INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL

PROF. JOSENALDE OLIVEIRA

josenalde.oliveira@ufrn.br
https://github.com/josenalde/ic

ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS - UFRN

INTRODUÇÃO À LÓGICA FUZZY (NEBULOSO/DIFUSO)

- *Veracidade X Validade*

Veracidade: Característica ou particularidade do que é verdadeiro; qualidade daquilo que contém e expressa verdade

Validade: Característica daquilo que é VÁLIDO: **Um raciocínio é considerado válido se sua conclusão for verdadeira, nos casos em que suas premissas também sejam verdadeiras**

Todos os limões são azuis

Mary é um limão

Então, Mary é azul

Sentenças válidas, gerando conclusão válida, pois obedece a "lógica" das premissas

Pode-se chegar contudo à conclusão falsa, se uma ou mais premissas forem falsas

Na lógica clássica os valores verdade são verdadeiro ou falso

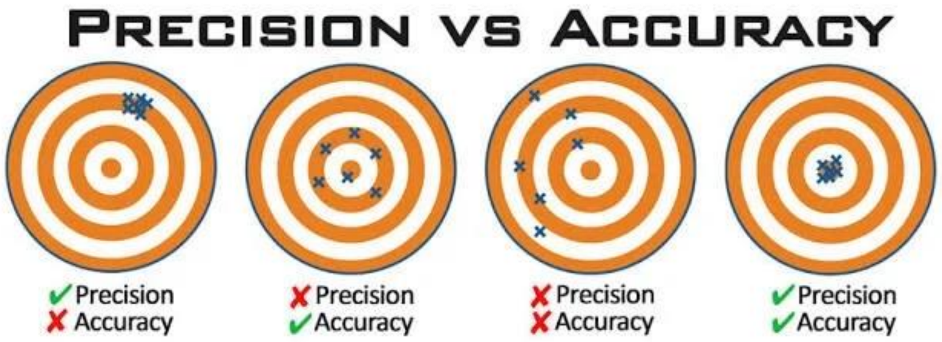
A lógica tradicional/clássica não lida com IMPRECISÃO

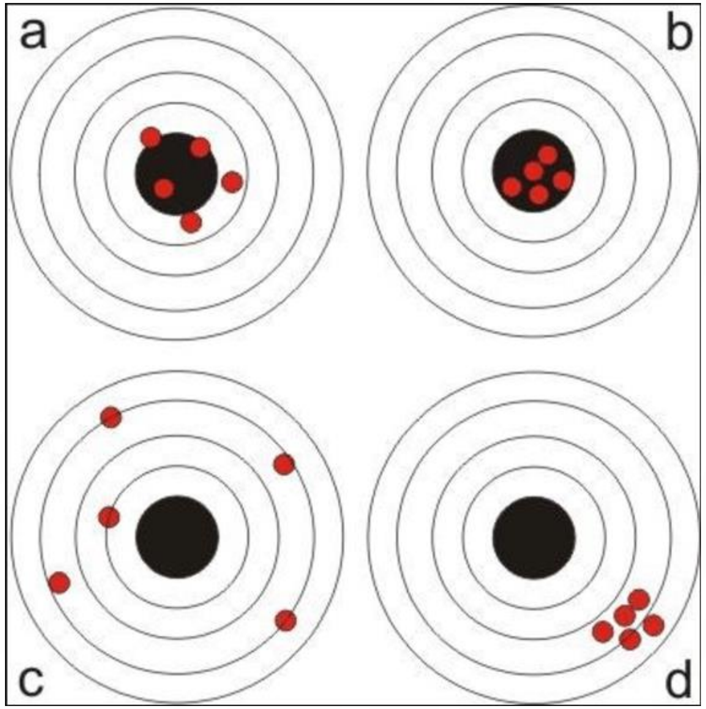
INTRODUÇÃO À LÓGICA FUZZY (NEBULOSA)

- *Precisão X Acurácia X Significância*

Acurácia: Quanto eu acertei (em região definida) em relação ao total de tentativas

