



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Instituto Metrópole Digital  
Estruturas de Dados Básicas I

Arthur Ferreira de Holanda  
José Maia Da Silva Neto

**Análise Empírica de Algoritmos de Ordenação**

Natal  
2023

Arthur Ferreira de Holanda  
José Maia Da Silva Neto

## Análise Empírica de Algoritmos de Ordenação

Relatório de aula prática apresentado como avaliação da disciplina Estruturas de Dados Básicas I ministrada pelo professor Dr. Selan Rodrigues Dos Santos para o curso de Bacharelado em Tecnologia Da Informação do Instituto Metrópole Digital da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Campus Central (Natal).

Natal  
2023

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
1.1	Propósito . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Métodos</b>	<b>5</b>
2.1	Metodologias . . . . .	5
2.2	Materiais . . . . .	5
2.3	Algoritmos . . . . .	5
2.3.1	Insertion sort . . . . .	5
2.3.2	Selection sort . . . . .	6
2.3.3	Bubble sort . . . . .	6
2.3.4	Shell sort . . . . .	7
2.3.5	Quick sort . . . . .	7
2.3.6	Merge sort . . . . .	8
2.3.7	Radix sort . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Resultados alcançados</b>	<b>11</b>
3.1	Lista não decrescente . . . . .	11
3.1.1	Quadráticas . . . . .	11
3.1.2	Radix e logarítmicos . . . . .	11
3.2	Lista não crescente . . . . .	12
3.2.1	Quadráticas . . . . .	12
3.2.2	Radix e logarítmicos . . . . .	13
3.3	Lista totalmente embaralhada . . . . .	13
3.3.1	Quadráticas . . . . .	13
3.3.2	Radix e logarítmicos . . . . .	14
3.4	Lista 75% ordenada . . . . .	15
3.4.1	Quadráticas . . . . .	15
3.4.2	Radix e logarítmicos . . . . .	15
3.5	Lista 50% ordenada . . . . .	16
3.5.1	Quadráticas . . . . .	16
3.5.2	Radix e logarítmicos . . . . .	17
3.6	Lista 25% ordenada . . . . .	17
3.6.1	Quadráticas . . . . .	17
3.6.2	Radix e logarítmicos . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Discussão dos Resultados</b>	<b>19</b>
4.1	Observações gerais . . . . .	19
4.2	Algoritmos para cada caso . . . . .	19

4.3	Decomposição de chave(radix) Vs comparação de chaves . . . . .	19
4.4	Quick Sort Vs Merge Sort . . . . .	19
4.5	Acontecimentos inesperados dos gráficos . . . . .	20
4.6	Estimativa de tempo . . . . .	20

# 1 Introdução

## 1.1 Propósito

Este relatório tem como propósito realizar um estudo por meio da análise empírica de algoritmos de ordenação, visando auxiliar na seleção do algoritmo ideal para realizar a ordenação de um arranjo. Serão examinados os seguintes algoritmos: insertion sort, selection sort, bubble sort, shell sort, quick sort, merge sort e radix sort. Através da avaliação desses algoritmos, será possível identificar suas características, desempenho e eficiência em relação à ordenação de conjuntos de dados. Com base nesses resultados, poderemos tomar decisões embasadas na escolha do algoritmo mais adequado para atender às necessidades específicas de ordenação.

## 2 Métodos

### 2.1 Metodologias

Foram realizados testes utilizando seis tipos de amostras: não crescente, não decrescente, totalmente aleatória, ordenada em 25%, ordenada em 50% e ordenada em 75%. Cada algoritmo de ordenação foi executado 25 vezes para cada tipo de amostra. O tamanho inicial dos elementos foi de 100 e foi incrementado em 4000 elementos até alcançar um total de 100000 elementos. Os resultados desses testes foram registrados e armazenados em um arquivo de dados.

### 2.2 Materiais

As características técnicas do computador são: um processador intel®Pentium(R) dual CPU T2330@1.60GHZx2, 3.0 Giga bytes de memoria RAM e 120.0 Giga bytes de armazenamento. O sistema operacional é do tipo 64-bit, de nome Ubuntu 22.04.2LTS.A principal linguagem de programação adotada foi C++ com o auxilio de CMake. Os algoritmos de ordenação estudados a seguir foram insertion sort, selection sort, bubble sort, shell sort, quick sort, merge sort e radix sort.

### 2.3 Algoritmos

#### 2.3.1 Insertion sort

O insertion sort é um algoritmo de ordenação simples. Ele percorre uma lista de elementos, inserindo cada elemento na posição correta em relação aos elementos anteriores já ordenados. A lista é percorrida da esquerda para a direita, e em cada iteração, um elemento é comparado com os anteriores e colocado em sua posição correta. O processo continua até que toda a lista esteja ordenada. Embora seja fácil de entender e implementar, o insertion sort pode ser lento para grandes conjuntos de dados, mas funciona bem para listas pequenas ou quase ordenadas. Segue o código:

```
template <typename T>
void insertion(T *first, T *last)
{
    if (first == last)
        return;

    for (int *fast = first + 1; fast != last; ++fast) {
        int val = *fast;
        int *runner = fast;
        while (runner != first && val < *(runner - 1)) {
```

```

        *runner = *(runner - 1);
        --runner;
    }
    *runner = val;
}
}

