EGM0013

Controle Adaptativo

Prof. **Josenalde Barbosa de Oliveira – UFRN**

josenalde.oliveira@ufrn.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecatrônica

2023.1: 4T1234 (60h) (13:00-14:40h; 14:55-16:35)

Estabilidade de sistemas lineares

Teorema: seja $\dot{x} = Ax, x^* = 0$ é globalmente assintoticamente estável se e somente se (necessário e suficiente) $\forall Q = Q^T > 0$ existe uma única $P = P^T > 0$ tal que

$$A^T P + PA = -Q \text{ (Equação de Lyapunov)}$$

Prova (suficiência): Seja $V(x) = x^T Px, P = P^T > 0$

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T Px + x^T P\dot{x} = x^T A^T Px + x^T PAx = x^T(A^T P + PA)x = x^T(-Q)x = -x^T Qx < 0, Q = Q^T > 0$$

$x^* = 0$ é assintoticamente estável

$\lim_{||x|| \to \infty} x^T Px \to \infty$ é GAS

Estabilidade de sistemas lineares

Síntese de um controlador ótimo, caso linear SISO

$\dot{x} = Ax + bu, \quad A$ é estritamente Hurwitz, ou seja, autovalores com parte real negativa

Objetivo: determinar $u(t)$ tal que o estado do sistema seja levado à origem o mais rapidamente possível

ou seja, minimizando $\dfrac{dV(t)}{dt} = \dot{V}(t)$ (maximizando η)

$$\text{Seja } V(x) = x^T P x, P = P^T > 0 \quad -Q = A^T P + PA, \quad Q = I$$

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = (x^T A^T + b^T u) P x + x^T P (Ax + bu)$$

$$= x^T (A^T P + PA) x + b^T P x u + x^T P b u$$

mas os termos $b^T P x = k_1$ e $x^T P b = k_2$ são escalares, ou seja $k_1 = k_1^T = k_2$

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2 b^T P x u$$

Se estabelecemos que o sinal de controle é uniformemente limitado, $|u(t)| \leq U, U > 0, \forall t$

Estabilidade de sistemas lineares

Síntese de um controlador ótimo, caso linear SISO

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2b^T P x u$$

Se estabelecemos que o sinal de controle é uniformemente limitado, $|u(t)| \leq U, U > 0, \forall t$

Então para minimizar $\dot{V}(x)$ em termos de sinal de controle , $u(t) = -U sign(b^T P x)$

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2b^T P x[-U sign(b^T P x)], \text{ lembre que } x sign(x) = |x|$$

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x - 2U|b^T P x|$$

Valor mínimo para $\dot{V}(x)$ com a restrição física $|u(t)| \leq U$