

# Instituto Superior Técnico

Mestrado Integrado em Engenharia Aeroespacial Controlo de Voo $2^{\underline{o}} \; {\rm Semestre} \; 2019/2020$ 

TB30 - Velocidade Ar e Altitude - Seguimento de Solo

Projeto de Aplicação

**Grupo 29:** 86681, Rui Magalhães 89671, Inês Rodrigues

Docente: Prof. José Raul Azinheira

28 de maio de 2020

# Índice

R	esumo	1
1	Determinação e Análise do Modelo	1
2	Sistema de Aumento de Estabilidade	2
3	Controlo de Atitude e Trajetória	3
4	Atuadores e Sensores	5
5	Simulação de Seguimento de Solo	7
6	Conclusão e Análise Crítica	10
R	eferências	10

#### Resumo

Neste trabalho, é projetado um controlador para o modo longitudinal da aeronave TB-30, utilizando as ferramentas Matlab e Simulink.

Primeiramente, analisa-se o modelo longitudinal em anel aberto e as qualidades de voo. De seguida, recorre-se a um sistema de aumento de estabilidade, mais especificamente à realimentação da velocidade longitudinal para o motor, com o objetivo de aumentar o coeficiente de amortecimento do modo fugóide. Posteriormente, utilizando controlo ótimo (Regulador Quadrático Linear), pretende-se seguir a velocidade ar e altitude. No ponto seguinte, incluem-se sensores e atuadores, introduzindo limitações realistas ao sistema. Por fim, verifica-se o funcionamento do controlador projetado na simulação de seguimento de solo.

### Introdução

O objetivo deste trabalho é desenvolver um controlador para o modo longitudinal da aeronave TB-30, cumprindo todas as restrições impostas. Pretende-se que a aeronave tenha qualidades de voo de nível 1 e que o coeficiente de amortecimento do modo fugóide seja superior a 0.6.

Deste modo, são analisadas as características do anel aberto, anel fechado, a resposta a pedidos de velocidade ar e altitude, incluídos sensores e atuadores não ideais e, por fim, é realizada uma simulação de seguimento de solo no domínio do tempo.

Para além disso, é pedido que durante a simulação o ângulo de ataque seja inferior a 15 graus e o ângulo de picada inferior a 30 graus, para que a aproximação linear seja válida. Considera-se ainda vento constante de 10  $\rm m/s$  a soprar de frente.

# 1 Determinação e Análise do Modelo

A aeronave em estudo é o TB-30, um avião bi-lugar e monomotor, com o objetivo de servir a instrução de pilotagem [2]. Para definir os critérios longitudinais para o voo de nível 1, é necessário conhecer a fase de voo que, neste caso, é de categoria A, uma vez que se pretende fazer uma simulação de seguimento de solo. Assim, para um voo de nível 1 e categoria A, o coeficiente de amortecimento  $(\xi)$  do modo fugóide deverá ser superior a 0.04 e o  $\xi$  do modo período curto estar entre 0.35 e 1.3.

De seguida, apresenta-se a dinâmica do sistema na sua formulação em espaço de estados,  $\dot{x} = Ax + Bu$ , para o caso determinístico e para sistemas lineares invariantes no tempo, com o estado  $x = [u, \omega, q, \theta]^T$  e entrada  $u = [\delta_E, \delta_T]^T$ , em que as matrizes A, da dinâmica, e B, de entrada, são dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & -W_0 & -gc_{\theta_0} \\ Z_u & Z_w & U_0 & -gs_{\theta_0} \\ (M_u + M_{\dot{w}}Z_u) & (M_w + M_{\dot{w}}Z_w) & (M_q + M_{\dot{w}}U_0) & -gs_{\theta_0}M_{\dot{w}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0968 & -0.0462 & -4.0410 & -9.4637 \\ -0.4451 & -5.5493 & 43.9336 & -2.5836 \\ 0.0626 & -0.3388 & -7.4690 & 0.3635 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_E} & Z_{\delta_T} \\ (M_{\delta_E} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_E}) & (M_{\delta_T} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_T}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8.2370 \\ -10.6530 & 0 \\ -13.1741 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Modos	Pólos	ξ	$\omega_n(\mathrm{rad/s})$	T(s)
Período Curto	$-6.52 \pm 3.73i$	0.868	7.51	0.153
$\mathbf{Fug}$ óide	$-0.0361 \pm 0.278i$	0.129	0.280	27.7