```

### 2.3.2 Selection sort

O selection sort é um algoritmo de ordenação simples. Ele percorre a lista em busca do menor elemento e o coloca na posição correta. A cada iteração, o menor elemento é selecionado e trocado com o próximo elemento da lista não ordenada. Esse processo continua até que toda a lista esteja ordenada. Embora seja fácil de entender e implementar, o selection sort também tem um desempenho lento para grandes conjuntos de dados. No entanto, é eficiente para listas pequenas. Segue o código:

```

template <typename T>
void selection(T *first, T *last)
{
    int min_idx;
    int n = distance(first, last);

    for(int i = 0; i < n-1; i++){
        min_idx = i;
        for(int j = i + 1; j < n; j++){
            if(*(first+j) < *(first+min_idx))
                min_idx = j;
        }
        if(min_idx != i)
            iter_swap(first+min_idx, first+i);
    }
}

```

### 2.3.3 Bubble sort

O selection sort é um algoritmo de ordenação simples. Ele percorre a lista em busca do menor elemento e o coloca na posição correta. A cada iteração, o menor elemento é selecionado e trocado com o próximo elemento da lista não ordenada. Esse processo continua até que toda a lista esteja ordenada. Embora seja fácil de entender e implementar, o selection sort também tem um desempenho lento para grandes conjuntos de dados. No entanto, é eficiente para listas pequenas. Segue o código:

```

template <typename T>
void bubble(T *first, T *last)
{
    int n = distance(first, last);
    for(int i = 0; i < n - 1; i++){
        for(int j = 0; j < n - i - 1; j++){
            if(*(first+j) > *(first+(j+1)))
                iter_swap(first+j, first+(j+1));
        }
    }
}

```

### 2.3.4 Shell sort

O shell sort é um algoritmo de ordenação que divide a lista em grupos menores e realiza comparações e trocas dentro desses grupos. Ele repete esse processo com grupos cada vez menores até que a lista esteja ordenada. Embora seja mais eficiente do que o bubble sort e o insertion sort, o shell sort ainda é menos eficiente do que outros algoritmos mais avançados. É uma opção viável quando a simplicidade de implementação é priorizada em vez do melhor desempenho. Segue o código:

```

template <typename T>
void shell(T *first, T *last)
{
    int tamanho = last - first;
    for (int gap = tamanho / 2; gap > 0; gap /= 2) {
        for (int i = gap; i < tamanho; i++) {
            int temp = first[i];
            int j;
            for (j = i; j >= gap && temp < first[j - gap]; j -= gap) {
                first[j] = first[j - gap];
            }
            first[j] = temp;
        }
    }
}

```

### 2.3.5 Quick sort

O quick sort é um algoritmo de ordenação eficiente que divide a lista em subgrupos menores usando um pivô e rearranja-os de forma que os menores fiquem à esquerda



e os maiores à direita. Esse processo é aplicado recursivamente até que a lista esteja completamente ordenada. Embora possa ter um pior caso ineficiente, o quick sort é amplamente utilizado por seu bom desempenho médio em conjuntos de dados grandes. Segue o código:

```
template <typename T>
void quicksort(T *first, T *last)
{
    if (std::distance(first, last) >= 2) {
        auto* q = partition(first, last, last - 1);
        quicksort(first, q);
        quicksort(q + 1, last);
    }
}
```

O quick sort usa a função auxiliar partition. No quick sort, a função "partition" seleciona um pivô na lista e rearranja os elementos de forma que os menores fiquem à esquerda e os maiores à direita. A função retorna o índice do pivô, que é usado para dividir a lista em subgrupos menores. Essa divisão é repetida até que todos os subgrupos sejam de tamanho unitário, resultando na lista completamente ordenada. A função "partition" desempenha um papel fundamental na eficiência do quick sort.

```
template <typename T>
int* partition(T *first, T *last, T *pivot)
{
    auto slow = first;
    auto fast = first;
    while (fast < pivot) {
        if (*fast < *pivot) {
            std::iter_swap(slow, fast);
            slow++;
        }
        fast++;
    }
    std::iter_swap(pivot, slow);
    return slow;
}
```

### 2.3.6 Merge sort

O merge sort é um algoritmo de ordenação eficiente baseado na estratégia de "dividir para conquistar". Ele divide a lista em duas metades, recursivamente ordena cada metade e, em seguida, mescla as duas metades ordenadas para obter a lista final ordenada. segue

o código:

```
template <typename T>
void merge(T *first, T *last)
{
    auto len = std::distance(first, last);
    if (len >= 2) {
        auto* m = first + len / 2;
        merge(first, m);
        merge(m, last);

        T* temp = new T[len];
        merge_aux(first, m, m, last, temp);
        std::copy(temp, temp + len, first);
        delete[] temp;
    }
}
```

O merge sort usa a função auxiliar *merge\_aux*. A função "mergeaux" no merge sort combina duas sublistas ordenadas em uma única lista ordenada. Ela compara os elementos das sublistas e os coloca em ordem crescente na lista resultante. A função "merge" é essencial para a eficiência e a corretude do merge sort.

```
template <typename T>
void merge_aux(T* l_first, T* l_last, T* r_first, T* r_last,
               T* a_first)
{
    while (l_first != l_last) {
        if (r_first == r_last) {
            std::copy(l_first, l_last, a_first);
            return;
        }
        *a_first++ = (*l_first < *r_first) ? *l_first++ : *
            r_first++;
    }
    std::copy(r_first, r_last, a_first);
}
```

