TEMA 1
Introducción a los TADs. Los tipos lineales

PROGRAMACIÓN Y ESTRUCTURAS DE DATOS

Introducción. Los tipos lineales

- 1. Introducción a los TADs
- 2. Vectores
- 3. Listas
- 4. Pilas
- 5. Colas

1. Introducción a los TADs

- TAD: Tipo Abstracto de Datos
- *Tipo de datos*:
  - **Clasifica los objetos de los programas (variables, parámetros, constantes) y determina los valores que pueden tomar**
  - **También determina las operaciones que se aplican**
    - **Entero: operaciones aritméticas enteras (suma, resta, …)**
    - **Booleano: operaciones lógicas (y, o, …)**
- *Abstracto*:
  - **La manipulación de los datos sólo dependen del comportamiento descrito en su especificación (*qué hace*) y es independiente de su implementación (*cómo se hace*)**
  - **Una especificación → Múltiples implementaciones**

1. Introducción a los TADs

- Especificación de un TAD:
  - Consiste en establecer las propiedades que lo definen
  - Para que sea útil debe ser:
    - Precisa: sólo produzca lo imprescindible
    - General: sea adaptable a diferentes contextos
    - Legible: sea un comunicador entre especificador e implementador
    - No ambigua: evite problemas de interpretación
  - Definición informal (lenguaje natural) o formal (algebraica)

1. Introducción a los TADs

- Implementación de un TAD:
  - Consiste en determinar una representación para los valores del tipo y en codificar sus operaciones a partir de esta representación
  - Para que sea útil debe ser:
    - Estructurada: facilita su desarrollo
    - Eficiente: optimiza el uso de recursos → Evaluación de distintas soluciones mediante la complejidad (espacial y temporal)
    - Legible: facilita su modificación y mantenimiento

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (I)

- Especificación algebraica (ecuacional): establece las propiedades de un TAD mediante ecuaciones con variables cuantificadas universalmente, de manera que las propiedades dadas se cumplen para cualquier valor que tomen las variables
- Pasos:
  - Identificación de los objetos del TAD y sus operaciones (declaración del TAD, módulos que usa, parámetros)
  - Definición de la signatura (sintaxis) de un TAD (nombre del TAD y perfil de las operaciones)
  - Definición de la semántica (significado de las operaciones)
- Operación: es una función que toma como parámetros (entrada) cero o más valores de diversos tipos, y produce como resultado un solo valor de otro tipo. El caso de cero parámetros representa una **constante** del tipo de resultado

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (II)

MODULO … USA … (bool, entero, natural…)
  PARAMETRO TIPO …
    OPERACIONES
      …
      …
  FPARAMETRO
  TIPO (GÉNERO) …
  OPERACIONES
    …
    …
FMODULO

```
MODULO VECTOR USA BOOL, ENTERO
//en todas las ecuaciones, c ≤ i, j ≤ f
    PARAMETRO TIPO item
        OPERACIONES
            c, f: → int    //límites inf. y sup.
            error( ) → item
    FPARAMETRO

    TIPO vector

    OPERACIONES
        crear( ) → vector
        asig( vector, int, item ) → vector
        recu( vector, int ) → item
        esvaciapos( vector, int ) → bool
```


1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (III)

MODULO NATURAL1
  TIPO natural
  OPERACIONES
    cero : → natural
    suc : natural → natural
FMODULO

Mediante aplicación sucesiva de cero y suc se obtienen los distintos valores del tipo:

cero, suc(cero), suc(suc(cero)), …

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (IV)

MODULO NATURAL2

TIPO natural

OPERACIONES

cero : → natural

suc : natural → natural

suma : natural natural → natural

FMODULO

¿suma(cero, suc(cero)) y suc(cero) denotan valores distintos?

¿ suma(cero, suc(cero)) y suma(suc(cero), cero) denotan el mismo valor?

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (V)

- Solución:
  - Utilización de ecuaciones de la forma $t_1 = t_2$, donde t_1 y t_2 son términos sintácticamente correctos del mismo tipo
  - Semánticamente, expresa que el valor construido mediante el término t_1 es el mismo que el valor construido mediante el término t_2
  - Para no tener que escribir infinitas ecuaciones, se admite que los términos que aparecen en una ecuación tengan variables

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (VI)

MODULO NATURAL3
  TIPO natural
  OPERACIONES
    cero : → natural
    suc : natural → natural
    suma : natural natural → natural
  VAR
    x, y: natural
  ECUACIONES
    suma(x, cero) = x
    suma(cero, x) = x
    suma(x, suc(y)) = suc(suma(x, y))
FMODULO

1. Introducción a los TADs

EJERCICIOS

- Sea el conjunto de los números *naturales* con las operaciones *cero* y *suc*. Define la sintaxis y la semántica de las operaciones "==" y "<=" que permiten realizar una ordenación de los elementos del conjunto

1. Introducción a los TADs

EJERCICIOS

- Completa en esta misma hoja las ecuaciones que aparecen a continuación y que expresan el comportamiento de las operaciones de: *resta* en el conjunto de los números Naturales en el que sólo existen las operaciones *cero:* $\rightarrow$ *natural* y la operación *suc: natural* $\rightarrow$ *natural* (devuelve el sucesor de un número Natural). Se asume que el primer operando de la *resta* es siempre mayor o igual que el segundo.

resta (natural,natural) $\rightarrow$ *natural*

resta: natural natural $\rightarrow$ *natural*

resta(,) = ...

resta(,) = ...