Precisão: medida qualitativa, repetibilidade, não dispersão





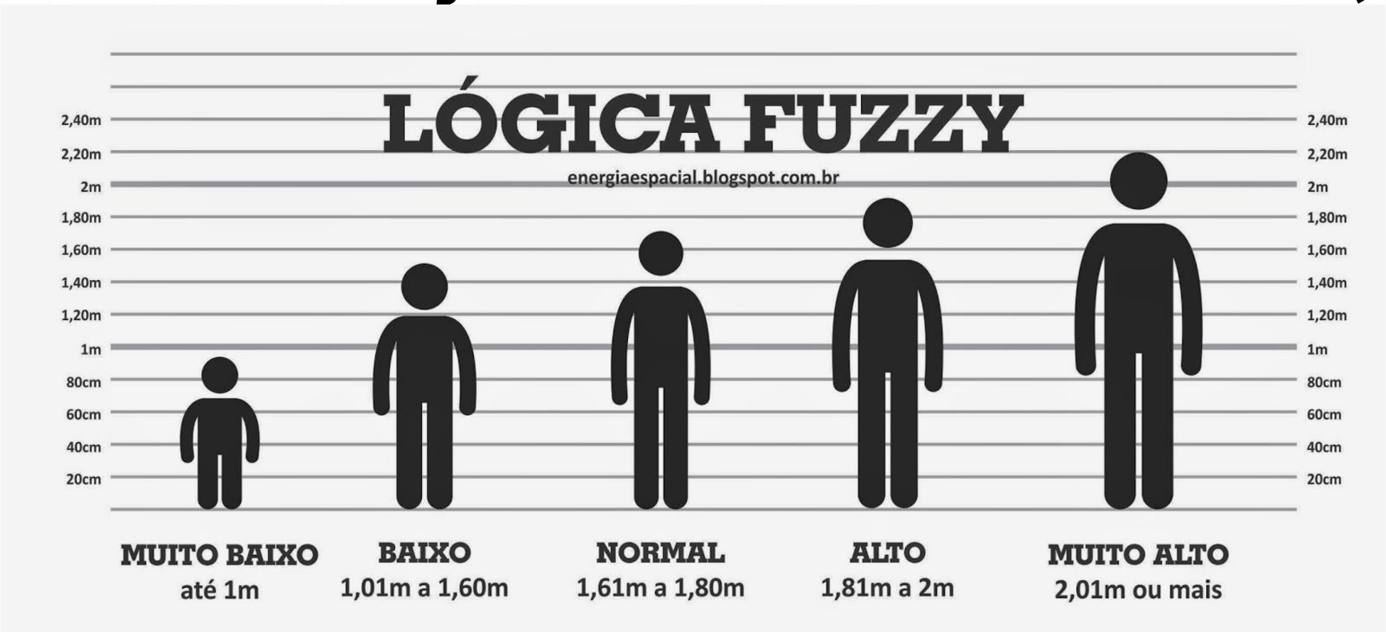
“Quando a complexidade aumenta, as afirmações **precisas** perdem significado e as **significativas** perdem precisão” Lotfi Zadeh (1921-2017)
Artigo Fuzzy Sets, 1965: https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X

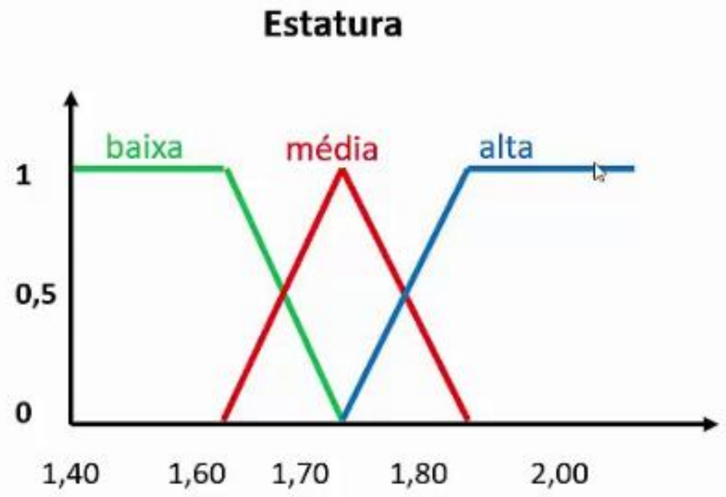
Significância: em geral importância; em estatística, probabilidade de rejeitar a hipótese nula assumida verdadeira (5%)
Curiosidade: testes A/B em UX/web...

