

## Instituto Superior Técnico

Licenciatura em Engenharia Aeroespacial

Controlo de Voo

---

### XIMAS-1 - Velocidades Ar e de Subida - Seguimento de Solo

Projeto de Aplicação

---

#### **Grupo 19:**

95790, Francisco Dores  
95815, José Bento  
95847, Thomas Childs

#### **Docente:**

Prof. José Raúl Azinheira

29 maio 2022

P4 - 2º Semestre 2021/2022

Conteúdo

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Determinação e Análise do Modelo Estudado</b>	<b>1</b>
1.1 Análise de Estabilidade . . . . .	1
1.2 Análise das Qualidades de Voo . . . . .	1
<b>2 Sistema de Aumento de Estabilidade</b>	<b>2</b>
<b>3 Controlo de Atitude e Trajetória</b>	<b>3</b>
<b>4 Atuadores e Sensores</b>	<b>5</b>
4.1 Atuadores . . . . .	5
4.2 Conversor A/D . . . . .	6
4.3 Sensores . . . . .	6
4.4 Estimador . . . . .	7
4.5 Resposta no Tempo . . . . .	8
<b>5 Simulação - Seguimento de Solo</b>	<b>8</b>
5.1 Perfil Solo . . . . .	8
5.2 Simulação . . . . .	9
<b>Conclusão</b>	<b>10</b>
<b>Referências</b>	<b>10</b>

## Introdução

O objetivo deste trabalho é projetar um controlador para o movimento longitudinal do planador Ximas, utilizando as ferramentas SCILAB e XCOS, MATLAB e SIMULINK. O objetivo último deste controlador é conseguir garantir o seguimento das velocidades ar e de subida para conseguir um seguimento de solo, em perfil longitudinal, bem sucedido.

Na secção 1, começou-se por definir o modelo da aeronave (em anel aberto) e estudar as suas características de estabilidade. No ponto 2, implementou-se um sistema de aumento de estabilidade com lógica *SISO*, de modo a cumprir os requisitos de qualidade de voo impostos. Em seguida (3), foi desenvolvido, com recurso à ferramenta LQR, um sistema de controlo de atitude e de trajetória, para as velocidades ar e de subida. Modelaram-se, ainda, os sensores e atuadores utilizados (4) e, incluindo-os na malha de controlo, desenvolveu-se o sistema de seguimento de solo, na secção 5.

## 1 Determinação e Análise do Modelo Estudado

A aeronave em estudo é o Ximas (Ximango), um moto-planador monomotor de construção brasileira, para o qual consideramos apenas como superfícies de controlo longitudinais o leme de profundidade, *flaps* e *spoiler*. [1]

Em seguida, apresenta-se a dinâmica do sistema, na sua formulação em espaço de estados,  $\dot{x} = Ax + Bu$ . Considerou-se, para já, que a saída pretendida era o próprio estado do sistema (isto é,  $y = Cx + Du$ , com  $C$  uma matriz identidade e  $D$  uma matriz de zeros com a mesma dimensão de  $A$ ). O estado considerado foi o estado  $x = [u, w, q, \theta]^T$  e a entrada de controlo considerada foi  $u = [\delta_E, \delta_F, \delta_{SP}]^T$ . Foi incluída a deflexão dos *flaps* como variável de controlo, embora esta não seja usada (será mantido o valor inicial). É ainda de notar que não se pôde desprezar os valores das derivadas  $Z_{\dot{w}}$  e  $Z_q$ , pelo que foi necessário adaptar as matrizes da dinâmica,  $A$ , e do controlo,  $B$ :

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & -W_0 & -g.c_{\theta_0} \\ \widetilde{Z}_u & \widetilde{Z}_w & \widetilde{Z}_q & \widetilde{Z}_\theta \\ \widetilde{M}_u & \widetilde{M}_w & \widetilde{M}_q & \widetilde{M}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0822 & 0.0058 & -2.2790 & -9.7880 \\ -0.5517 & -3.1284 & 29.7117 & -0.6318 \\ -0.0379 & -0.2725 & 1.9857 & -0.0434 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & X_{\delta_F} & X_{\delta_{SP}} \\ \widetilde{Z}_{\delta_E} & \widetilde{Z}_{\delta_F} & \widetilde{Z}_{\delta_{SP}} \\ \widetilde{M}_{\delta_E} & \widetilde{M}_{\delta_F} & \widetilde{M}_{\delta_{SP}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1.1170 & -1.3590 \\ 1.1366 & 0 & 0 \\ -5.2179 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

As variáveis presentes nestas matrizes foram definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} W_0 &= \alpha_0 U_0 & \widetilde{Z}_u &= \frac{Z_u}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_{\delta_F} &= \frac{Z_{\delta_F}}{1 - Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_u &= M_u + M_{\dot{w}} \frac{Z_u}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_w &= \frac{Z_w}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_{\delta_{SP}} &= \frac{Z_{\delta_{SP}}}{1 - Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_w &= M_w + M_{\dot{w}} \frac{Z_w}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_q &= \frac{Z_q + U_0}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{M}_{\delta_E} &= M_{\delta_E} + M_{\dot{w}} \frac{Z_{\delta_E}}{1 - Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_q &= M_q + M_{\dot{w}} \frac{U_0 + Z_q}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_\theta &= -\frac{gs_{\theta_0}}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{M}_{\delta_F} &= M_{\delta_F} + M_{\dot{w}} \frac{Z_{\delta_F}}{1 - Z_{\dot{w}}} \\ \widetilde{M}_\theta &= -M_{\dot{w}} \frac{gs_{\theta_0}}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{Z}_{\delta_E} &= \frac{Z_{\delta_E}}{1 - Z_{\dot{w}}} & \widetilde{M}_{\delta_{SP}} &= M_{\delta_{SP}} + M_{\dot{w}} \frac{Z_{\delta_{SP}}}{1 - Z_{\dot{w}}} \end{aligned}$$

### 1.1 Análise de Estabilidade

Apresentam-se na Tabela 1 os pólos e características físicas do sistema em anel aberto. Estas foram obtidas diretamente a partir do modelo em espaço de estados definido acima, com recurso às funções *syslin()*, *spec()* e *damp()* do SCILAB. Note-se o modo fugóide instável (pólos complexos conjugados no semiplano complexo direito), o que se reflete também ao nível do fator de amortecimento obtido (negativo).

### 1.2 Análise das Qualidades de Voo

Para melhor entender as características de controlabilidade da aeronave em estudo é necessário estudar as suas qualidades de voo. Quanto à sua massa, (massa = 3236 kg) a aeronave enquadra-se na **Classe I**, da qual fazem parte "aviões de turismo (até 5000 kg)"[2].

