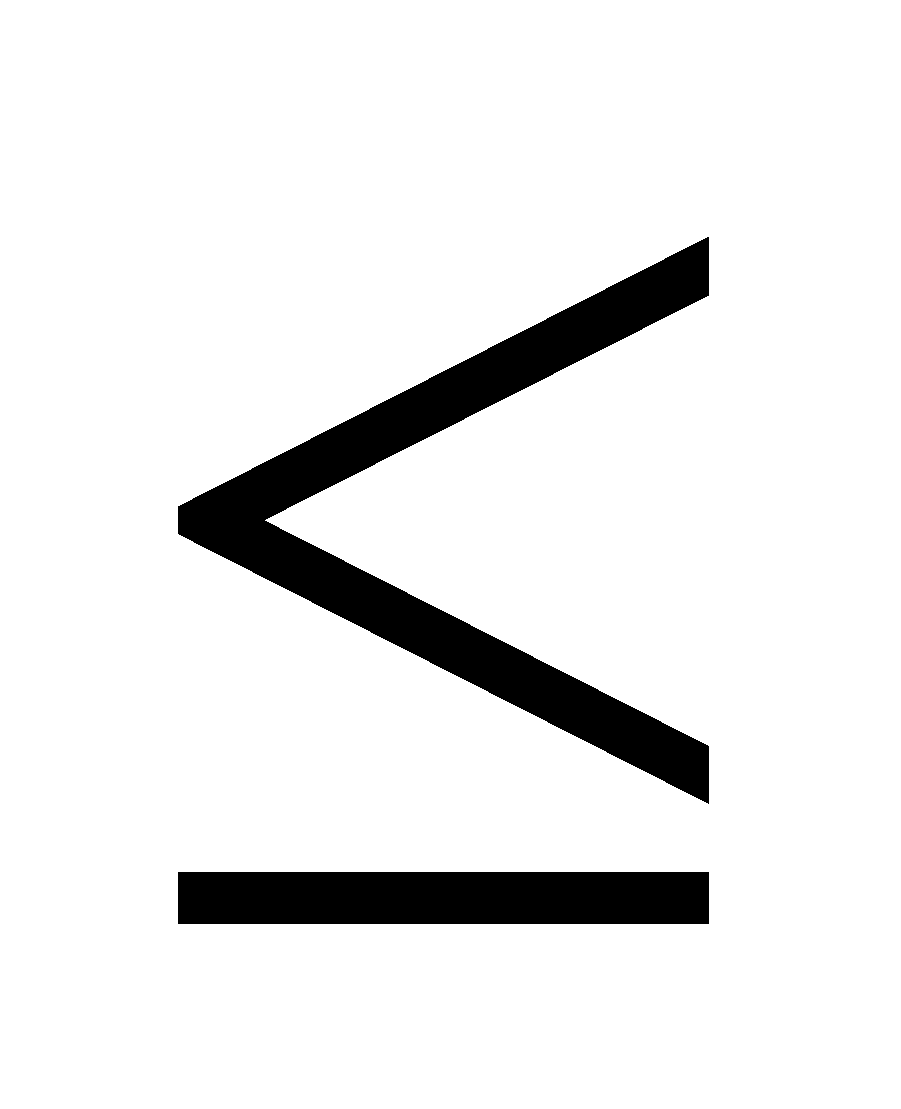
El combustible de avión (CA) es un subproducto de la gasolina estándar (GE), osea depende directamente de X1, no la tomaremos como una nueva variable x4, queremos simplificar no complicar más el problema añadiendo variables y aumentar redundancia innecesaria.

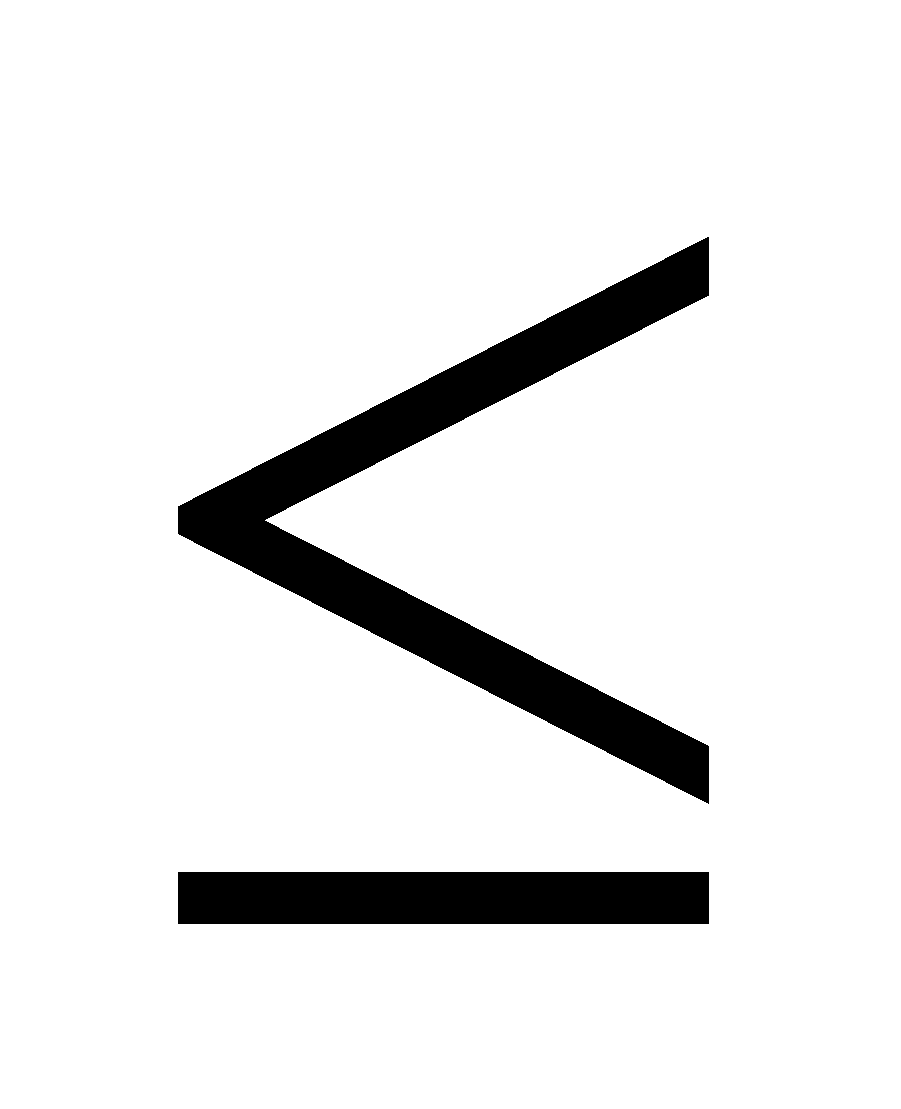
sabemos que obtenemos 1 barril de CA por cada 4 barriles de GE es decir: CA =  = esto es:

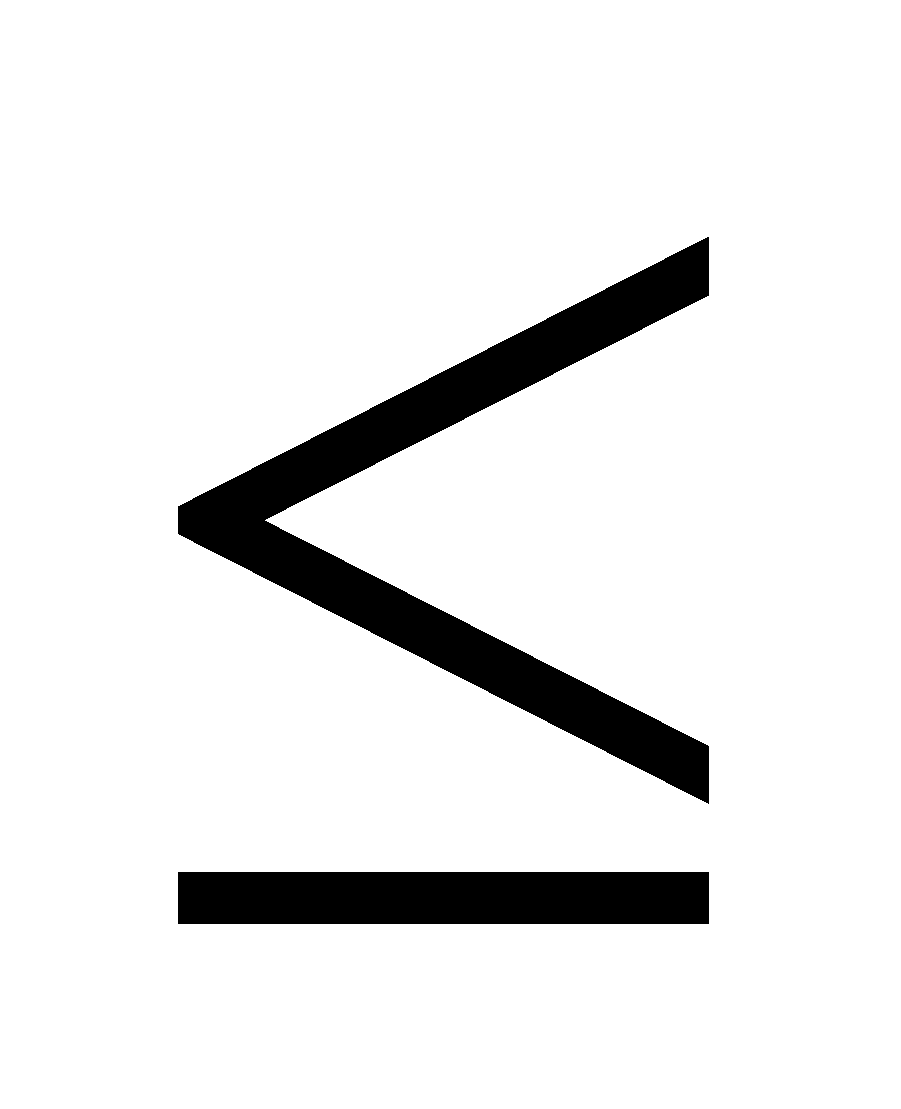
UM = 7.5 UM. Esa la contribución de CA , si le añadimos las 45 UM de GE obtendremos 52.5 X1 y nos queda que:

