

Instituto Superior Técnico

Licenciatura em Engenharia Aeroespacial

Controlo de Voo

XIMAS-1 - Velocidades Ar e de Subida - Seguimento de Solo

Projeto de Aplicação

Grupo 19:

95790, Francisco Does
95815, José Bento
95847, Thomas Childs

Docente:

Prof. José Raúl Azinheira

29 maio 2022

P4 - 2º Semestre 2021/2022

Conteúdo

| | |
|--|----------|
| Introdução | 1 |
| 1 Determinação e Análise do Modelo Estudado | 1 |
| 1.1 Análise de Estabilidade | 1 |
| 1.2 Análise das Qualidades de Voo | 2 |
| 2 Sistema de Aumento de Estabilidade | 2 |
| 3 Controlo de Atitude e Trajetória | 4 |
| Referências | 6 |

Introdução

O objetivo deste trabalho é projetar um controlador para o movimento longitudinal do planador Ximas, utilizando as ferramentas SCILAB e XCOS, MATLAB e SIMULINK. O objetivo último deste controlador é conseguir garantir o seguimento das velocidades ar e de subida com vista a um seguimento de solo, em perfil longitudinal, bem sucedido. Pretende-se que as qualidades de voo associadas sejam de nível 1, com coeficiente de amortecimento do modo fugóide não inferior a 0.6.

No âmbito desta primeira fase de desenvolvimento do projeto, começou-se por definir o modelo linearizado longitudinal da aeronave. Em seguida, calcularam-se os pólos da dinâmica do sistema e identificaram-se a que modos longitudinais correspondiam. Por último, calcularam-se as frequências naturais dos mesmos, bem como as suas constantes de amortecimento e tempos característicos, para proceder à classificação das qualidades de voo longitudinais da aeronave.

1 Determinação e Análise do Modelo Estudado

A aeronave em estudo é o Ximas (Ximango), um moto-planador monomotor de construção brasileira, para o qual consideramos apenas como superfícies de controlo longitudinais o leme de profundidade, *flaps* e *spoiler*. [3]

Em seguida, apresenta-se a dinâmica do sistema, na sua formulação em espaço de estados, $\dot{x} = Ax + Bu$. Considerou-se, para já, que a saída pretendida era o próprio estado do sistema (isto é, $y = Cx + Du$, com C uma matriz identidade e D uma matriz de zeros com a mesma dimensão de A). O estado considerado foi o estado $x = [u, w, q, \theta]^T$ e a entrada de controlo considerada foi $u = [\delta_E, \delta_F, \delta_{SP}]^T$. Foi incluída a deflexão dos *flaps* como variável de controlo, embora esta não seja usada (será mantido o valor inicial). É ainda de notar que, ao contrário do que é o habitual, não se pôde desprezar os valores das derivadas $Z_{\dot{w}}$ e Z_q , pelo que foi necessário adaptar as matrizes da dinâmica, A , e do controlo, B :

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & -W_0 & -g.c\theta_0 \\ \widetilde{Z}_u & \widetilde{Z}_w & \widetilde{Z}_q & \widetilde{Z}_\theta \\ \widetilde{M}_u & \widetilde{M}_w & \widetilde{M}_q & \widetilde{M}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0822 & 0.0058 & -2.2790 & -9.7880 \\ -0.5517 & -3.1284 & 29.7117 & -0.6318 \\ -0.0379 & -0.2725 & 1.9857 & -0.0434 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & X_{\delta_F} & X_{\delta_{SP}} \\ \widetilde{Z}_{\delta_E} & \widetilde{Z}_{\delta_F} & \widetilde{Z}_{\delta_{SP}} \\ \widetilde{M}_{\delta_E} & \widetilde{M}_{\delta_F} & \widetilde{M}_{\delta_{SP}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1.1170 & -1.3590 \\ 1.1366 & 0 & 0 \\ -5.2179 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