### 2.3.7 Radix sort

O radix sort é um algoritmo de ordenação que classifica os elementos com base em seus dígitos. Ele agrupa os elementos em baldes de acordo com seus valores de dígitos e os rearranja até que a lista esteja ordenada. O radix sort é eficiente para números inteiros

ou strings alfanuméricas e sua complexidade de tempo é linear. Segue o código:

```
template <typename T>
void radixsort(T *first, T *last) {
    T max = get_max<int>(first, last);

    for(int place = 1; max / place > 0; place *= 10)
        countSort<int>(first, last, place);
}
```

O Radix sort usa a função auxiliar countSort. Ela conta o número de ocorrências de cada elemento e os coloca em suas posições corretas na lista ordenada. O countSort é repetidamente usado no radix sort para ordenar os elementos por dígito.

```
template <typename T>
void countSort(T *first, T *last, T place) {
    const int max = 100000;
    T output[max];
    T count[max];

    int n = distance(first, last);

    for(int i = 0; i < max; i++)
        count[i] = 0;

    for(int i = 0; i < n; i++)
        count[(*(first+i) / place) % 10]++;

    for(int i = 1; i < max; i++)
        count[i] += count[i - 1];

    for(int i = n - 1; i >= 0; i--) {
        output[count[(*(first+i) / place) % 10] - 1] = *(
            first+i);
        count[(*(first+i) / place) % 10]--;
    }

    for(int i = 0; i < n; i++)
        *(first+i) = output[i];
}
```

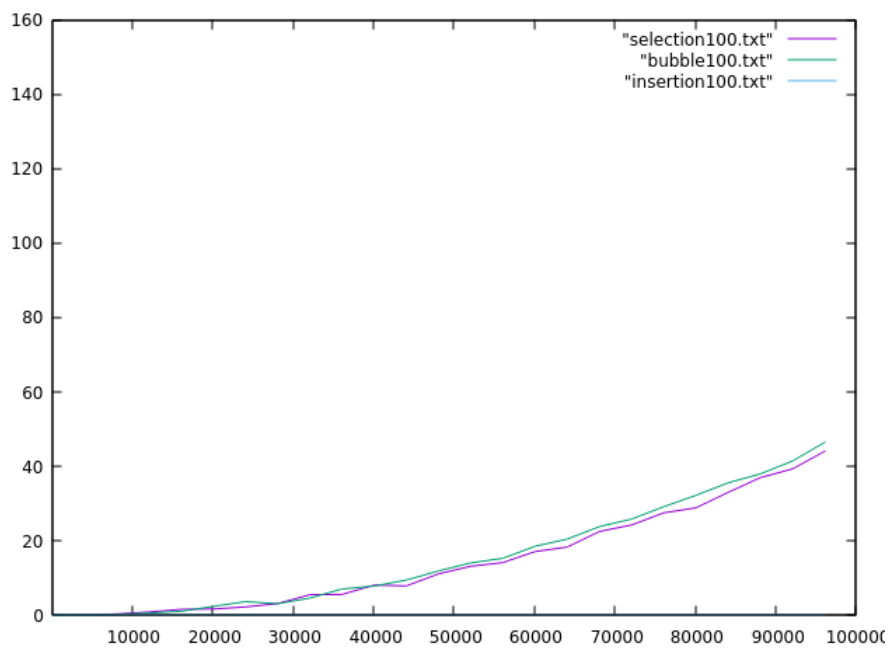
## 3 Resultados alcançados

### 3.1 Lista não decrescente

#### 3.1.1 Quadráticas

Para listas não decrescente as funções quadraticas tiveram desempenho semelhante, Com o bubble sort se demonstrando mais demorado em relação aos outros.

Figura 1: Quadraticas

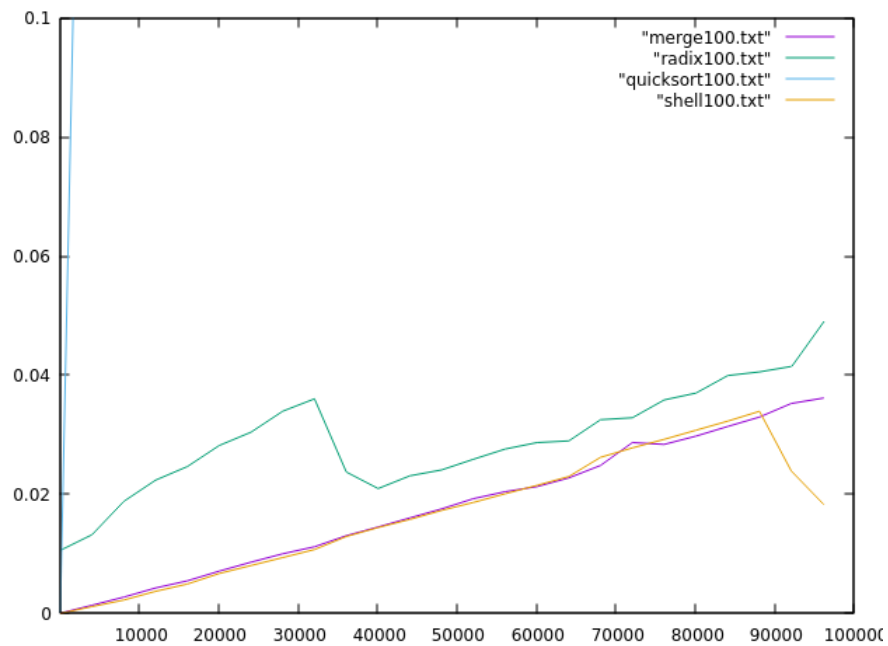


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

#### 3.1.2 Radix e logarítmicos

Para listas não decrescente as funções logaritimicas variaram bastante, principalmente o quick sort que teve um pico muito alto, e o shell se mostrando mais rapido para as amostras maiores ao final.