INTRODUÇÃO À LÓGICA FUZZY (NEBULOSA)

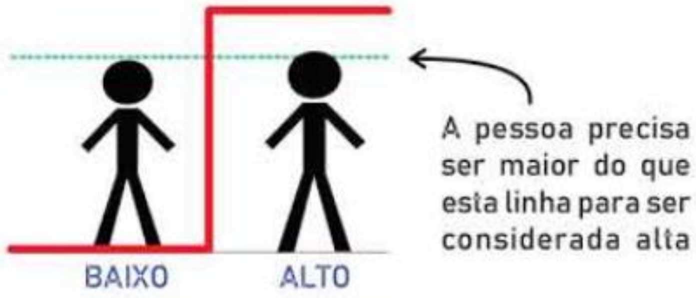
- Lógica é a ciência que tem por objetivo o estudo das leis do raciocínio. Como só admite verdadeiro-falso (bivalente), não admite sentenças verdadeiras “em determinado grau”
- A lógica *fuzzy* é polivalente, tem por finalidade o estudo dos princípios formais do raciocínio aproximado, com 0:falso, 1:verdadeiro e (0,1) para “graus de verdade, de pertencimento”
- É diferente de probabilidade. Dizer que uma sentença tem 0,5 de probabilidade de ser verdadeira indica que ela é verdadeira ou falsa, mas não se sabe com 100% de certeza; Já uma sentença com grau de verdade igual a 0,5, significa que é parcialmente verdade e parcialmente falsa, ou seja, 50% verdadeira!

INTRODUÇÃO À LÓGICA FUZZY (NEBULOSA)

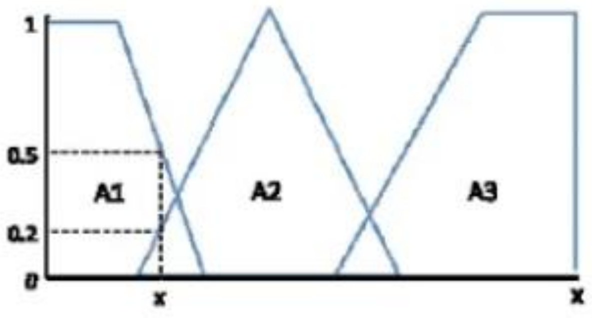




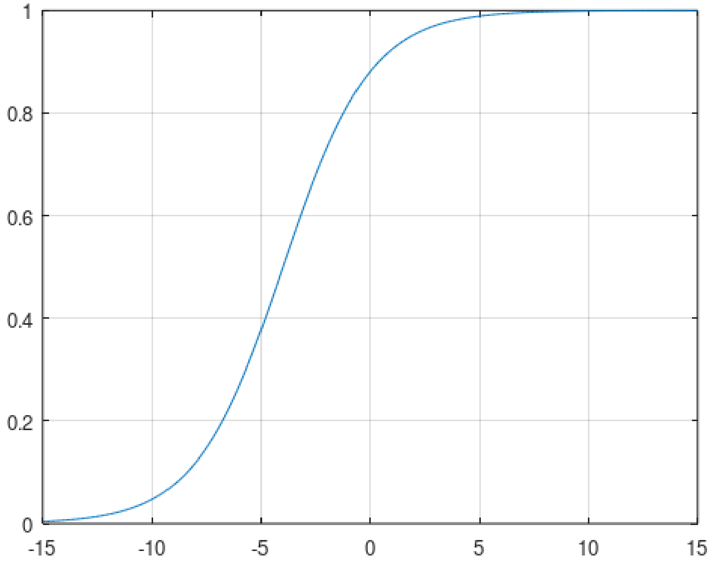
- Aparente categorização, porém é possível estar em mais de uma categoria simultaneamente, com “intensidades” diferentes