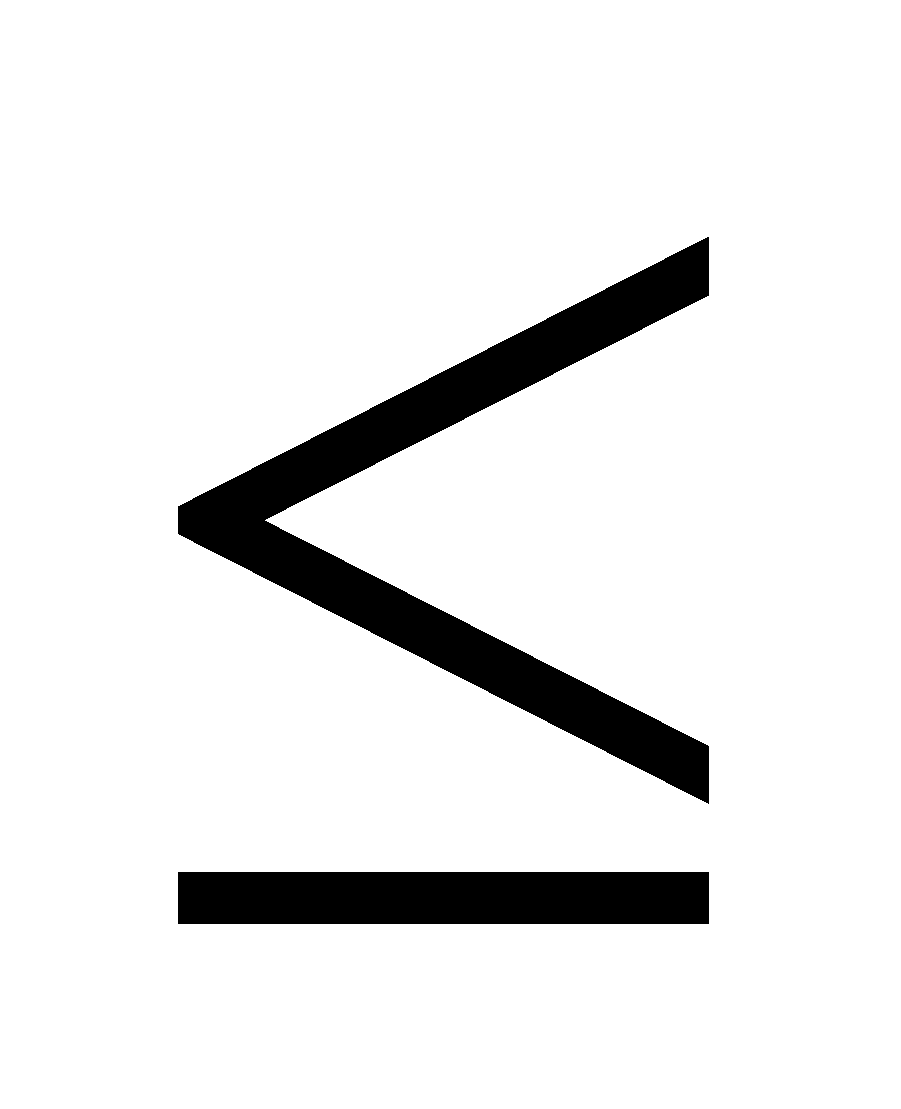
**Z = 52,5 X1 + 85 X2 + 70 X3**

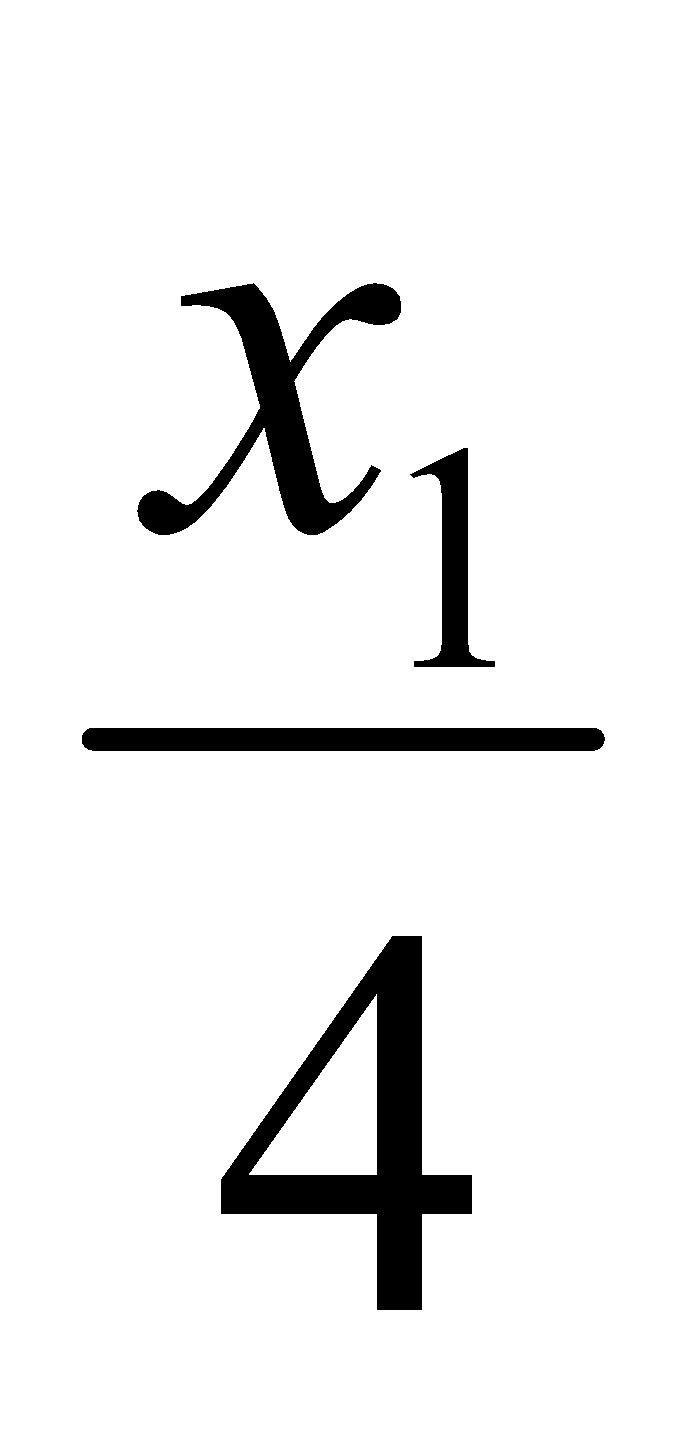
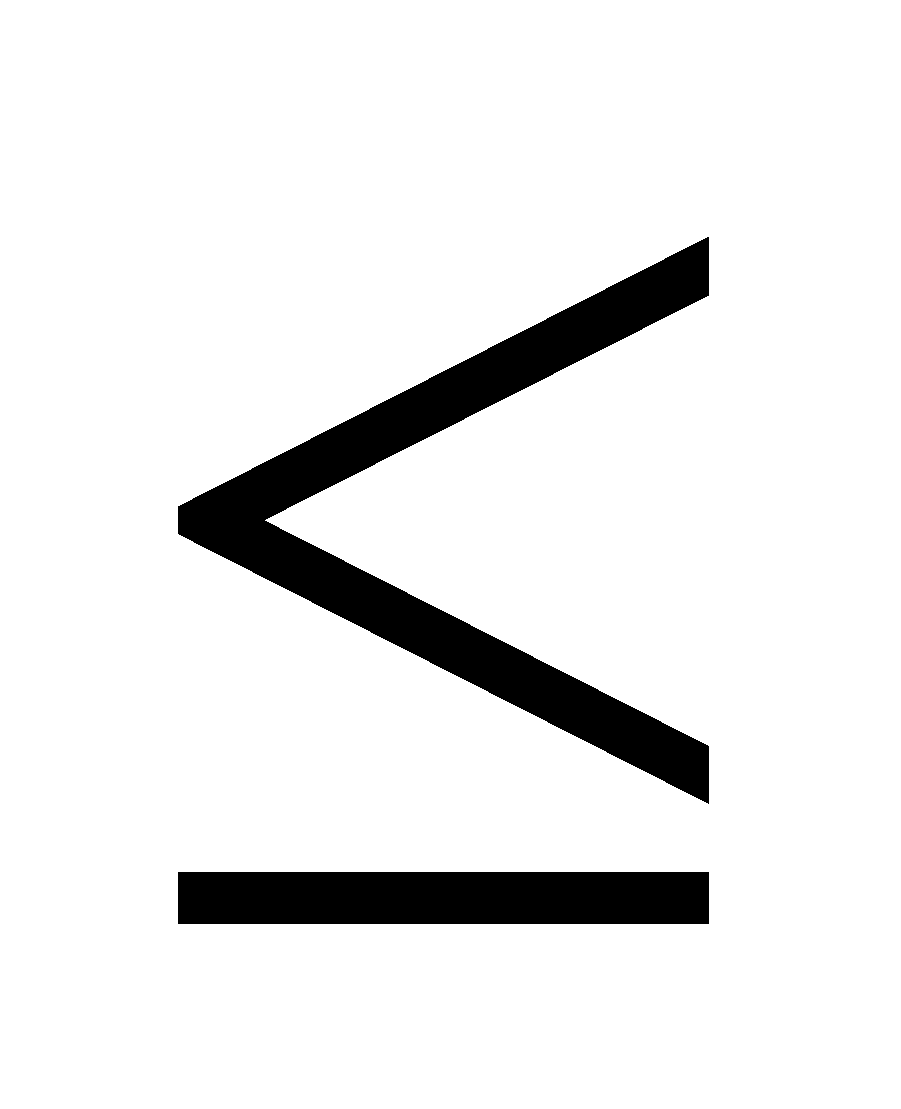
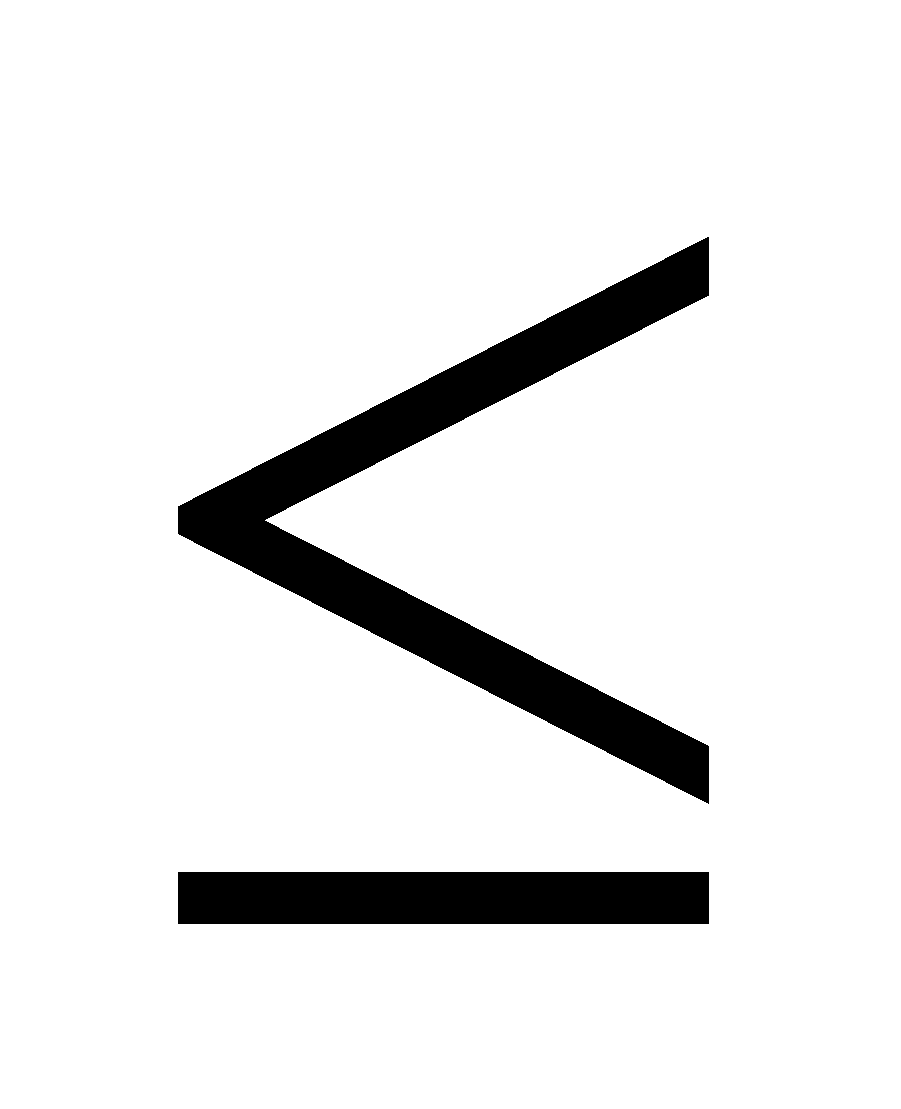
**3**.- **Restricciones: (** \*El límite de CA no excede la demanda máxima de 120 barriles).