Figura 2: logaritmicas



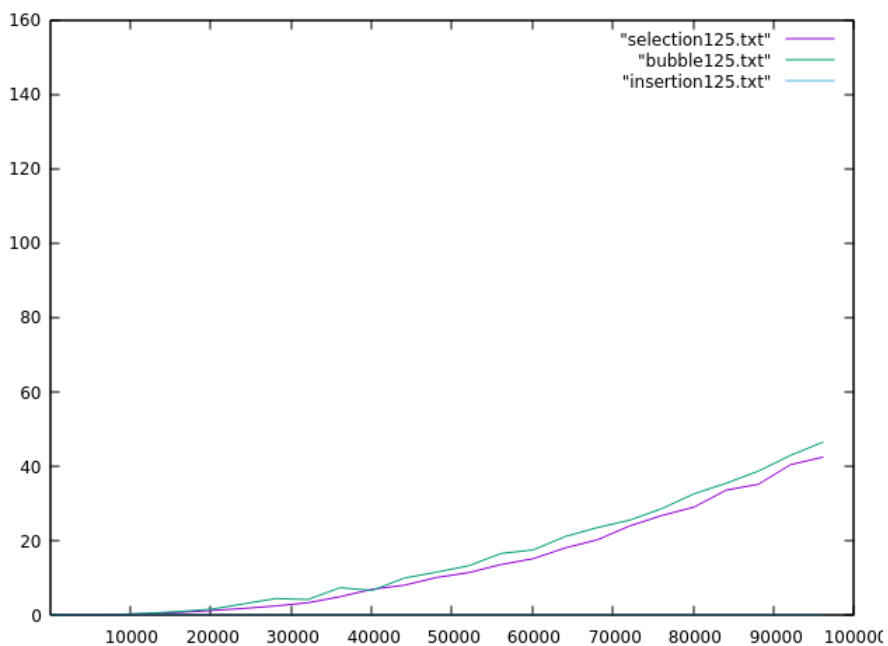
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

## 3.2 Lista não crescente

### 3.2.1 Quadráticas

Para listas não crescente as funções quadraticas tiveram desempenho semelhante, Com o bubble sort se demonstrando mais demorado em relação aos outros.

Figura 3: Quadraticas

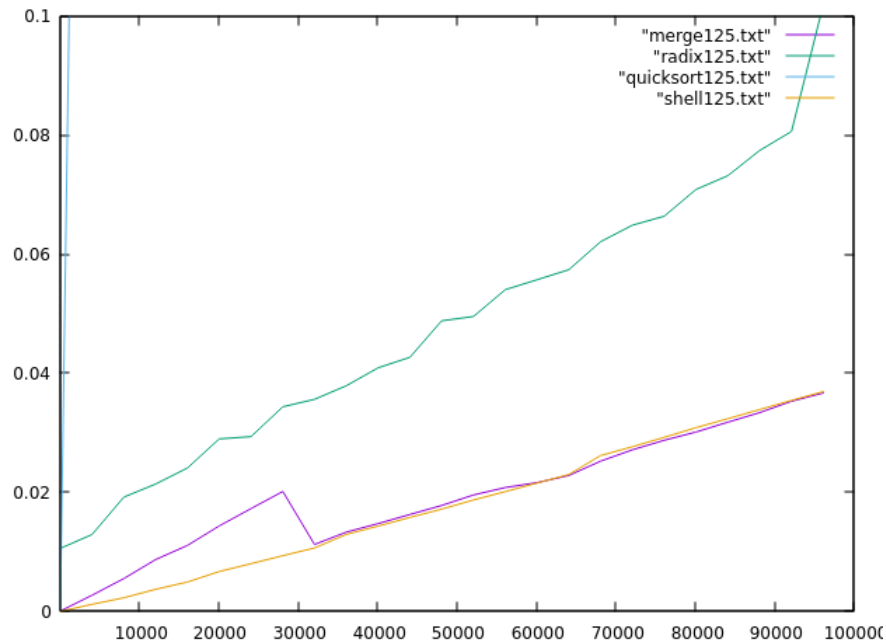


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

### 3.2.2 Radix e logarítmicos

Para listas não crescente as funções logarítmicas variaram bastante, principalmente o quick sort e o radix sort que demoravam muito mais do que o shell e o merge.