INTRODUÇÃO À LÓGICA FUZZY (NEBULOSA)



$\mu(x = A1) = 0.5; \quad \mu(x = A2) = 0.2$ $\quad\quad \mu\ (y = B1) = 0.1; \quad \mu\ (y = B2) = 0.7$



- Aparente categorização, porém é possível estar em mais de uma categoria simultaneamente, com "intensidades" diferentes
- Para manipular estas grandezas intervalares, faz-se necessário uma outra teoria de conjuntos, que amplia a teoria de conjuntos clássica

TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY

- Na teoria clássica, um conjunto A de alturas, poderia ser desmembrado em: $A = \{x \in R / 0{,}40 <= x <= 2{,}50\}$

$$Alto = \{x \in A / x >= 1{,}75\}$$

$$Médio = \{x \in A / 1{,}60 <= x < 1{,}75\}$$

$$Baixo = \{x \in A / x < 1{,}60\}$$

Uma pessoa que possua altura igual a 1.75 será classificada como pertencente ao conjunto Alto, já uma pessoa com altura igual a 1.74 será classificada como pertencente ao conjunto Médio Na prática não percebemos a diferença de altura delas

Se representássemos esse mesmo problema usando conjuntos *fuzzy*, a primeira pessoa (1.75) poderia ser classificada como 90% alta e 10% média e a outra pessoa (1.74) como 85% alta e 15% média, por exemplo

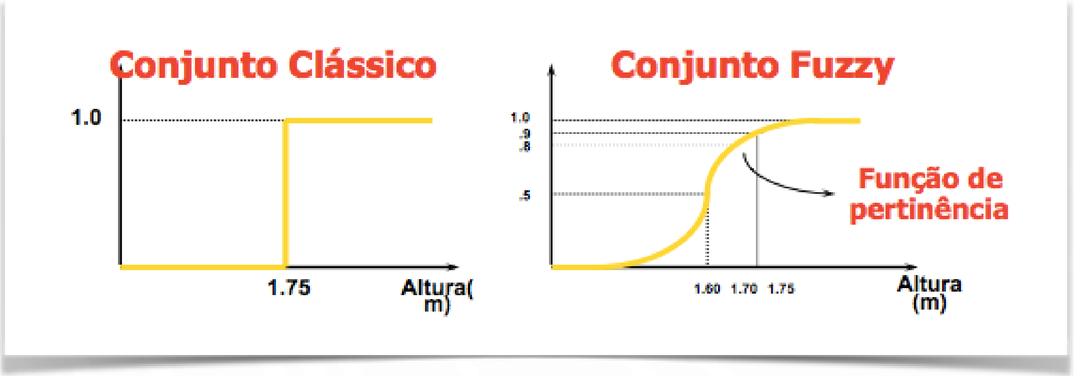
Como diríamos no dia a dia, **a primeira é mais alta que a segunda**

TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY

- Especificamente na área de Inteligência Computacional, usa-se muito a teoria dos conjuntos *fuzzy* e a lógica *fuzzy* em sistemas especialistas, para **representar o conhecimento difuso ou vago do especialista**, e também em técnicas de aprendizado de máquina, como redes neurais, para **realizar a inferência de maneira difusa**

TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY

- Pertinência (membership function)



$$f(x) = \begin{cases} 1 \Rightarrow x \in A \\ 0 \Rightarrow x \notin A \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 \Rightarrow x \in A \\ 0 \Rightarrow x \notin A \\ 0 \leq \mu_A(x) \leq 1, otherwise \end{cases}$$