As variáveis presentes nestas matrizes foram definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} W_0 &= \alpha_0 U_0 & \widetilde{Z}_u &= \frac{Z_u}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_{\delta_F} &= \frac{Z_{\delta_F}}{1-Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_u &= M_u + M_{\dot{w}} \frac{Z_u}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_w &= \frac{Z_w}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_{\delta_{SP}} &= \frac{Z_{\delta_{SP}}}{1-Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_w &= M_w + M_{\dot{w}} \frac{Z_w}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_q &= \frac{Z_q + U_0}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{M}_{\delta_E} &= M_{\delta_E} + M_{\dot{w}} \frac{Z_{\delta_E}}{1-Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_q &= M_q + M_{\dot{w}} \frac{U_0 + Z_q}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_\theta &= -\frac{gs\theta_0}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{M}_{\delta_F} &= M_{\delta_F} + M_{\dot{w}} \frac{Z_{\delta_F}}{1-Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_\theta &= -M_{\dot{w}} \frac{gs\theta_0}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_{\delta_E} &= \frac{Z_{\delta_E}}{1-Z_{\dot{w}}} & \widetilde{M}_{\delta_{SP}} &= M_{\delta_{SP}} + M_{\dot{w}} \frac{Z_{\delta_{SP}}}{1-Z_{\dot{w}}} \end{aligned}$$

1.1 Análise de Estabilidade

Em seguida, apresentam-se na Tabela 1 os pólos e características físicas do sistema em anel aberto. Estas foram obtidas diretamente a partir do modelo em espaço de estado definido acima, com recurso às funções *syslin()*, *spec()* e *damp()* do SCILAB.

| | Pólos | ω_n [rad/s] | ξ | Tempo Característico [s] |
|---------------|---------------------|--------------------|--------|--------------------------|
| Período Curto | $-0.707 \pm 1.25i$ | 1.43 | 0.493 | $T_{1/2} = 0.981$ |
| Fugóide | $0.0944 \pm 0.375i$ | 0.387 | -0.244 | $T_2 = 7.35$ |

Tabela 1: Pólos e características físicas do sistema em anel aberto.

É de notar que o modo fugóide é instável (os seus pólos são complexos conjugados que se encontram no semiplano complexo direito), o que se reflete também ao nível do fator de amortecimento obtido (negativo).

1.2 Análise das Qualidades de Voo

Para melhor entender as características de controlabilidade da aeronave em estudo é necessário estudar as suas qualidades de voo. Uma vez que os critérios e a exigência de controlo variam de aeronave para aeronave e dependem da fase de voo em que esta se encontra, é preciso enquadrar estes parâmetros numa de várias classes definidas pelas condições mencionadas.

No enunciado do problema é disponibilizada a massa da aeronave (massa = 3236 kg). Este valor enquadra-se na **Classe I**, da qual fazem parte "aviões de turismo (até 5000 kg)"[1].

Relativamente à categoria de voo, foi necessário ter em conta diferentes fatores, nomeadamente a missão a desempenhar pela aeronave, as condições de realização da missão (fase de voo) e a necessidade de um controlo preciso de trajetória. Neste caso, é pretendido efetuar o seguimento de solo longitudinal, que "corresponde a um seguimento preciso de trajetória [...] efetuadas em condições iniciais estáveis"[2], o que corresponde a uma "fase de voo não terminal, com manobras rápidas e/ou controlo preciso de trajetória"[1]. Enquadra-se, por isso, na **Categoria A**.

Atendendo ao raciocínio anterior, para conseguir qualidades de voo de nível 1, numa aeronave de Classe I e numa fase de voo de Categoria A, pretende-se atingir:

- Período Curto: $0.35 < \xi < 1.3$
 - Atualmente já de nível 1: $\xi = 0.493$
- Fugóide: $\xi > 0.04$
 - É instável, nem chega a nível 3 (que seria $T_2 > 55s$): $\xi = -0.244$ (amortecimento negativo porque o modo é instável), $T_2 = 7.35s$

Temos então como objetivo seguinte projetar um Sistema de Aumento de Estabilidade para melhorar o comportamento do modo fugóide e para melhorar a separação em frequência dos modos longitudinais.