1**.- Cracking :** 2 X1 + 4 X2 + X3  950

2**.- Destilación :** 3X1 + 2X3  650

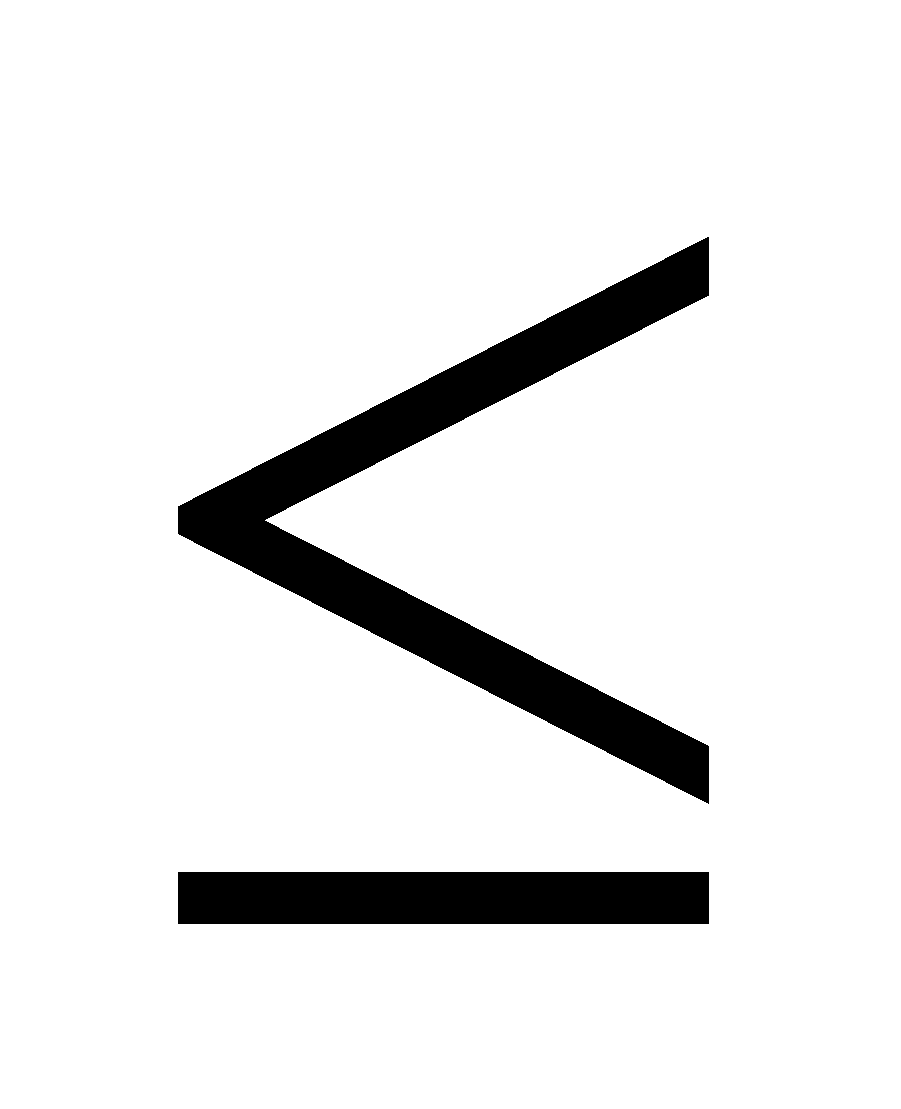
3**.- Reforma :** 3X1 + 2X2 + X3  1200

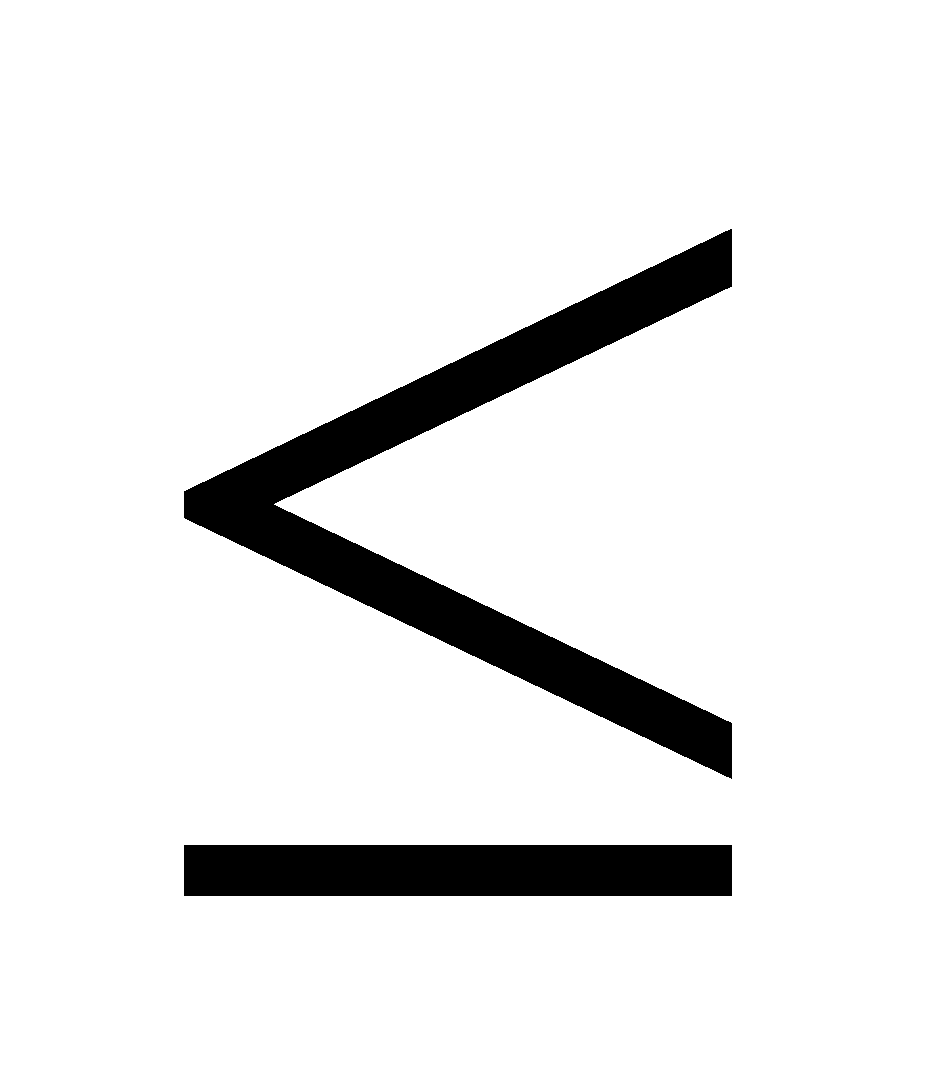
4**.- Límites de Mercado de GP :** X2  400 (mensual)