Pertinência de x ao conjunto A

Um conjunto fuzzy discreto pode ser escrito com tuplas valor,pertinência

$$A = \{(1, 0.3), (2, 0.4), (3, 0.7), (4, 0.8)\}$$

Um conjunto fuzzy contínuo pode ser escrito

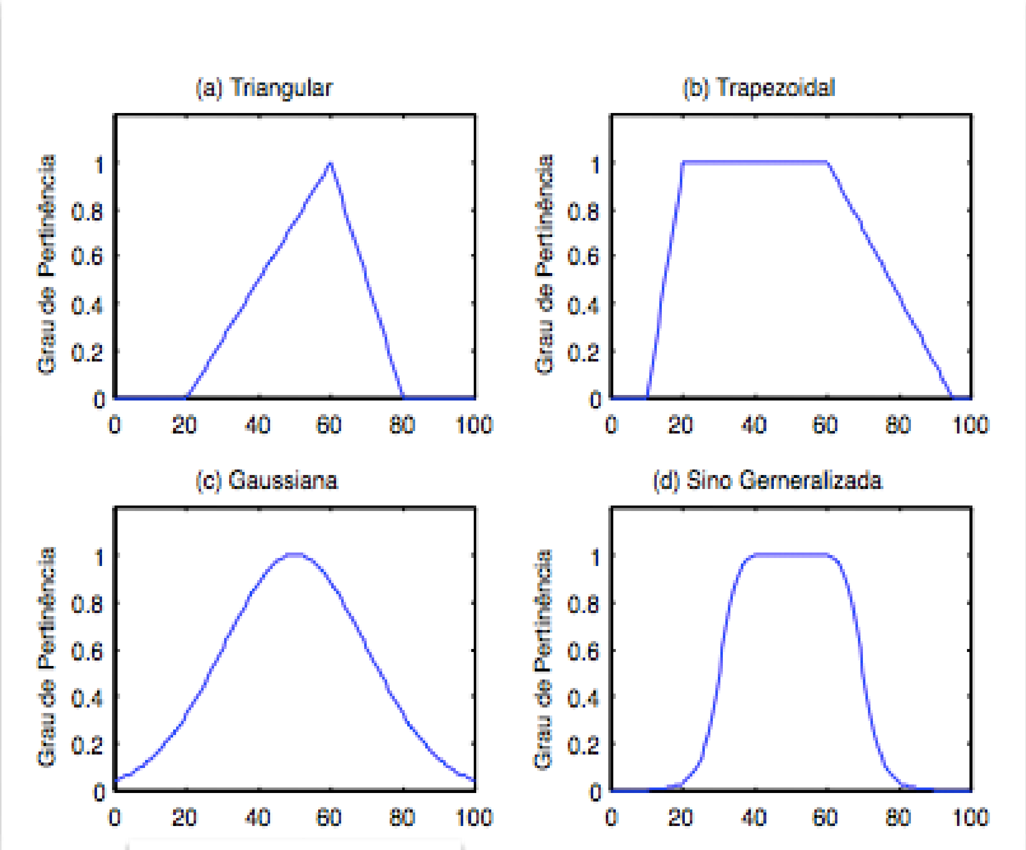
$$B = \{0 < x < 2; \quad \mu(x) = 1/(x+9)\}$$

$$\underbrace{A}_{\text{Conjunto fuzzy}} = \{(x, \underbrace{\mu_A(x)}_{\text{Função de pertinência (MF)}}) \mid x \in \underbrace{X}_{\text{Universo ou Universo de discurso}}\}$$

REPRESENTAÇÃO CONJUNTOS FUZZY

- O primeiro passo para a representação de conjuntos *fuzzy* é a **escolha da função de pertinência** que será usada para definir o valor da pertinência de cada elemento
- Há uma grande variedade de funções que podem ser usadas, desde **funções lineares** (triangular e trapezoidal, por exemplo) até as **não lineares** (gaussiana, sigmóide, etc.)
  - As **funções lineares** são mais simples de representar e **mais adequadas a conjuntos mais simples**, onde os **dados estão mais concentrados** em uma determinada região
  - Já as **não lineares** são mais adequadas para **conjuntos mais complexos**, com **dados mais dispersos**, onde a **gradação da pertinência é feita de forma mais suave e exigem um maior poder computacional**