	Pólos	$\omega_n$ [rad/s]	$\xi$	Tempo Característico [s]
Período Curto	$-0.707 \pm 1.25i$	1.43	0.493	$T_{1/2} = 0.981$
Fugóide	$0.0944 \pm 0.375i$	0.387	-0.244	$T_2 = 7.35$

**Tabela 1.** Características do sistema em anel aberto.

Relativamente à categoria de voo, foi necessário ter em conta diferentes fatores, nomeadamente a missão a desempenhar pela aeronave, as condições de realização da missão (fase de voo) e a necessidade de um controlo preciso de trajetória. Neste caso, é pretendido efetuar o seguimento de solo longitudinal, que "corresponde a um seguimento preciso de trajetória [...] efetuadas em condições iniciais estáveis"[3], o que corresponde a uma "fase de voo não terminal, com manobras rápidas e/ou controlo preciso de trajetória"[2]. Enquadra-se, por isso, na **Categoria A**.

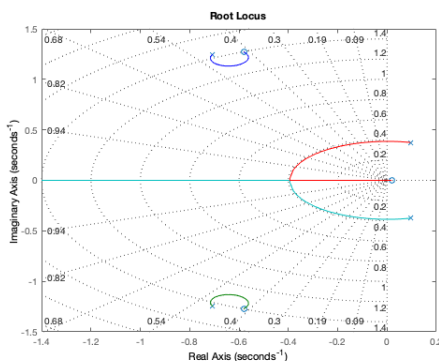
Atendendo ao raciocínio anterior, para conseguir qualidades de voo de nível 1, numa aeronave de Classe I e numa fase de voo de Categoria A, pretende-se atingir:

- Período Curto:  $0.35 < \xi < 1.3$  (atualmente já de nível 1:  $\xi = 0.493$ )
- Fugóide:  $\xi > 0.04$  (instável, nem chega a nível 3, com  $\xi = -0.244$ ,  $T_2 = 7.35s$ )

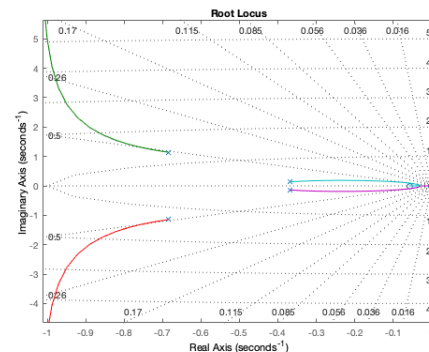
O objetivo seguinte é projetar um Sistema de Aumento de Estabilidade para melhorar o comportamento do modo fugóide e para melhorar a separação em frequência dos modos longitudinais.

## 2 Sistema de Aumento de Estabilidade

Como foi mencionado na secção 1.2, o coeficiente de amortecimento do modo fugóide não cumpre o requisito estipulado no enunciado ( $\xi_f > 0.6$ ); é importante haver também uma boa separação dos dois modos longitudinais, relevante para aeronaves de pilotagem manual (isto é  $\omega_{pc} > 10\omega_f$ ), o que também ainda não acontece. Tal leva à necessidade de implementar um Sistema de Aumento de Estabilidade que melhore em simultâneo os problemas identificados acima. Para tal, foi utilizada uma abordagem SISO *Single Input Single Output*, começando pela **realimentação da velocidade ar longitudinal ( $u$ ) para o spoiler**, visto se tratar, na ausência de *throttle*, da principal variável dinâmica e do principal atuador associados ao modo fugóide (que se caracteriza por subidas e descidas oscilatórias em que há trocas de energia potencial com energia cinética). Em seguida, recorreu-se à ferramenta *rlocus* para dimensionar o ganho da realimentação através do Lugar Geométrico das Raízes (LGR), que se pode observar na Figura 1.



**Figure 1.** LGR - realimentação de  $u$  para  $\delta_{sp}$ .

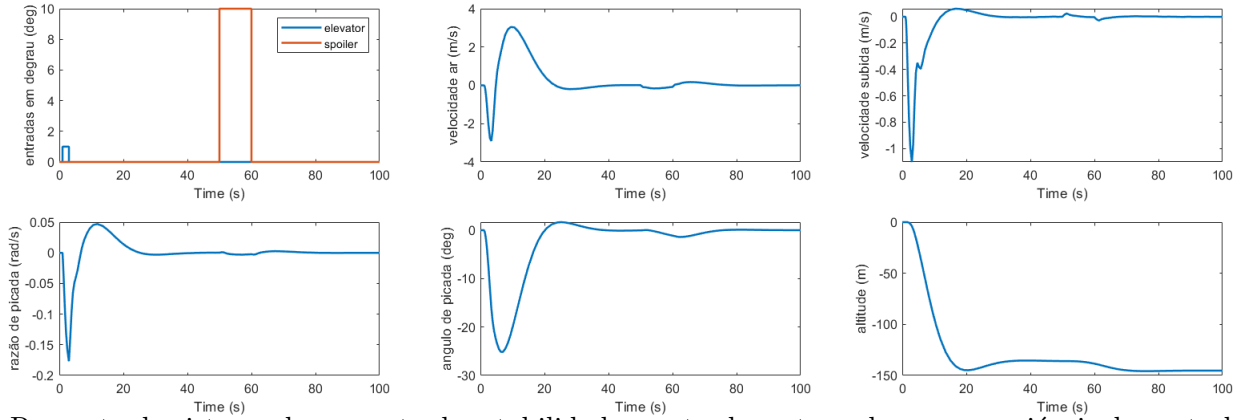


**Figure 2.** LGR - realimentação de  $w$  para  $\delta_{sp}$ , após 1ª realimentação.

Manualmente, procurou-se um ganho que permitisse colocar os pólos do modo fugóide de forma a que o fator de amortecimento estivesse confortavelmente acima de  $\xi_f > 0.6$ . Como se pode ver, a posição dos pólos correspondentes ao período curto quase não varia com a variação do ganho da realimentação. Verificou-se ainda que, apesar de ser possível estabilizar o modo fugóide, independentemente do ganho  $k$  escolhido, não era possível atingir uma separação suficiente de modos. Por este motivo, acabou-se por optar por um ganho moderado  $k_u = 0.65$ , com um amortecimento  $> 0.6$  e procurar uma outra realimentação que permitisse afastar os dois pares de pólos o suficiente para assegurar boas características, mesmo para pilotagem manual.

Considerou-se toda uma combinação de variáveis a realimentar ( $u$ ,  $w$ ,  $q$ ) para atuadores de controlo distintos ( $\delta_{sp}$ ,  $\delta_e$ ) e a melhor solução encontrada acabou por ser a **realimentação da velocidade vertical  $w$  para o spoiler** - o LGR correspondente a esta realimentação pode ser encontrado na Figura 2. Esta pareceu uma realimentação adequada pois, neste caso, um aumento do ganho corresponde a afastar os pares de pólos um do outro - os pólos correspondentes ao fugóide aproximam-se da origem, diminuindo a frequência e o coeficiente de amortecimento. Por outro lado, os correspondentes ao período curto movem-se para a esquerda, aumentando a frequência e diminuindo coeficiente de amortecimento. Apenas foi possível porque havia margem suficiente para diminuir os coeficientes de amortecimento, continuando a assegurar qualidades de voo de nível 1, para além do requisito  $\xi_f > 0.6$  imposto pelo enunciado. O ganho escolhido foi  $k_w = 4.1$ .