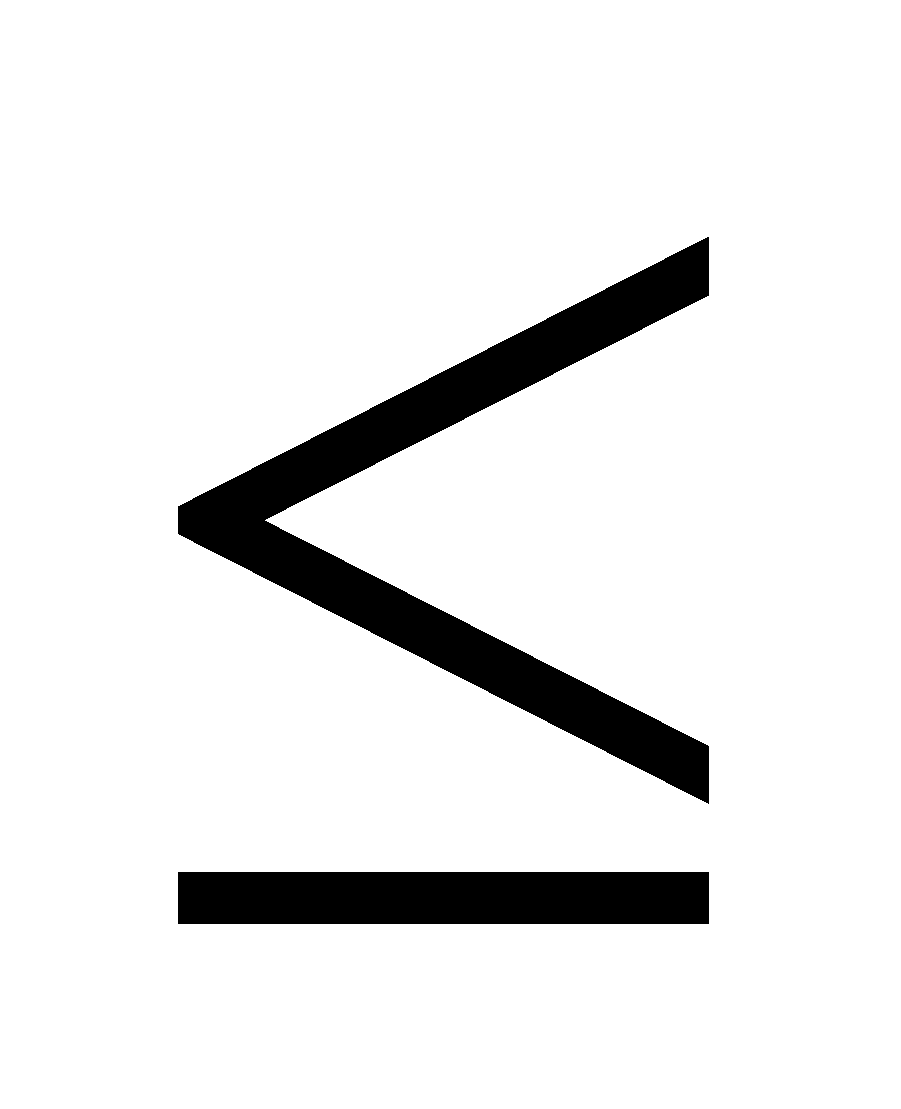
\* **(**  120 UM)  X1  480

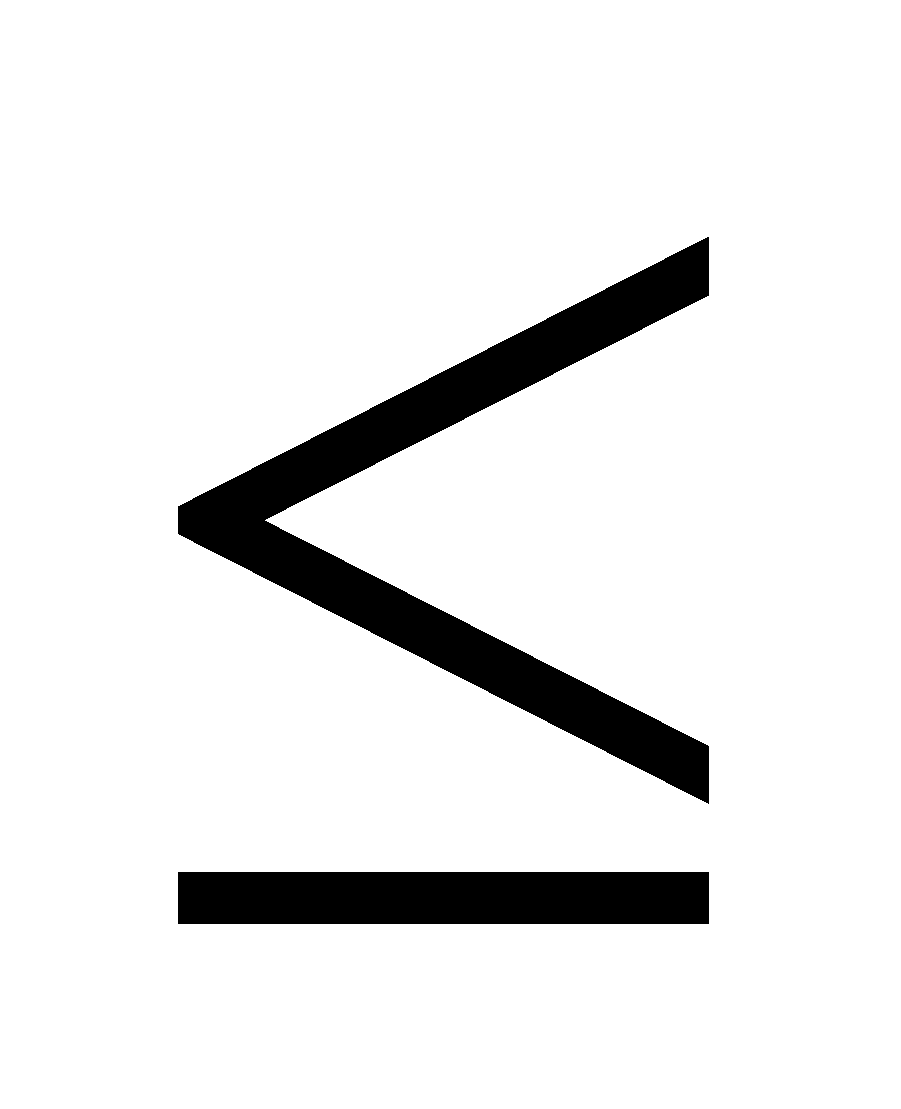
**4.- Modelo Matemático de Programación Lineal:**

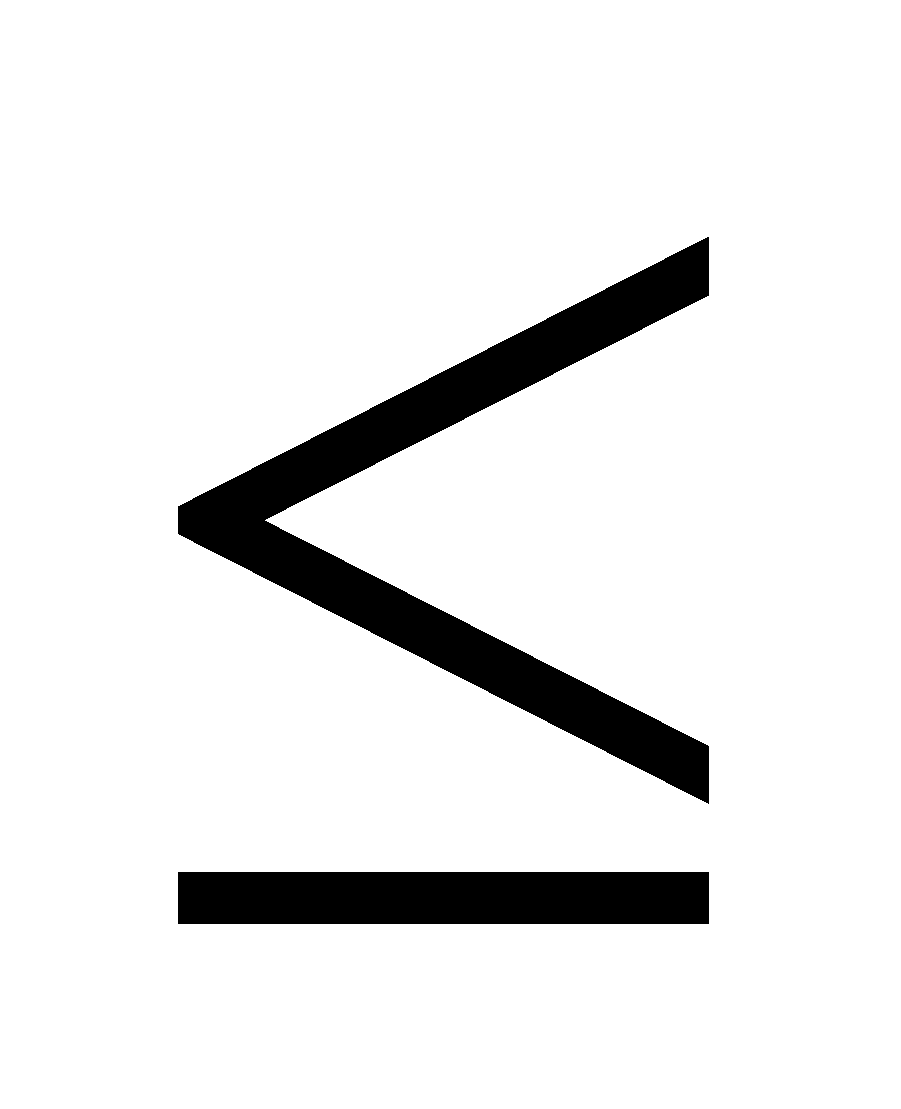
**Max Z = 52,5 X1 + 85 X2 + 70 X3**

**Sujeto a:** 2X1 + 4 X2 + X3  950

3X1 + 2X3  650

3X1 + 2X2 + X3  1200

X2  400

X1  480

X1, X2, X3 ≥ 0 (No negatividad)

Cálculos:

