Introdução ao Controle Robusto de Sistemas por Modos Deslizantes

Prof. DSc. Josenalde Barbosa de Oliveira
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

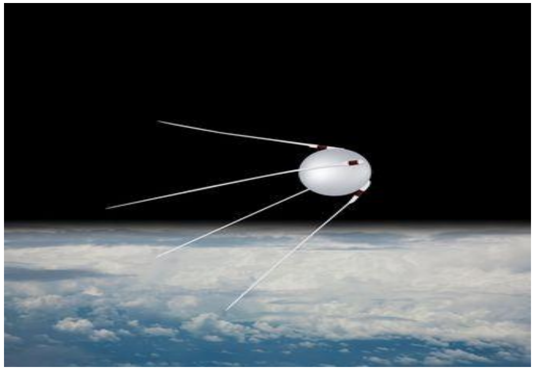
Vila Real, 29.11.2013

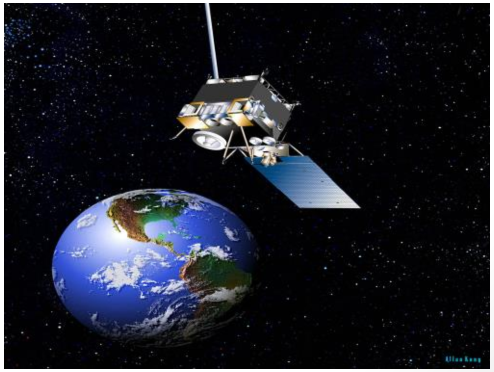
Sumário

- Breve histórico e motivação
- Aspectos matemáticos e exemplos
- Aspectos práticos
- Considerações finais e perspectivas de pesquisa

Breve histórico e motivação

- Guerra fria (1945-1991)
- Corrida espacial (avanços científicos)
- Veículos autônomos **ROBUSTOS**
  - **Dinamicas não modeladas;**
  - **Incertezas paramétricas;**
  - **Distúrbios na entrada, saída;**
  - **Ruídos e atrasos de medição.**
- Teoria de controlo: relés (liga-desliga / liga-inverte / propulsor) – controle de posição e velocidade (REGULAÇÃO)





Breve histórico e motivação

- Pesquisadores **RUSSOS** iniciaram o processo:
  - Filippov, A. F. (1964). *Differential equations with discontinuous right-hand side*. American Math. Soc. Translations 42(2), 199-231.
  - Drazenovic, B. (1969). *The invariance conditions in variable structure sytems*. Automatica, 5(3), 287-295.
  - Emelyanov, S. V. (1970). *Theory of Variable Structure Systems*, Nauka.
  - Itkis, U. (1976). *Control Systems of Variable Structure*, Wiley.
  - Utkin, V. I. (1977). *Variable Structure Systems with Sliding Modes*, IEEE Trans. Aut. Contr., 22, 212-222.

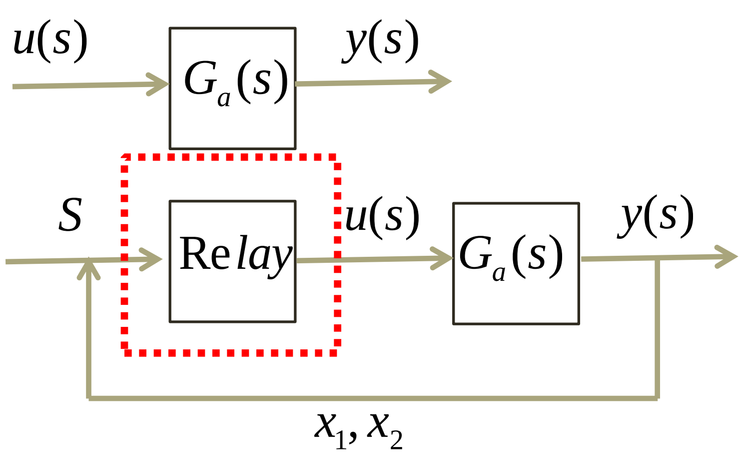
Vadim Utkin
Ohio State University
VSS – IEEE
VSS 2014 – Nantes Fr.