Os pólos resultantes destas duas realimentações (de  $u$  e  $w$  para  $\delta_{sp}$ ), que refletem o comportamento da solução final encontrada para a estabilização do sistema, podem encontrar-se na Tabela 2. Verifica-se o cumprimento de todos os requisitos e uma separação de modos tal que  $\omega_{nc} \approx 10.36\omega_f$ .



**Figure 3.** Resposta do sistema de aumento de estabilidade a entradas retangulares nas variáveis de controlo.

Em seguida, analisou-se a resposta do sistema às entradas do tipo retângulo, presentes na Figura 3, com uma deflexão do *elevator* no segundo 1 (deflexão de 1 grau que dura 2 segundos) e do *spoiler* aos 50 segundos (deflexão de 10 graus que dura 10 segundos). Daqui pode-se concluir que, apesar de apenas termos introduzido um anel de realimentação para o *spoiler*, o sistema volta para uma situação de equilíbrio mesmo após perturbações no *elevator*.

No geral, a reposta a uma variação da posição do *spoiler* é bastante amortecida e pouco acentuada, enquanto que a variação da posição do *elevator* provoca variações consideráveis nas variáveis dinâmicas que descrevem o movimento longitudinal.

	Pólos	$\omega_n$ [rad/s]	$\xi$	Tempo Característico [s]
Período Curto	$-0.906 \pm 2.15i$	2.33	0.389	$T_{1/2} = 0.765$
Fugóide	$-0.148 \pm 0.170i$	0.225	0.656	$T_{1/2} = 4.68$

**Tabela 2.** Pólos e características físicas do sistema estabilizado.

### 3 Controlo de Atitude e Trajetória

Com o objetivo de seguir a velocidade ar e a velocidade de subida da aeronave, introduziu-se uma solução de controlo ótimo, utilizando a ferramenta Regulador Quadrático Linear (LQR). Em primeiro lugar, é necessário adicionar ao sistema um novo estado, a velocidade de subida, dada por  $\dot{h} = U_0\theta - w$ , assim como mais dois estados integrativos, correspondentes à integração de  $\dot{h}$  (isto é,  $h$ ), e  $u$ , úteis para o seguimento de referência nestes dois estados (para garantir que o erro estático dos estados que integram seja 0). Estes estados não influenciam a estabilidade do modelo, pois a dinâmica da aeronave não depende da altitude (consideramos densidade constante), mas dá origem a um novo estado  $x = [u, w, q, \dot{h}, \int u, h]^T$  (no qual se trocou o estado  $\theta$  pelo  $\dot{h}$ ) e a novas matrizes A e B (desta última matriz eliminou-se a entrada correspondente aos flaps, não utilizados para efeitos de controlo, ficando  $u = [\delta_E, \delta_{SP}]^T$ ). Com esta ferramenta, pretende-se minimizar a função de custo  $J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$ , em que  $Q \geq 0$  e  $R > 0$  são matrizes de ponderação de estados e entradas. O dimensionamento das matrizes  $Q$  e  $R$  foi efetuado com recurso ao método de Bryson, sendo  $Q = \text{diag}(Q_i)$  com  $Q_i = \frac{1}{x_{i,max}^2}$  e  $R = \text{diag}(R_i)$  com  $R_i = \frac{1}{u_{i,max}^2}$  (nota: para os estados adicionais, integradores, foi utilizada, em alternativa, a razão  $\frac{0.1}{x_{i,max}^2}$ , sendo  $x'_i$  o estado cuja integração corresponde a  $x_i$ ).

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w - g \frac{c(\theta_0)}{U_0} & -W_0 & -g \frac{c(\theta_0)}{U_0} & 0 & 0 \\ \tilde{Z}_u & \tilde{Z}_w - g \frac{s(\theta_0)}{(1-Z_w)U_0} & \tilde{Z}_q & \tilde{Z}\theta/U_0 & 0 & 0 \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w - g s(\theta_0) \frac{M_{\dot{w}}}{(1-Z_w)U_0} & \tilde{M}_q & \tilde{M}\theta/U_0 & 0 & 0 \\ -\tilde{Z}_u & -\tilde{Z}_w + g \frac{s(\theta_0)}{(1-Z_w)U_0} & U_0 - \tilde{Z}_q & \frac{g s(\theta_0)}{(1-Z_w)U_0} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0822 & -0.2820 & -2.2790 & -0.2878 & 0 & 0 \\ -0.5517 & -3.1470 & 29.712 & -0.0186 & 0 & 0 \\ -0.0379 & -0.2738 & 1.9857 & -0.0013 & 0 & 0 \\ 0.5517 & 0.5703 & 4.2931 & 0.0186 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & \tilde{Z}_{\delta_E} & \tilde{M}_{\delta_E} & -\tilde{Z}_{\delta_E} & 0 & 0 \\ X_{\delta_{SP}} & \tilde{Z}_{\delta_{SP}} & \tilde{M}_{\delta_{SP}} & -\tilde{Z}_{\delta_{SP}} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1.137 & -5.218 & -1.137 & 0 & 0 \\ -1.359 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

Os valores dos extremos,  $x_{i,max}$  e  $u_{i,max}$ , considerados inicialmente foram os correspondentes aos esperados no regime de operação normal. Posteriormente, verificou-se que de uma maior penalização da atuação das superfícies de controlo resultava um comportamento mais suave, pelo que acabariam por ser considerados os seguintes pesos:

$$\begin{aligned} \Delta u_{max} &= 0.5 \text{ [m/s]} & \Delta q_{max} &= 5 \text{ [°/s]} & \Delta \dot{h}_{max} &= 0.5 \text{ [m]} & \Delta \delta_{sp,max} &= 5 \text{ [°]} \\ \Delta w_{max} &= 0.2 \text{ [m/s]} & \Delta \theta_{max} &= 5 \text{ [°/s]} & \Delta \delta_{e,max} &= 0.3 \text{ [°]} \end{aligned}$$

Com recurso à função  $lqr()$ , obteve-se a matriz de ganho K da realimentação. Apresentam-se ainda as características da dinâmica do sistema com o LQR, na Tabela 3.

$$K = \begin{bmatrix} 0.0072 & 0.0154 & -0.3804 & -0.0134 & 0.0028 & -0.0018 \\ -0.3477 & -0.0078 & 0.5393 & -0.0970 & -0.0301 & -0.0462 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Pólos	$\omega_n$ [rad/s]	$\xi$	Tempo Característico [s]
$-1.34 \pm 1.68i$	2.15	0.625	$T_{1/2} = 0.32$
$-0.352 \pm 0.452i$	0.573	0.614	$T_{1/2} = 1.21$
$-0.161 \pm 0.0275i$	0.164	0.986	$T_{1/2} = 4.22$

Tabela 3: Pólos e características físicas do sistema com o LQR.

Por análise dos dados da Tabela 3, e por raciocínio análogo ao efetuado na secção anterior, conclui-se que todos os requisitos são cumpridos - as qualidades de voo continuam a ser de nível 1 (o coeficiente de amortecimento de todos os modos é superior a 0.6).