Figura 4: logarítmicas



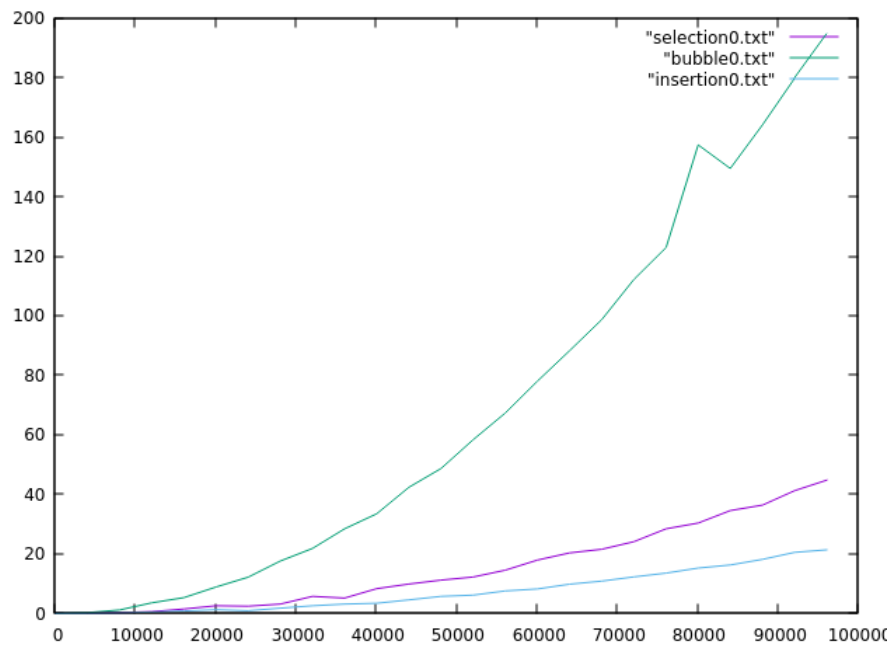
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

## 3.3 Lista totalmente embaralhada

### 3.3.1 Quadráticas

Para listas totalmente embaralhadas as funções quadraticas tiveram desempenho distinto, Com o bubble sort tendo uma taxa de crescimento muito maior em relação aos outros.

Figura 5: Quadraticas

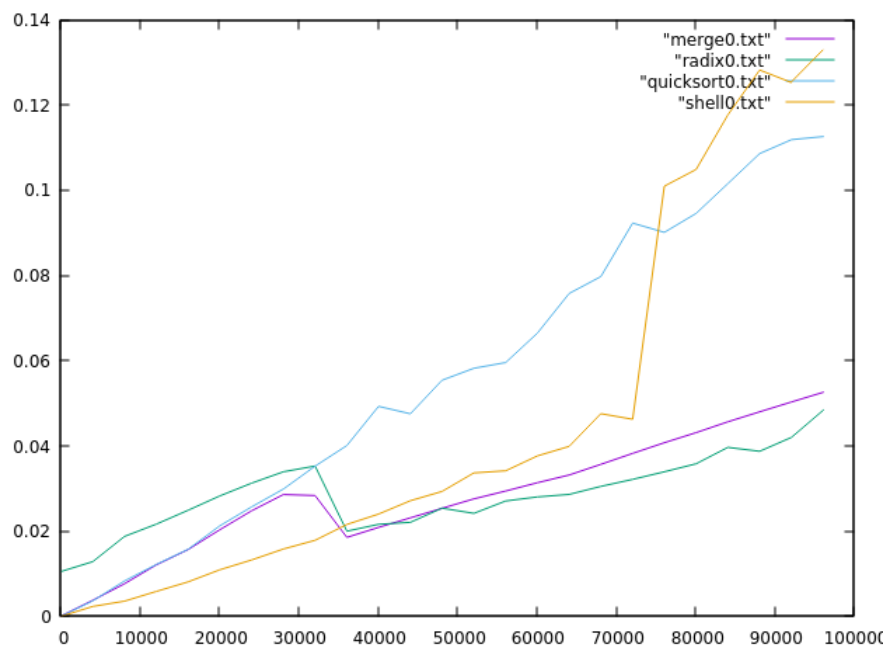


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

### 3.3.2 Radix e logarítmicos

Para listas totalmente embaralhadas as funções logarítmicas variaram bastante, com um pico abrupto na função shell sort e o radix que se demonstrou mais rapido que os outros com amostras maiores.

Figura 6: logarítmicas



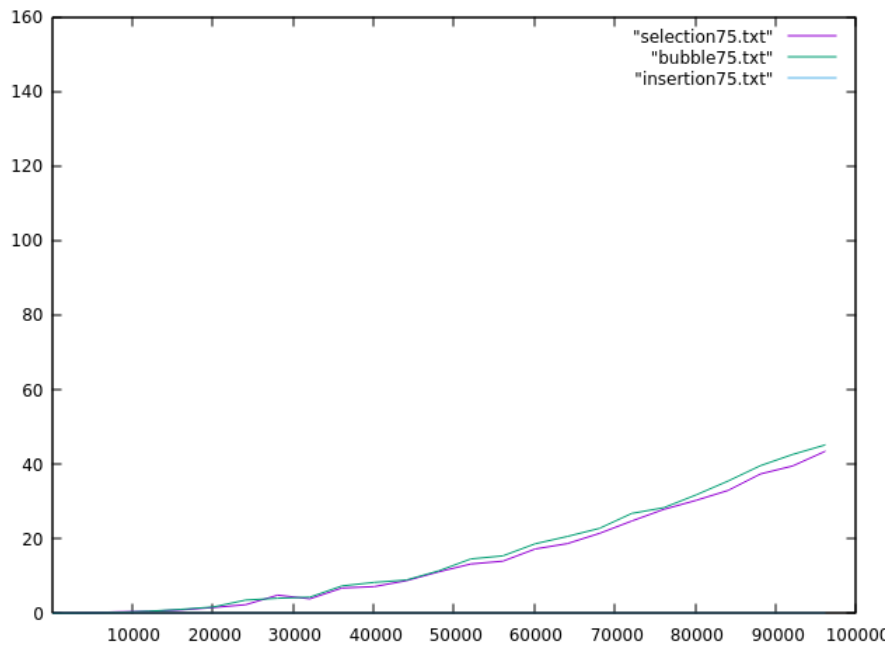
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

### 3.4 Lista 75% ordenada

#### 3.4.1 Quadráticas

Para listas 75% ordenadas as funções quadraticas tiveram desempenho semelhante, tendo um crescimento contínuo.