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (VII)

- ¿Cómo podemos estar seguros de que no son necesarias más ecuaciones?
- Propiedades importantes: *consistencia* y *completitud*
  - Si se ponen ecuaciones de más, se pueden igualar términos que están en clases de equivalencia diferentes, mientras que si se ponen de menos, se puede generar un número indeterminado de términos incongruentes con los representantes de las clases existentes

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (VIII)

- Clasificación de las operaciones:
  - **Constructoras**: devuelven un valor del tipo
    - Generadoras: permiten generar, por aplicaciones sucesivas, todos los valores del TAD a especificar
    - Modificadoras: el resto
  - **Consultoras**: devuelven un valor de un tipo diferente
- En general, las operaciones modificadoras y consultoras se especifican en términos de las generadoras. En ocasiones, una operación modificadora puede especificarse en términos de otras modificadoras o consultoras. Diremos que se trata de una **operación *derivada***

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (IX)

- **Ecuación condicional**: es equivalente a un conjunto finito de ecuaciones no condicionales

```
si (n1 <> n2) entonces
    saca(añade(s, n1), n2) = añade(saca(s, n2), n1)
sino
    saca(añade(s, n1), n2) = saca(s, n2)
fsi
```

```
saca(añade(s, n1), n2) =
    si (n1 <> n2) entonces    añade(saca(s, n2), n1)
                  sino        saca(s, n2)
    fsi
```

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (X)

- Operaciones auxiliares: se introducen en una especificación para facilitar su escritura y legibilidad. Son invisibles para los usuarios del TAD (también se les llama ocultas o privadas)

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (XI)

- Tratamiento de errores: puede ocurrir que alguna operación sea una función parcial (no se puede aplicar sobre ciertos valores del dominio de los datos)

```
MODULO NATURAL4
    TIPO natural
    OPERACIONES
        cero :  → natural
        suc, pred : natural → natural
        suma, mult : natural  natural → natural
    VAR x, y: natural;
    ECUACIONES
        suma(cero, x) = x
        suma(x, cero) = x
        suma(x, suc(y)) = suc(suma(x, y))
        mult(cero, x) = cero
        mult(x, cero) = cero
        mult(suc(y), x) = suma(mult(y, x), x)
        pred(suc(x)) = x
FMODULO
```

¿Cuánto vale pred(cero)?

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (XII)

- Tratamiento de errores:
  - Se añade una constate a la signatura que modeliza un valor de error: $error_{nat} \rightarrow natural$
  - Se añade una ecuación que completa la especificación de pred: $pred(cero) = error_{nat}$
  - Se supondrá que los valores sobre los que se aplica una operación en una ecuación normal están libres de error

1. Introducción a los TADs

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (XIII)

```
MODULO NATURAL4
    TIPO natural
    OPERACIONES
        error_nat : → natural
        cero :  → natural
        suc, pred : natural → natural
        suma, mult : natural  natural → natural
    VAR x, y: natural;
    ECUACIONES
        suma(cero, x) = x
        suma(x, cero) = x
        suma(x, suc(y)) = suc(suma(x, y))
        mult(cero, x) = cero
        mult(x, cero) = cero
        mult(suc(y), x) = suma(mult(y, x), x)
        pred(suc(x)) = x
        pred (cero) = error_nat
FMODULO
```

1. Introducción a los TADs

IMPLEMENTACIÓN (I)

- Dada una especificación de un tipo, se pueden construir diversas implementaciones
- Cada implementación se define en un módulo diferente, llamado módulo de implementación
- La construcción de estos módulos consta de dos fases:
  - Elección de una representación para los diferentes tipos definidos en la especificación
  - Codificación de las operaciones en términos de la representación elegida

1. Introducción a los TADs

IMPLEMENTACIÓN (II)

- Mecanismos de abstracción en los lenguajes de programación:
  - Encapsulamiento de la representación del TAD
  - Ocultación de la información, para limitar las operaciones posibles sobre el TAD
  - Genericidad, para lograr implementaciones genéricas válidas para distintos tipos
  - Herencia, para reutilizar implementaciones
- Los lenguajes de programación tradicionales (Fortran, Basic, Pascal, C) resultan ineficientes para utilizar los mecanismos de abstracción
- Es necesario emplear lenguajes modernos (ADA, C++, Java, C#)

1. Introducción a los TADs

Preguntas de tipo test: Verdadero vs. Falso

- EsVacia: PILA → BOOLEAN. Si P y Q son pilas: Q = EsVacia (P), es un uso sintácticamente correcto de la operación
- En la especificación de un TAD, una operación consultora devuelve un valor del tipo definido
- Sea el siguiente TAD:

MÓDULO NATURALEXAMEN
TIPO natural
OPERACIONES
uno: → natural; siguiente: natural → natural
sumar: natural natural → natural
FMÓDULO

Si *N* es un *natural*: *N = sumar(uno,siguiente(uno))* es un uso sintácticamente incorrecto de la operación *sumar*

2. Vectores

- Un vector es un conjunto ordenado de pares <índice, valor>. Para cada índice definido dentro de un rango finito existe asociado un valor. En términos matemáticos, es una correspondencia entre los elementos de un conjunto de índices y los de un conjunto de valores

2. Vectores

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA

```
MODULO VECTOR USA BOOL, ENTERO
//en todas las ecuaciones, c ≤ i, j ≤ f
    PARAMETRO TIPO item
        OPERACIONES
            c, f: → int     //límites inf. y sup.
            error( ) → item
    FPARAMETRO

    TIPO vector

    OPERACIONES
        crear( ) → vector
        asig( vector, int, item ) → vector
        recu( vector, int ) → item
        esvaciapos( vector, int ) → bool
```

```
VAR v: vector; i, j: int; x, y: item;
ECUACIONES
    si ( i < > j ) entonces
        asig( asig( v, i, x ), j, y ) = asig( asig( v, j, y ), i, x )
    si no asig( asig( v, i, x ), j, y ) = asig( v, i, y ) fsi

    recu( crear( ), i ) = error( )
    recu( asig(v, i, x ), j )
        si ( i == j ) entonces x
        si no  recu( v, j ) fsi

    esvaciapos( crear( ), i ) = CIERTO
    esvaciapos( asig( v, i, x ), j )
        si ( i == j ) entonces FALSO
        si no esvaciapos( v, j ) fsi

FMODULO
```


2. Vectores

REPRESENTACIÓN DE VECTORES

```
//Vector de item

const int kTam = 10;
class TVector {
     friend ostream& operator << ( ostream&, TVector&);

public:
TVector( );
TVector( const TVector &v );
~TVector( );
TVector& operator =( TVector &v );

TItem & Recu( int i );
void Asig( int i, TItem c );
bool Esvaciapos( int i );

private:
TItem  fv[ kTam ];     //tamaño fijo
// TItem *fv;      tamaño dinámico
int fLong;
};
```

Cambio de Asig y Recu por la sobrecarga del operador corchete:
TItem & operator [] (int i);

```
TItem&
TVector::operator[] (int indice){
  if (indice>=1 && indice<=fLong)
    return (fv[indice-1]);
  else
    return (error); }
```

2. Vectores

EJERCICIOS *eliminar*

- Sea un vector de números naturales. Utilizando exclusivamente las operaciones *asignar* y *crear*, define la sintaxis y la semántica de la operación *eliminar* que borra las posiciones pares del vector marcándolas con "0" (para calcular el resto de una división, se puede utilizar la operación MOD)

2. Vectores

EJERCICIOS *operación M*

- Dada la sintaxis y la semántica de la operación M que actúa sobre un vector:

M (vector) → vector

Var v: vector; i: int; x: item;

M(crear()) = crear()

si i == 1 entonces

M(asig(v, i, x)) = M(v)

si no M(asig(v, i, x)) = asig(M(v), i –1, x)

a) Aplicar la operación M al siguiente vector:

asig(asig(asig(crear(), 3, a), 1, b), 2, c)

b) Explicar en un párrafo qué es lo que hace la operación M

2. Vectores

EJERCICIOS *palíndromo*

- Utilizando las operaciones definidas en clase para la definición del tipo vector definir la sintaxis y la semántica de la operación *palindromo* que indica si un vector de naturales con 100 elementos es palíndromo. Por ejemplo, el vector 1,25,12,3,3,12,25,1 es palíndromo (se ha simplificado el ejemplo con un vector de 8 elementos). IMPORTANTE: se asume que el vector está creado con tamaño 100, está lleno y el rango de las posiciones es de 1 a 100 (en este orden).

2. Vectores

Preguntas de tipo test: Verdadero vs. Falso

- El tipo de datos vector se define como un conjunto en el que sus componentes ocupan posiciones consecutivas de memoria
- Un vector es un conjunto ordenado de pares <índice, valor>