Os próximos passos foram implementar esta solução de realimentação no SIMULINK - implementação que pode ser vista na Figura 4 - e, por fim, realizar uma simulação no tempo, da resposta global do sistema, que pode ser vista na Figura 5. Esta simulação foi realizada ao longo de um período de 100 segundos - após 10 segundos do início, é pedido o seguimento de uma referência retangular na velocidade ar  $u$  de 0.4 m/s; e passados 50 segundos é pedida uma redução de 1 m/s da velocidade de subida  $\dot{h}$ . Pode-se verificar que a resposta tende a seguir o valor pedido, ainda que com algumas oscilações amortecidas. De notar que já nesta fase foi necessário limitar as respostas das superfícies de controlo aos limites físicos das mesmas (para evitar, por exemplo, o ridículo de *spoilers* a produzirem força de propulsão quando apresentam deflexão negativa).

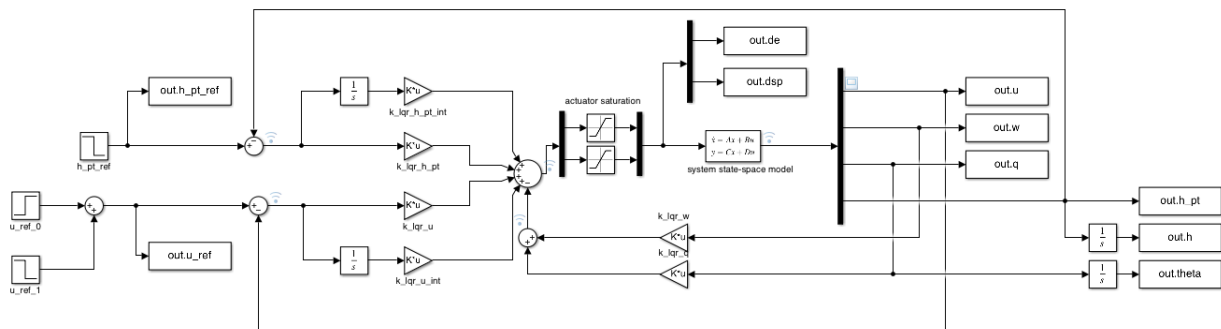


Figure 4. Implementação do LQR - diagrama de blocos.

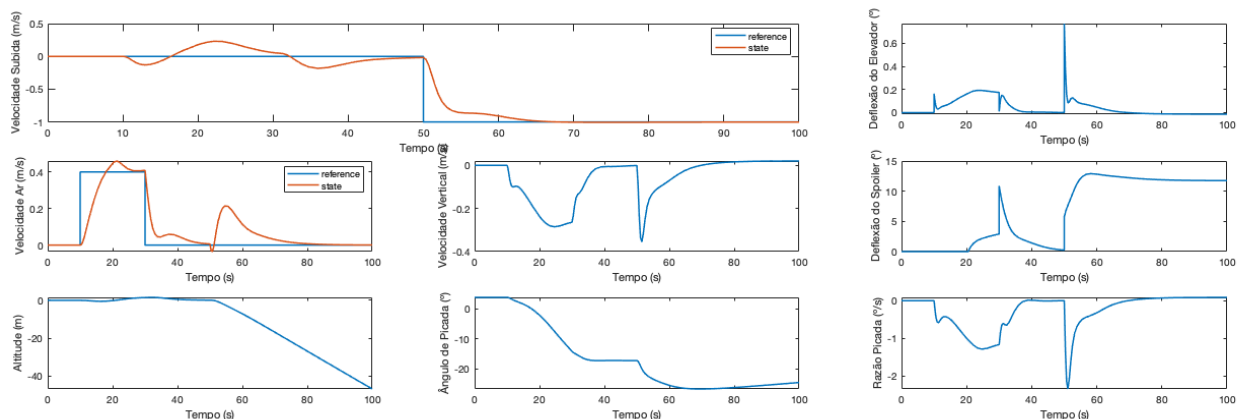


Figure 5. Comportamento do LQR - resposta a escalo.

## 4 Atuadores e Sensores

Até este ponto, todas as simulações e estudos realizados pressupunham o conhecimento de todas as variáveis dinâmicas do sistema (modelo ideal). Contudo, na realidade, apenas uma gama limitada de sensores, de funcionamento não-ideal, estão disponíveis. Para estudar o impacto destas limitações, introduziram-se os modelos dos sensores e dos atuadores, capazes de reproduzir aspetos da sua dinâmica real, tais como:

- **Frequência de amostragem** - modelada pelo bloco *Zero-Order Hold*, com parâmetro único tempo de amostragem dado por  $\frac{1}{f_{amostragem}}$ . Nos casos em que esta informação não era dada, assumiu-se a mesma frequência de amostragem que a dada para os atuadores.
- **Gama de Medição/Atuação** - representada por um bloco de saturação com os respetivos limites de leitura/atuação do sensor/atuator.
- **Atraso** - constante de tempo ( $\tau$ ) do componente, modelada em primeira ordem,  $\frac{1}{\tau s + 1}$ ;
- **Ruído** - modelado pelo bloco *Band-Limited White Noise*, com potência, dada por  $\frac{RMS^2}{f_{amostragem}}$ ;
- **Resolução** - particularmente relevante na conversão de sinais analógicos para digitais, modelado pelo bloco *Quantizer*, com intervalo de quantização dado, neste caso, por  $\frac{Amplitude_{sinal\_analógico}}{2^{num\_bits}}$

Em seguida apresentam-se os modelos dos atuadores, do conversor A/D necessário para a leitura dos dados analógicos provenientes de alguns dos sensores, dos sensores e do estimador implementado para, por um lado, filtrar os dados provenientes dos sensores e, por outro lado, ter acesso (ainda que indireto) aos estados do sistema não passíveis de medição direta com sensores, nomeadamente  $\dot{h}$  e  $w$ .

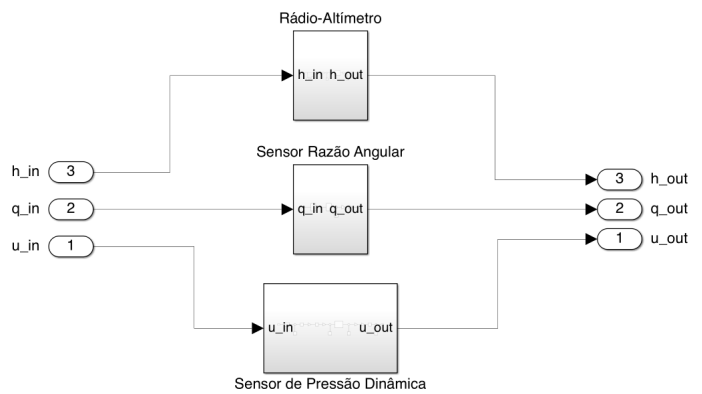


Figure 6. Sensores utilizados.