REPRESENTAÇÃO CONJUNTOS FUZZY



$$f(x,\sigma,c) = e^{\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

onde: "σ" = desvio padrão e "c" = média

$$f(x;a,b,c) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{b}\right|^{2b}}$$

Onde: b = largura do sino e c = ponto médio

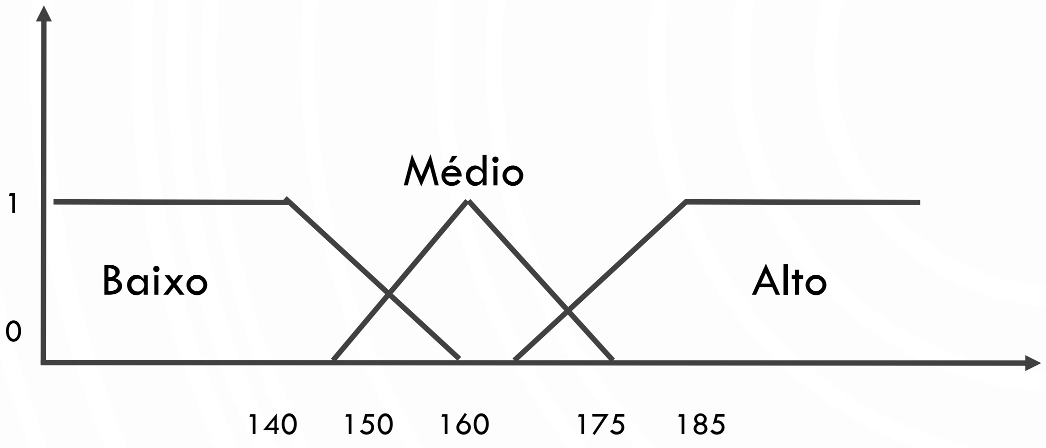
Triangular

$$f(x\!: a,b,c) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \le b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x \le c \\ 0, & x > c \end{cases}$$

Trapezoidal

$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \le b \\ 1, & b < x \le c \\ 0, & x > d \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x \le d \end{cases}$$

REPRESENTAÇÃO CONJUNTOS FUZZY



Triangular

$$f(x: a,b,c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b < x \leq c \\ 0, & x > c \end{cases}$$

Trapezoidal

$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & b < x \leq c \\ 0, & x > d \\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c < x \leq d \end{cases}$$

Discreta

(A) Baixo = {(140,1), (150,0.5), (160,0)}

Medio = {(145,0), (160,1), (175,0)}

Alto = {(165,0), (175,0.5), (185,1)}

Contínua

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 \Rightarrow x \leq 140 \\ \dfrac{160-x}{160-140} \Rightarrow 140 < x < 160 \\ 0 \Rightarrow x \geq 160 \end{cases}$$

REPRESENTAÇÃO CONJUNTOS FUZZY

- A escolha da função de pertinência pode ser feita junto com o especialista da área, para decidir a função mais adequada e, em geral, é baseada na experiência

- Alguma dicas são:

  - Quanto maior o número de conjuntos, maior a precisão, mas maior é o custo computacional

  - O formato das funções é geralmente linear, mas caso seja necessário modelar um comportamento mais suave, opta-se por uma função não linear

  - As funções de pertinência devem abranger todo o universo das variáveis que estão sendo modeladas

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS FUZZY

- Na teoria clássica dos conjuntos, uma operação é uma relação entre conjuntos que produz outro conjunto; As operações são de extrema importância para os sistemas baseados em conhecimento porque o processo de inferência é baseado no processamento dos conectivos lógicos de cálculo proposicional (AND e OR)

