¿Variaciones o combinaciones?

- Al aplicar la regla de Laplace en un experimento aleatorio, el orden, en general, importa.
- Si a efectos del problema el orden da igual y no hay repeticiones, entonces podemos usar combinaciones.
  - Proporcionalidad entre numerador y denominador.
  - Si hay repeticiones, no se mantiene.
  - Ej: probabilidad de obtener 2 caras al lanzar 2 monedas:

$$\frac{1}{VR_{2,2}} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{CR_{2,2}} = \frac{1}{3}$$

  - Otra opción es considerar experimentos independientes: $½·½ = 1/4$.

Problemas

- **Problema 2.7** Para probar un nueva vacuna contra el ébola se dispone de 20 voluntarios de los que 3, sin saberlo, ya se encuentran infectados.

  Se escogen dos al azar para probar la vacuna.

  Calcular la probabilidad de que ninguno de los dos esté infectado.

- **Problema 2.8** De una baraja española de 40 cartas se extraen 3.

  Probabilidad de obtener exactamente un as.

Independencia de sucesos

- Dos sucesos son **independientes** si y sólo si

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

  - Habitualmente se sabe en la práctica.

- No confundir con incompatibles, en los que $P(A \cap B) = 0$
  - Dos sucesos **incomp**. con prob. no nulas son **dependientes**.

$$P(A \cap B) = 0 \neq P(A) \cdot P(B)$$

Problemas

- **Problema 2.9** Una especie en peligro de extinción sobrevive solo en dos zonas geográficas separadas.

  La probabilidad de que subsista durante un año en la zona A es de 0,5 y la probabilidad de que lo haga en la zona B es de 0,4.

  Calcular la probabilidad de que la especie sobreviva un año.

Problemas

- **Problema 2.10** Una familia tiene 3 hijos. Asumiendo que la probabilidad del sexo al nacer es 0.5 y no existe influencia entre nacimientos, calcular la probabilidad de que se tengan 3 niñas.

  Resolverlo por combinatoria y por independencia de sucesos.

- **Problema 2.11** En el lanzamiento de un dado.

  $A = \{2, 4, 6\}$; $B = \{4, 5, 6\}$. ¿Son independientes?

  $A = \{2, 4\}$; $B = \{4, 5, 6\}$. ¿Son independientes?

Independencia y complementarios

- Si A y B son independientes, también lo son los pares

$$\bar{A} \text{ y } B, \quad A \text{ y } \bar{B}, \quad \bar{A} \text{ y } \bar{B}$$

- **Problema 2.12**: Un viajante suele retrasarse el 20% de las veces que toma un avión. La compañía con la que viaja suele retrasarse en la salida el 30% de las veces. Calcular la probabilidad de que pierda el avión.

Independencia para *n* sucesos

- Un conjunto de *n* sucesos son **independientes** si lo son para todo subconjunto del mismo.
  - Es decir, si para cualquier subconjunto

$$\left\{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_j}\right\}$$

para $j = 2, 3, \dots, n$ se cumple

$$\mathrm{P}\left(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_j}\right) = \mathrm{P}(A_{i_1}) \cdot \mathrm{P}(A_{i_2}) \cdot \cdots \cdot \mathrm{P}(A_{i_j})$$

Problemas

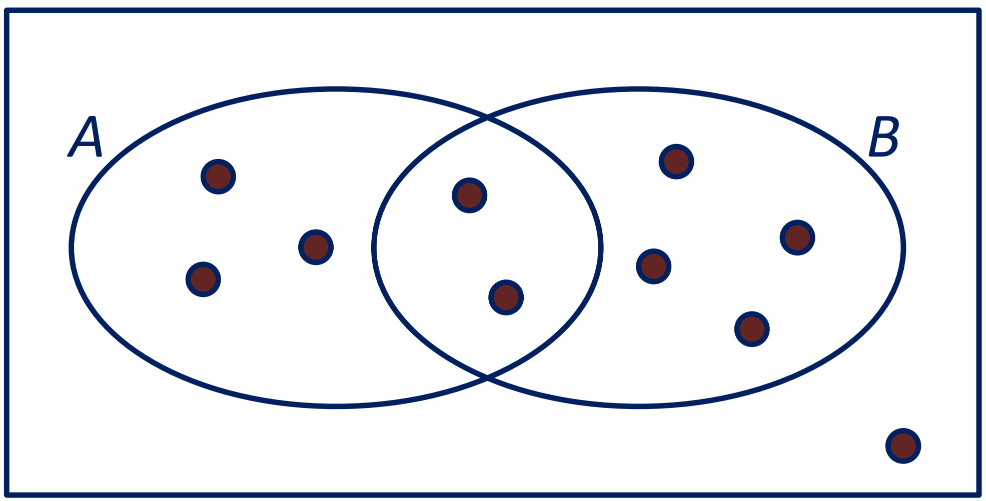
- **<u>Problema 2.13</u>:** De una baraja de 40 cartas se extrae una. Sean los sucesos $A = \{$obtener oro, copa o espada$\}$, $B = \{$obtener oro menor que 4 o copa menor que 6$\}$, $C = \{$obtener oro o basto$\}$. ¿Son independientes A, B y C?

- **<u>Problema 2.14</u>**: Si los sucesos A, B y C son independientes, ¿los sucesos $(A \cup B)$ y C también lo son?

Probabilidad condicional

- Probabilidad de un suceso A sabiendo que se ha cumplido B

		A			A		A	A		A		Ω se reduce a B			A			A	
Ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\rightarrow$		$\rightarrow$	1	2	4	6	8	9
	B	B		B		B		B	B					B	B	B	B	B	B



$\mathrm{P}(A) = 5/10$

$\mathrm{P}(A|B) = 2/6$

Para cumplir A debe cumplirse $A \cap B$, por tanto $\dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$

Probabilidad condicional

- Dados dos sucesos A y B, siendo $\mathrm{P}(B) > 0$,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- De ahí tenemos que

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A\,|\,B) \cdot \mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(B\,|\,A) \cdot \mathrm{P}(A)$$

- Si A y B son independientes, entonces

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

  - A no depende de lo que haga B, ni B de lo que haga A.

Problemas

- **Problema 2.15**: De una baraja de 40 cartas se extraen tres, si sabemos que no han salido espadas, probabilidad de obtener un trío.

- **Problema 2.16**: Se lanza un dado dos veces. Calcular la probabilidad de que la suma de ambos lanzamientos sea 7 sabiendo que el primer lanzamiento ha resultado ser cifra par.

Prob. condicional para *n* sucesos

- Probabilidad condicional para *n* sucesos:

$$\mathrm{P}(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) =$$

$$\mathrm{P}(A_1) \cdot \mathrm{P}(A_2|A_1) \cdot \mathrm{P}(A_3|(A_1 \cap A_2)) \cdots \mathrm{P}(A_n|(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{n\text{-}1}))$$

Problema 2.17

- En un laboratorio se dispone de 7 tubos con un tipo de virus A, 8 tubos con un tipo de virus B, y 9 tubos con uno de tipo C. Se toman cuatro tubos sucesivamente de forma aleatoria y se inyectan los virus en un ratón de prueba. Calcular la probabilidad de que se infecte solo con el virus C.

  Resolverlo por combinatoria y por sucesos independientes.