### 4.1 Atuadores

Os atuadores têm como função alterar a deflexão das superfícies aerodinâmicas do planador de acordo com as posições indicadas pelo controlador. Por este motivo, o bloco correspondente a este sistema está colocado entre o controlador e o modelo em espaço de estados do sistema. Para ambos os atuadores, está modelada a frequência de amostragem (40Hz), a limitação da velocidade máxima de deflexão ( $\pm 60^\circ/s$ ), modelada pelo bloco *Rate Limiter*, os limites de deflexão máxima ( $-21^\circ/+28^\circ$  para o elevador,  $0/+60^\circ$  para o spoiler) e a constante de tempo de atuação.

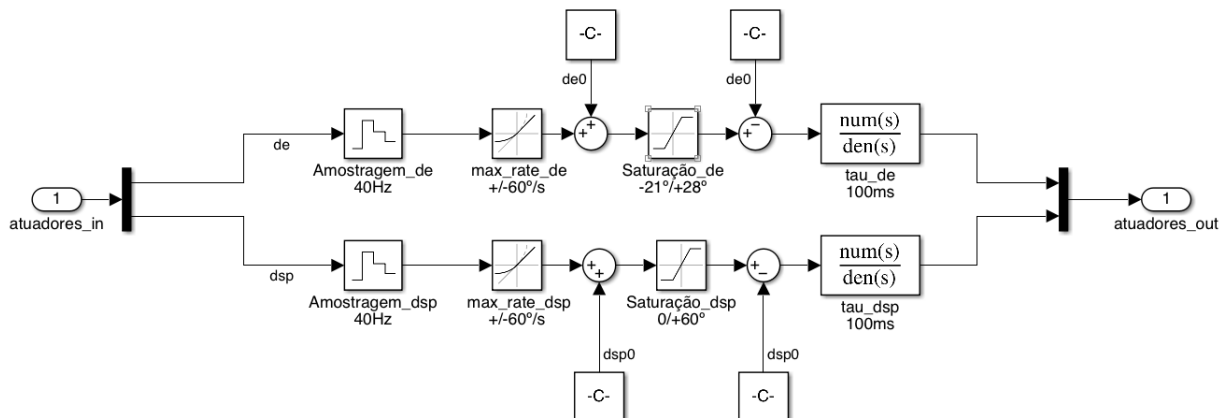
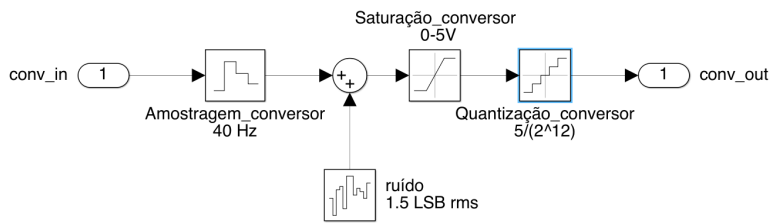


Figure 7. Modelo dos atuadores utilizados para o leme de profundidade ( $\delta_E$ ) e o spoiler ( $\delta_{SP}$ ).

## 4.2 Conversor A/D

Elemento necessário para a implementação de sensores analógicos, permite a conversão de um sinal analógico (dado pela variação contínua de uma grandeza física) num sinal digital (sequência de valores discretos); assumiu-se que todos os sensores, não sendo explicitamente indicados como sendo de saída digital, eram de saída analógica. Tratando-se de um conversor com 12 bits, com entrada de 0-5V, o intervalo de quantização é dado por  $\frac{5-0}{2^{12}}$  e o ruído é 1.5 LSB RMS, isto é, com fator de potência dado por  $1.5 \frac{5-0}{2^{12}}^2 \frac{1}{f_{amostragem}}$ .

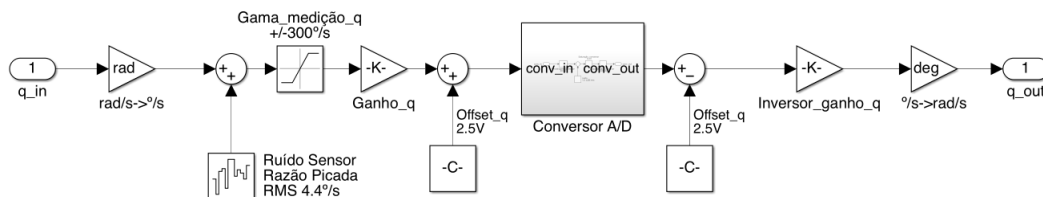


**Figure 8.** Modelo do conversor analógico-digital.

## 4.3 Sensores

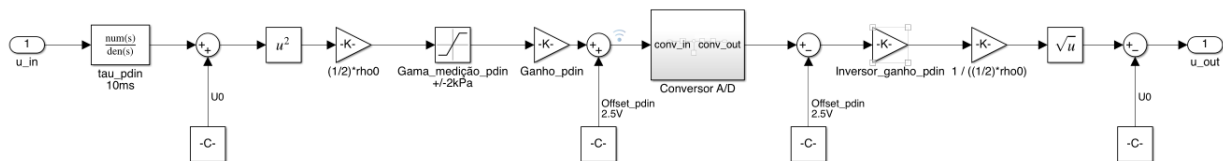
Os 3 sensores utilizados foram o sensor de razão angular, para a leitura da razão de picada, o rádio altímetro, para a medição precisa da altitude relativa ao solo (essencial para um seguimento do solo bem sucedido) e o sensor de pressão dinâmica, para a medição da velocidade ar. Ao invés da arquitetura proposta no ponto 9 do enunciado dos projetos [3], optou-se por implementar tanto os sensores como os seus inversores num mesmo subsistema, de modo sequencial, em prol de uma maior legibilidade do diagrama de blocos resultante.

O sensor de razão angular permite a medição direta da razão de picada,  $q$ . É apenas de destacar a necessidade de somar um fator de calibração de modo a garantir, em simultâneo, a linearidade do sensor (dado pelo ganho do mesmo,  $\frac{4.3-0.7}{300-(-300)} \text{ Vs}/^\circ$ ) e o cumprimento da especificação de saída (de 0.7 a 4.3V). Esta especificação de saída permite ainda que a saída do sensor seja diretamente ligada ao Conversor A/D, antes de passar na secção correspondente ao respetivo inversor.



