EGM0013

# Controle Adaptativo

Prof. **Josenalde Barbosa de Oliveira** – **UFRN**

josenalde.oliveira@ufrn.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecatrônica

2023.1: 4T1234 (60h) (13:00-14:40h; 14:55-16:35)

# Exemplo de projeto – ordem 2 - MIT

(1) Planta: $\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_2 y + u \Leftrightarrow \dfrac{y}{u} = \dfrac{1}{s^2 + a_1 s + a_2}$ $a_1, a_2$ desconhecidos, com $y, \dot{y}$ mensuráveis

(2) Modelo de Referência: $\ddot{y}_m = -2\dot{y}_m - y_m + r \Leftrightarrow \dfrac{y_m}{r} = \dfrac{1}{s^2 + 2s + 1}$

(3) Lei de Controle para condição de matching: $u = \theta_1^*\dot{y} + \theta_2^* y + r = {\theta^*}^T \phi + r, \theta^* = \begin{bmatrix} \theta_1^* \\ \theta_2^* \end{bmatrix}, \phi = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ y \end{bmatrix}$

Substitutindo (3) em (1): $\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_2 y + \theta_1^*\dot{y} + \theta_2^* y + r$

$$= -(a_1 - \theta_1^*)\dot{y} - (a_2 - \theta_2^*)y + r = -2\dot{y}_m - y_m + r$$

Logo: $= (a_1 - \theta_1^*) = 2 \implies \theta_1^* = a_1 - 2$

$$= (a_2 - \theta_2^*) = 1 \implies \theta_2^* = a_2 - 1$$

Como $a_1, a_2$ são desconhecidos, usam-se estimativas e $u = \theta_1\dot{y} + \theta_2 y + r$ (4)

# Exemplo de projeto – ordem 2 - MIT

Regra de ajuste do MIT, com $e_0 = y - y_m$

$$\dot{\theta}_1 = -\gamma e_0 \frac{\partial y}{\partial \theta_1}$$

$$\dot{\theta}_2 = -\gamma e_0 \frac{\partial y}{\partial \theta_2}$$

Usando (4) em (1):

$$\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_2 y + \theta_1\dot{y} + \theta_2 y + r$$

$$\frac{\partial \ddot{y}}{\partial \theta_1} = -a_1\frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta_1} - a_2\frac{\partial y}{\partial \theta_1} + \dot{y} + \theta_1\frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta_1} + \theta_2\frac{\partial y}{\partial \theta_1}$$

$$\frac{\partial \ddot{y}}{\partial \theta_2} = -a_1\frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta_2} - a_2\frac{\partial y}{\partial \theta_2} + \theta_1\frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta_2} + y + \theta_2\frac{\partial y}{\partial \theta_2}$$

Seja o operador de diferenciação $p = \frac{d}{dt}(.)$

$$\frac{d^2}{dt^2}\frac{\partial y}{\partial \theta_1} = (\theta_1 - a_1)\frac{d}{dt}\frac{\partial y}{\partial \theta_1} + (\theta_2 - a_2)\frac{\partial y}{\partial \theta_1} + \dot{y} \implies \frac{\partial y}{\partial \theta_1} = \frac{1}{p^2 - (\theta_1 - a_1)p - (\theta_2 - a_2)}\dot{y}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\frac{\partial y}{\partial \theta_2} = (\theta_1 - a_1)\frac{d}{dt}\frac{\partial y}{\partial \theta_2} + (\theta_2 - a_2)\frac{\partial y}{\partial \theta_2} + y \implies \frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{1}{p^2 - (\theta_1 - a_1)p - (\theta_2 - a_2)}y$$

# Exemplo de projeto – ordem 2 - MIT

Mas $a_1, a_2$ são desconhecidos. Então substitui-se por $\hat{a}_1, \hat{a}_2$. Lembremos que

$$(\hat{a}_1 - \theta_1) = 2 \implies \hat{a}_1 = \theta_1 + 2$$

$$(\hat{a}_2 - \theta_2) = 1 \implies \hat{a}_2 = \theta_2 + 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_1} = \frac{1}{p^2 - (\theta_1 - a_1)p - (\theta_2 - a_2)}\dot{y} = \frac{\partial y}{\partial \theta_1} = \frac{1}{p^2 + 2p + 1}\dot{y}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{1}{p^2 - (\theta_1 - a_1)p - (\theta_2 - a_2)}y = \frac{\partial y}{\partial \theta_2} = \frac{1}{p^2 + 2p + 1}y$$

Sensibilidades aproximadas, sendo o MRAC com a regra do MIT localmente estável para $\gamma$ pequeno, $r$ pequena amplitude, número suficiente de frequências, $\theta_1(0), \theta_2(0)$ próximos de $\theta_1^*, \theta_2^*$

Proposta: implementar e verificar hipóteses acima

Ver Aparow (2014) para exemplo prático em PID adaptativo