Breve histórico e motivação

"A descrição matemática de modos deslizantes é um desafio e tanto" V. I. Utkin

Exemplo 1: *duplo integrador* – um dos sistemas fundamentais em aplicações de controlo, representando movimentos translacionais e rotacionais (corpos rígidos – rotação de artefatos espaciais, gruas giratórias (rotary crane motion) etc.

$$G_a(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{s^2}$$



Descrevendo o sistema em malha fechada por **variáveis de estado**…

Breve histórico e motivação

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} u$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \boxed{\begin{array}{l} u = -sign(S) \\ S = cx_1 + x_2 \end{array}} \end{cases}$$

$$sign(S) = 1, \quad S > 0$$

$$sign(S) = -1, \quad S < 0$$

Se considerarmos a **reta de chaveamento** S , tem-se duas regiões no plano:

Região I: u < 0, S > 0

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -1 \end{cases}$$

Estrutura I

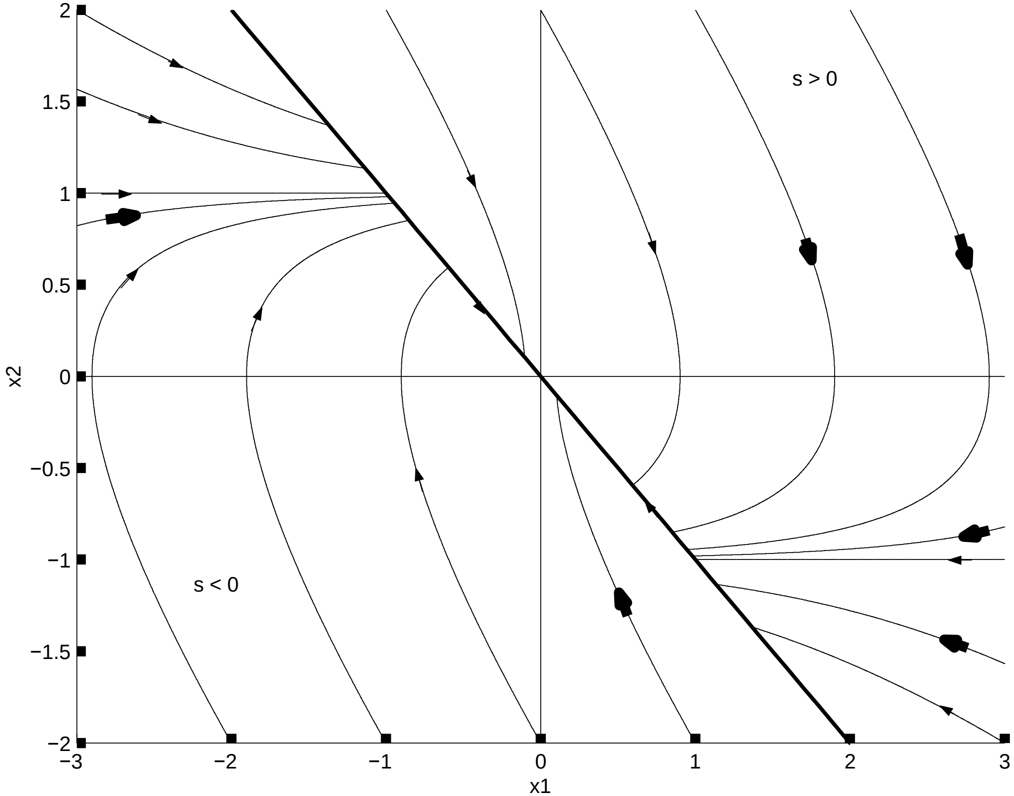
Região II: u > 0, S < 0

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 1 \end{cases}$$

Estrutura II

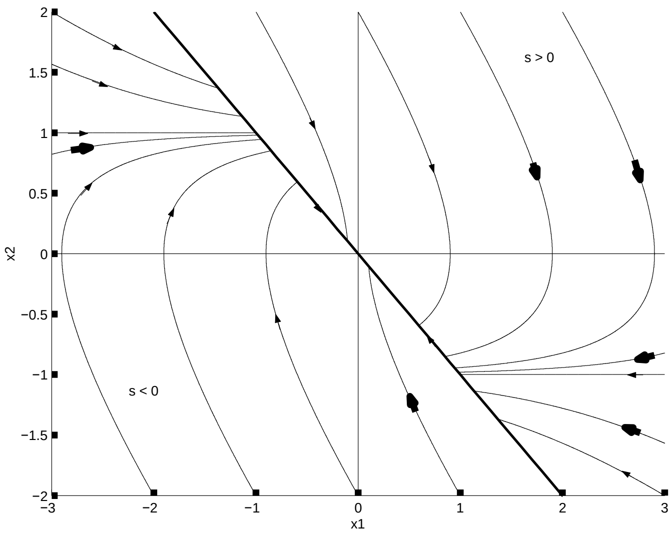
Breve histórico e motivação

- Logo, o sistema em malha fechada é conhecido como SISTEMA COM ESTRUTURA VARIÁVEL (*VARIABLE STRUCTURE SYSTEM*)



