

EGM0013

Controle Adaptativo

Prof. Josenalde Barbosa de Oliveira – UFRN



josenalde.oliveira@ufrn.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecatrônica

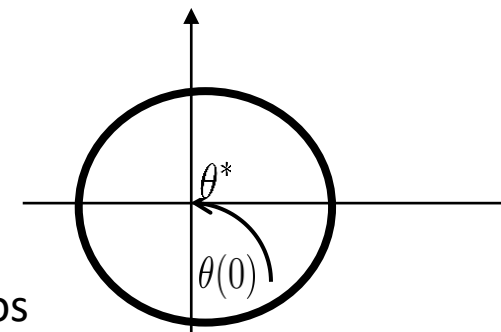
2023.1: 4T1234 (60h) (13:00-14:40h; 14:55-16:35)

Intro: projeto por Lyapunov

Na regra MIT, contexto de modelo de referência, o erro entre a saída da planta e a saída do modelo de referência conduz as estimativas. Não há portanto a “visão de estabilidade” do sistema em malha fechada, incluindo-se assim restrições ao sinal de referência, ganhos adaptativos para o funcionamento da estratégia.

Na abordagem por Lyapunov, o projeto da lei adaptativa é formulado como um problema de ESTABILIDADE onde a equação diferencial da lei adaptativa é escolhida tal que certas condições de estabilidade baseadas na Teoria de Lyapunov sejam satisfeitas. Surge portanto a definição de **ERRO DE ESTIMAÇÃO**.

Este erro dá uma medida da discrepância entre os parâmetros reais e os estimados. Então, escolhemos uma classe de critérios de custo que conduzem as sensibilidades que podem ser implementadas. A relação do erro de estimação com os parâmetros estimados é escolhida tal que a função de custo seja convexa (p. ex: quadrática) e seu gradiente em relação aos parâmetros estimados seja implementável.



Exemplo:

Planta: $\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_2y + u$, com a_1, a_2 desconhecidos.

Modelo de referência: $\ddot{y}_m = -2\dot{y}_m - y_m + r$

Lei de controle: $u = \theta_1\dot{y} + \theta_2y + r$

Condição de matching supondo a_1, a_2 conhecidos

$$\begin{aligned}\ddot{y} &= -a_1\dot{y} - a_2y + \theta_1^*\dot{y} + \theta_2^*y + r \\ &= -(a_1 - \theta_1^*)\dot{y} - (a_2 - \theta_2^*)y + r = -2\dot{y}_m - y_m + r \\ \implies (a_1 - \theta_1^*) &= 2 \implies \theta_1^* = a_1 - 2 \\ \implies (a_2 - \theta_2^*) &= 1 \implies \theta_2^* = a_2 - 1\end{aligned}$$

Problema: a_1, a_2 desconhecidos. Vamos escrever os parâmetros da planta em função dos parâmetros do controlador

$$\begin{aligned}a_1 &= 2 + \theta_1^* \\ a_2 &= 1 + \theta_2^*\end{aligned}\quad \begin{aligned}\ddot{y} &= -(2 + \theta_1^*)\dot{y} - (1 + \theta_2^*)y + u \\ \ddot{y} + 2\dot{y} + y &= -\theta_1^*\dot{y} - \theta_2^*y + u\end{aligned}$$

Exemplo:

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + y = -\theta_1^* \dot{y} - \theta_2^* y + u$$

$$(s^2 + 2s + 1)y = -\theta_1^* \dot{y} - \theta_2^* y + u$$

$$y = \theta_1^* \left(\frac{-\dot{y}}{s^2 + 2s + 1} \right) + \theta_2^* \left(\frac{-y}{s^2 + 2s + 1} \right) + \left(\frac{u}{s^2 + 2s + 1} \right)$$