Tabela 1: Pólos e características físicas do sistema em anel aberto

Por fim, utilizando a função damp() do MATLAB obtêm-se os pólos e características físicas do sistema em anel aberto, apresentados na Tabela 1. Esta configuração é convencional, uma vez que consiste em dois pares de pólos complexos conjugados. Por observação do respetivo  $\xi$ , conclui-se que o modo longitudinal é de nível 1. No entanto, o coeficiente de amortecimento da fugóide não cumpre o requisito do problema, pelo que se irá recorrer a um sistema de aumento de estabilidade. De notar ainda que há uma boa separação entre a fugóide e o período curto  $(\omega_{pc} \approx 27\omega_f)$ , relevante para aeronaves de pilotagem manual.

#### 2 Sistema de Aumento de Estabilidade

Como foi mencionado na análise do modelo da aeronave, o coeficiente de amortecimento do modo fugóide não cumpre o requisito estipulado ( $\xi_f > 0.6$ ), sendo necessária a implementação de um sistema de aumento de estabilidade (SAE), utilizando lógica do tipo SISO (Single Input Single Output). Para tal, foi realizada uma realimentação da velocidade longitudinal para o motor, visto este ser o principal atuador do modo fugóide, caracterizado por subidas e descidas em que há trocas de energia potencial com energia cinética. Através desta realimentação, obtém-se o Lugar Geométrico das Raízes (LGR) representado na Figura 1.

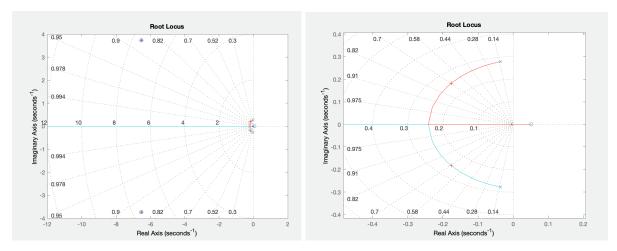


Figura 1: LGR

Figura 2: Modo Fugóide

Com auxílio da função rlocfind() do MATLAB escolhe-se um ponto, pertencente aos ramos do LGR, a  $45^{\rm o}$  tal que  $\xi$  se aproxime de  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , cumprindo ainda o requisito  $\xi > 0.6$  para o modo fugóide, conforme a Figura 2. Assim, obtêm-se novos pólos, representados na Tabela 2, e um ganho k = 0.0340. Verifica-se o cumprimento do requisito e ainda que o modo período curto não sofreu alterações, tal como pretendido. À semelhança do ponto anterior, existe uma boa separação entre a fugóide e o período curto ( $\omega_{pc} \approx 30\omega_f$ ).

Modos	Pólos	ξ	$\omega_n(\mathrm{rad/s})$	T(s)
Período Curto	$-6.52 \pm 3.73i$	0.868	7.51	0.153
$\mathbf{Fug\'oide}$	$-0.177 \pm 0.182i$	0.696	0.254	5.66

Tabela 2: Pólos e características físicas do sistema em anel fechado

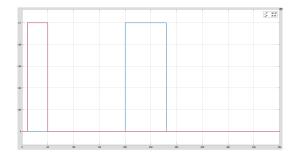


Figura 3:  $\delta_E$  (azul) e  $\delta_T$  (vermelho)

De seguida, analisa-se a resposta do sistema às entradas do tipo retângulo da Figura 3. Por observação da Figura 4, conclui-se que o erro estático é nulo e, apesar da resposta apresentar sobreelevações, é estável e rápida.