**Figure 9.** Modelo do sensor razão angular, utilizado neste caso para a medição da razão de picada  $q$ .

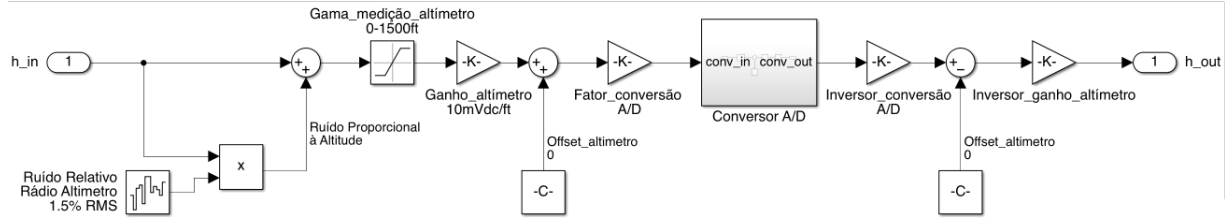
O sensor de pressão dinâmica (Pitot) permite o cálculo da velocidade ar. O princípio fundamental consiste na conversão entre velocidade ar e pressão dinâmica, de acordo com o modelo  $p_{din} = \frac{1}{2} \rho_0 U^2$ , e recorrendo às aproximações  $\rho \approx 1.225 \text{ kg/m}^3$  e  $U = U_0 + u$ . Somou-se um fator de calibração (2.5V) de modo a garantir, em simultâneo, a linearidade do sensor (dado pelo ganho do mesmo,  $\frac{5-0}{2-(-2)} \text{ V/kPa}$ ) e o cumprimento da especificação de saída (de 0 a 5V). Esta especificação de saída permite, ainda, que a saída do sensor seja diretamente ligada ao Conversor A/D, antes de passar na secção correspondente ao respetivo inversor.



**Figure 10.** Modelo do sensor de pressão dinâmica, utilizado para a medição da velocidade ar  $u$ .

O rádio altímetro permite medir a distância, na vertical, relativamente ao solo. No caso particular deste componente, o ruído é proporcional à grandeza a medir, pelo que foi implementado como o produto de um sinal de ruído pela grandeza de referência (a somar com o sinal de entrada). Neste sensor não foi preciso incluir um *offset*, sendo necessário, no entanto, reduzir a amplitude do sinal de saída do altímetro (de 0 a 15Vdc) por um fator para poder ser processado pelo Conversor A/D.





**Figure 11.** Modelo do rádio altímetro, utilizado para a medição da distância, na vertical, ao solo.

#### 4.4 Estimador

A aeronave em estudo tem disponível apenas um conjunto limitado de sensores, pelo que foi necessário recorrer a um observador para estimar os estados aos quais não é possível aceder diretamente. Deste modo, é possível realizar a realimentação do estado completo ao controlador.

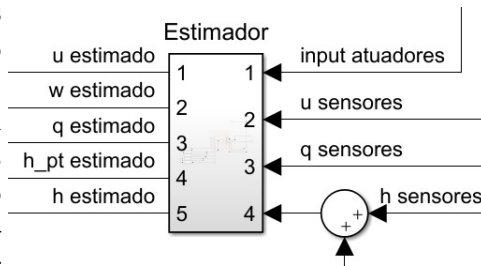
O estimador (filtro de Kalman-Bucy) recorre à informação dos três sensores utilizados (sensor de razão de picada  $q$ , sensor depressão dinâmica (do qual se obtém  $u$ ) e rádio-altímetro, do qual se obtém uma medição da altitude  $h$ ) e das entradas dos atuadores (*spoiler* e *elevator*) para estimar o seguinte estado:  $x = [u, w, q, \dot{h}, h]^T$ . Para tal, foram definidas as matrizes de estado associadas ao sistema sobre o qual se pretende estimar o estado, bem como as duas matrizes  $Q_e$  e  $R_e$ , usadas na função *MATLAB lqe* para calcular a matriz de ganhos  $L$ , ótimos, para o observador:

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w - g \frac{c(\theta_0)}{U_0} & -W_0 & -g \frac{c(\theta_0)}{U_0} & 0 \\ \widetilde{Z}_u & \widetilde{Z}_w - g \frac{s(\theta_0)}{(1-\widetilde{Z}_{\dot{w}})U_0} & \widetilde{Z}_q & \widetilde{Z}_{\theta}/U_0 & 0 \\ \widetilde{M}_u & \widetilde{M}_w - gs(\theta_0) \frac{M_{\dot{w}}}{(1-\widetilde{Z}_{\dot{w}})U_0} & \widetilde{M}_q & \widetilde{M}_{\theta}/U_0 & 0 \\ -\widetilde{Z}_u & -\widetilde{Z}_w + g \frac{s(\theta_0)}{(1-\widetilde{Z}_{\dot{w}})U_0} & U_0 - \widetilde{Z}_q & \frac{gs(\theta_0)}{(1-\widetilde{Z}_{\dot{w}})U_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & \widetilde{Z}_{\delta_E} & \widetilde{M}_{\delta_E} & -\widetilde{Z}_{\delta_E} & 0 \\ X_{\delta_{SP}} & \widetilde{Z}_{\delta_{SP}} & \widetilde{M}_{\delta_{SP}} & -\widetilde{Z}_{\delta_{SP}} & 0 \end{bmatrix}^T \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

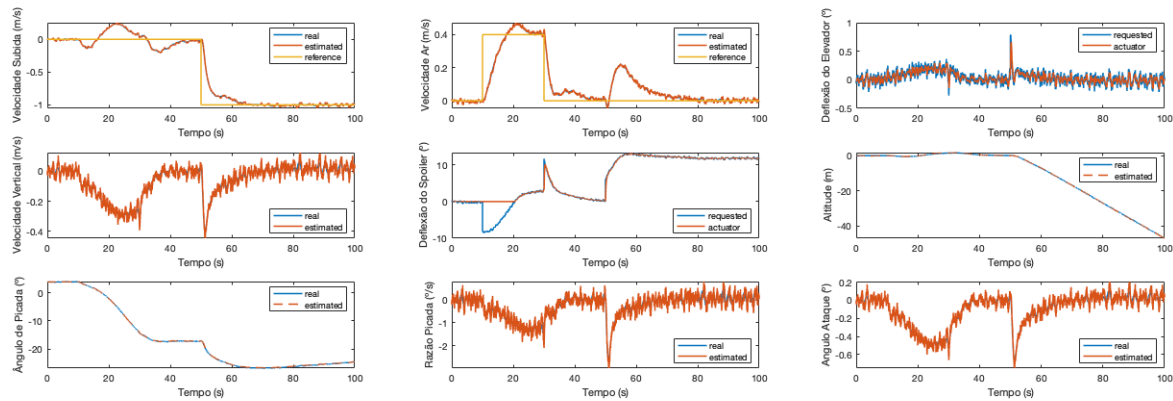
$$Q_e = 0.01 \times I(4), R_e = \begin{bmatrix} \frac{1.5 \times 5}{2^{12}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4.4 \times \pi / 180 + 1.5 \times 5}{2^{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0.015 \times 100 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 6.2191 & -0.0785 & -0.0029 \\ -23.3270 & 0.6064 & -0.0102 \\ -3.3699 & 0.1205 & -0.0010 \\ -10.4058 & 0.1601 & 0.0390 \\ -2.3508 & -0.0188 & 0.2791 \end{bmatrix} \quad (8)$$

As matrizes  $Q_e$  e  $R_e$  foram seleccionadas como diagonais uma vez que se está a desprezar acoplamento de ruído entre estados. Os valores da diagonal da matriz  $R$  correspondem aos valores de ruído associados a cada um dos sensores. O próximo passo é determinar as matrizes que caracterizam o sistema, em espaço de estados, do observador. Para isso, recorre-se à função *MATLAB estim()*, que devolve as matrizes  $A_e$ ,  $B_e$ ,  $C_e$  e  $D_e$  a colocar no modelo em estado de espaços do Simulink que representa o observador, cuja dinâmica pode ser definida por  $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$ .