Breve histórico e motivação

- Tem-se assim duas fases ou estágios:
  - Estágio de *alcançabilidade/aproximação* (Reaching stage): a trajetória iniciada em qualquer lugar do plano de fase é conduzida em tempo finito para a superfície de deslizamento;
  - Estágio de deslizamento (modo deslizante): o sistema entra em modo deslizante (superfície deslizante) em direção ao ponto de equilíbrio, reduzindo a ordem da dinâmica do sistema, que passa a ser dada pela equação da superfície de deslizamento **S(x)=0**.



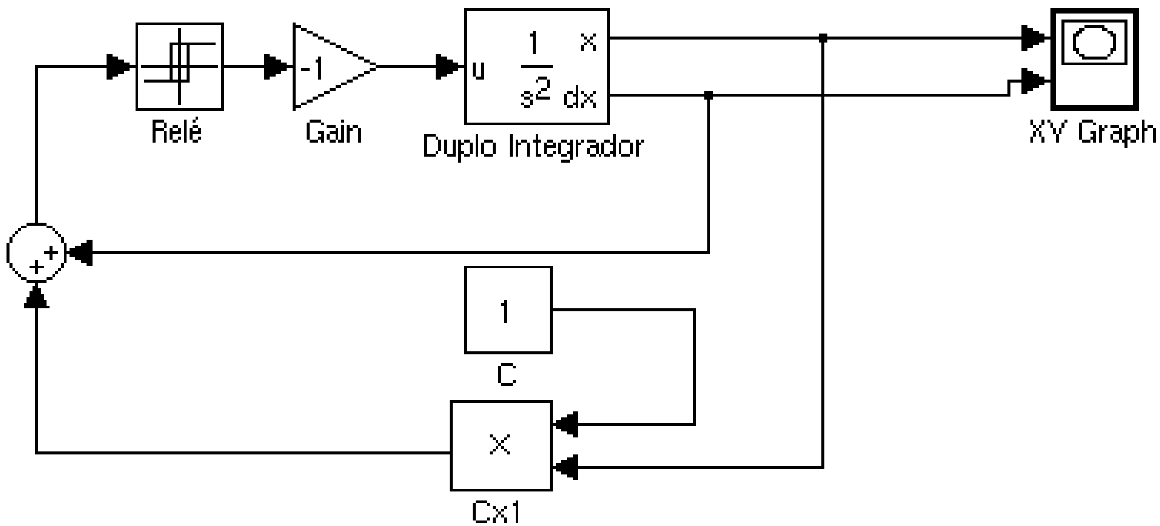
Breve histórico e motivação

- Como seria um deslizamento **IDEAL**?
  - Sinal de controlo **chaveando** entre dois valores com frequência **INFINITA**, logo não mais definido matematicamente;
  - Trajetória **confinada** a esta superfície, gerando um novo movimento, já que esta trajetória não pertence a nenhum dos dois sistemas que estão sendo chaveados;
  - Se, apesar de incertezas, perturbações etc., as trajetórias continuarem apontando para a superfície de deslizamento, o sistema continuará entrando em modo deslizante, logo, **ALTA ROBUSTEZ**.
  - Para a superfície que estamos considerando, no *deslizamento*:

$$S(x) = cx_1 + x_2$$

$$S(x) = 0 \Rightarrow \; x_2 = -cx_1 \Rightarrow \; \dot{x}_1 = -cx_1 \Rightarrow \; x_1(t) = e^{-ct}$$

Simulação – MATLAB/Simulink



Simulação – MATLAB/Simulink

```
% Script didatico Controle Duplo Integrador com Modos Deslizantes
% Autor: Josenalde Oliveira - Nov/2013 - PosDoc UTAD - PT

clear all;

A = [0 1;0 0];
B = [0;1];
C = [1 0;0 1];
u = -1;
h = 1e-2;

FLAGShowControl = 0;

Xa = [0.6;0.5];


k = 1;
t = 0;
tMax = 100;

disturbance = 0;
tiD=0;
tfD=0;

c = 1;

X1p = -1:h:1;
X2p = -c.*X1p;