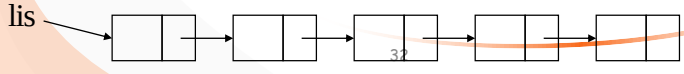
3. Listas

- Una lista es una secuencia de cero o más elementos de un mismo tipo de la forma $e_1, e_2, ..., e_n$ $\quad \forall n \geq 0$
- De forma más general: $e_p, e_{sig(p)}, ..., e_{sig(sig \dots n) \dots (p))}$
  Al valor *n* se le llama *longitud de la lista*. Si *n* = 0 tenemos una *lista vacía*. A e_1 se le llama primer elemento, y a e_n último elemento
- Propiedades:
  - Se establece un orden secuencial estricto sobre sus elementos por la *posición* que ocupan dentro de la misma. De esta forma e_i precede a $e_{sig(i)}$ para i = 1, 2, ... , n-1 y $e_{sig(i)}$ sucede a e_i para i = 1, 2, ... , n-1. Por último, el elemento e_i ocupa la posición i
  - La lista nos permite conocer cualquier elemento de la misma *accediendo a su posición*, algo que no podremos hacer con las pilas y con las colas. Utilizaremos el concepto generalizado de posición, con una ordenación definida sobre la misma, por lo tanto no tiene por qué corresponderse exactamente con los números enteros, como clásicamente se ha interpretado este concepto
- Una *lista ordenada* es un tipo especial de lista en el que se establece una relación de orden definida entre los items de la lista

3. Listas

REPRESENTACIÓN DE LISTAS

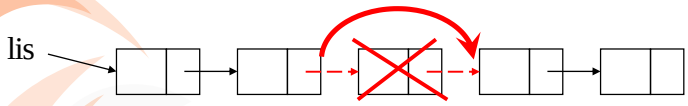
- El TAD *lista* se utiliza para almacenar listas de un número **variable** de objetos.
- Representación secuencial (internamente un *array*)
  - **A partir de tipos base ("arrays")**
  - **A partir de tipos definidos por el usuario ("tvector" –herencia o layering –)**
- Representación enlazada (internamente *punteros a nodo*)
  - **A partir de tipos base ("punteros a nodo")**
  - Cada objeto se almacena en un nodo, que se enlaza con el siguiente.
  - La lista es un puntero al primer nodo, o NULL si está vacía.
  - Un nodo es un contenedor para almacenar información, y tiene dos partes:
    - La información del objeto que se desea guardar.
    - Uno o más punteros para enlazar el nodo con otros nodos y construir la estructura de datos.



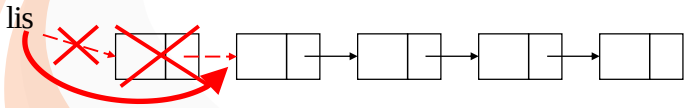
3. Listas

REPRESENTACIÓN ENLAZADA DE LISTAS (I)

- Operaciones Básicas sobre las listas:
  - Averiguar si la lista está vacía
  - Búsqueda de un elemento
  - Inserción y Borrado de un elemento: hay que distinguir si es al principio, en una posición intermedia o al final de la lista
    - BORRADO DE UN ELEMENTO INTERMEDIO O FINAL



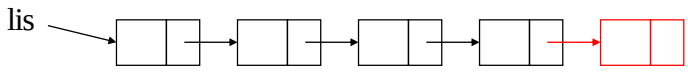
- BORRADO DEL PRIMER ELEMENTO



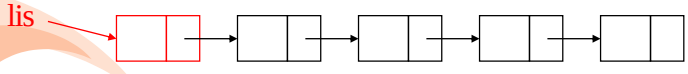
3. Listas

REPRESENTACIÓN ENLAZADA DE LISTAS (II)

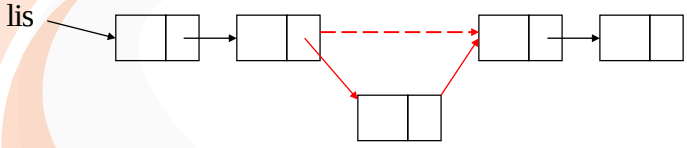
- INSERCIÓN DE UN ELEMENTO AL FINAL



- INSERCIÓN DE UN ELEMENTO AL PRINCIPIO



- INSERCIÓN EN UNA POSICIÓN INTERMEDIA



3. Listas

LISTAS ORDENADAS

- Una lista ordenada es una lista que en todo momento se mantiene ordenada.
- Se consigue insertando siempre los nodos en la posición que les corresponda según el orden definido (los borrados no desordenan la lista).
- Ventajas frente a la lista simple:
  - El tiempo medio de búsqueda se reduce (no es necesario recorrer toda la lista para comprobar que un nodo no está).
  - No es necesario ordenar la lista.

3. Listas

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (I)

```
MODULO LISTA USA BOOL, NATURAL
    PARAMETRO TIPO item, posicion
        OPERACIONES
            == ( posicion, posicion ) → bool
            error_item( ) → item
            error_posicion( ) → posicion
    FPARAMETRO
TIPO lista
OPERACIONES
        crear( ) → lista
        inscabeza( lista, item ) → lista
        esvacia( lista ) → bool
        concatenar( lista, lista ) → lista
        longitud( lista ) → natural
        primera, ultima( lista ) → posicion
        anterior, siguiente( lista, posicion ) → posicion
        insertar( lista, posicion, item ) → lista
        borrar( lista, posicion ) → lista
        obtener( lista, posicion ) → item
```

3. Listas

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (II)

