

**Instrucciones:** *Usted tiene que mostrar todo su trabajo de forma clara y ordenada para obtener todos los puntos.* Este certamen consta de 2 preguntas, las cuales serán entregadas de una en una. Sus desarrollos y código debe ser subido a la plataforma Aula en los tiempos indicados. Puntos parciales serán entregados a preguntas incompletas. Respuestas finales sin desarrollo o **sin nombre** reciben 0 puntos. Copy-and-Paste de algoritmos reciben 0 puntos. ¡Éxito!

Se recuerda que:

- Al finalizar la totalidad de su evaluación, deberá adjuntar la siguiente *Declaración de Trabajo Individual* escrita a mano.

**Declaración de Trabajo Individual:** *Juro o prometo que la totalidad del trabajo que he entregado en esta evaluación corresponde a mi trabajo individual, y es el fruto de mi estudio y esfuerzo. Además declaro que no he recibido ayuda externa ni he compartido de forma alguna mi trabajo o desarrollos.*













Nombre, Rol, Firma y Fecha: \_\_\_\_\_

- Si respondieron las 3 preguntas, se debe indicar en conjunto con la *Declaración de Trabajo Individual* qué preguntas deben revisarse dado que solo se revisarán 2 preguntas. Si no hubiera indicación, se le revisarán las últimas 2 preguntas entregadas. Esto no podrá ser modificado de forma posterior a la entrega de su “Declaración de Trabajo Individual”.
- **Avanzar a la segunda página para ver la pregunta.**

3. Para mejorar las actividades de entrenamiento del Ejército de las Murallas, la Tropa de Reclutas adquirió una máquina rudimentaria pero que permite calcular raíces de ecuaciones en 1D. En particular, quieren simular operaciones básicas del *Equipo de Maniobras Tridimensionales (EDM3D)*. Para esto, utilizan la siguiente ecuación que describe la posición del soldado para un instante  $t$ :

$$r(t) = \alpha + \beta(t)t + \frac{1}{2}\gamma(t)t^2,$$

donde  $\alpha$  es una constante, y  $\beta(t)$  y  $\gamma(t)$  son funciones que depende de  $t$ . Para evitar que los soldados sean alcanzados por un titán, el objetivo de esta máquina es encontrar el tiempo  $t_c$  para que la velocidad  $v(t)$  sea nula, es decir  $v(t_c) = 0$ , donde  $v(t)$  se obtiene derivando  $r(t)$ , i.e.  $v(t) = r'(t)$ .

- (a) , [5 puntos] Obtenga la función  $v(t)$ . *Hint: Don't forget that  $\beta(t)$  and  $\gamma(t)$  are functions of  $t$ .*
- (b) , [15 puntos] Implemente un algoritmo que obtenga  $t_c$  y que tenga **convergencia cuadrática** en condiciones generales. Su implementación debe recibir como **input** las siguientes funciones:  $\beta(t)$ ,  $\beta'(t)$ ,  $\beta''(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $\gamma'(t)$ ,  $\gamma''(t)$ , el *initial guess*  $t_0$  y el número máximo de iteraciones  $n$ . El **output** de su implementación debe ser un vector con las aproximaciones para cada iteración de su algoritmo.
- (c) /, Ejecute el siguiente experimento computacional:
- , [5 puntos] Encuentre una raíz de  $v(t)$  cercana a  $t_0 = 1.5$  para el siguiente **input**:  $\beta(t) = 2\sin(2\pi t) + t^2$ ,  $\gamma(t) = -t$ .
  - , [5 puntos] Muestra en un Tabla o gráficamente los cocientes de los errores:  $e_i/e_{i-1}$  y  $e_i/e_{i-1}^2$ , donde  $e_i = |x_i - x_{i+1}|$  y  $x_i$  es la aproximación en la  $i$ -ésima iteración.
  - , [5 puntos] Analizando la Tabla o gráfico anterior, ¿es efectivamente cuadrática la convergencia o lineal? Justifique.
- (d) /, Ejecute el siguiente experimento computacional:
- , [5 puntos] Encuentre una raíz de  $v(t)$  cercana a  $t_0 = 2.5$  para el siguiente **input**:  $\beta(t) = 27 - 27t + 9t^2 - t^3$ ,  $\gamma(t) = 0$ .
  - , [5 puntos] Muestra en un Tabla o gráficamente los cocientes de los errores:  $e_i/e_{i-1}$  y  $e_i/e_{i-1}^2$ , donde  $e_i = |x_i - x_{i+1}|$  y  $x_i$  es la aproximación en la  $i$ -ésima iteración.
  - , [5 puntos] Analizando la Tabla o gráfico anterior, ¿es efectivamente cuadrática la convergencia o lineal? Justifique.