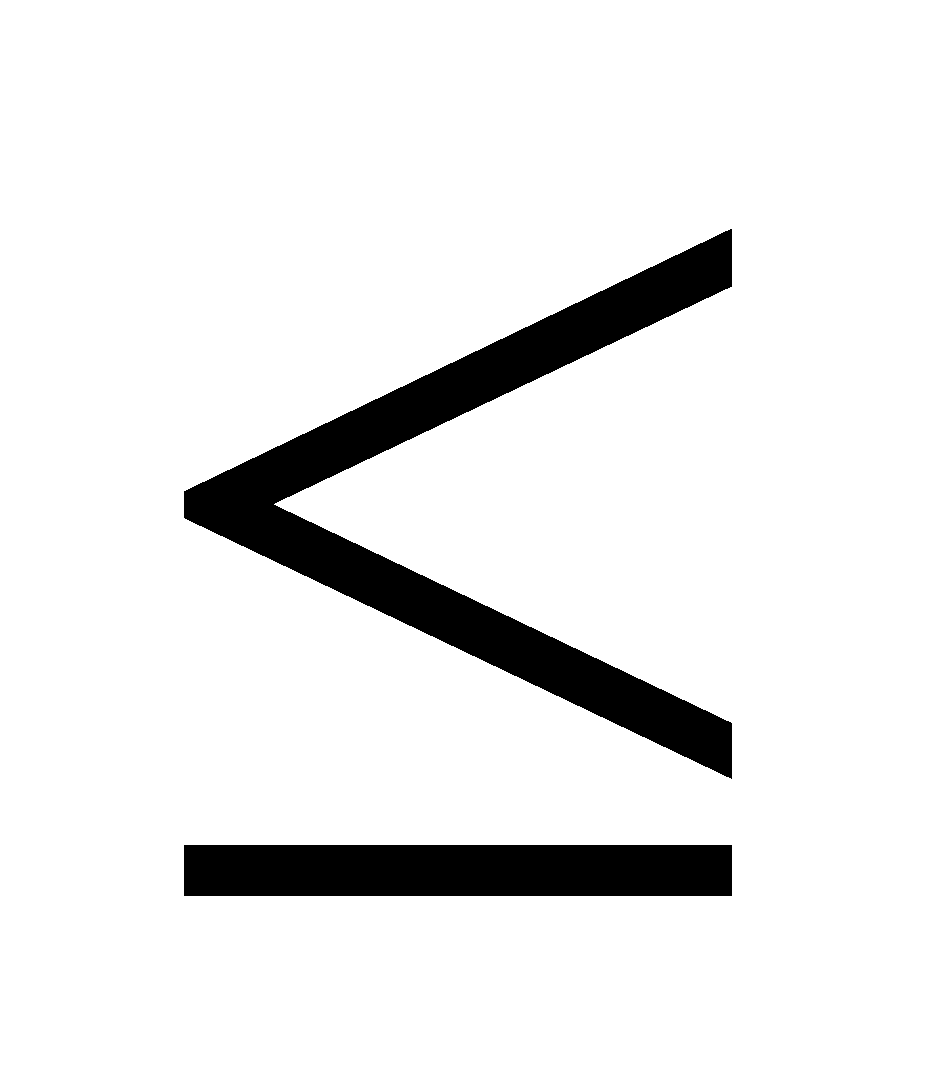
1.- Fijamos X1 = 0. Si observamos la tabla inicial producir gasolina Estándar consume 8 horas totales en cracking, destilación y Reforma y el beneficio es de 45 UM , al comparar preliminarmente con los otros dos tipos de gasolina y sus unidades de refinación vemos inmediatamente que no sería beneficioso producirla en tales condiciones (Por tanto No es rentable producir GE como veremos en los cálculos abajo). No fue sencillo llegar a esa conclusión hasta observar muy bien la tabla y confirmar con el software..

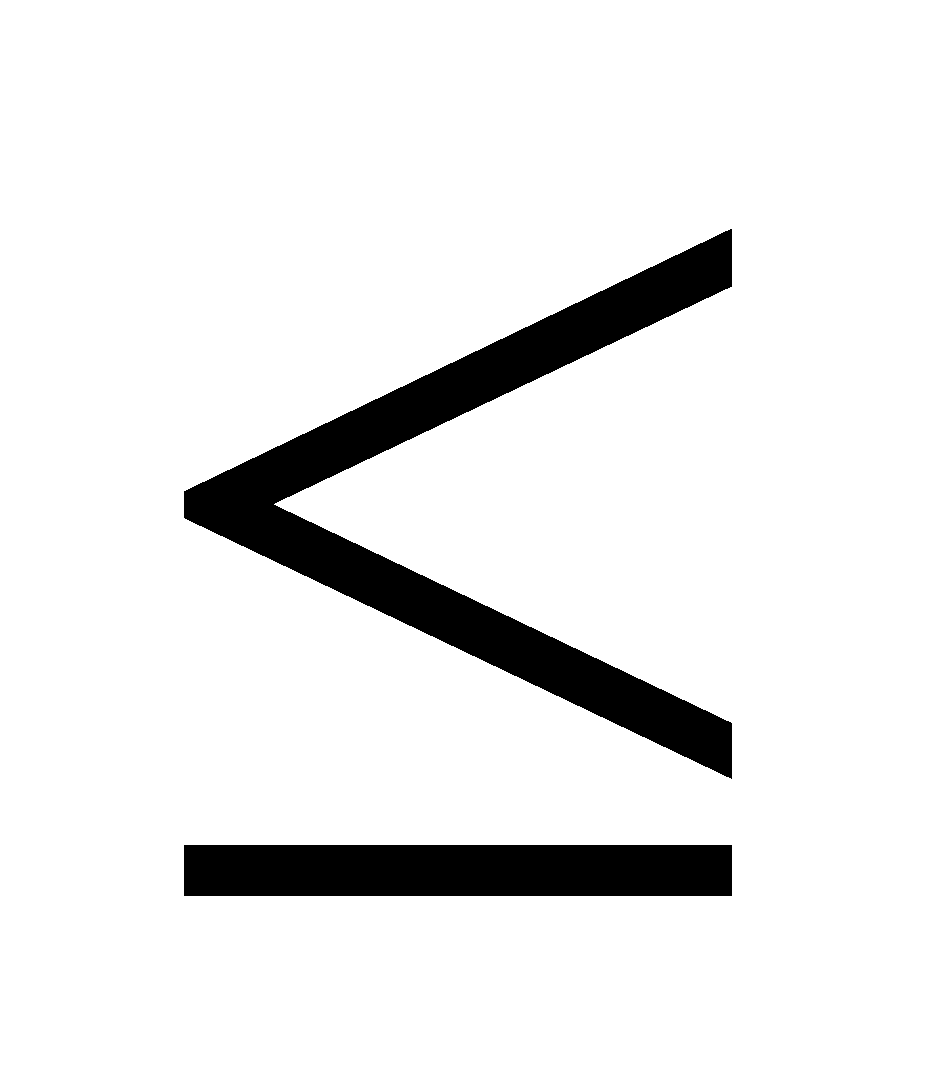
2.- Sustituimos X1 = 0 en las restricciones:

Destilación: 3 (0) + 2X3 = 650  X3 = 325 barriles de GAO

Cracking: 2 (0) + 4 X2 + (325) = 950  0 + 4 X2 + 325 = 950  X2 = 156.25 barriles GP

3.- Verificando Holguras:

Reforma: 2 (156.25) + 325 = 637.50  1200 (holgura = 562.50)

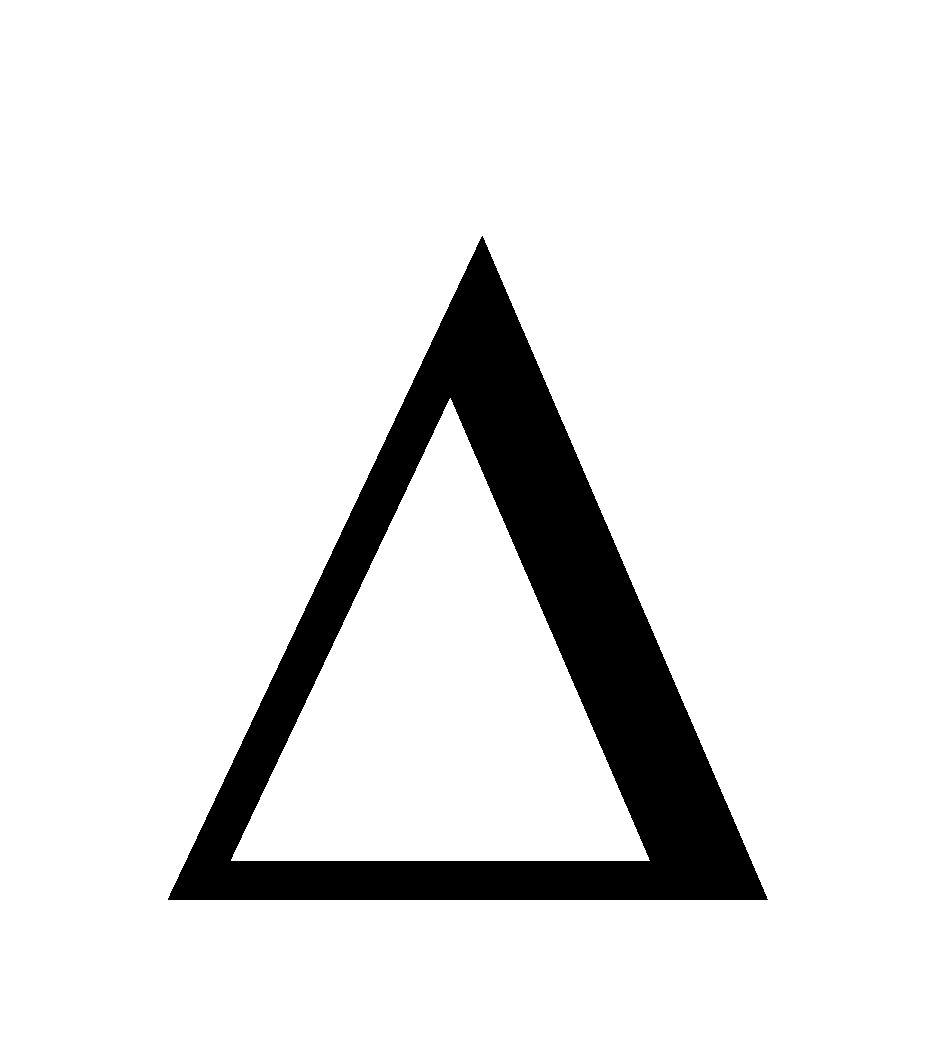
GP : 156.25  400 (Holgura = 243.75).

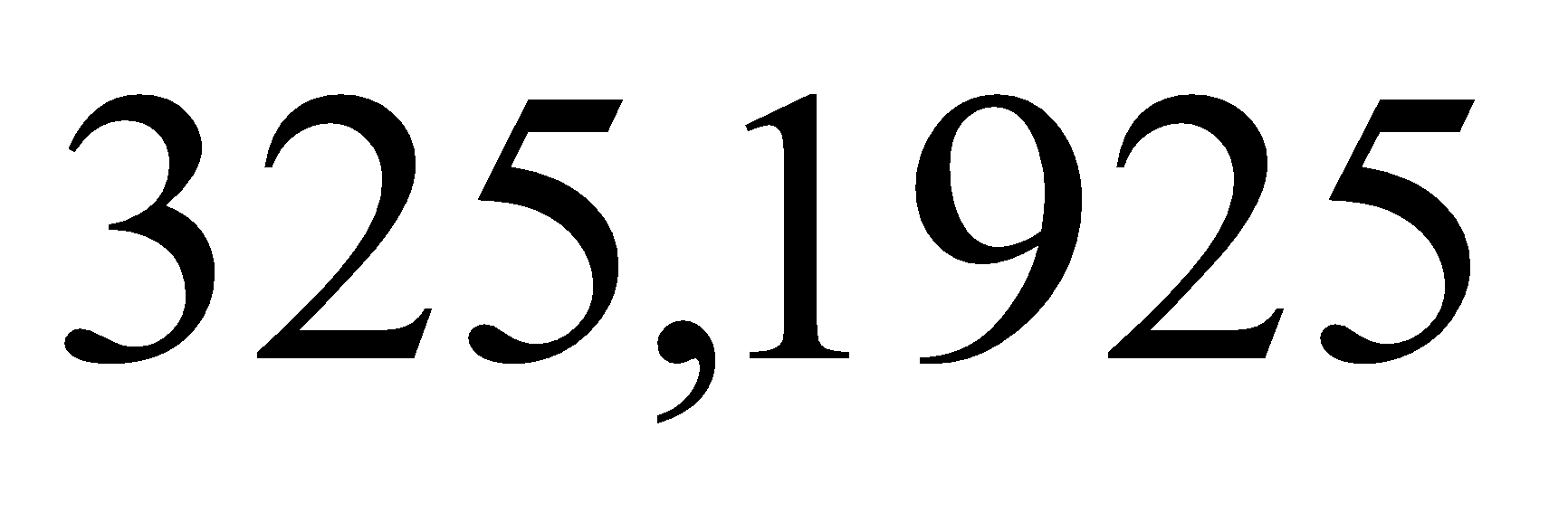
CA (X1) holgura completa 480 ya que no produciremos GE.