2 Sistema de Aumento de Estabilidade

Como foi mencionado na secção 1.2, o coeficiente de amortecimento do modo fugóide não cumpre o requisito estipulado no enunciado ($\xi_f > 0.6$); é importante também ter em conta que deve haver uma boa separação dos dois modos longitudinais, relevante para aeronaves de pilotagem manual (isto é $\omega_{pc} > 10\omega_f$) o que também ainda não acontece. Tal leva à necessidade de implementar um Sistema de Aumento de Estabilidade que melhore em simultâneo o comportamento do modo fugóide e a separação de modos. Para tal, foi utilizada uma abordagem SISO *Single Input Single Output*, começando pela **realimentação da velocidade ar longitudinal (u) para o spoiler**, visto se tratar, na ausência de *throttle*, da principal variável dinâmica e do principal atuador associados ao modo fugóide (que se caracteriza por subidas e descidas oscilatórias em que há trocas de energia potencial com energia cinética). Em seguida, recorreu-se à ferramenta *rlocus* para dimensionar o ganho da realimentação através do Lugar Geométrico das Raízes (LGR), que se pode observar na Figura 1.

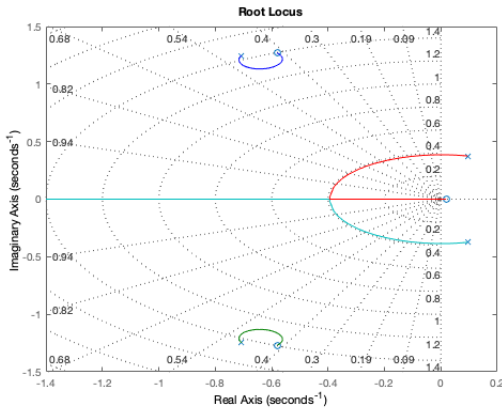


Figure 1. LGR - realimentação de u para δ_{sp} .

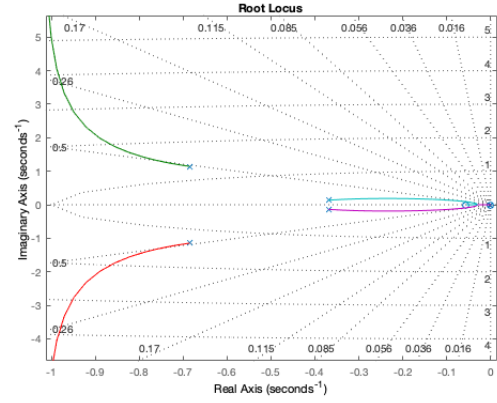


Figure 2. LGR - realimentação de w para δ_{sp} , após 1ª realimentação.

Manualmente, procurou-se um ganho que permitisse colocar os pólos do modo fugóide de forma a que o fator de amortecimento estivesse confortavelmente acima de $\xi_f > 0.6$. Como se pode ver, a posição dos pólos correspondentes ao período curto quase não varia com a variação do ganho da realimentação. Verificou-se ainda que, apesar de ser possível estabilizar o modo fugóide, independentemente do ganho k escolhido, não era possível atingir uma separação suficiente de modos. Por este motivo, acabou-se por optar por um ganho moderado $k_u = 0.65$, com um amortecimento > 0.6 e procurar uma outra realimentação que permitisse afastar os dois pares de pólos o suficiente para assegurar boas características, mesmo para pilotagem manual.

Considerou-se toda uma combinação de variáveis a realimentar (u , w , q) para atuadores de controlo distintos (δ_{sp} , δ_e) e a melhor solução encontrada acabou por ser a **realimentação da velocidade de subida w para o spoiler** - o LGR correspondente a esta realimentação pode ser encontrado na Figura 2. Esta pareceu-nos uma realimentação adequada pois, neste caso, um aumento do ganho corresponde a afastar os pares de pólos um do outro - os pólos correspondentes ao fugóide aproximam-se da origem, diminuindo a frequência e o coeficiente de amortecimento. Por outro lado, os correspondentes ao período curto movem-se para a esquerda, aumentando a frequência e diminuindo coeficiente de amortecimento. Apenas foi possível porque havia margem suficiente para diminuir os coeficientes de amortecimento, continuando a assegurar qualidades de voo de nível 1, para além do requisito $\xi_f > 0.6$ imposto pelo enunciado. O ganho escolhido foi $k_w = 4.1$.

Os pólos resultantes destas duas realimentações (de u e w para δ_{sp}), que refletem o comportamento da solução final encontrada para a estabilização do sistema, podem encontrar-se na Tabela 2. Verifica-se o cumprimento de todos os requisitos e uma separação de modos tal que $\omega_{dc} \approx 10.36\omega_f$.