```

```
while (t < tMax)

    Xponto = A*Xa + B*u;
    X = Xa + h*Xponto;
    y = C*X;

    % Superficie Deslizante

    S = c*y(1) + y(2);

    % Sinal de Controlo

    u = -sign(S);

    if (t >= tiD & t <= tfD)
       u = u + disturbance;
    end

    uplot(k) = u;

    % Grava para Plotagem
    X1(k) = y(1); % Posicao
    X2(k) = y(2); % Velocidade
```

```
% Plotagem dos graficos

if FLAGShowControl == 1
   title('SMC Double Integrator'); xlabel('Position'); ylabel('Velocity');
   subplot(2,1,1);
   text(0,0,'X');
   plot(X1p, X2p, 'b-', 'LineWidth', 2);
   hold on;
   plot(X1,X2, 'r', 'LineWidth', 2);
   grid on;
   subplot(2,1,2);
   plot(uplot, 'k', 'LineWidth', 1); xlabel('Time');
   ylabel('u');title('Control Signal');
   hold on;
   grid on;
   M(k) = getframe;
 elseif FLAGShowControl == 0
   title('SMC Double Integrator'); xlabel('Position'); ylabel('Velocity');
   text(0,0,'X');
   plot(X1p, X2p, 'b-', 'LineWidth', 2);
   hold on;
   plot(X1,X2, 'r', 'LineWidth', 2);
   grid on;
   M(k) = getframe;
end
```

```
clc;
    fprintf('Time: %f', t);

    % Atualizacoes
    Xa = X;
    k = k + 1;
    t = t + h;

end

Movie(M,2);

```

Aspectos matemáticos

- Superfície de deslizamento deve ser, ao menos, localmente atrativa: deve haver um domínio envolvendo a superfície no qual as trajetórias do sistema apontem na sua direção.

$$\lim_{s \to 0^+} \dot{s} < 0 \qquad \lim_{s \to 0^-} \dot{s} > 0 \qquad S = \{ x : s(x) = 0 \}$$

$$D = S \cap \Omega = \{ x \in \Omega : s(x) = 0 \}$$

- Genericamente, a condição de alcançabilidade é:

$$s\dot{s} < 0$$

- Ou, para garantir tempo finito:

$$s\dot{s} \leq -\eta |s|$$

Aspectos matemáticos

- Para o duplo integrador…

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -sign(S) \\ S = cx_1 + x_2 \end{cases}$$