**Beneficio Total = Z = 52.5(0) + 85 (156.25) + 70 (325) = 36.031,25 UM**

**Análisis de Sensibilidad:**

Precios sombra: **Cracking** (aumentando 1 hora = 951)

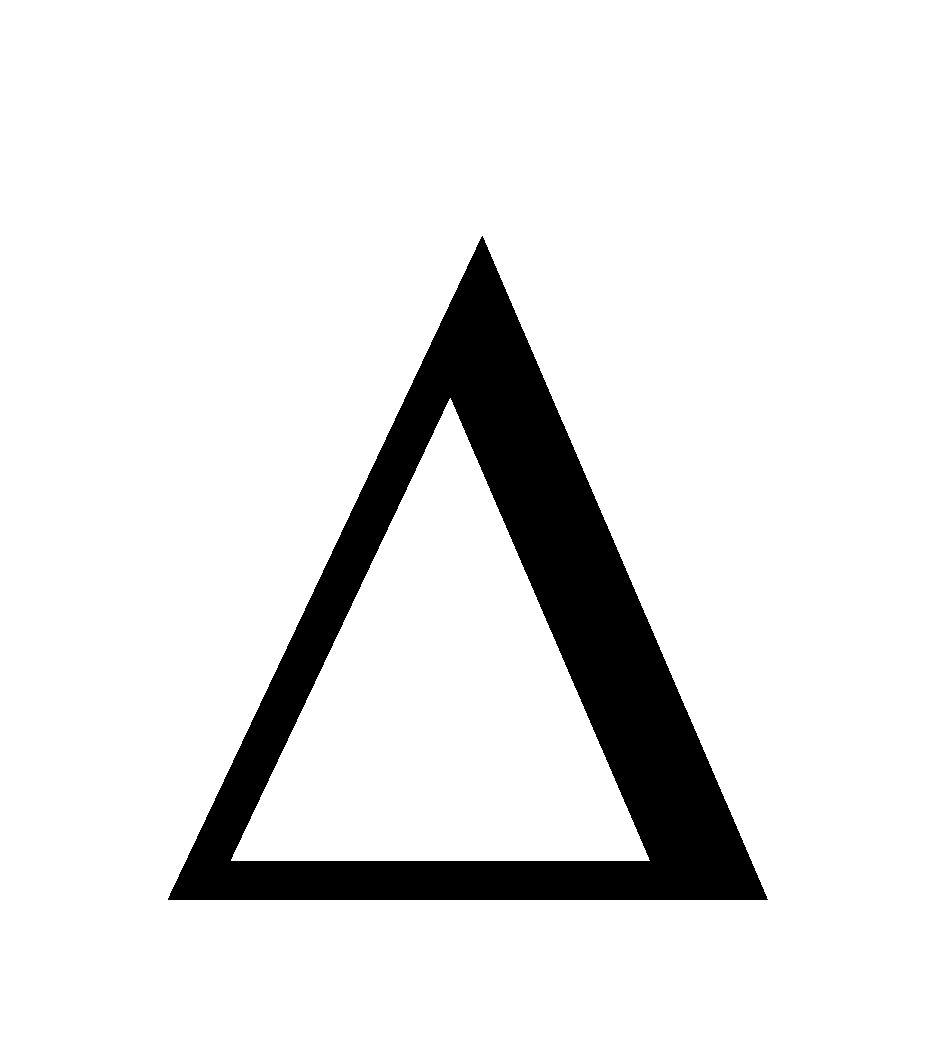
4X2+325 = 951 X2= 156  Z = 85 \* 0.25 = 21.25 UM (0.25 es el cambio marginal en X2) y El precio sombra de 21.25 UM/hora es válido hasta 1925 horas de cracking. En este límite: 4x2 + 325 =1925 4x2 = 1600 x2 = 400 barriles mensuales. En resumen : por cada hora adicional la producción aumenta en 0.25 barriles de GP.

Rango válido: [] horas

Precios sombra: **Destilación**: ( Aumentando 1 hora: 651).

(0.5 es el cambio marginal en X3) y El precio sombra de 35 UM/hora es válido en un

rango desde 0 hasta 1900 horas de destilación.

2X3 = 651  X3= 326.5  Z = 70\* 0.5 = 35 UM.

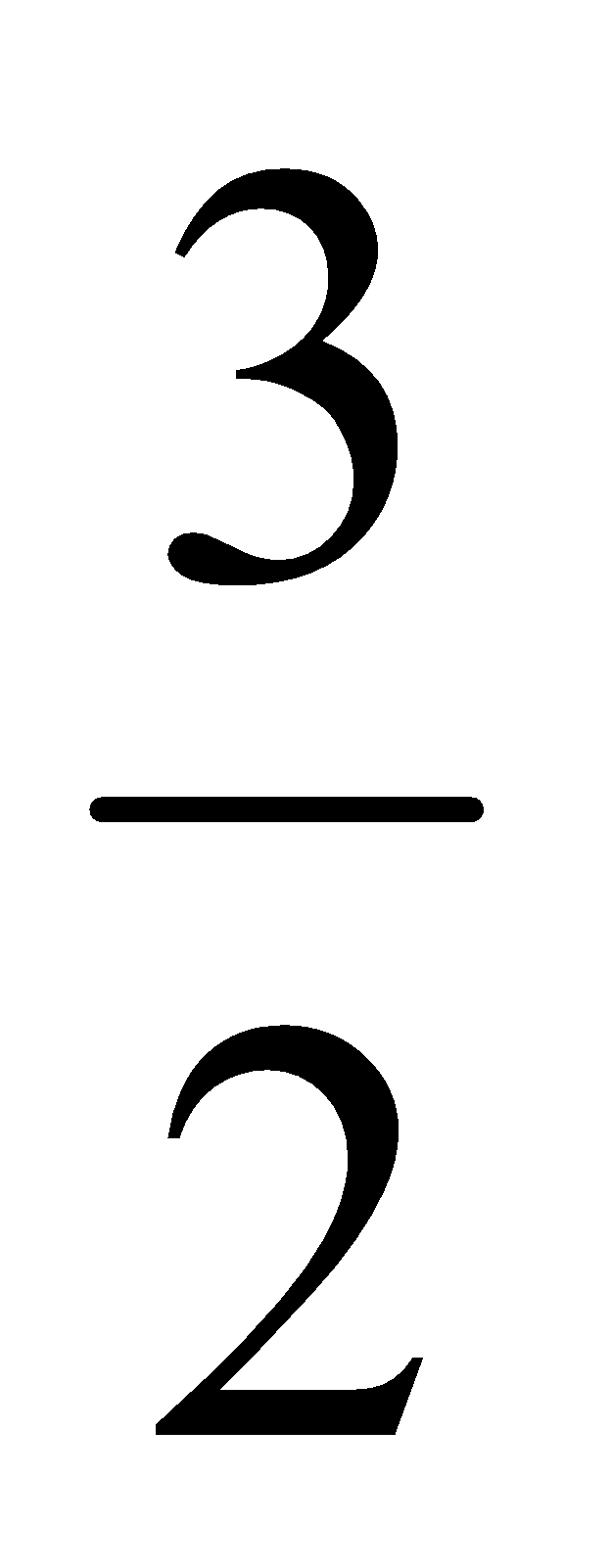
Ojo : en Solver tenemos 24.375UM de precio sombra (valor Dual) no 35UM como en éste cálculo manual que no considera el cracking, verlo corregido nos permite entender lo que ocurre con el algoritmo Simplex .