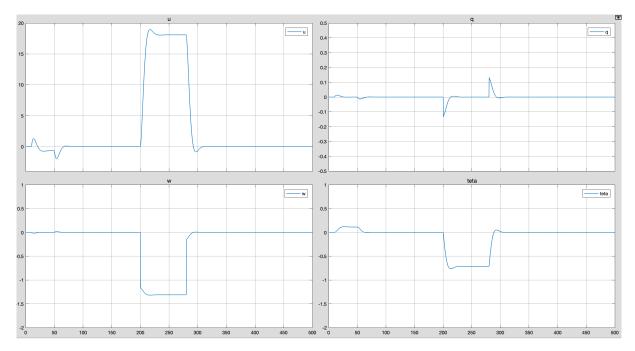


Figura 4: Resposta a entradas do tipo retângulo

## 3 Controlo de Atitude e Trajetória

Com o objetivo de seguir a velocidade ar e altitude da aeronave, introduz-se uma solução de controlo ótimo, utilizando a ferramenta Regulador Quadrático Linear (LQR), pois prevê-se que a utilização de lógica SISO não permitirá obter os resultados pretendidos para o modo longitudinal. Em primeiro lugar, é necessário adicionar ao sistema um quinto estado integrativo, a altitude,  $\dot{h} = U_0 \theta - w$ , o que não influencia a estabilidade do modelo, pois a dinâmica da aeronave não depende da altitude, mas dá origem a um novo estado  $x = [u, \omega, q, \theta, h]^T$  e a novas matrizes A e B.

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & -W_0 & -gc_{\theta_0} & 0 \\ Z_u & Z_w & U_0 & -gs_{\theta_0} & 0 \\ (M_u + M_{\dot{w}}Z_u) & (M_w + M_{\dot{w}}Z_w) & (M_q + M_{\dot{w}}U_0) & -gs_{\theta_0}M_{\dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & U_0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0968 & -0.0462 & -4.0410 & -9.4637 & 0 \\ -0.4451 & -5.5493 & 43.9336 & -2.5836 & 0 \\ 0.0626 & -0.3388 & -7.4690 & 0.3635 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 43.9336 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_E} & Z_{\delta_T} \\ (M_{\delta_E} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_E}) & (M_{\delta_T} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_T}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8.2370 \\ -10.6530 & 0 \\ -13.1741 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nesta abordagem, pretende-se minimizar a função de custo dada por  $J=\frac{1}{2}\int_0^\infty (x^TQx+u^TRu)dt$  em que  $Q\geq 0$  e R>0 são matrizes de ponderação dos estados e entradas. Estas matrizes foram obtidas utilizando o Método de Bryson, sendo  $Q=diag(Q_i)$ , com  $Q_i=\frac{1}{x_{i,max}^2}$  e  $R=diag(R_i)$ , com  $R_i=\frac{1}{u_{i,max}^2}$ .

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32.8281 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 525.2490 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 364.7563 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} 364.7563 & 0 \\ 0 & 25.0000 \end{bmatrix}$$

Com recurso à função lqr() do Matlab obtém-se a matriz de ganho K da realimentação.

$$K = \begin{bmatrix} -0.0053 & -0.1048 & -1.1078 & -4.0024 & -0.0494 \\ 0.2109 & -0.0756 & 0.1093 & 5.3805 & 0.0668 \end{bmatrix}$$

Modos	Pólos	ξ	$\omega_n(\mathrm{rad/s})$	T(s)
Período Curto	$-13.8 \pm 5.64i$	0.926	14.9	0.0725
Fugóide	$-0.660 \pm 0.629i$	0.724	0.912	1.51
Altitude	-1.65	1.000	1.65	0.607

Tabela 3: Pólos e características do sistema com controlo ótimo

Por análise dos dados da Tabela 3, conclui-se que todos os requisitos são cumpridos, isto é, as qualidades de voo são de nível 1 e o coeficiente de amortecimento do modo fugóide é superior a 0.6. Para além disso, o modo período curto tornou-se mais rápido, ou seja, os pólos correspondentes moveram-se para a esquerda. Há ainda uma boa separação entre o modo período curto e fugóide ( $\omega_{pc} \approx 16\omega_f$ ).