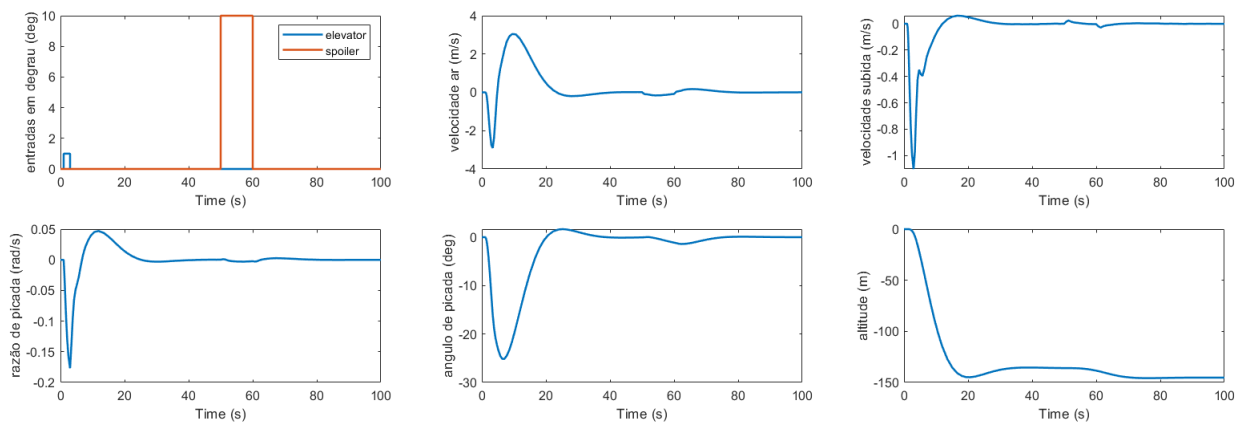


Figure 3. Resposta do sistema de aumento de estabilidade a entradas retangulares nas variáveis de controlo.

Em seguida, analisou-se a resposta do sistema às entradas do tipo retângulo, presentes na Figura 3,

com uma deflexão do *elevator* no segundo 1 (deflexão de 1 grau que dura 2 segundos) e do *spoiler* aos 50 segundos (deflexão de 10 graus que dura 10 segundos). Daqui pode-se concluir que, apesar de apenas termos introduzido um anel de realimentação para o *spoiler*, o sistema volta para uma situação de equilíbrio mesmo após perturbações no elevador. No geral, a reposta a uma variação da posição do *spoiler* é bastante amortecida e pouco acentuada, enquanto que a variação da posição do elevador provoca variações consideráveis nas variáveis dinâmicas que descrevem o movimento longitudinal.

| | Pólos | ω_n [rad/s] | ξ | Tempo Característico [s] |
|---------------|---------------------|--------------------|-------|--------------------------|
| Período Curto | $-0.906 \pm 2.15i$ | 2.33 | 0.389 | $T_{1/2} = 0.765$ |
| Fugóide | $-0.148 \pm 0.170i$ | 0.225 | 0.656 | $T_{1/2} = 4.68$ |

Tabela 2: Pólos e características físicas do sistema estabilizado.

3 Controlo de Atitude e Trajetória

Com o objetivo de seguir a velocidade ar e altitude da aeronave, introduziu-se uma solução de controlo ótimo, utilizando a ferramenta Regulador Quadrático Linear (LQR). Em primeiro lugar, é necessário adicionar ao sistema um quinto estado integrativo, a altitude, $\dot{h} = U_0\theta - w$, assim como mais dois estados integrativos, correspondentes à integração de u , e h , úteis para o seguimento de referência nestes dois estados (para garantir que o erro estático dos estados que integram seja 0). Estes estados não influenciam a estabilidade do modelo, pois a dinâmica da aeronave não depende da altitude (consideramos densidade constante), mas dá origem a um novo estado $x = [u, w, q, \theta, h, \int u, \int h]^T$ e a novas matrizes A e B (desta última matriz eliminou-se a entrada correspondente aos flaps (para ignorar segundo o enunciado), ficando $u = [\delta_E, \delta_{SP}]^T$).