VAR L_1, L_2: lista; x: item; p: posicion;
ECUACIONES

esvacia(crear( )) = CIERTO
esvacia(inscabeza(L_1, x)) = FALSO

concatenar(crear( ), L_1) = L_1
concatenar(L_1, crear( )) = L_1
concatenar(inscabeza(L_1, x), L_2) = inscabeza(concatenar(L_1, L_2), x)

longitud(crear( )) = 0
longitud(inscabeza(L_1, x)) = 1 + longitud(L_1)

primera(crear( )) = error_posicion( ); ultima(crear( )) = error_posicion( )
si esvacia(L_1) **entonces**
    ultima(inscabeza(L_1, x) = primera(inscabeza(L_1, x))
si no ultima(inscabeza(L_1, x) = ultima(L_1)

anterior(L_1, primera(L_1)) = error_posicion( ); siguiente(L_1, ultima(L_1)) = error_posicion( )
si p != ultima(L_1) **entonces** anterior(L_1, siguiente(L_1, p)) = p
anterior(inscabeza(L_1, x), primera(L_1)) = primera(inscabeza(L_1, x))

3. Listas

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA (III)

si p != primera(L_1) **entonces** siguiente(L_1, anterior(L_1, p)) = p
siguiente(inscabeza(L_1, x), primera(inscabeza(L_1, x)) = primera(L_1)

insertar(crear( ), p, x) = crear( )
si p == primera(inscabeza(L_1, x)) **entonces**
    insertar(inscabeza(L_1, x), p, y) = inscabeza(inscabeza(L_1, y), x)
si no insertar(inscabeza(L_1, x), p, y) = inscabeza(insertar(L_1, p, y), x)

borrar(crear( ), p) = crear( )
si p == primera(inscabeza(L_1, x)) **entonces**
    borrar(inscabeza(L_1, x), p) = L_1
si no borrar(inscabeza(L_1, x), p) = inscabeza(borrar(L_1, p), x)

obtener(crear( ), p) = error_item( )
si p == primera(inscabeza(L_1, x)) **entonces**
    obtener(inscabeza(L_1, x), p) = x
si no obtener(inscabeza(L_1, x), p) = obtener(L_1, p)

FMODULO

3. Listas

ENRIQUECIMIENTO DE LAS LISTAS

OPERACIONES

sublista(lista, posicion, natural) → lista

inversa (lista) → lista

VAR L: lista; x, y: item; n: natural; p: posicion;

ECUACIONES

sublista(L, p, 0) = crear( )

sublista(crear( ), p, n) = crear( )

si p == primera(inscabeza(L, x)) **entonces**

sublista(inscabeza(L, x), p, n) = inscabeza(sublista(L, primera(L), n - 1), x)

si no sublista(inscabeza(L, x), p, n) = sublista(L, p, n)

inversa(crear( )) = crear ( )

inversa(inscabeza(crear( ), x)) = inscabeza(crear( ), x)

inversa(inscabeza(L, x)) = insertar(inversa(L), ultima(inversa(L)), x)

3. Listas

REPRESENTACIÓN DE LISTAS (I)

```
class TLista {
  friend ostream&
       operator<<(ostream&, TLista&);
  friend class TPosicion;
  public:
    TLista();
    ~TLista();
    void InsCabeza(int);
    TPosicion Primera();
    int& Obtener(TPosicion&);
    void Borrar(TPosicion&);
  private:
    TNodo *lis;
};
```

```
class TNodo {
  friend class TLista; friend class TPosicion;
  public:
    TNodo(); ~TNodo();
  private:
    int dato;   TNodo *sig; };

class TPosicion {
 friend class TLista;
  public:
    TPosicion(); ~TPosicion();
    bool EsVacia();
    TPosicion Siguiente();
    TPosicion& operator=(TPosicion&);
  private:
    TNodo* pos; };
```

3. Listas

REPRESENTACIÓN DE LISTAS (II)

```
TLista::TLista() {  lis = NULL; }

TLista::~TLista() {
  TPosicion p, q;
  q = Primera();
  while(!q.EsVacia()) {
    p = q;
    q = q.Siguiente();
    delete p.pos;
  }
  lis = NULL;
}
```

```
void
TLista::InsCabeza(int i) {
  TNodo* aux = new TNodo;
  aux→dato = i;
  if(lis == NULL) {
    aux→sig = NULL;
    lis = aux;
  }
  else {
    aux→sig = lis;
    lis = aux;
  }
}
```


3. Listas

REPRESENTACIÓN DE LISTAS (III)

```
TPosicion
TLista::Primera() {
  TPosicion p;  p.pos = lis;
  return p;}

int&
TLista::Obtener(TPosicion& p) {
  return p.pos→dato;}

ostream&
operator<<(ostream& os, TLista& l) {
  TPosicion p;
  p = l.Primera();
  while(!p.EsVacia()) {
    os << l.Obtener(p) << ' ';
    p = p.Siguiente();}
  return os; }
```

```
TNodo::TNodo() {
  dato = 0;  sig = NULL; }

TNodo::~TNodo() {
  dato = 0;  sig = NULL; }

TPosicion::TPosicion() {  pos = NULL; }

TPosicion::~TPosicion() {
  pos = NULL; }

bool
TPosicion::EsVacia() {
  return pos == NULL; }
```