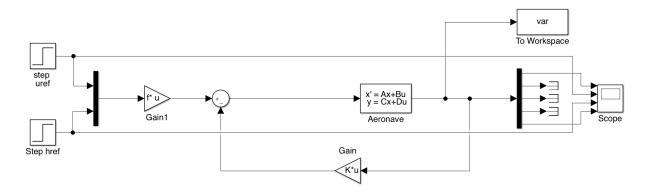


Figura 5: Implementação do LQR

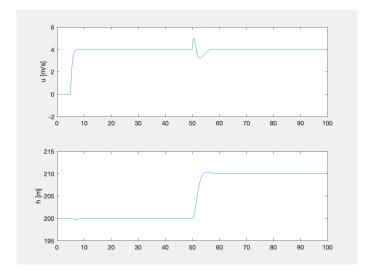


Figura 6: Resposta a pedidos de velocidade e altitude

De seguida, implementou-se a solução no SIMULINK, como se pode verificar na Figura 5 e realizou-se uma simulação no tempo, durante 100 segundos, que consta na Figura 6. Após 5 segundos do início da simulação, é feito um pedido de 4 m/s para a velocidade longitudinal, sendo a resposta do sistema rápida e estável. Passados 50 segundos, é introduzido um degrau de 210 m para a altitude. Durante a subida da aeronave, existe uma oscilação no valor da velocidade que permite atingir a altitude desejada. No entanto, ambas as respostas consideram-se muito rápidas e tendem para o valor pedido, sem oscilações consideráveis.

### 4 Atuadores e Sensores

De forma a tornar a simulação mais realista, são introduzidos atuadores e sensores não ideais, que limitam o sistema, sendo a sua implementação concretizada em SIMULINK, consoante o diagrama da Figura 7.

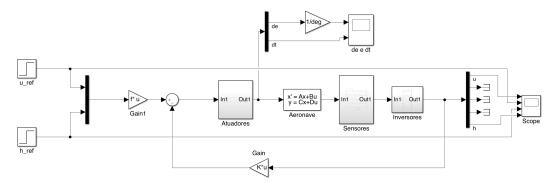


Figura 7: Implementação dos Sensores, Atuadores e Inversores

A modelação dos atuadores, leme de profundidade e motor, representada na Figura 8, é colocada no bloco imediatamente antes do modelo da aeronave, uma vez que limita fisicamente a entrada do sistema. Para os dois atuadores, foi adicionado um bloco Zero Order Hold que permite simular a frequência de amostragem de 40 Hz, um bloco de saturação que garante que os valores de  $\delta_E$  e  $\delta_T$  estão compreendidos, respetivamente, entre -21º e 28º e entre -0.13, a condição inicial, e 0.77 e um bloco com uma função de transferência de primeira ordem que modela a constante de tempo. Para o caso do leme de profundidade, é ainda colocado um bloco Rate Limiter que pretende limitar a velocidade de deflexão desta superfície controladora a 1 radiano/segundo e dois blocos com ganhos que permitem converter a unidade angular de radianos para graus e vice-versa.

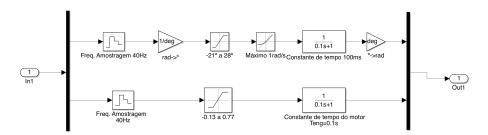


Figura 8: Atuadores

Os sensores são introduzidos após o bloco do modelo da aeronave, pois têm como objetivo medir a velocidade longitudinal, a velocidade vertical, a razão de picada, o ângulo de picada e a altitude. Para tal, utilizam-se, de forma respetiva, um sensor de velocidade ar, um sensor de ângulos aerodinâmicos, um sensor de razões angulares, um giroscópio vertical e um radioaltímetro, implementados conforme demonstrado na Figura 9.

