

Fecha: Diciembre, 2025

Área: Teoría de Números

Contacto: jmbricm@gmail.com

Resumen (Abstract)

En este trabajo se introduce una nueva estructura matemática denominada **Árbol Binario de Series Infinitas (ABSI)** definida dentro de un marco de **Espacio Funcionales (EF)**. El sistema utiliza un nodo raíz o "pivot" $N(x)$ que proyecta una estructura bifurcada recursiva basada en el comportamiento de una función de entrada. Se define un algoritmo de proyección que mapea elementos de una serie hacia un camino (Path in $\{0, 1\}$) en el árbol

1. Definiciones Fundamentales

1.1 El Nodo (X): Se define un **Nodo (x)** como una unidad de información que contiene un conjunto numérico determinado $S = \{n_1, n_2, \dots, n_k\}$,

1.2 Nodo Pivot de Geometría N(X): denotado como $N(X)$, actúa como el generador inicial del sistema. Es el punto de origen en el espacio geométrico desde el cual se inyecta el conjunto numérico inicial para iniciar la recursión.

1.3 Nodos Vacíos (~): Se define el conjunto de **Nodos Vacíos** = (\sim) como aquellos Nodos donde S_u [conjunto numérico] Están vacíos.

1.4 Árbol Binario de Series Infinitas (ABSI)

Un **Árbol Binario** en este contexto es una estructura topológica que se bifurca en dos ramas (nodos hijos) de forma recursiva hacia el infinito. Esta expansión solo se ve interrumpida ante la aparición de **Nodos Vacíos** (\sim), que actúan como puntos de terminación o fronteras del árbol.

1.5 Espacio Funcionales

El **Espacio Funcional** se define como el entorno matemático donde se introducen las funciones de transformación. En este espacio, las funciones no se limitan a

procesar valores, sino que operan sobre la proyección para generar la estructura completa del Árbol Binario de Series Infinitas.

1.6 El Algoritmo de Proyección

Para cada nodo, Se recorre Desde el pivote De proyección bajando los niveles hasta el infinito

la función debe devolver una tupla que determine la evolución del sistema:

$$f(x) \rightarrow (v, p)$$

Donde:

- **v**: Es el nuevo valor transformado (el estado del siguiente nodo).
- **p**: Es el discriminador de ruta o *Path*, tal que ($p \in \{L, R\}$), donde $L=0$ y $R=1$.

2. Notación No Convencional para la Claridad Operativa

Se introduce una simbología de desplazamiento para describir la dinámica de los conjuntos numéricos dentro de los Espacios Funcionales:

2.1 El Operador de Desplazamiento ($>m$)

- **>**: Símbolo que representa el operador de **desplazamiento** o salto del conjunto numérico.
- **m**: Representa la **cantidad o magnitud** del salto aplicado a los elementos del conjunto.

2.2 Definición del Nodo Dinámico: ($\{C\}\{V\}$)

La estructura de un nodo en transición se define por la combinación de su dominio y su salto:

- **{C}**: El Conjunto Numérico base (ej. N para Naturales, Z para Enteros).
- **{V}**: El Valor de Salto o magnitud de desplazamiento aplicado al conjunto.

Ejemplo de aplicación:

Si definimos un nodo como (N6), bajo esta notación se desglosa como:

$$(N6) = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$$

Donde el conjunto de los Naturales ha sido transformado por un factor o salto de magnitud 6.

2.3 Ejemplo de Notación de Proyección: ($>9N6$)

Esta expresión combina el desplazamiento y la ubicación:

1. **>9**: Se aplica un desplazamiento de magnitud 9 al conjunto numérico entrante.
2. **N6**: El resultado se proyecta en el nivel 6 del árbol, (9, 15, 21)

3. Indexadores del Espacio Funcional

Para permitir el acceso y la manipulación de los datos dentro de la estructura **ABSI-EF**, se definen operadores de indexación que permiten localizar elementos de forma única en el espacio:

7.1 Sintaxis Operativa:

Se utiliza el operador de alternativa || para denotar equivalencia entre la estructura global y la referencia local (this) de su Espacio Funcional:

- **Acceso por Nivel**: Arbol(n) || this.Nivel(n) . Localiza el nodos en la profundidad n.
- **Acceso por Ruta**: Arbol(n){Ruta} || this.Nivel(n){Ruta}. **Acceso por Nivel + Acceso por Ruta** de un Nivel específico Toma Las Partes siguiendo el camino de bits (L/R).
- **Acceso por Elemento**: Arbol(n){Ruta}[i] || this.Nivel(n){Ruta}[i]. **Acceso por Nivel + Acceso por Ruta + Acceso por Elemento** Localiza el N-ésimo elemento de la serie infinita dentro de un nodo específico.

3 ejemplo En pseudocódigo:

```
enum Path { L = 0, R = 1 }

tuple<int, Path> parEntre2ImparMas1(int x) {
    if (x % 2 == 0)
        return make_tuple(x / 2, Path.R);
    else
        return make_tuple(x + 1, Path.L);
}

EspacioFuncional a = new EspacioFuncional(parEntre2ImparMas1);

a.proyeccion(N1);
/*
    N(N1)

```

/ \
L(>1N2) R(>2N2)
/ \ / \
(~) (>2N2) (>1N2) (~)
*/

6. Conclusión

El modelo ABSI-EF permite visualizar la dinámica de series infinitas no como líneas críticas, sino como estructuras ramificadas en un espacio funcional. La notación de desplazamiento ($>mNk$) facilita la comprensión de cómo conjuntos numéricos complejos se transforman y se posicionan geométricamente según reglas de recursión binaria.