- Exemplo: Dada a seguinte regra: **IF** A **AND** B **THEN** C
  - O valor de C depende do valor verdade da conjunção (A AND B), ou seja, do valor da interseção de A e B
  - **As operações com conjuntos *fuzzy* são definidas através da operação de suas funções de pertinência**

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS FUZZY

- Sejam 2 conjuntos Fuzzy no universo U

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in U\}, \mu_A(x) \in [0,1]$$
$$B = \{(x, \mu_B(x)) / x \in U\}, \mu_B(x) \in [0,1]$$

As operações básica são:

Igualdade $A = B \leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in U$

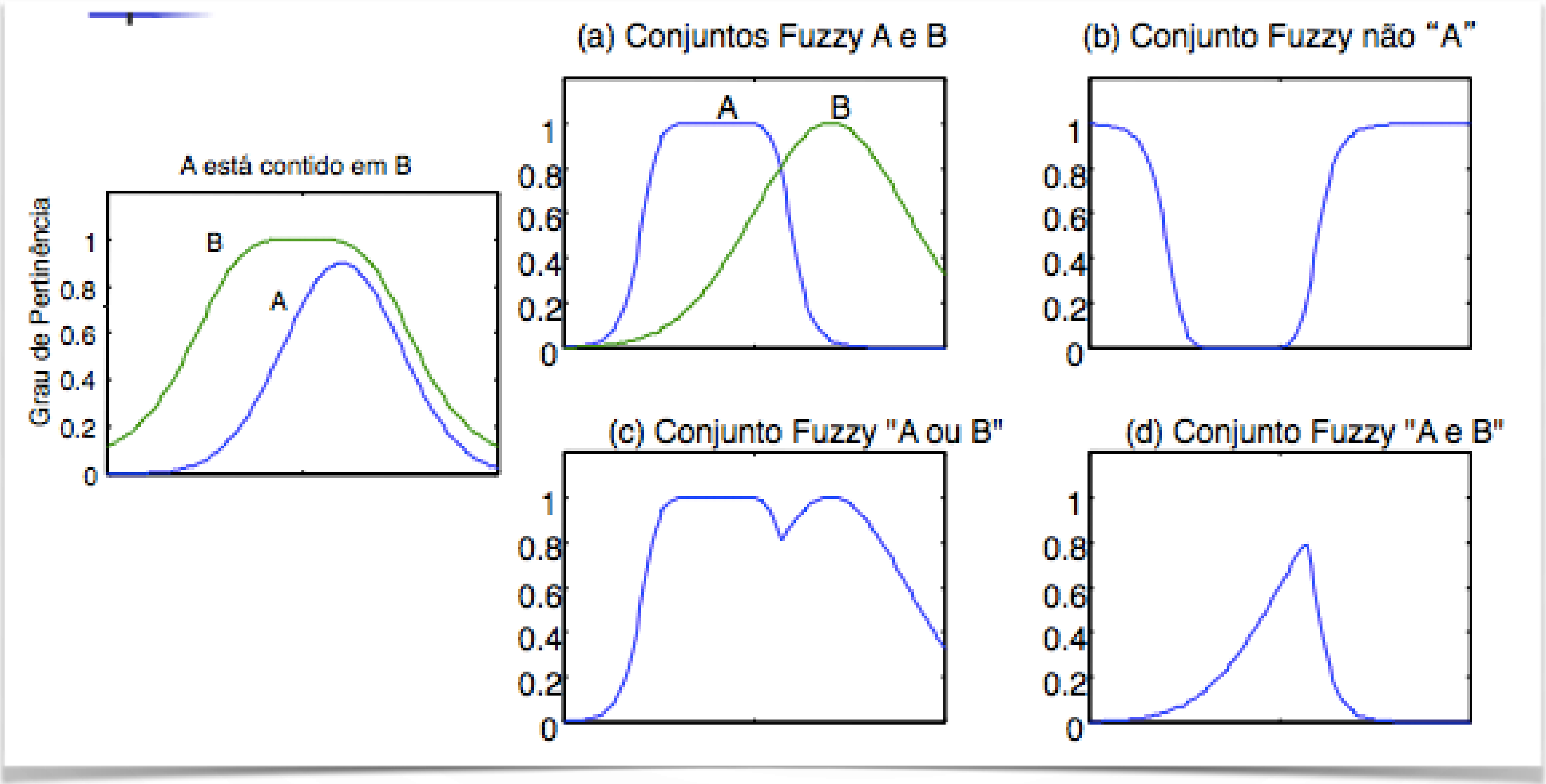
Inclusão $A \subseteq B \leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in U$