O sensor de velocidade ar corresponde à colocação de um bloco com a função de transferência da dinâmica do sensor, adição do valor inicial da velocidade longitudinal  $(U_0)$  à sua variação (u), seguida de um ganho que transforma as unidades da velocidade de metros por segundo para nós, um bloco de saturação que garante que o mesmo valor se situa entre 0 e 1000 nós, um ganho (quociente entre a gama de medida do sensor e os extremos da variável a medir) que o converte para a grandeza medida pelo sensor, em Volts, e por fim um bloco de saturação que define a gama de medida deste sensor.

Como não está disponível um sensor de medição da velocidade vertical, mede-se o ângulo de ataque ( $\alpha$ ) que pode ser relacionado através da expressão  $w=U_0\times\alpha$ . Assim, primeiramente obtém-se o valor do  $\alpha$ 

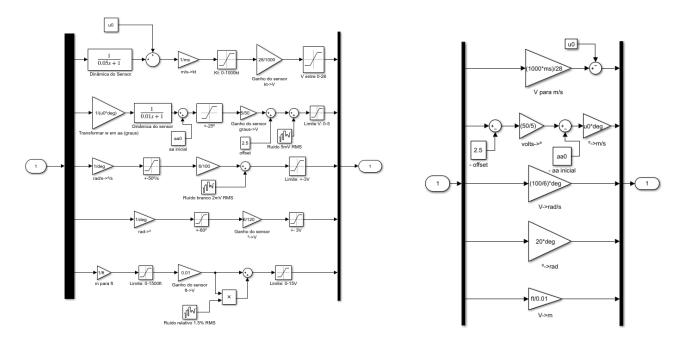


Figura 9: Sensores

Figura 10: Inversores

correspondente, introduz-se o bloco da dinâmica do sensor, de seguida adiciona-se o seu valor inicial,  $\alpha_0$ , e insere-se o bloco de saturação, de forma a garantir que são medidos valores compreendidos entre -25º e 25º, o ganho do sensor, calculado como explicado anteriormente, que transforma a medição em voltagem, sendo adicionado um offset, pois a gama de medida inclui valores negativos e a tensão varia entre 0V e 5V, o bloco do ruído do sensor, determinado pela expressão  $NoisePower = \frac{RMS^2}{f_{amostragem}}$  e, por fim, o bloco de saturação que restringe a tensão medida entre 0V e 5V, como mencionado.

Para concretizar o sensor da razão angular de picada, aplica-se o bloco do ganho que permite transformar a grandeza angular de radianos por segundo para graus por segundo, um bloco de saturação que a limita entre  $-50^{\circ}/\mathrm{s}$  e  $50^{\circ}/\mathrm{s}$ , o ganho do sensor, à semelhança dos casos anteriores, o ruído branco correspondente a 2mV RMS e o bloco de saturação para a gama de medida do sensor, entre -3V e 3V.

O sensor do ângulo de picada consiste na conversão do mesmo de radianos para graus, seguido de um bloco de saturação para valores entre  $-60^{\circ}$  e  $60^{\circ}$ , o ganho do sensor e, finalmente, um bloco de saturação que limita a gama da medição entre -3V e 3V.

Por fim, o radioaltímetro é representado por um ganho que converte a altitude de metros para pés, um saturador que limita este valor entre 0 ft e 1500 ft, o ganho do sensor, um ruído relativo de 1.5% em relação à medição e um saturador final para que a medição seja compreendida entre 0V e 15V.

Os inversores, representados na Figura 10, têm como objetivo converter a voltagem das grandezas medidas pelos sensores nas grandezas inicialmente utilizadas pelo sistema, que são realimentadas. Esta conversão é realizada através da introdução de ganhos inversos aos utilizados nos sensores e da subtração dos blocos constantes anteriormente adicionados.