**Figure 12.** Estimador implementado

## 4.5 Resposta no Tempo



**Figure 13.** Resposta no tempo do sistema com a inclusão de sensores, atuadores e estimador

Uma vez implementados todos os subsistemas de atuação e controlo, procedeu-se a uma simulação no domínio do tempo (Figura 13) semelhante à realizada na Secção 3, com solicitação de seguimento de uma referência retangular para a velocidade ar com início aos 10s e degrau para a velocidade de subida aos 50s.

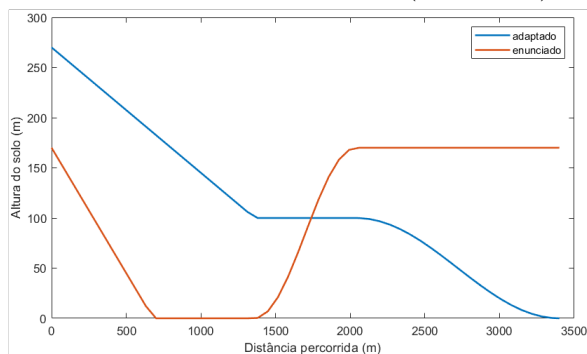
Como esperado, é evidente a existência de ruído e de algumas oscilações na resposta. Ainda assim, o sistema permaneceu estável, conseguindo seguir ambas as referências com erro estático nulo com um efeito mínimo na velocidade de resposta. De notar ainda que as deflexões das superfícies de controlo,  $\delta_e$  e  $\delta_{sp}$  não atingiram os seus limites. Da mesma forma, verifica-se a manutenção dos ângulo de ataque e de picada abaixo dos limites permitidos (15 e 30 graus, respetivamente). É ainda possível perceber que uma variação na velocidade de subida afeta mais o sistema do que uma variação na velocidade ar (repare-se nos picos de deflexão das superfícies e nas mudanças de atitude da aeronave aquando da introdução do degrau na velocidade de subida). Uma outra conclusão importante, derivada não especificamente da resposta do sistema a estas entradas mas de testes realizados com outros valores, foi a limitação do sistema em seguir variações de velocidade de subida ou velocidade ar positivas ou mesmo negativas acentuadas, sem comportamentos indesejados (tais como picada acentuada) - o que seria de esperar, tendo em conta as limitações de manobrabilidade de um planador.

## 5 Simulação - Seguimento de Solo

### 5.1 Perfil Solo

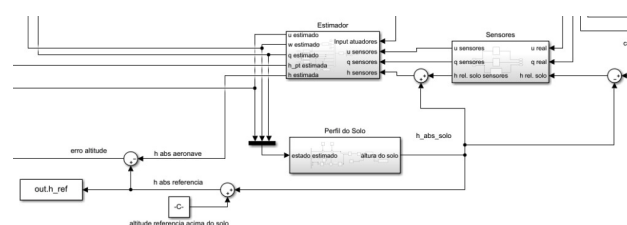
Para realizar o seguimento de solo, modelou-se a curva do solo apresentada no enunciado através de uma reta para a descida inicial com o declive obtido através dos valores fornecidos e uma função seno como aproximação à subida final antecedida e precedida por zonas planas, parametrizadas por retas horizontais.

Na realidade, a existência de forças de resistência aerodinâmica leva à dissipação de energia pelo que o retorno à altitude de partida, ou mesmo manutenção de um estado onde a velocidade ar é constante e a velocidade de subida é 0 é impossível, sem a modelação de fenómenos, tais como o *updraft*, que não foram aqui considerados. Esta limitação verificou-se com o nosso planador e foi por estas razões que não foi capaz de descrever o perfil do enunciado (Figura 14).



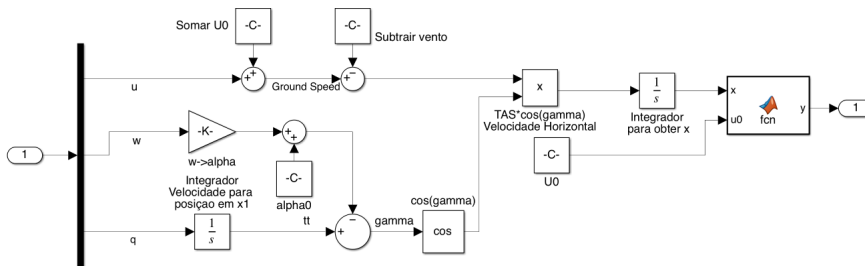
**Figure 14.** Perfil do solo sugerido e o adaptado para o planador em causa.

O perfil de solo utilizado, puramente descendente, adaptado de modo a poder ser executado pelo planador em questão, é apresentado na Figura 14.



**Figure 15.** Esquema da conversão entre altitude absoluta, relativa ao solo e anel de realimentação constituído por estimador, sensores e bloco de seguimento de solo.

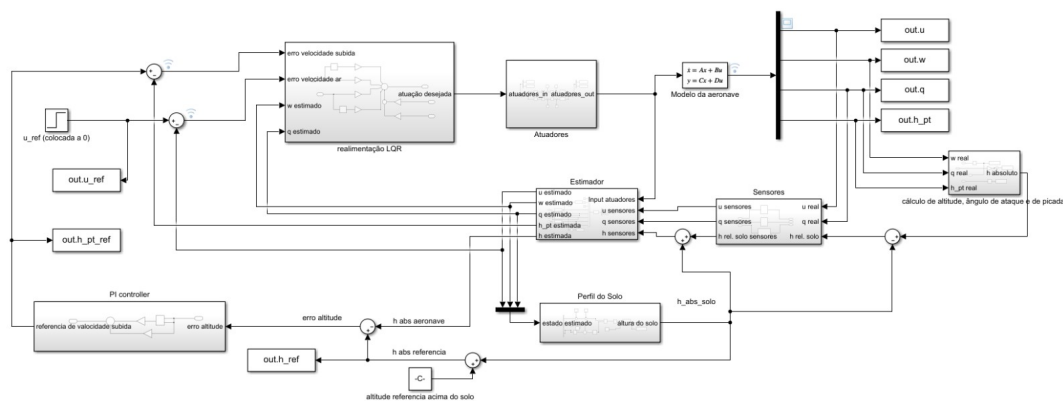
Construiu-se um bloco para calcular a altitude do solo a cada momento, em função da distância percorrida (Figura 18), utilizando as variáveis  $u$ ,  $q$  e  $w$  fornecidas pelo estimador. Foi ainda tida em conta a velocidade do vento, aqui considerada como vinda de frente a 10 m/s. A altitude relativa ao solo, calculada como a diferença entre a altitude absoluta da aeronave e a altitude absoluta do solo (relativamente a uma referência arbitrária) em cada momento é usada para calcular o erro na altitude de referência.