$$S\dot{S} = \left(cx_1 + x_2\right)(c\dot{x}_1 + \dot{x}_2)$$

$$S\dot{S} = c^2 x_1 x_2 - cx_1 sign(S) + cx_2^2 - x_2 sign(S)$$

$$= (c^2 x_1 x_2 + cx_2^2) - sign(S)\left(cx_1 + x_2\right)$$

$$= (c^2 x_1 x_2 + cx_2^2) - \left|S\right|$$

$$= \left(cx_2\left(cx_1 + x_2\right)\right) - \left|S\right| \Rightarrow$$

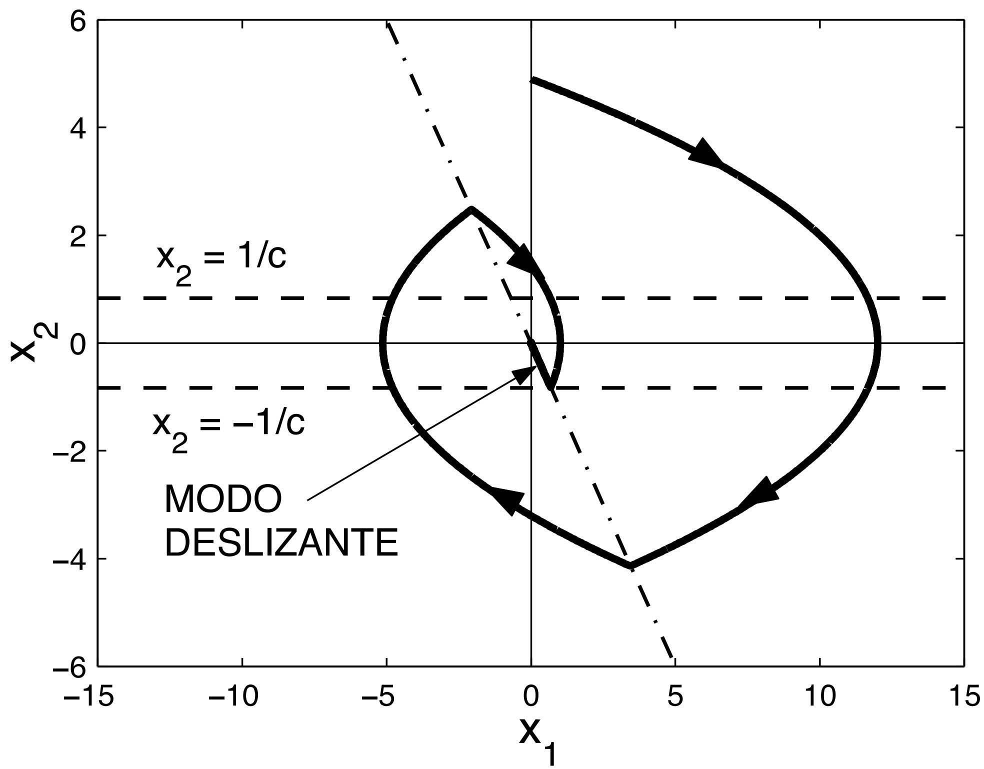
$$\Rightarrow \; S\dot{S} = cx_2 S - \left|S\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; S\dot{S} < 0, \quad 0 \le \left|cx_2\right| < 1$$

Aspectos matemáticos

- Compreendendo melhor o MODO DESLIZANTE

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ S = cx_1 + x_2 \end{cases}$$



- No deslizamento:

$$\dot{S} = 0 \Rightarrow c\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = 0$$

$$cx_2 + u = 0$$

$$S < 0, u = 1 \Rightarrow x_2 = -1/c$$

$$S > 0, u = -1 \Rightarrow x_2 = 1/c$$

Aspectos matemáticos

- Ferramentas matemáticas:
  - **Método de Filippov** para solução de equações diferenciais com lado direito descontínuo;
    - Curso de Sistemas Não Lineares
  - Conjunto enumerável no sentido de **Lebesgue**
  - Funções de **Lyapunov**
  - Perturbações singulares (**Kokotovic**)
  - Critério de **Popov**

Aspectos matemáticos

- Exemplo de prova matemática (Lyapunov):
- Seja a seguinte função candidata à **função de Lyapunov:**