União $A \cup B = \{(x, \max(\mu_A(x), \mu_B(x))) / x \in U\}$

Interseção $A \cap B = \{(x, \min(\mu_A(x), \mu_B(x))) / x \in U\}$

Complemento $\neg A = \{(x, \mu_{\neg A}(x)) / x \in U e \mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)\}$

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS FUZZY



OPERAÇÕES COM CONJUNTOS FUZZY

X = {a, b, c, d, e}

- A = {1/a, 0.7/b, 0.3/c, 0/d, 0.9/e}
- B = {0.2/a, 0.9/b, 0.4/c, 1/d, 0.4/e}

- União
  - C = {1/a, 0.9/b, 0.4/c, 1/d, 0.9/e}

- Interseção
  - D = {0.2/a, 0.7/b, 0.3/c, 0/d, 0.4/e}

VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS

- Em lógica *fuzzy* as **variáveis** do domínio, são chamadas de **variáveis linguísticas**, pois representam **conceitos imprecisos**
- Elas admitem como **valores** apenas **expressões linguísticas** (conjuntos)
  - Exemplo de variável linguística: Idade, Temperatura, Altura
  - Exemplos de expressões linguísticas: jovem, adulto, idoso, frio, quente, alto, baixo,
  - Perceba que nesse contexto, **idade não é uma variável numérica, mas sim uma variável linguística, pois o valor assumido por ela é uma expressão linguística**
  - **Esses valores contrastam com os valores assumidos por uma variável numérica, que admitem apenas valores precisos**

VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS

- O intervalo de possíveis valores de uma variável linguística representa o **universo** de discurso daquela variável
- Por exemplo, a variável **velocidade** pode variar entre 0 e 220km/h e pertencer aos seguintes conjuntos *fuzzy*: **devagar, média e rápida**
- Cada conjunto *fuzzy* representa um valor linguístico dessa variável

MODIFICADORES

- Os modificadores (*Hedges*) são termos que utilizamos para modificar a forma dos conjuntos *fuzzy* e incluem advérbios do tipo: muito, pouco, quase, mais ou menos, etc.
- Os modificadores são usados para **aumentar ou diminuir a pertinência de um elemento a um conjunto *fuzzy***
- São compostos por **nome e fórmula que modifica o valor da pertinência**
- Exemplo: Imagine um elemento x com 1,75m de altura, esse elemento tem pertinência de 0.5 para o conjunto alto. Esse mesmo elemento teria uma pertinência de 0.25 para o conjunto muito alto e 0.71 para o conjunto mais ou menos alto

- Muito $\mu_A^M(x) = (\mu_A(x))^2$
- Extremamente $\mu_A^M(x) = (\mu_A(x))^3$

- Muito muito $\mu_A^M(x) = (\mu_A(x))^4$
- Um pouco $\mu_A^M(x) = (\mu_A(x))^{1,3}$
- Mais ou menos $\mu_A^M(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$
- Realmente, de fato (*indeed*)

$$\mu_A^M(x) = 2*(\mu_A(x))^2, 0 \le \mu \le 0,5$$

$$\mu_A^M(x) = 1 - 2(1 - \mu_A(x))^2, 0,5 < \mu \le 1$$

REFERÊNCIAS

- Notas de aula Inteligência Computacional de Profa. Laura Emmanuella Santana