Figura 7: Quadraticas



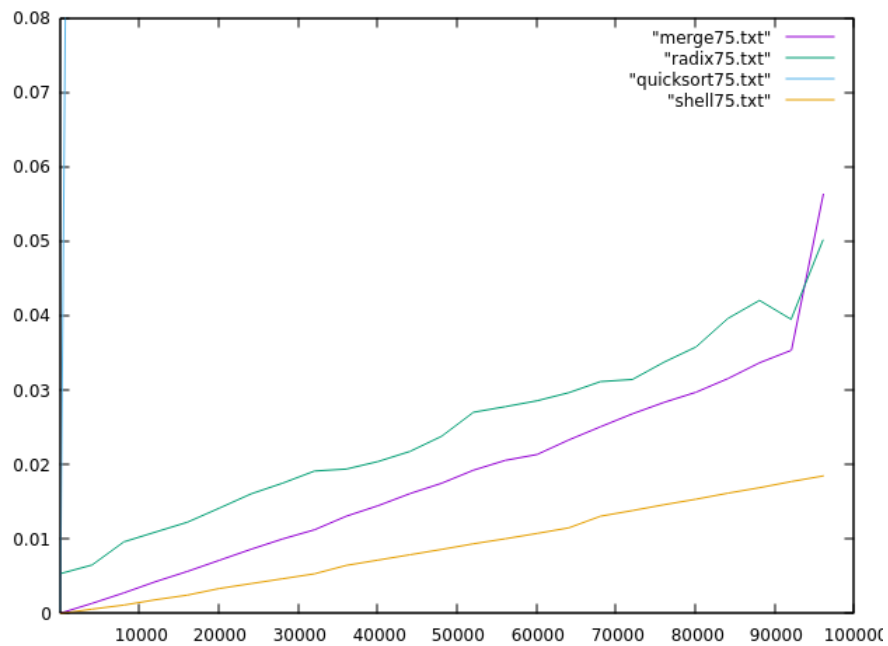
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

#### 3.4.2 Radix e logarítmicos

Para listas 75% ordenadas as funções logaritimicas variaram bastante, com um pico muito alto desde o inicio da função quick sort, e um pico menor ao final da merge. Com a shell se demonstrando mais rapida.



Figura 8: logaritmicas



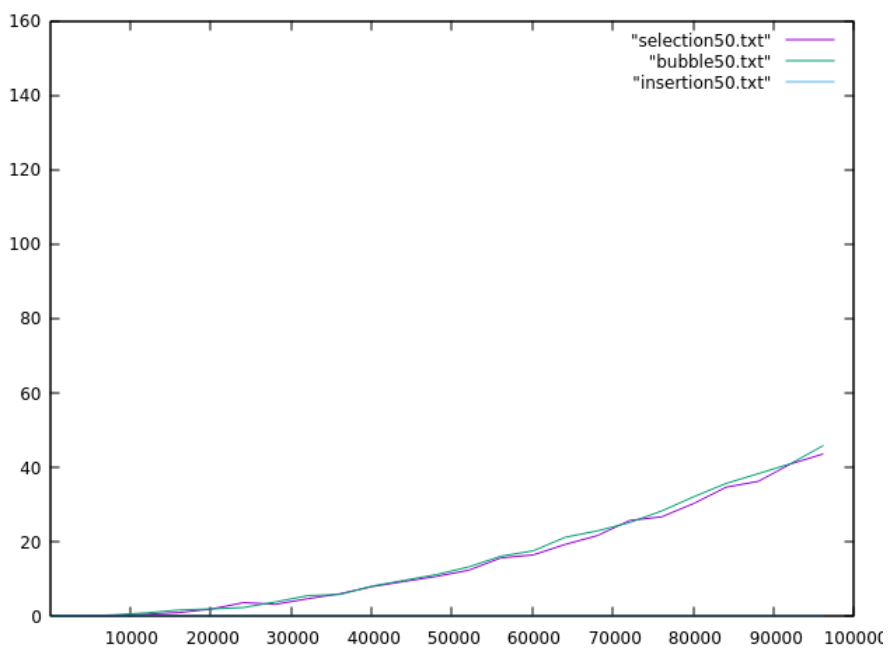
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

### 3.5 Lista 50% ordenada

#### 3.5.1 Quadráticas

Para listas 50% ordenadas as funções quadraticas tiveram desempenho semelhante, tendo um crescimento contínuo.