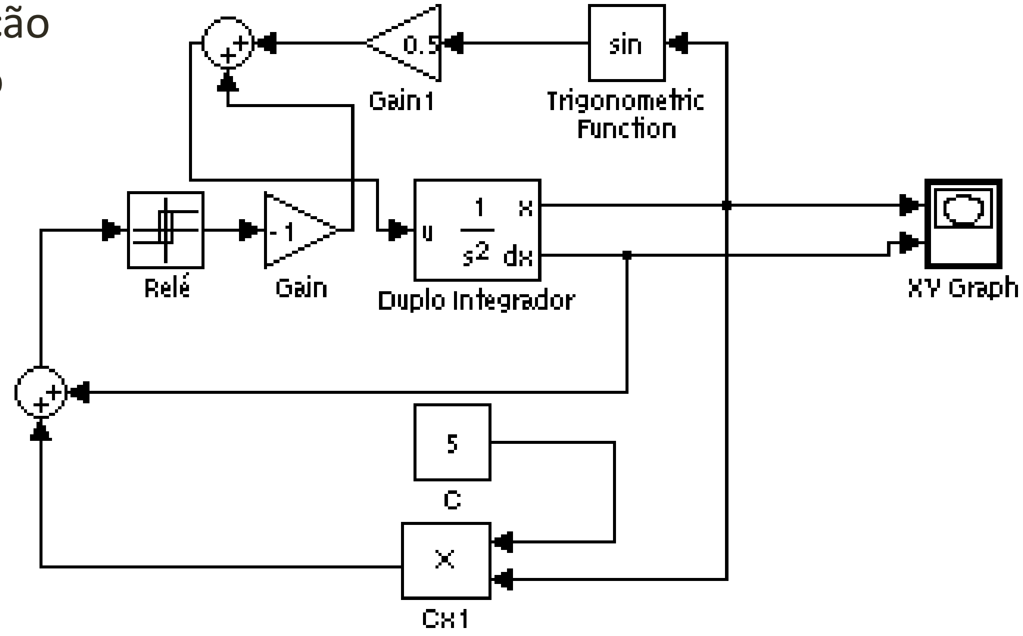
$$V(x) = \frac{1}{2}s(x)^2 > 0$$

- **Objetivo:** determinar se $\dot{V}(x) < 0$

$$\dot{V}(x) = 2\frac{1}{2}s\dot{s} = s\dot{s} < 0$$

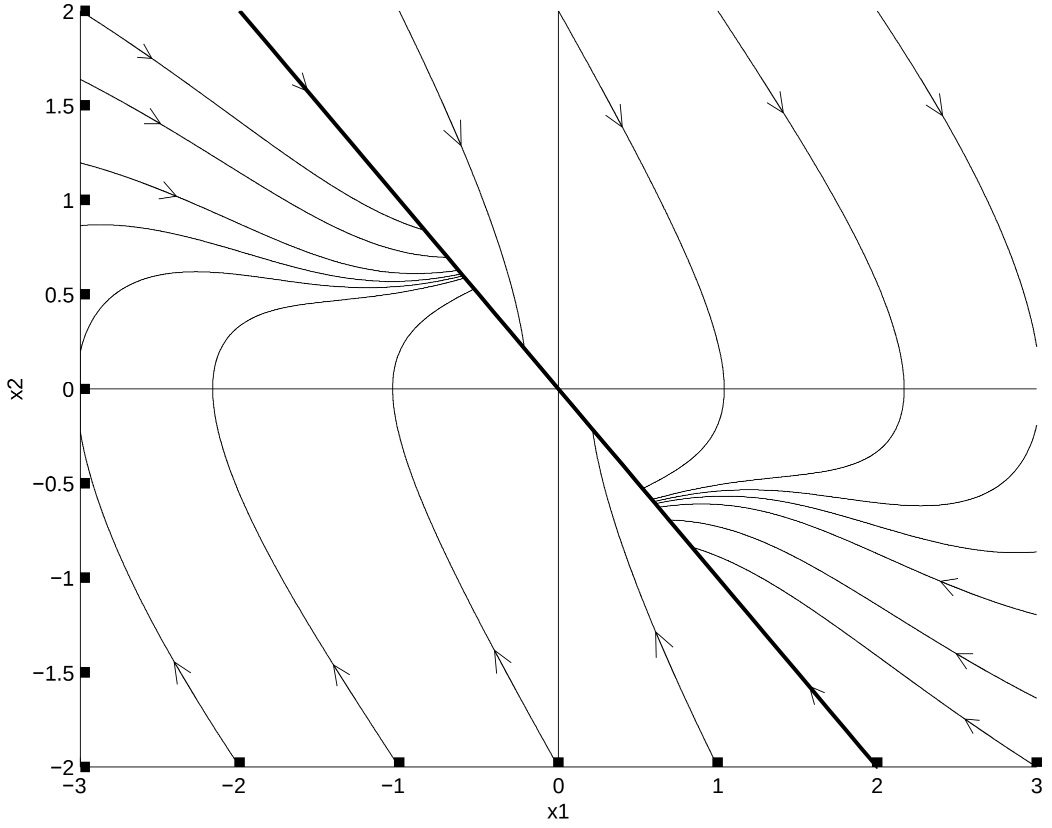
Alguns exemplos (perturbação)

Acrescentando uma perturbação de carga (load disturbance) no Atuador: $0.5sen(x_1)$