3. Listas

REPRESENTACIÓN DE LISTAS (IV)

```
TPosicion
TPosicion::Siguiente() {
 TPosicion p;
 p.pos = pos→sig;
 return p;
// ¿si pos es NULL?
}

TPosicion&
TPosicion::operator=(TPosicion& p) {
 pos = p.pos;
 return *this;
}
```

```
int
main(void)
{
 TLista l;
 l.InsCabeza(1); l.InsCabeza(3);
 l.InsCabeza(5); l.InsCabeza(7);
 cout << l << endl;
 TPosicion p;
 p = l.Primera();
 cout << "Primer elemento: "
    << l.Obtener(p) << endl;
 p = p.Siguiente();
 cout << "Segundo elemento: "
    << l.Obtener(p) << endl;
}
```


Vectores y Listas

Aplicaciones reales

- Clasificación de los equipos de la liga de fútbol.
- Gestión de la lista de espera de un hospital para intervenciones quirúrgicas.

Clasificación 1ª división

	EQUIPO	PTOS	PJ	PG	PE	PP	GF	GC
1	Barcelona	50	19	16	2	1	53	12
2	At. Madrid	50	19	16	2	1	47	11
3	Real Madrid	47	19	15	2	2	53	21
4	Ath.Bilbao	36	19	11	3	5	32	24
5	Villarreal	34	19	10	4	5	37	21
6	Real Sociedad	32	19	9	5	5	36	28
7	Sevilla FC	30	19	8	6	5	36	30
8	Valencia	23	19	7	2	10	26	31
9	Granada	23	19	7	2	10	19	25
10	Levante	23	19	6	5	8	18	27
11	Getafe	23	19	7	2	10	20	31
12	Espanyol	22	19	6	4	9	22	25
13	Osasuna	21	19	6	3	10	17	29
14	Málaga	20	19	5	5	9	19	24
15	Celta de Vigo	19	19	5	4	10	23	31
16	Almería	19	19	5	4	10	21	38
17	Elche	18	19	4	6	9	17	28
18	Valladolid	16	19	3	7	9	21	33
19	Rayo	16	19	5	1	13	19	45
20	Real Betis	11	19	2	5	12	16	38

3. Listas

EJERCICIOS *borraultimo*

- Completa las ecuaciones que aparecen a continuación y que expresan el comportamiento de las operaciones de *borraultimo* (borra el último elemento de la lista) en una lista de acceso por posición:

La sintaxis de la operación es la siguiente:

borraultimo(lista) → lista borraultimo:lista → lista

borraultimo(crear()) =.....

si esvacia(l1) **entonces** borraultimo(inscabeza(l1,x)) =.....

si no borraultimo(inscabeza(l1,x)) = ...

Donde: x ∈ elemento l1 ∈ lista

3. Listas

EJERCICIOS *quita_pares*

- Definir la sintaxis y la semántica de la operación *quita_pares* que actúa sobre una lista y devuelve la lista original en la que se han eliminado los elementos que ocupan las posiciones pares

3. Listas

EJERCICIOS *operación X*

- Explicar qué hace la operación X, cuya sintaxis y semántica aparecen a continuación:

X (lista) → lista X :lista → lista

X (crear ( )) --> crear ( )
X (inscabeza (l, i)) <==>
si (longitud (l) == 0) **entonces** crear ( )
si no inscabeza (X (l), i)

Donde: l ∈ lista, i ∈ ítem

- Simplificar la siguiente expresión: (IC = inscabeza)
  X (IC (IC (IC (IC (crear ( ), a), b) ,c) ,d))

3. Listas

Preguntas de tipo test: Verdadero vs. Falso

- La operación BorrarItem tiene la siguiente sintaxis y semántica:

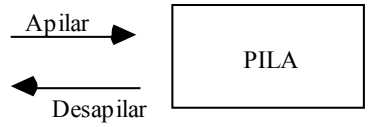
  BorrarItem: LISTA, ITEM -> LISTA
  BorrarItem(Crear, i) = Crear
  BorrarItem(IC(L1,j), i) = si (i == j) entonces L1
  sino IC (BorrarItem (L1, i), j)

  Esta operación borra todas las ocurrencias del item que se encuentra en la lista

- La complejidad temporal de obtener un elemento en un vector ordenado mediante búsqueda binaria o en una lista ordenada es la misma

4. Pilas

- Una pila es una lista en la que todas las inserciones y borrados se realizan en un único extremo, llamado *tope* o *cima*. Sabemos por tanto que el último elemento insertado en la pila será el primero en ser borrado de la misma, de ahí que también se les llame listas "LIFO" (Last In, First Out). También podemos conocer cuál es el elemento que se encuentra en la *cima*



4. Pilas

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA

MODULO PILA USA BOOL
  PARAMETRO
    TIPO item
    OPERACIONES
      error( ) → item
  FPARAMETRO