Finalmente, verifica-se a resposta do sistema com sensores e atuadores, através de uma simulação no domínio do tempo, Figuras 11 e 12. A duração da simulação é de 100 segundos e os pedidos ocorrem passados 10 segundos, 5 m/s para a velocidade longitudinal, e após 50 segundos, 60 m de altitude. Como esperado, observam-se oscilações na resposta do sistema, provocadas pelo ruído introduzido. No entanto, o sistema permanece estável e rápido, cumprindo os pedidos introduzidos, sendo o gráfico obtido muito semelhante ao caso ideal.

Na Figura 12, podemos observar a resposta de  $\delta_E$  e  $\delta_T$  durante a mesma simulação. Note-se que os picos dos valores correspondem exatamente aos instantes de introdução dos degraus na simulação. Para além disso, após a introdução dos sensores e atuadores, verifica-se que os atuadores operam dentro das suas limitações físicas.

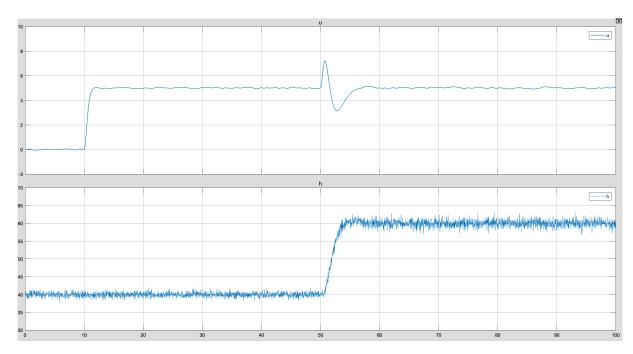


Figura 11: Velocidade Longitudinal e Altitude

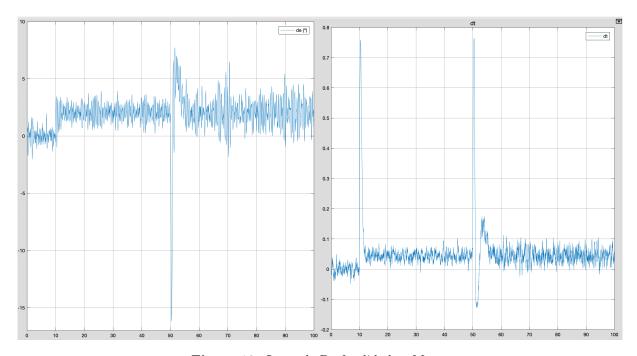


Figura 12: Leme de Profundidade e Motor

# 5 Simulação de Seguimento de Solo

O objetivo final do controlador desenvolvido neste projeto é simular o seguimento de solo de um perfil definido. Para isso, é essencial modelar o percurso que deve ser seguido pela aeronave e calcular a posição da mesma, pois esta é uma das informações mais relevantes.

A posição da aeronave é calculada através da integração da componente horizontal da velocidade relativamente ao solo. Essa componente é obtida através da seguinte fórmula:  $v_h = v cos(\gamma)$ , onde  $v_h$  é a velocidade horizontal relativamente ao solo, v é a velocidade relativamente ao solo, que é obtida considerando  $V_{ar} \approx u0 + u$  e, de seguida, somando o vento frontal cujo valor é de 10 m/s, e  $\gamma$  é obtido através da equação:  $\gamma = \theta - \alpha$ . Depois deste processo, através de uma função no MATLAB, relaciona-se a posição da aeronave com a altitude do solo. Na imagem seguinte encontra-se representado o diagrama de blocos utilizado no SIMULINK.