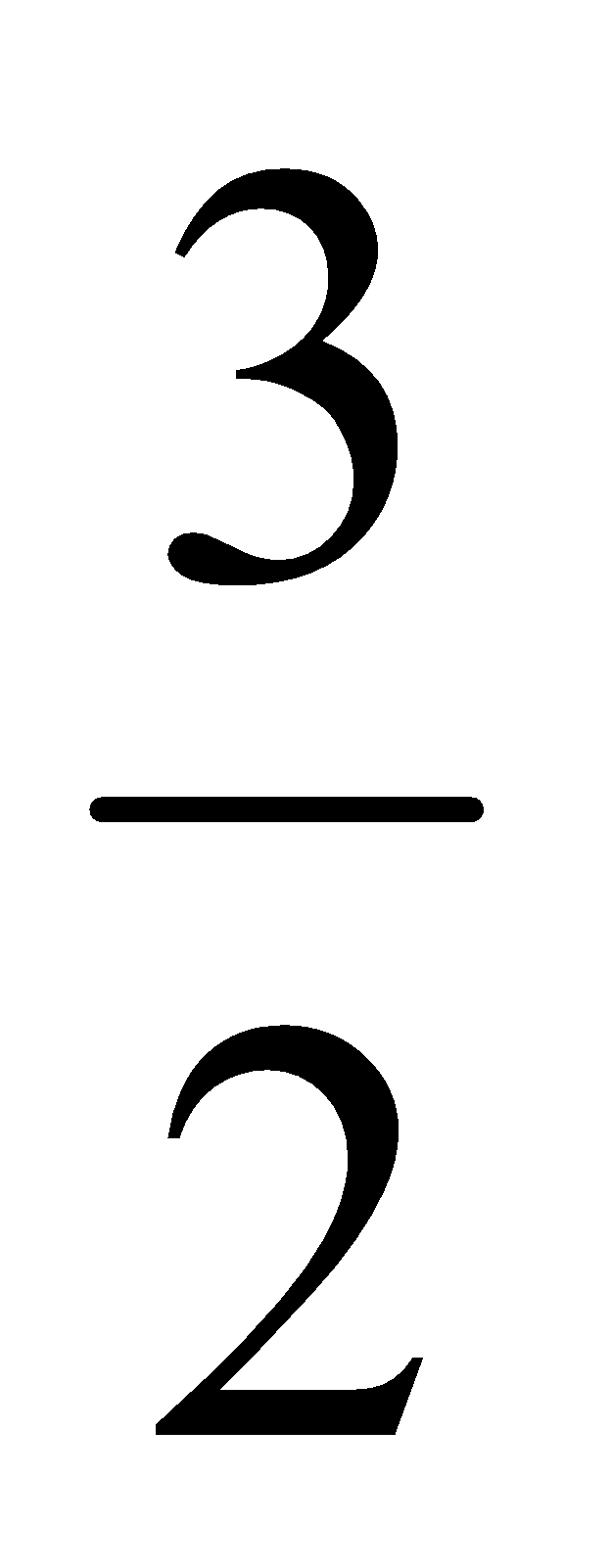
**Rangos de Optimalidad:**

**Para X1 :** Si C1 aumenta a 115.625 UM producir X1 sería rentable, el beneficio actual es

de 52.5 UM y en el análisis de sensibilidad es -63.125 UM que sería lo que necesitamos para llegar a 115.625 , allí X1 sería positiva y entraría en la solución. Pero en nuestro caso el costo de oportunidad de los recursos utilizados para producir gasolina estándar GE (sus horas de craxking y de destilación) superan su beneficio unitario de 52.5 UM.

**Por que** **X1= 0 es óptimo?**

Costo de producir GE: Cada X1 reduce **X3 en**  barilles (por destilación)

Pérdida Neta = 70 \*  = 105 UM eso afecta la ganacia de (GE) en:

52.5 UM – 105 UM = -52.5 UM (pérdida)

Si la refinería quisiera aumentar la producción de GP, necesitará más horas de cracking.

Por ejemplo:

Producir 1 barril adicional de GP requiere 4 horas de cracking.

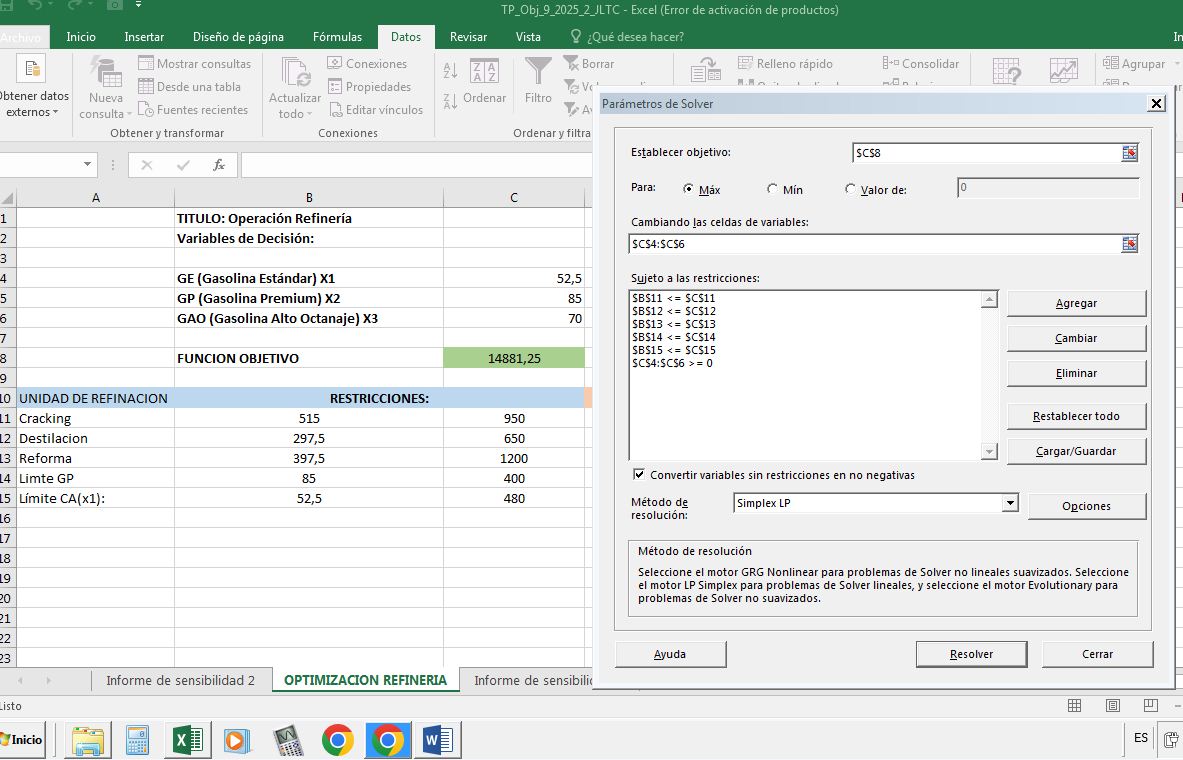
El beneficio generado sería de 85 UM, pero el costo de oportunidad de usar esas 4

horas es: 4×21.25=85 UM

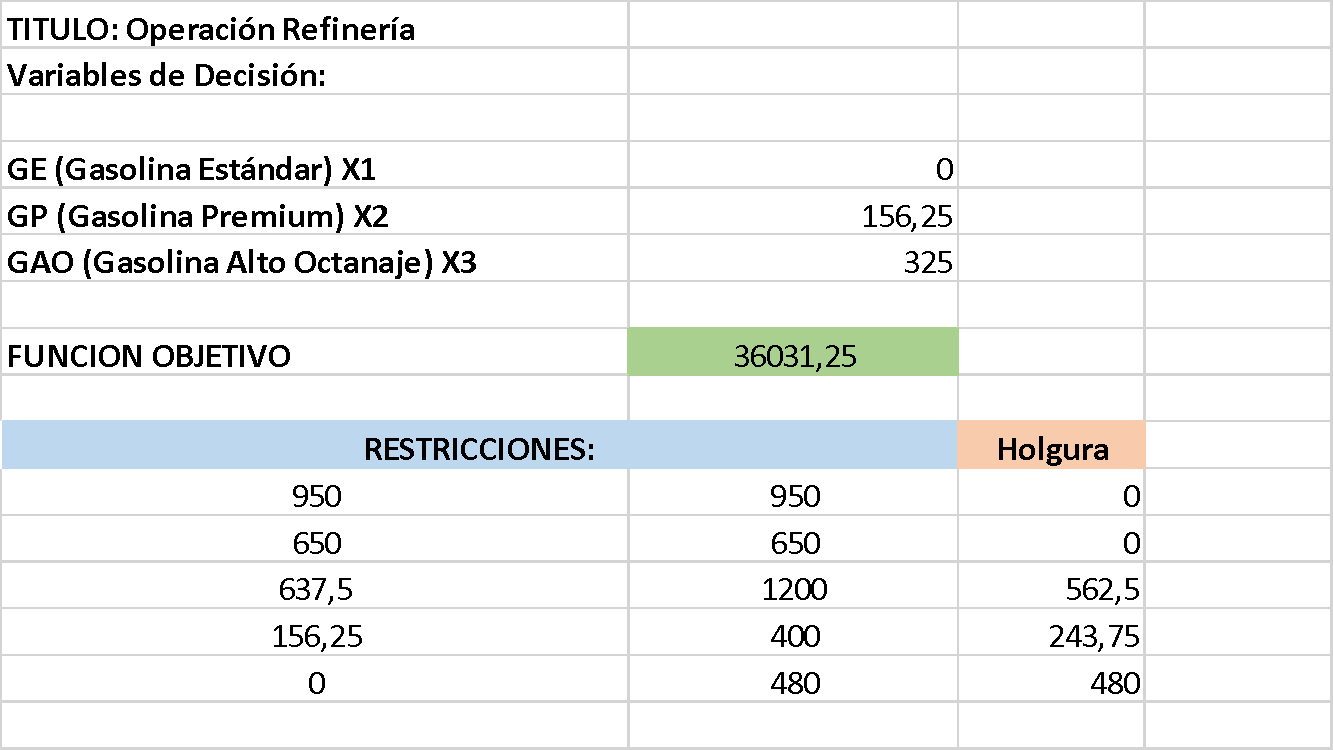
Esto muestra que el beneficio marginal de GP apenas compensa el costo de oportunidad del

cracking (por eso el costo reducido es cero).

**Antes de ejecutar Solver Excel 2016**

****

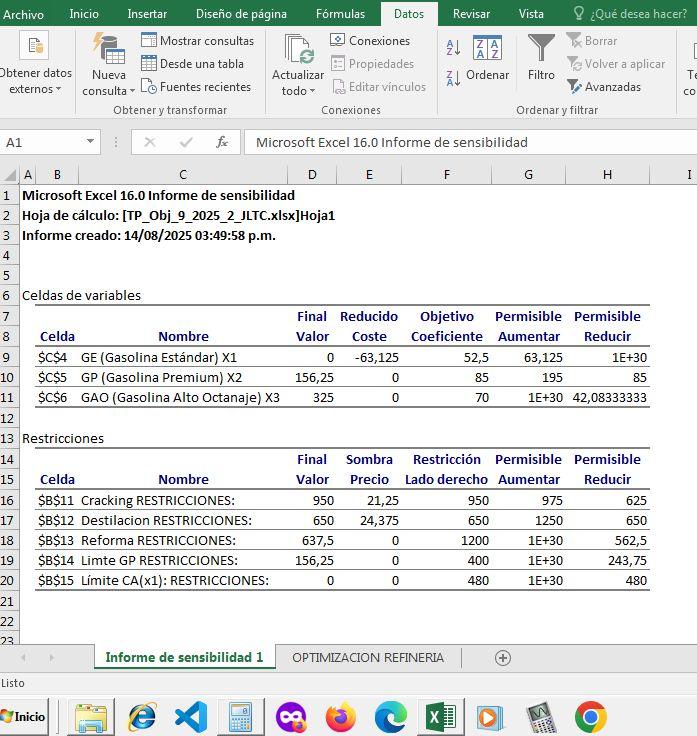
DESPUES DE EJECUTAR SOLVER EXCEL 2016 obtenemos:



**Estos archivos los alojé en mi repositorio Github:**

[**https://github.com/joseluistineo90**](https://github.com/joseluistineo90)

**Análisis de Sensibilidad**

****

Observo que el precio sombra en la Destilación es menor al inicialmente estimado de 35 UM/h pero sigue siendo el recurso más crítico para invertirle y expandir, En el cálculo manual por impericia no consideré la restricción del cracking que también está activa y un cambio en la destilación afecta al mismo, con solver lo pude comprobar.