TIPO pila

OPERACIONES
  crear( ) → pila
  apilar(pila, item) → pila
  desapilar(pila) → pila
  cima(pila) → item
  esvacia(pila) → bool

VAR p: pila, e: item;
ECUACIONES
  desapilar(crear( )) = crear( )
  desapilar(apilar(p, e)) = p
  cima(crear( )) = error( )
  cima(apilar(p, e)) = e
  esvacia(crear( )) = CIERTO
  esvacia(apilar(p, e)) = FALSO

FMODULO

4. Pilas

REPRESENTACIÓN SECUENCIAL DE PILAS (I)

- Representación secuencial (internamente un *array*)
  - **A partir de tipos base ("arrays")**
  - **A partir de tipos definidos por el usuario ("tvector" –herencia o layering –)**
- Tipos de algoritmos
  - **Realizando las inserciones por la primera componente. Ineficiente**
  - **Utilizando un cursor que indique la posición actual del primer elemento de la pila**
- Ventajas y desventajas
  - **Desventaja: tamaño máximo de la pila**
  - **Ventaja: sencillez de implementación**

4. Pilas

REPRESENTACIÓN SECUENCIAL DE PILAS (II)

```
const kMax = 10;
class TPila {
    public:
        TPila( ); TPila( TPila & ); ~TPila( ); TPila& operator=( TPila &);
        TItem& Cima( );
        void Apilar( TItem& );
        . . .
    private:
        TItem fpila[ kMax ];   //tamaño fijo
        // TItem *fpila;   tamaño dinámico
        int ftope;
    };
TPila::TPila( ) {
    fpila = new TItem[ 10 ]; //sólo si el vector es dinámico
    ftope = 0;   }
void
TPila::Desapilar( ) {
        ftope --;   }
```

4. Pilas

REPRESENTACIÓN ENLAZADA DE PILAS (I)

- Representación enlazada (internamente *punteros a nodo*)
  - **A partir de tipos base ("punteros a nodo")**
  - **A partir de tipos definidos por el usuario ("tlista" –herencia o layering–)**
- Ventajas
  - **Ventaja: no hay definido un tamaño para la pila**

4. Pilas

REPRESENTACIÓN ENLAZADA DE PILAS (II)

```
class TPila {
    public:
            TPila( ); TPila( TPila & ); ~TPila( ); TPila& operator=( TPila &);
            TItem& Cima( );
            void Apilar( TItem& );
            . . .
    private:
            struct TNodo {
                    TItem dato;
                    TNodo *sig;   };
            TNodo *fp;
    };
TPila::TPila( ) {   fp = NULL;   }
void
TPila::Desapilar( ) {
            TNodo *aux;
            aux = fp;
            fp = fp -> sig;
            delete aux;   }
```

4. Pilas

REPRESENTACIÓN ENLAZADA DE PILAS (III)

```
//HERENCIA PRIVADA
class TPila: private TLista {
  public:
    TPila( ); TPila( TPila & ); ~TPila( );
    void Apilar( TItem& );
    void Desapilar( );
          . . .
};

TPila::TPila( ): TLista( ) {  };

TPila::TPila( TPila &p ): TLista( p ) {  };

~TPila( ) {  }
void
TPila::Apilar( TItem &a ) { InsCabeza( a ); }

void
TPila::Desapilar( ) { Borrar( Primera( ) ); }
```

```
//LAYERING O COMPOSICIÓN
class TPila {
  public:
    TPila( ); TPila( TPila & ); ~TPila( );
    void Apilar( TItem& ); void Desapilar( );
          . . .
    private: TLista L;
};

TPila::TPila( ): L( ) {  };

TPila::TPila( TPila &p ): L( p.L ) {  };

~TPila( ) {  }
void
TPila::Apilar( TItem &a ) { L.InsCabeza( a ); }

void
TPila::Desapilar( ) { L.Borrar( L.Primera( ) ); }
```

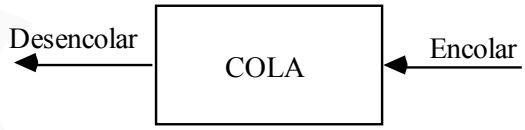

4. Pilas

EJERCICIOS

- Dar la sintaxis y la semántica de la operación **base**, que actúa sobre una pila y devuelve la base de la pila (el primer elemento que se ha apilado)

5. Colas

- Una cola es otro tipo especial de lista en el cual los elementos se insertan por un extremo (*fondo*) y se suprimen por el otro (*tope*). Las colas se conocen también como listas "FIFO" (First Int First Out). Las operaciones definidas sobre una cola son similares a las definidas para las pilas con la salvedad del modo en el cual se extraen los elementos



5. Colas

ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA

MODULO COLA USA BOOL
  PARAMETRO
    TIPO item
    OPERACIONES
      error( ) → item
  FPARAMETRO

TIPO cola

OPERACIONES
  crear( ) → cola
  encolar(cola, item) → cola
  desencolar(cola) → cola
  cabeza(cola) → item
  esvacia(cola) → bool