Figura 9: Quadraticas

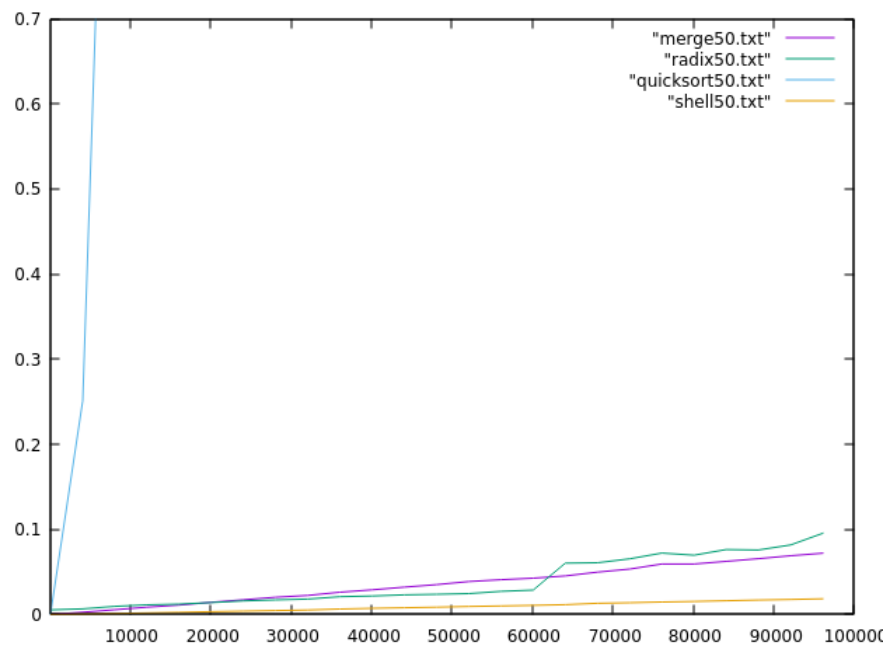


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

### 3.5.2 Radix e logarítmicos

Para listas 50% ordenadas as funções logarítmicas variaram bastante, com um pico muito alto desde o início da função quick sort. Com a shell se demonstrando mais rápida, e as outras duas tendo um desempenho similar.

Figura 10: logarítmicas



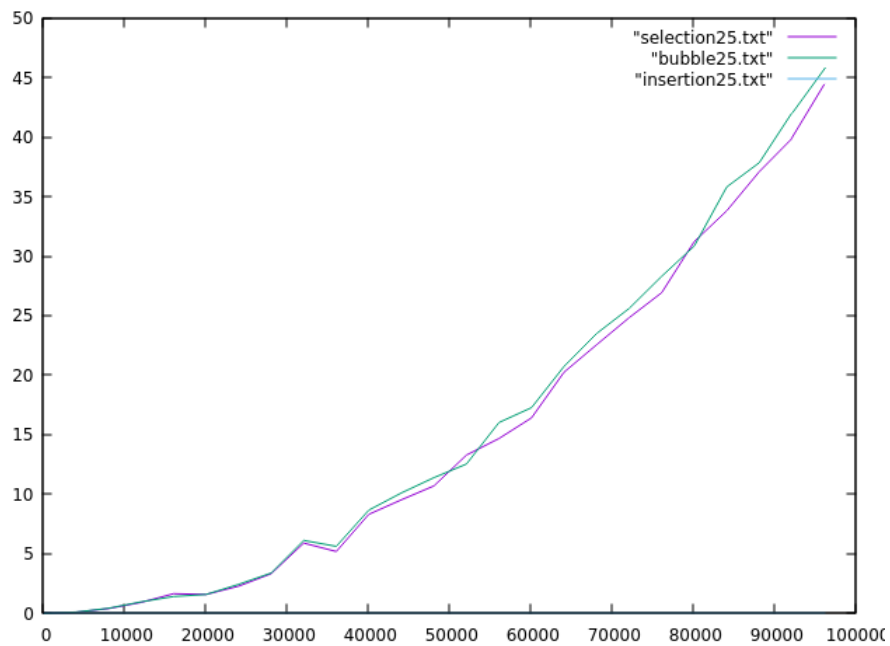
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

## 3.6 Lista 25% ordenada

### 3.6.1 Quadráticas

Para listas 25% ordenadas as funções quadraticas tiveram desempenho semelhante, tendo um crescimento contínuo.

Figura 11: Quadraticas

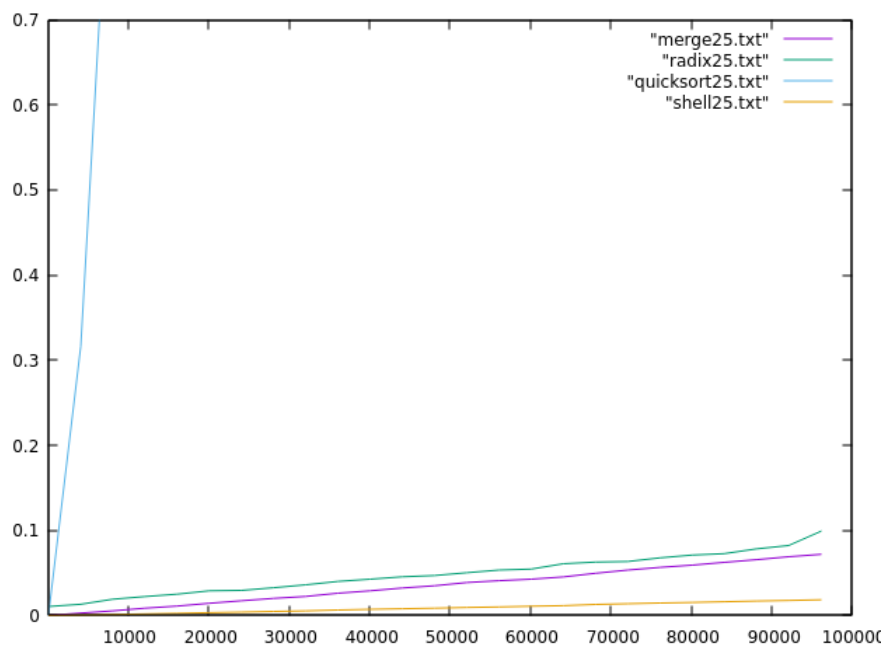


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

### 3.6.2 Radix e logarítmicos

Para listas 25% ordenadas as funções logarítmicas variaram bastante, com um pico muito alto desde o início da função quick sort. Com a shell se demonstrando mais rápida, e as outras duas tendo um desempenho similar.