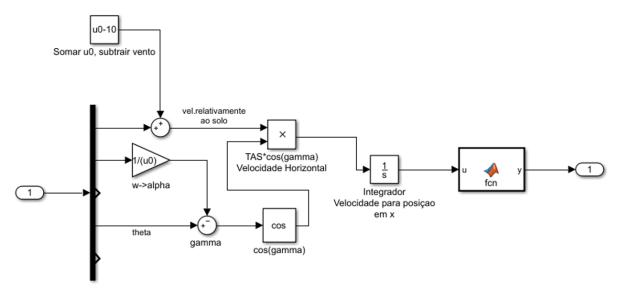


Figura 13: Dinâmica para Seguimento de Solo

Após obter a dinâmica necessária para realizar o seguimento de solo, é possível concretizar a simulação. Foi considerado que a aeronave segue o solo a uma distância vertical de 50 metros, sendo então imposto  $h_{ref} = 50$ m e como é pretendido que a TAS se mantenha constante, o valor  $u_{ref} = 0$  foi imposto. O diagrama de blocos utilizado para a simulação, que inclui a representação de todas as variáveis relevantes, encontra-se representado na Figura 14.

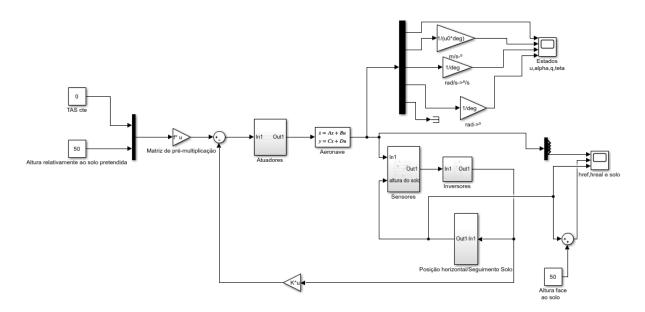


Figura 14: Implementação do Seguimento de Solo

Na simulação foi verificado que, tal como estipulado nas condições iniciais, a aeronave encontra-se 50 metros acima do solo. O solo apresenta uma descida de declive constante, observa-se que a aeronave demora cerca de 3 segundos até começar a descer e durante toda a descida mantém-se a uma distância de aproximadamente 15 metros da distância ao solo pretendida. Este atraso ocorre devido à sua constante de tempo, que resultou da implementação de sensores e atuadores, mas também devido à dificuldade de seguir sem erro entradas que estejam constantemente a variar. Este erro poderia ser corrigido tornando a resposta da aeronave mais rápida, mas poderia implicar um aumento do acoplamento entre a velocidade longitudinal e a altitude, o que não é desejável, pois pode colocar em causa a hipótese de linearidade. De seguida encontra-se a primeira parte do trajeto onde o valor de referência é constante e de novo observa-se um atraso na resposta (aproximadamente 6

segundos) até finalmente estabilizar no valor pretendido, onde é possível verificar um erro estático nulo, que foi garantido através da matriz de pré-multiplicação. Na troço seguinte do percurso, é realizada uma subida onde é possível voltar a observar o atraso na resposta, o que neste caso significa que aeronave se encontra abaixo da referência (aproximadamente 15 metros), sendo relevante assegurar que se mantém acima do solo, o que é verificado. Por fim, no ultimo troço, a referência é constante e a aeronave, mais uma vez com atraso, consegue estabilizar no valor de altitude pretendido.

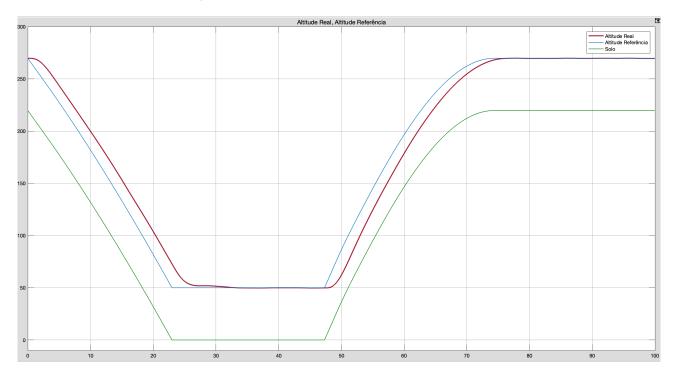


Figura 15: Simulação de Seguimento de Solo

De modo a garantir que os estados mantêm valores aceitáveis durante o seguimento de solo, é necessário estudar a forma como estes variam ao longo da manobra.