VAR c: cola, x: item;
ECUACIONES
  desencolar(crear( )) = crear( )
  si esvacia(c) **entonces**
    desencolar(encolar(c, x)) = crear ( )
  si no desencolar(encolar(c, x)) =
    encolar(desencolar (c), x)
  cabeza(crear( )) = error( )
  si esvacia(c) **entonces**
    cabeza(encolar(c, x)) = x
  si no cabeza(encolar(c, x)) = cabeza(c)
  esvacia(crear( )) = CIERTO
  esvacia(encolar(c, x)) = FALSO

FMODULO

5. Colas

ENRIQUECIMIENTO DE LAS COLAS

OPERACIONES

concatena(cola, cola) → cola

VAR c, q: cola; x: item;

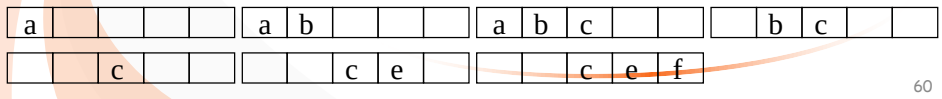
ECUACIONES

concatena(c, crear( )) = c
concatena(crear( ), c) = c
concatena(c, encolar(q, x)) = encolar(concatena(c, q), x)

5. Colas

REPRESENTACIÓN SECUENCIAL DE COLAS (I)

- Representación secuencial (internamente un *array*)
  - **A partir de tipos base ("arrays")**
  - **A partir de tipos definidos por el usuario ("tvector" –herencia o layering–)**
- Tipos de algoritmos
  - **Utilizando un array (*fv*) para almacenar los elementos y dos enteros (*tope* y *fondo*) para indicar la posición de ambos extremos**
    - **Inicializar: tope = 0; fondo = -1;**
    - **Condición de cola vacía: fondo < tope**
    - **Inserción: fondo++; fv[fondo] = x;**
    - **Borrado: tope ++;**



5. Colas

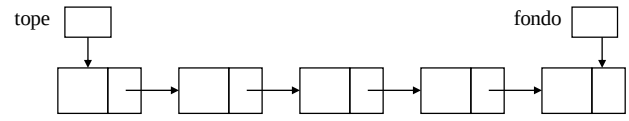
REPRESENTACIÓN SECUENCIAL DE COLAS (II)

- Problema:
  - Hay huecos pero no puedo insertar
- Soluciones:
  - Cada vez que se borra un elemento, el resto se desplaza una posición a la izquierda para que *tope* siempre esté en la primera posición. ¿Qué problemas presenta esta solución? aumentamos la complejidad de la operación desencolar
  - Colas circulares. A*rray* como un círculo en el que la primera posición sigue a la última. Condición de cola vacía *tope* == *fondo*
- Ventajas y desventajas
  - Desventaja: tamaño máximo de la cola
  - Ventaja: sencillez de implementación

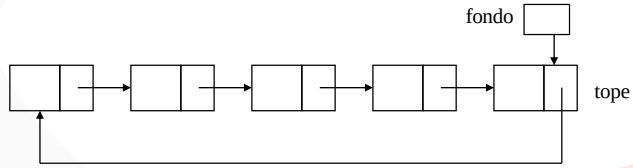
5. Colas

REPRESENTACIÓN ENLAZADA DE COLAS (I)

- Representación enlazada (internamente *punteros a nodo*)
  - **A partir de tipos base ("punteros a nodo")**



- **Colas circulares enlazadas, en las que sólo se necesita un puntero. El siguiente elemento apuntado por *fondo* es el primero a desencolar**



5. Colas

REPRESENTACIÓN ENLAZADA DE COLAS (II)

- **A partir de tipos definidos por el usuario ("tlista" –herencia o layering–)**

- Ventajas
  - **Ventaja: no hay definido un tamaño para la cola**

Pilas y Colas

Aplicaciones reales

- Gestión del uso de recursos compartidos: colas de impresión, colas de procesos pendientes de ejecución, colas de mensajes, etc.
- Los editores de texto proporcionan normalmente un botón deshacer que cancela las operaciones de edición recientes y restablece el estado anterior del documento (almacenamiento en una pila).
- Los Navegadores en Internet almacenan en una pila las direcciones de los sitios más recientemente visitados.

EJERCICIOS

- Dada la clase *TVector* que almacena un vector dinámico de enteros y un entero que contiene la dimensión del vector, definid en C++:
  - La clase *TVector*
  - Constructor por defecto (dimensión 10 y componentes a -1)

EJERCICIOS

- Dada la clase *TPila* definid en C++ el método *Apilar*

Pilas y colas

Preguntas de tipo test: Verdadero vs. Falso

- La semántica de la operación *cima* del tipo *pila* vista en clase es la siguiente:

  VAR p: pila, e: item;
  cima(crear( )) = error( )
  cima(apilar(p, e)) = cima(p)

- Es posible obtener una representación enlazada de una cola utilizando un único puntero que apuntará al fondo de la cola