**INTERPRETACION ECONOMICA Y RECOMENDACIONES**

Siendo el problema maximizar el beneficio para una Refinería que produce tres tipos de gasolina, sujeto a restricciones de capacidad de procesamiento y límites de mercado: La resolución por el método analítico simplificado o mediante solver de Excel convergen hacia una solución óptima clara.

X1 (Gasolina Estandar) GE = 0 barriles

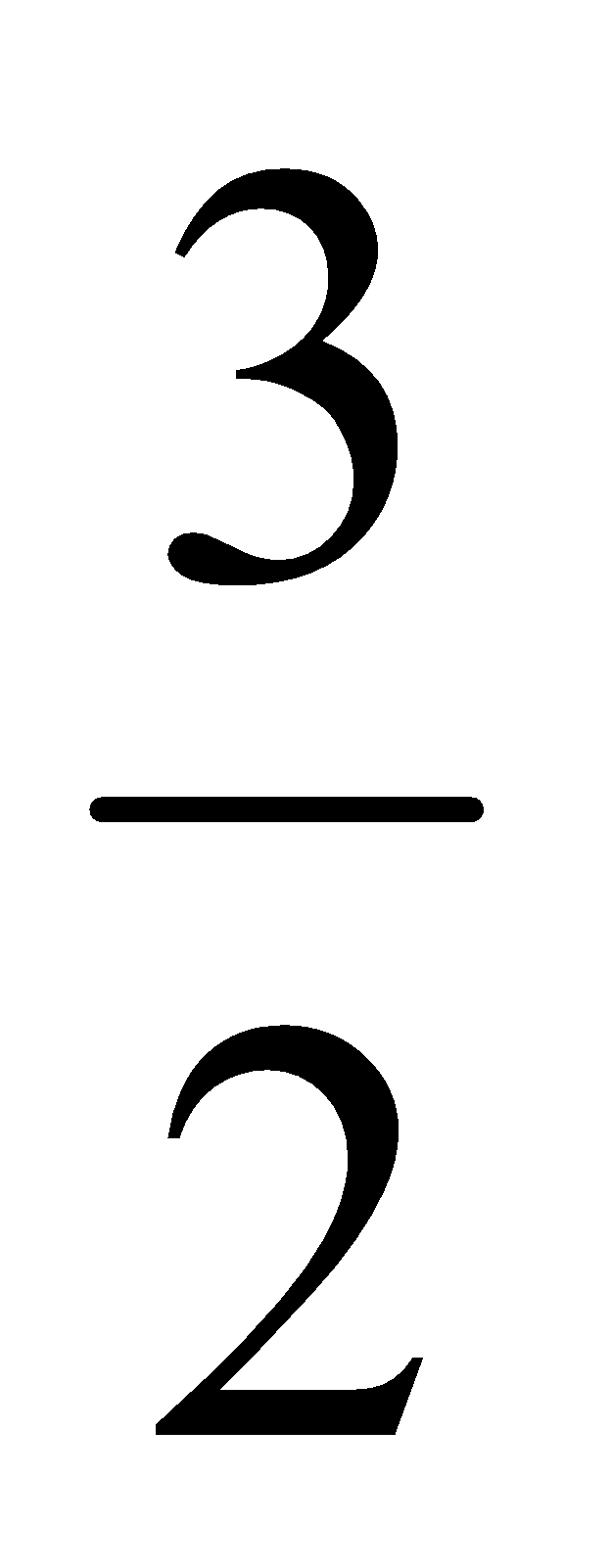
X2 (Gasolina Premium) GP = 156.25 barriles

X3 (Gasolina Alto Octanaje) GAO = 325 barriles

**Máximo Beneficio Total**: Z = 36.031.25 UM

**Interpretación Económica**: La estrategia óptima para la refinería es cesar por completo la producción de (GE) y enfocar los recursos en la producción de (GAO) y en menor media (GP). Esta combinación aprovecha al máximo las capacidades de las unidades de refinación para generar el mayor ingreso posible. Producir (GE)) revela un “alto costo de oportunidad” (beneficio que se pierde al elegir GE sobre GAO o GP).

a).- Destilación (recurso crítico) : 650 horas disponibles requieren 3 horas y esto genera un “cuello de botella”.

b).- Desplazar la Producción: Las 3 horas usadas para producir un barril de (GE) dejan de estar disponibles para producir (GAO) que solo requiere 2 horas por barril en destilación, por lo tanto por cada barril (GE) se dejan de producir 1.5 barriles de (GAO) ( horas = 1.5 horas) esto genera pérdida -52 UM.

**Analisis de Sensibildad y Precios Sombra:**

El informe de sensibilidad generado por Solver Excel nos permite entender el valor de los recursos y la estabilidad de la solución.

1. **Precios Sombra** (valores Duales): El precio sombra nos permite saber el valor marginal de un recurso o sea cuánto aumenta el beneficio por cada unidad de recurso disponible (hora, en este caso).

**Destilación:** (Precio Sombra = 24.375 UM/h) Este es el resultado más relevante, por cada hora adicional de capacidad que se agregue a la unidad de destilación el beneficio total aumentará en 24.375 UM hasta un límite del aumento permitido en el rango de sensibilidad, esto va de 0 a 1900 horas, confirmando que la destilación es el recurso más valioso y el principal limitante de la ganancia.

**Cracking:** (Precio Sombra 21.25 UM/h): Una hora adicional de Cracking aumentaría la ganancia en 21.25 UM. En un rango de 325 a 1925 horas, en ese rango la solución óptima no cambia. Las variables básicas x2 y x3 siguen siendo positivas y las mismas. Si se pasa de 1925 habrá holgura y el precio sombra se vuelve cero y horas adicionales de cracking no aumentarían el beneficio. Es un recurso valioso, pero menos crítico que la destilación.

**Reforma:** (Límite de GP y CA precio Sombra = 0) Estos recursos no son restrictivos en la solución óptima actual ya que tienen holgura y aumentan su disponibilidad, por ejemplo, más horas en Reforma o un límite mayor para GP no generaría ningún aumento en el beneficio ya que no estaríamos usando toda la capacidad disponible.

**Rangos de Optimalidad:**

Los rangos para los coeficientes de la función Objetivo (Ci) nos dicen cuánto puede cambiar el precio de cada producto sin que la estructura de la solución óptima cambie, es decir; sin que dejemos de producir GAO y GP o empecemos a producir GE.

**Para X3** (GAO 70 UM):

**Producimos 325 barriles** El rango de optimalidad va desde 70-42.083 = 27.917 UM como límite inferior; hasta el “infinito” (un rango generosamente amplio) y la solución óptima seguirá siendo X1= 0 ; X2= 156.25 y X3 = 325. Esto indica que la decisión de procesar GAO es rentable, es una variable básica en la solución óptima y extremadamente robusta a mejoras en su rentabilidad., pero cuidado, como todo es mercado si los costos de producción aumentan considerablemente o cae el precio de venta debemos revaluar el modelo

**Para X2** (GP 85 UM)

**Se producen 156.25 barriles de GP** en un rango mínimo de (85-85) = 0 UM y máximo de (85+195) =280 UM, esto implica que ante fluctuaciones amplias del cambio de precio en el mercado petrolero la producción de GP seguirá siendo óptima, su costo reducido cero significa que el beneficio unitario de GP es exactamente el necesario para mantener la variable en la solución óptima. Si supera los 280 UM GP se volvería más rentable.

**Para X1** (GE 52.5 UM):

El análisis muestra que para producir GE se vuelva rentable y entre en la solución, su contribución por barril tendría que aumentar significativamente (más allá de 115.625 UM), el beneficio unitario debe aumentar en las 3 horas de destilación y las 2 horas de cracking: (3\*24.375+2\*21.25= 115.625 UM) .

**RECOMENDACIÓN ESTRATEGICA:**

1. Reasignar la producción:

Implementar inmediatamente el plan óptimo, detener la producción de GE y maximizar la producción de GAO, complementando con GP hasta su límite de Mercado. Es oportuno asignar el escaso tiempo de destilación al producto más rentable por hora consumida (GAO).

1. Inversión en Expansión:

Aumentar la capacidad de la unidad de Destilación, el alto precio Sombra (85 UM/h) significa que cualquier inversión cuyo costo/h adicional sea menor a 24.375 UM, tendrá un retorno positivo inmediato. Por ejemplo, agregar 50h de capacidad generaría aproximadamente 1218.75 UM.

1. Negociación Comercial:

Se podría evaluar la subcontratación o la negociación de ser posible con otras refinerías para “alquilar tiempo de Destilación”, siempre que el costo sea menos a 24.375 UM/h.

1. Desarrollo del Producto:

Investigar reformulaciones o procesos que reduzcan el tiempo de Destilación requerido por la gasolina (GE), ya que incluso una reducción modesta podría hacerla rentable de nuevo.

**En Conclusión**

Todo problema primal tiene asociado uno Dual, en nuestro caso el primal es maximizar los beneficios sujetos a las restricciones de recursos y el Dual son los precios sombra, minimizar los costos de los recursos para que sus valores sean al menos beneficiosos. El modelo proporciona una solución operativa y además que sirve como una poderosa herramienta de análisis estratégica, identificando el “cuello de botella” principal y cuantificando el valor económico de su expansión. El uso de Excel solver me permitió refinar el análisis inicial y obtener resultados exactos ya que en el análisis numérico manual del proceso de destilación no tomé en cuenta el cracking y como afecta el aumento de un proceso en el otro de allí la discrepancia de 50 \* 35 = 1750 UM y solver da el resultado exacto del precio sombra que es 24.375 UM/h No 35 UM/h como calculé inicialmente.

1.- No producir gasolina estándar (GE), la pérdida sería de 52.5 UM por cada barril.

2.- Invertir en destilación: Precio Sombra: 24.375 UM/hora adicional.

Ejemplo: Aumento 50 h  50 \* 24.375 = 1218.75 UM.

Solución óptima: X1 = 0; X2 = 156.25; X3 = 325

Sensibilidad: Destilación: 24.375 UM/h (Rango 0 -1900h)

Cracking: 21.25 UM/h (Rango 325 - 1925h) si lográramos un costo menor por hora adicional de cracking sería rentable hacerlo dentro del rango de 1925 horas. **FIN DEL TRABAJO PRACTICO.**