Figura 12: logarítmicas



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

## 4 Discussão dos Resultados

### 4.1 Observações gerais

O estudo desses algoritmos permite explorar diferentes técnicas de ordenação, podendo assim entender conceitos de complexidade e eficiência na prática, e comparando-os entendendo-se como a quantidade de elementos afeta o desempenho de cada algoritmo. Isso permite reconhecer casos de uso adequados levando em consideração o tamanho da entrada, o estado de ordenação inicial e outros fatores.

### 4.2 Algoritmos para cada caso

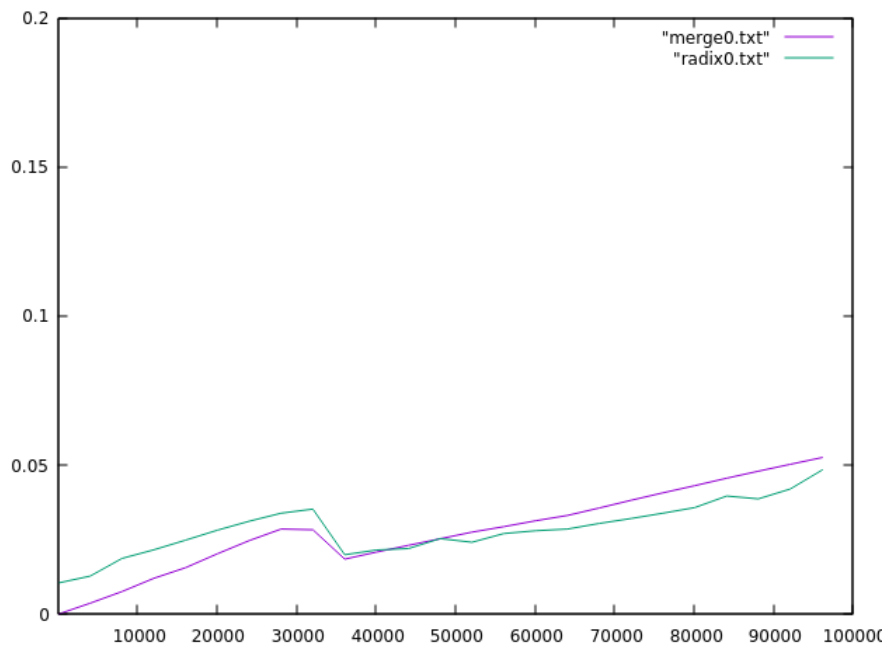
Com base nos dados coletados, chegamos à conclusão de que lidando com conjuntos pequenos ou quase ordenados seria mais viável usar o Insertion Sort e Selection Sort, enquanto para conjuntos pequenos ou com pouca desordem, o Bubble Sort, e por fim, para conjuntos de dados maiores: Shell Sort, Quick Sort, Merge Sort e o Radix Sort.

### 4.3 Decomposição de chave(radix) Vs comparação de chaves

Embora a Complexidade de tempo do radix seja inferior à dos outros algoritmos baseados em comparação de chaves, a escolha entre o radix sort e os algoritmos baseados em comparação de chaves depende das características do problema em questão. Se a ordenação envolve uma relação de ordem complexa e variada ou tipos de dados diversos, os algoritmos baseados em comparação de chaves são mais adequados. Por outro lado, se a ordenação é baseada em dígitos individuais ou caracteres e o tamanho da chave é pequeno em relação ao número de elementos, o radix sort pode ser uma opção mais eficiente.

### 4.4 Quick Sort Vs Merge Sort

O Quick Sort, na prática, geralmente é mais rápido que o Merge Sort. Isso se deve à eficiente manipulação de elementos em um array, uso eficiente da memória cache e menor número de comparações e trocas. No entanto, o desempenho pode variar dependendo dos dados de entrada. O Merge Sort pode ser mais rápido em casos específicos, como quando o array está quase ordenado ou possui muitos elementos repetidos. A escolha do algoritmo mais adequado depende das características dos dados a serem ordenados.



## 4.5 Acontecimentos inesperados dos gráficos

Na criação dos graficos obtivemos um pico inesperado com a função da Quick sort para as amostras que já estavam parcialmente ordenadas.

## 4.6 Estimativa de tempo

Para a estimativa de tempo de  $(10^{12})$  elementos na amostra, tendo como base os resultados anteriores, podemos calcular a taxa de crescimento do tempo em relação ao número de elementos, tal que:

$$taxa = x/(10^5)$$

Onde x é o tempo necessário para uma amostra de  $10^5$  elementos.

Então, podemos estimar o tempo necessário para ordenar  $10^{12}$  elementos utilizando essa taxa de crescimento:

$$\text{Tempo estimado} = Taxa * (10^{12}) = (x/(10^5)) * (10^{12}) = (x * 10^7) \text{ segundos}$$

Sendo assim, para os algoritmos temos que:

- Bubble:  $1,9 * 10^{16}$  segundos
- Selection:  $4,4782 * 10^{15}$  segundos
- Insertion:  $2,137 * 10^{15}$  segundos
- Merge: 12231271 segundos
- Shell: 30887624 segundos

- Radix: 11248741 segundos
- Quicksort: 26178790 segundos