$$A = \begin{bmatrix} \widetilde{X}_u & \widetilde{X}_w & -\widetilde{W}_0 & -g.c\theta_0 & 0 & 0 & 0 \\ \widetilde{Z}_u & \widetilde{Z}_w & \widetilde{Z}_q & \widetilde{Z}_\theta & 0 & 0 & 0 \\ \widetilde{M}_u & \widetilde{M}_w & \widetilde{M}_q & \widetilde{M}_\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & U_0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0822 & 0.0058 & -2.279 & -9.788 & 0 & 0 & 0 \\ -0.552 & -3.128 & 29.71 & -0.632 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0379 & -0.273 & 1.986 & -0.0434 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.00 & 0 & 34.00 & 0 & 0 & 0 \\ 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & \widetilde{Z}_{\delta_E} & \widetilde{M}_{\delta_E} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{\delta_{SP}} & \widetilde{Z}_{\delta_{SP}} & \widetilde{M}_{\delta_{SP}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1.137 & -5.218 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.359 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

Com esta ferramenta, pretende-se minimizar a função de custo $J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$, em que $Q \geq 0$ e $R > 0$ são matrizes de ponderação de estados e entradas. O dimensionamento das matrizes Q e R foi efetuado com recurso ao método de Bryson, sendo $Q = \text{diag}(Q_i)$ com $Q_i = \frac{1}{x_{i,max}^2}$ e $R = \text{diag}(R_i)$ com $R_i = \frac{1}{u_{i,max}^2}$ (nota: para os estados adicionais, integradores, foi utilizada, em alternativa, a razão $\frac{0.1}{x_{i,max}^2}$, sendo x'_i o estado cuja integração corresponde a x_i). Os valores dos extremos, $x_{i,max}$ e $u_{i,max}$, considerados, num regime de operação normal, foram:

$$\begin{aligned} \Delta u_{max} &= 0.5 \text{ [m/s]} & \Delta q_{max} &= 5 \text{ [°/s]} & \Delta h_{max} &= 0.5 \text{ [m]} & \Delta \delta_{sp,max} &= 60 \text{ [°]} \\ \Delta w_{max} &= 0.2 \text{ [m/s]} & \Delta \theta_{max} &= 5 \text{ [°/s]} & \Delta \delta_{e,max} &= 28 \text{ [°]} \end{aligned}$$

Com recurso à função $\text{lqr}()$, obteve-se a matriz de ganho K da realimentação. Apresentam-se ainda as características da dinâmica do sistema com o LQR, na Tabela 3.

$$K = \begin{bmatrix} 0.0040 & -0.501 & -6.50 & -31.36 & -0.782 & 0.0231 & -0.0696 \\ -2.230 & 0.682 & 0.157 & -26.83 & -0.754 & -0.199 & -0.0659 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Por análise dos dados da Tabela 3, e por raciocínio análogo ao efetuado na secção anterior, conclui-se que todos os requisitos são cumpridos - as qualidades de voo são de nível 1 e o coeficiente de amortecimento

como sabem?

| | Pólos | ω_n [rad/s] | ξ | Tempo Característico [s] |
|---------------|---------------------|--------------------|-------|--------------------------|
| Período Curto | $-16.46 \pm 5.32i$ | 17.3 | 0.951 | $T_{1/2} = 0.040$ |
| Fugóide | $-0.872 \pm 0.890i$ | 1.25 | 0.699 | $T_{1/2} = 0.555$ |
| Altitude | -0.290 | 0.290 | 1.00 | $T_{1/2} = 2.39$ |
| $\int u$ | -2.79 | 2.79 | 1.00 | $T_{1/2} = 2.38$ |
| $\int h$ | -0.317 | 0.317 | 1.00 | $T_{1/2} = 2.19$ |

Tabela 3: Pólos e características físicas do sistema com o LQR.

do modo fugóide é superior a 0.6. De resto, o modo do período curto tornou-se mais rápido (ou seja, os pólos correspondentes moveram-se significativamente para a esquerda) e verifica-se uma boa separação entre os modos período curto e fugóide ($\omega_{pc} \approx 13.84\omega_f$).

Os próximos passos foram implementar esta solução de realimentação no SIMULINK - implementação que pode ser vista na Figura 4 - e, por fim, realizar uma simulação no tempo, da resposta global do sistema, que pode ser vista na Figura 5. Esta simulação foi realizada ao longo de um período de 80 segundos - após 1 segundo do início, é pedida uma redução de altitude de 10 m; e passados 20 segundos é pedida uma redução de 5 m/s da velocidade ar u . Podemos verificar que ao fim de aproximadamente 10 segundos, a resposta estabiliza em torno do valor pedido, com erro estático igual a 0. De notar que já nesta fase limitámos as respostas das superfícies de controlo aos limites físicos das mesmas (para evitar, por exemplo, spoilers a produzirem força de propulsão quando apresentam deflexão negativa).