**Figure 16.** Bloco de seguimento de solo.

Para obter o erro de altitude, fez-se a diferença entre a altitude absoluta estimada (medida a partir do zero no referencial do perfil do solo) e a altitude absoluta de referência. Este erro é depois processado por um controlador PI e realimentado como referência de velocidade de subida. Relativamente à velocidade ar, por se tratar de um planador sem motor disponível e pelo facto do seguimento ser de uma referência de altitude, decidiu-se manter a referência a 0.

## 5.2 Simulação



**Figure 18.** Diagrama do ficheiro SIMULINK utilizado na etapa de simulação.

Como resultado do controlador projetado para o seguimento de solo, apresenta-se na Figura 19 a simulação referente à missão. O planador inicia a descida a 380 metros de altitude, 110 metros acima do solo. A referência para a altitude relativa solo-aeronave são 100 metros (em oposição aos 50 m do enunciado para melhorar a legibilidade do gráfico respetivo). Durante a primeira fase da rampa, a aeronave manteve um erro estático constante (uma vez que se usou uma referência de velocidade de subida) até atingir o patamar a 200 m onde segue a referência (a amarelo) sem erro estático. No terceiro segmento (a curva), verifica-se novamente um erro de seguimento. Por fim, no último patamar, a aeronave volta a atingir a referência sem erro estático.

De notar que por volta dos 160 segundos, verificamos que a aeronave não consegue voltar ao equilíbrio da velocidade longitudinal ao mesmo tempo que mantém uma velocidade de subida nula. Isto deve-se ao facto de se tratar de um planador, incapaz de gerar força propulsiva que contrarie a resistência aerodinâmica. Um bom indicador desta limitação pode ser encontrado no gráfico da entrada do *spoiler*, onde a atuação requerida nesta fase (nos 160s) é negativa, o que implicaria que os *spoilers* estariam a atuar como motor. Uma vez que a dinâmica do atuador impede esta possibilidade, a aeronave não consegue obter a propulsão que necessita para alcançar a velocidade ar de equilíbrio. Isto iria eventualmente resultar numa perda de altitude de modo a aumentar a velocidade ar e prevenir o *stall*.

Concluiu-se que o erro de seguimento encontra-se presente quando se tentou seguir uma referência de altitude que fosse uma rampa ou uma curva. Isto deve-se ao facto de ser utilizado um controlador PI para gerar uma referência de velocidade de subida. Caso a realimentação no LQR fosse da altitude ao invés da velocidade de subida, a introdução do estado correspondente ao integral do erro eliminaria o problema. É ainda

de realçar a coerência entre os valores estimados e os valores reais obtidos, sinal de uma boa implementação do estimador, como desejado.

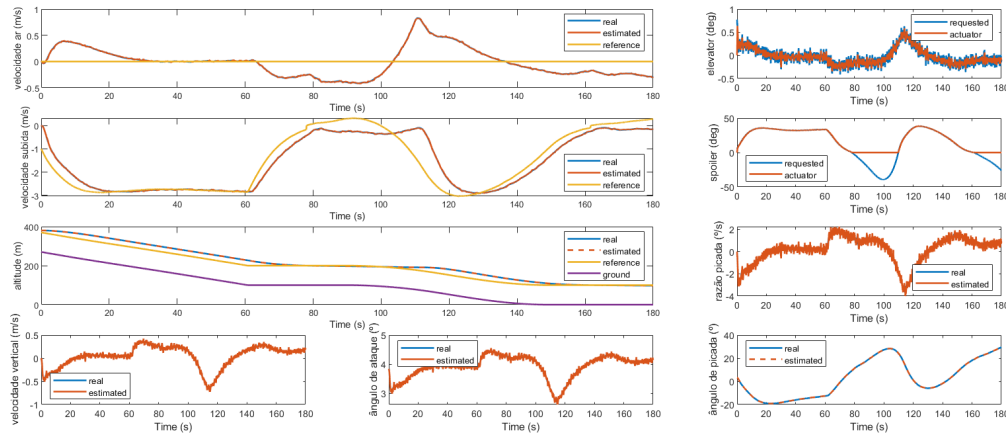


Figure 19. Seguimento do Perfil do Solo

Quanto à deflexão das superfícies de controlo, verifica-se que durante o patamar os *spoilers* permanecem recolhidos (uma vez que se pretende manter a altitude e não perder energia), voltando a atuar na segunda rampa. Já o leme de profundidade apresenta apenas um pico coincidente com o início do seguimento da curva (3º segmento). Todos convergem para os respetivos valores de equilíbrio no momento em que a referência da velocidade de subida se anula.

A razão de picada, a velocidade vertical e o ângulo de ataque apresentam o mesmo tipo de variação, com picos acentuados que coincidem com o início do seguimento da curva (3º segmento). Todos convergem para os respetivos valores de equilíbrio no momento em que a referência da velocidade de subida se anula.

## Conclusão

Neste trabalho, foi possível cumprir os objetivos propostos, nomeadamente a caracterização do modelo, estabilização do sistema, controlo de atitude e de trajetória e seguimento de solo.

Foi possível, numa fase inicial, por em prática o que foi aprendido para modelos SISO e perceber a robustez, utilidade e limitações de ferramentas como o LGR. Nas etapas subsequentes do trabalho, foi adotada uma lógica de realimentação *MIMO*, utilizando o método LQR, com parâmetros ajustados a partir de uma primeira estimativa fornecida pelo método de Bryson e acrescentando as variáveis integrativas necessárias para eliminar o erro de seguimento na velocidade ar e na velocidade de subida.

A implementação dos modelos dos sensores e dos atuadores permitiu uma melhor compreensão do impacto dos mesmos no desempenho do sistema e levou à necessidade de implementar um estimador para que o controlador pudesse ter acesso a estimativas fiáveis de todos os estados do sistema, uma vez que nem todos os estados podiam ser medidos diretamente pelos sensores disponíveis. Apesar de tudo, verificou-se que o estimador desenvolvido tinha um desempenho satisfatório.

Numa fase final, procurou-se implementar o seguimento de solo. Esta foi a mais desafiante, uma vez que não foi possível atingir o seguimento do perfil do solo dado inicialmente, devido à limitada capacidade do planador. Ainda assim, após a seleção de um perfil de solo adequado a estas limitações, verificou-se uma boa resposta do sistema, que manteve a estabilidade, garantindo em simultâneo uma resposta aceitável e uma atitude coerente, dentro dos limites físicos de deflexão das superfícies de controlo e dos valores aceitáveis para os ângulos aerodinâmicos.

## Referências

- [1] Steve Sliwa. *AMT-200 Super XIMANGO Touring Motorglider*. URL: <https://www.motorgliders.org/wiki.html/archives-model-specific/ximango/ximango-amt-200-r39/>. (Consultado em: 29.05.2022).
- [2] José Raul Azinheira. *Controlo de Voo*. Instituto Superior Técnico. Lisboa, 2020.
- [3] José Raul Azinheira. *Controlo de Voo - Enunciados dos projectos 2021-2022*. Instituto Superior Técnico. Lisboa, 2022.