

a) Eliminación de la disyunción

1.-p  $\rightarrow$  (q  $\vee$  r)

2.-p  $\vee$  q

-----

| - q  $\vee$  r

3º hipótesis de 2 obtengo p

4º por MP de 1 y 3 obtengo q $\vee$ r

5ª hipótesis de 2 obtengo q

6 por Introducción de la disyunción en 5 q $\vee$ r

7º |- q $\vee$ r, de 3-4 y de 5-6

**b) Eliminación de la disyunción**

1)  $p \rightarrow q$

2)  $r \rightarrow s$

3)  $p \vee r$

$\vdash q \vee s$

4º hipótesis de 3 obtengo  $p$

5ª por MP de 1 y 4 obtengo  $q$

6º por Introducción de la disyunción en 5  $q \vee s$

7º hipótesis de 3 obtengo  $r$

8º por MP de 2 y 7 obtengo  $s$

9º por Introducción de la disyunción en 7  $q \vee s$

$\vdash q \vee s$ , de 4-6 y de 7-9

c) Por reducción al absurdo

1)  $p \rightarrow (t \vee r)$

2)  $t \rightarrow (s \wedge m)$

3)  $(m \vee r) \rightarrow \neg(t \vee r)$

$\vdash \neg p$

4º hipótesis por rducc. absurd.  $\neg$  la conclusion  $\vdash \neg(\neg p)$   
obtengo  $p$

5ª por MP de 1 y 4 obtengo  $t \vee r$   $\{p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r\} \vdash r$

6º hipótesis en 5 obtengo  $t$

7º por MP de 2 y 6 obtengo  $s \wedge m$

8º por eliminación de la conjunción en 7 obtengo  $m$

9º por Introducción de la disyunción en 9  $m \vee r$

10º hipótesis en 5 obtengo  $r$

11º por Introducción de la disyunción en 10  $m \vee r$

$\vdash \neg p$  por contradicción, de 6-9  $m \vee r$  y de 10-11  $m \vee r$

d) Tener en cuenta la Implicación materia:  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (!p \vee q)$

1)  $(p \vee q) \rightarrow r \vee !(s \rightarrow t)$

2)  $(!s \vee t) \wedge !r$

$\vdash !p \wedge !q$

3ª implicación material en 1 obtengo

$\neg(p \vee q) \vee (r \vee \neg(s \rightarrow t))$

4ª Hipótesis eliminación de la conjunción  
en 3 obtengo  $\neg(p \vee q)$

5º aplico Morgan en 4 obtengo la  
conclusión  $\neg p \wedge \neg q$

6º Hipótesis eliminación de la conjunción  
en 3 obtengo  $(r \vee \neg(s \rightarrow t))$

7º por eliminación de la disyunción en 2  
obtengo  $\neg r$

8º implicación material en el paréntesis de 7  
obtengo  $r \vee \neg(\neg s \vee t) \equiv \neg(\neg s \vee t) \vee r$   
(como en mates el orden de los factores...)

9º 2º ley de morgan  $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$  y que:

$$\neg(\underbrace{\neg(\neg s \vee t)}_P \vee \underbrace{r}_q) \equiv \underbrace{(!s \vee t)}_P \wedge \underbrace{!r}_q$$

$\neg(\neg(\neg s \vee t) \vee r) = \neg\neg(\neg s \vee t) \wedge \neg r = (\neg s \vee t) \wedge \neg r$  que es la 2ª premisa

CONTINUA EN LA ---->

d) Tener en cuenta la Implicación materia:  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (!p \vee q)$

1)  $(p \vee q) \rightarrow r \vee !(s \rightarrow t)$

2)  $(!s \vee t) \wedge !r$

$\vdash !p \wedge !q$

10° por eliminación de la conjunción 9 obtengo  $(\neg s \vee t)$

11° implicación material en 10 obtengo  $s \rightarrow t$

12° intro de la conjunción en 7 y 11 obtengo  $\neg r \vee (s \rightarrow t)$

13° por M. Tollens en 1 y 13 obtengo  $\neg(p \vee q)$       $((p \vee q) \wedge \neg p) \vdash q$

14° aplico Morgan en 13 obtengo la conclusión  $\neg p \wedge \neg q$

$\vdash \neg p \wedge \neg q$ , eliminac conjunc. 4-5 y 6-14

d) Tener en cuenta la Implicación materia:

$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (!p \vee q)$

1)  $(p \vee q) \rightarrow r \vee !(s \rightarrow t)$

2)  $!(s \vee t) \wedge !r$

$\vdash !p \wedge !q$

3º por red. abs.  $\neg(\neg p \wedge \neg q) \equiv p \vee q$

4º por MP de 1 y 3 obtengo  $r \vee \neg(s \rightarrow t)$

5ª Hipótesis eliminación de la conjunción  
en 2 obtengo  $\neg r$

6º por silogismo disyuntivo en 4 y 5  
obtengo  $\neg(s \rightarrow t)$

7º implicación material en 7 obtengo  $\neg(\neg s \wedge t)$   
simplificando  $\neg\neg s \wedge \neg t \equiv s \wedge \neg t$

8º eliminación de la conjunción en 7  
obtengo  $\neg t$

9º Hipótesis eliminación de la conjunción  
en 2 obtengo  $\neg(s \vee t)$

10º aplico Morgan en 9  $\neg s \wedge \neg t$

11º eliminación de la conjunción en 10  
obtengo  $\neg t$