$$y = \theta_1^* \dot{y}_f + \theta_2^* y_f + u_f$$

$$\dot{y}_f = -\frac{1}{s^2 + 2s + 1} \dot{y}$$

$$y_f = -\frac{1}{s^2 + 2s + 1} y$$

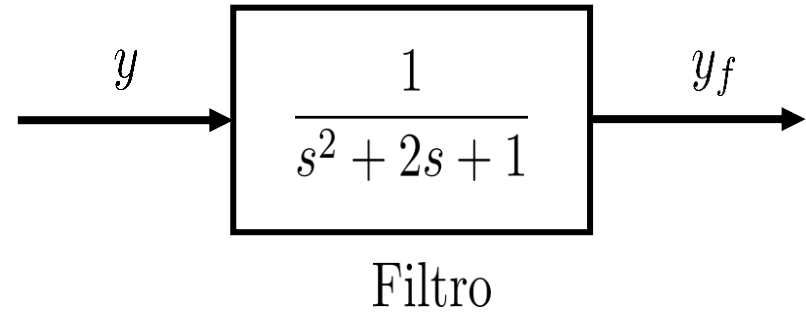
$$u_f = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} u$$

Problema: não temos θ_1^*, θ_2^*

$$\hat{y} = \theta_1 \dot{y}_f + \theta_2 y_f + u_f$$

$\hat{y} \Rightarrow$ estimativa para y

$\theta_1, \theta_2 \Rightarrow$ estimativas para θ_1^*, θ_2^*



Exemplo:

Seja $\epsilon = y - \hat{y} = y - \theta_1 \dot{y}_f - \theta_2 y_f - u_f$

Seja a função de custo: $J(\theta_1, \theta_2) = \frac{\epsilon^2}{2} = \frac{1}{2}(y - \theta_1 \dot{y}_f - \theta_2 y_f - u_f)^2$

$J(\theta_1, \theta_2)$ é função convexa de θ_1, θ_2 No mínimo global $\nabla J = 0$

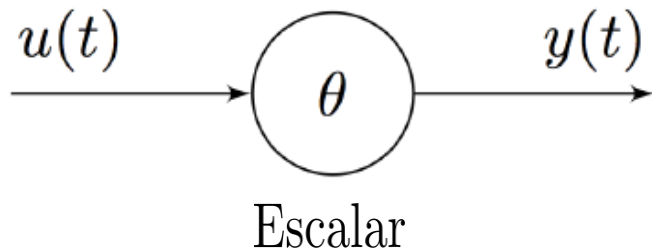
Método do Gradiente para minimizar $J(\theta_1, \theta_2)$

$$\dot{\theta}_1 = -\gamma_1 \frac{\partial J}{\partial \theta_1} = -\gamma_1 \epsilon (-\dot{y}_f) = \gamma_1 \epsilon \dot{y}_f, \quad \gamma_1 > 0$$

$$\dot{\theta}_2 = -\gamma_2 \frac{\partial J}{\partial \theta_2} = -\gamma_2 \epsilon (-y_f) = \gamma_2 \epsilon y_f, \quad \gamma_2 > 0$$

OBS: sinais ϵ, y_f, \dot{y}_f implementáveis

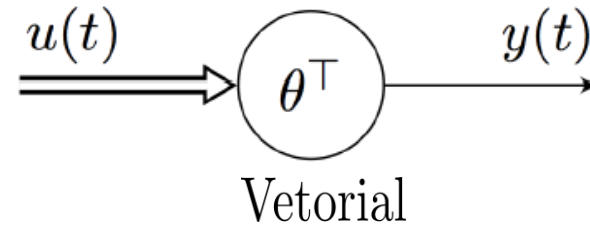
Problema geral de identificação escalar e vetorial:



$$y(t) = \theta u(t), \quad \theta \text{ desconhecido}$$

Identificar θ com as medições de $\{u(t), y(t)\}$

Identificar θ como $\hat{\theta}$ a cada instante t



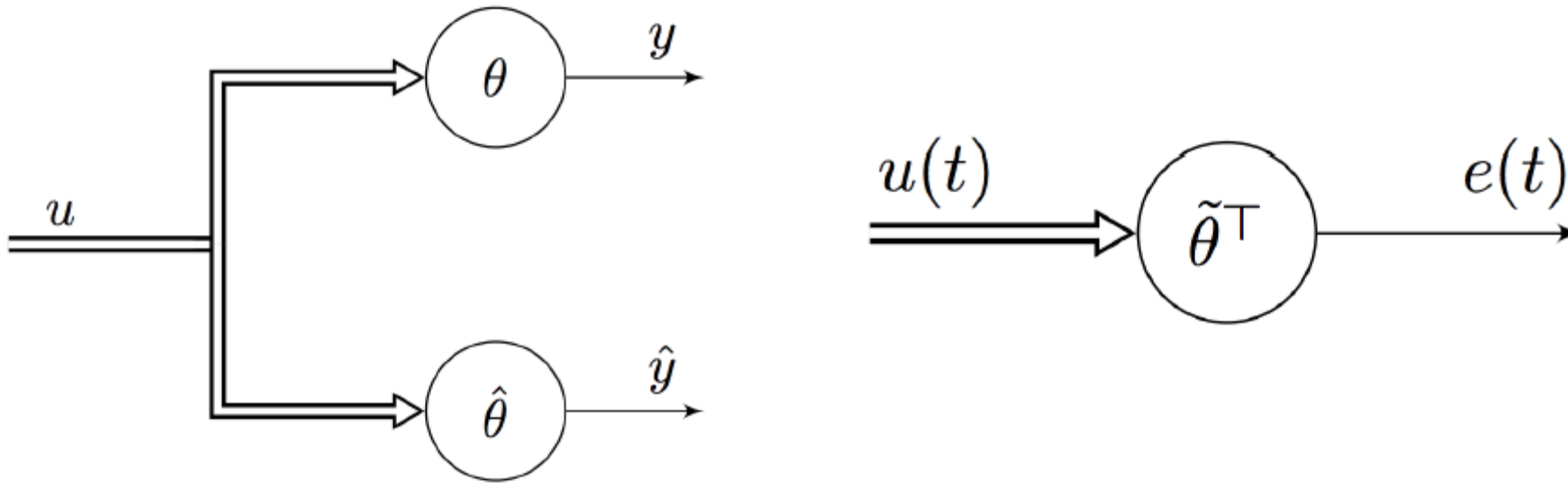
$$y(t) = \theta^T u(t), \quad y \in R, \theta \in R^n, u : R^+ \rightarrow R^n$$

Identificar θ com as medições de $\{u(t), y(t)\}$

Identificar θ como $\hat{\theta}$ a cada instante t

Problema geral de identificação escalar e vetorial:

Modelo de erro de estimação :



Exemplo: identificação sistema dinâmico

Função de Transferência de Motor :

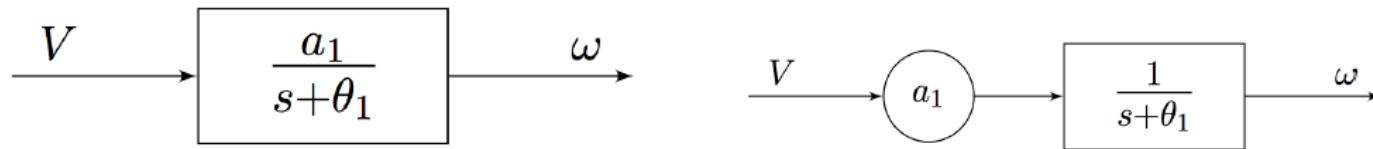
V : Tensão elétrica

ω : Velocidade angular

$$\text{Planta: } \frac{K}{Js + B} = \frac{a_1}{s + \theta_1}$$

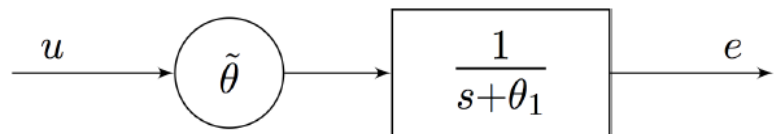
K, J, B : Parâmetros físicos desconhecidos, logo a_1, θ_1 desconhecidos

Estratégia 1: supor a_1 conhecido



Identificar θ_1 como $\hat{\theta}$. Assim $\tilde{\theta} = \theta - \theta_1$

$$\text{Planta: } \dot{\omega} = -\theta_1\omega + u, \quad u = a_1V$$



$$\text{Modelo de erro: } \dot{e} = -\theta_1 e + \tilde{\theta} u$$

Ideia de projeto de lei adaptativa com função dos erros $V(e, \tilde{\theta})$