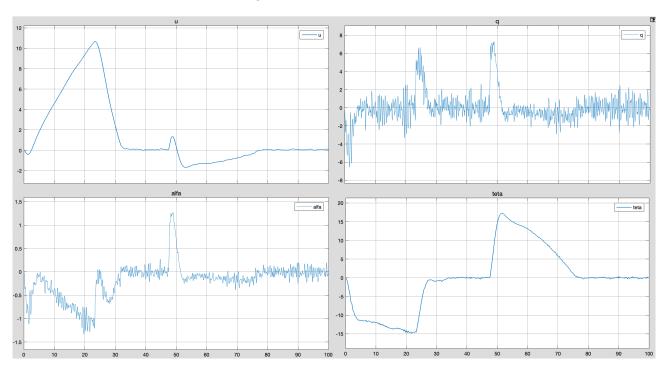


Figura 16: Variação de u,  $\alpha$ , q e  $\theta$  ao longo da manobra

É possível verificar que a velocidade longitudinal tem tendência para voltar a zero após a realização de qualquer manobra. Esta observação mostra que há um certo desacoplamento entre a velocidade longitudinal e a altitude e também que a aeronave tende a seguir a referência que lhe foi imposta, neste caso  $u_{ref} = 0$ . A variação da velocidade longitudinal máxima é de aproximadamente 10.5 m/s, o que garante a condição de linearidade (tendo em conta o valor de  $U_0$ ).

Relativamente aos valores dos restantes estados, também é necessário assegurar que estes variam dentro de limites aceitáveis e tendo em conta que os valores máximos para  $\alpha$ ,  $\theta$  e q são respetivamente 1.25°, 17° e 7.5°/s, é possível concluir que os estados assumem valores aceitáveis.

#### 6 Conclusão e Análise Crítica

Após análise das secções anteriores, conclui-se que os objetivos do Projeto de Aplicação foram cumpridos, na medida em que se obteve um modelo com qualidades de voo de nível 1, o coeficiente de amortecimento do modo fugóide é superior a 0.6, a simulação de seguimento de solo foi sucedida e os ângulos de ataque e picada durante a mesma são, respetivamente, inferiores a 15 graus e 30 graus.

A análise do modelo determinou que as qualidades de voo iniciais são de nível 1. No entanto, o coeficiente de amortecimento do modo fugóide de 0.129 é insatisfatório. Através da utilização da ferramenta Lugar Geométrico das Raízes, este valor é alterado para 0.696, encontrando-se no intervalo pedido, sem alteração dos pólos do modo período curto.

Os resultados obtidos após a implementação do Sistema de Aumento de Estabilidade são melhorados quando se introduz uma solução de Controlo Ótimo, mais propriamente a ferramenta Regulador Quadrático Linear, efetuando-se o controlo da trajetória da aeronave. Assim, acrescenta-se a altitude como estado do sistema, com o objetivo de efetuar o seu seguimento. A principal dificuldade nesta etapa deve-se à determinação das matrizes Q e R, através do Método de Bryson. No entanto, após um pequeno ajuste, foi possível obter os resultados desejados.

De facto, após a introdução do sensores e atuadores, estes são limitados fisicamente e verifica-se a existência de ruído nas respostas, mas que não prejudica a estabilidade e rapidez das mesmas de forma significativa.

Por fim, a simulação de seguimento de solo confirma a rapidez e estabilidade do sistema. A diferença entre a altitude real e a altitude de referência resulta do facto de o sistema não ser ideal nem instantâneo, observando-se um atraso no ajuste da altitude real em relação à altitude de referência, como previsto previamente.

#### Referências

- [1] Azinheira, J.R. (2020), Controlo de Voo, DEM IST.
- [2] Força Aérea Portuguesa: "Aerospatiale Epsilon TB-30" https://www.emfa.pt/aeronave-9-aerospatiale-epsilon-tb30 acedido a 12/05/2020