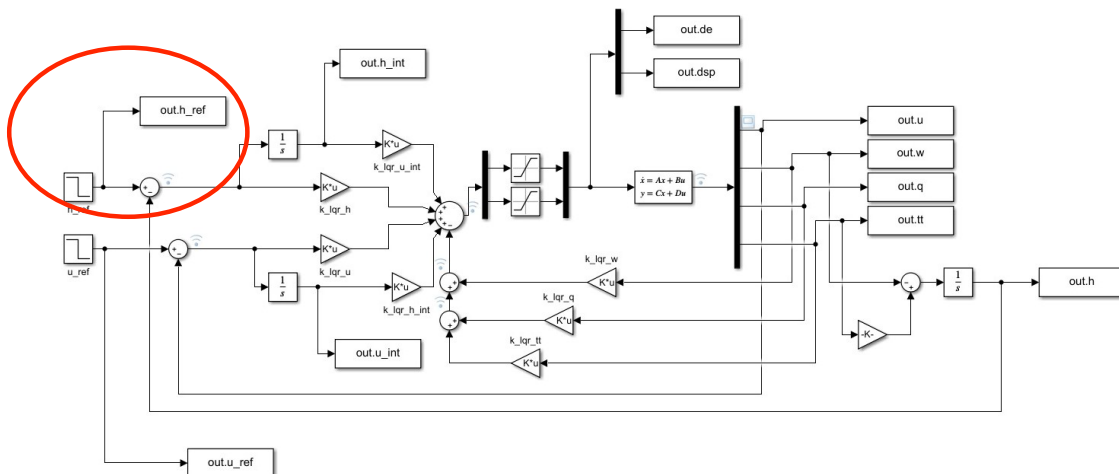


Figure 4. Implementação do LQR - Diagrama de Blocos.

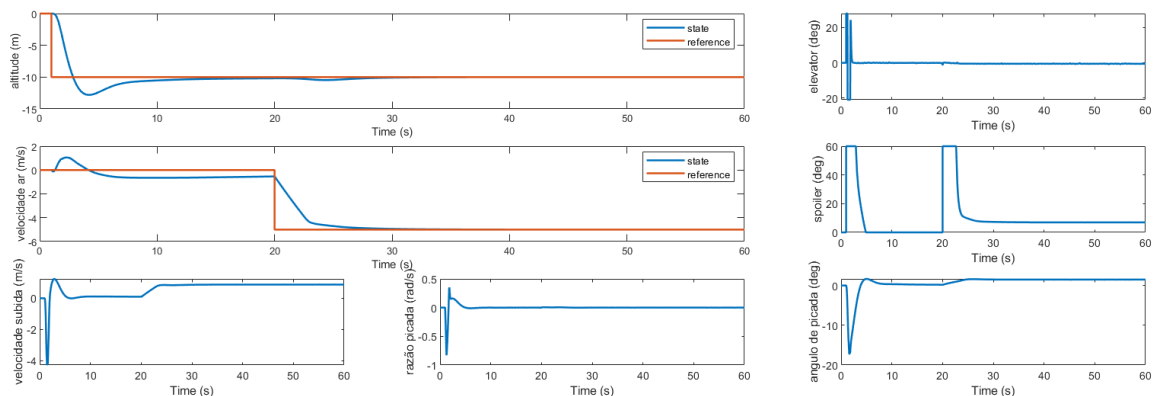


Figure 5. Implementação do LQR - Diagrama de Blocos.

Referências

- [1] José Raul Azinheira. *Controlo de Voo*. Instituto Superior Técnico. Lisboa, 2020.
- [2] José Raul Azinheira. *Controlo de Voo - Enunciados dos projectos 2021-2022*. Instituto Superior Técnico. Lisboa, 2022.
- [3] Steve Sliwa. *AMT-200 Super XIMANGO Touring Motorglider*. URL: <https://www.motorgliders.org/wiki.html/archives-model-specific/ximango/ximango-amt-200-r39/>. (Consultado em: 29.05.2022).