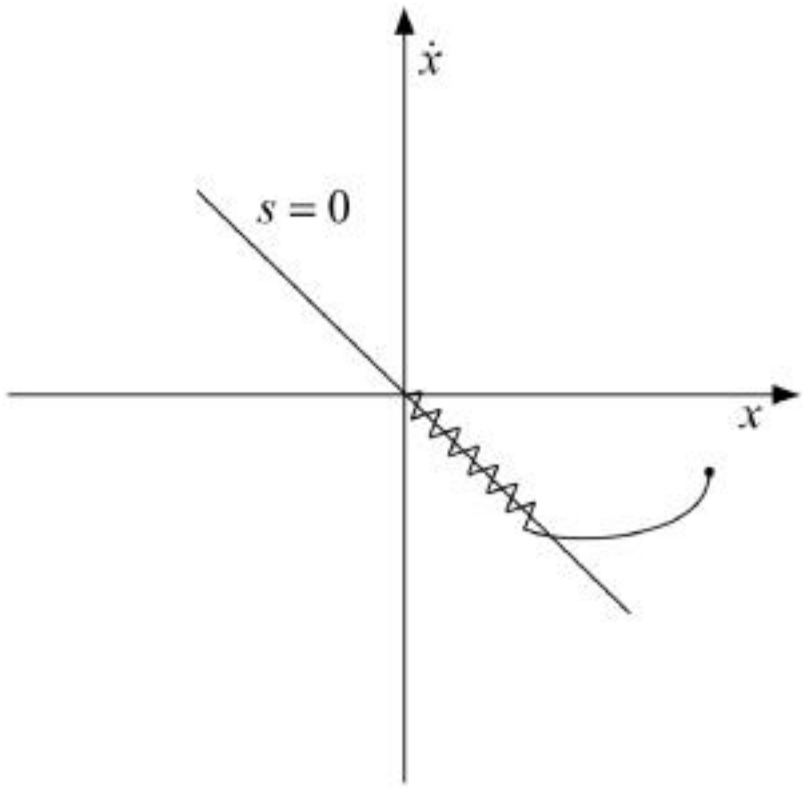
Alguns exemplos (perturbação)

Acrescentando uma perturbação de carga (load disturbance) no Atuador: $0.5 sen(x_1)$



Aspectos práticos

- Chattering (devido ao deslizamento REAL – frequência finita)
- Estresse de atuadores
- **Solução**: suavizar controlo



Aspectos práticos

- Nem sempre é possível ter acesso a todas as variáveis de estado (custo de sensores, dificuldades operacionais de instrumentação)
  - **Soluções**: realimentação de SAÍDA apenas (inicia associação com controle ADAPTATIVO por MODELO DE REFERÊNCIA – Variable Structure Model Reference Adaptive Control): UFRJ,UFRN

Aspectos práticos

- Etapas de PROJETO:
  - Selecionar superfície de chaveamento/deslizamento
    - Em problemas de rastreamento, normalmente é função do ERRO DE SAIDA
    - Opções: lineares / não lineares
      - Variantes no tempo, invariantes no tempo
  - Projetar lei de controlo que permita alcançar S(x) e permanecer nesta

$$u(t) = u_c(t) + u_{eq}(t)$$

$u_c(t)$

- Controle corretivo: compensa os desvios da superfície deslizante

$u_d(t)$

- Controle equivalente: torna a derivada de S(x) = 0

Considerações finais e perspectivas de pesquisa

- Nem sempre é possível ter acesso a todas as variáveis de estado (custo de sensores, dificuldades operacionais de instrumentação)
  - **Soluções**: realimentação de SAÍDA apenas (inicia associação com controle ADAPTATIVO por MODELO DE REFERÊNCIA – Variable Structure Model Reference Adaptive Control): UFRJ,UFRN

Considerações finais e perspectivas de pesquisa

- Temas de pesquisa promissores:
  - Uso de metaheurísticas, algoritmos evolutivos para seleção de valores ÓTIMOS para parâmetros da superfície deslizante/controlador
  - Implementação embarcada (*embedded*) (FPGAs, DSPs)
    - Estudos no efeito dos tempos de amostragem
    - Estudos no efeito dos atrasos de medição
    - Estudos de técnicas de suavização do sinal de controlo sem prejuízo para estabilidade do sistema

Considerações finais e perspectivas de pesquisa

- TEIXEIRA, L. R. L. ; **Oliveira, J. B.** ; ARAUJO, A. D. . An Intuitive Design for the Dual Mode Adaptive Robust Controller Based on Indirect Control. In: European Control Conference 2013 (ECC '13), 2013, Zürich. p. 4526-4531.
- ARTO, VISALA, ; TIMO, OKSANEN, ; ARTO, VISALA, ; **JOSENALDE, OLIVEIRA,** . Smooth Adaptive Robust Temperature Control of a Seed Drying System. In: Agricontrol, 2013. v. 1. p. 6-11
- TEIXEIRA, L. R. L.; **Oliveira, J. B.** ; Araujo, A.D. Smooth indirect adaptive sliding mode control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. http://dx.doi.org/10.1002/rnc.3099
- Oliveira, J. B.; Boaventura-Cunha, J.; Oliveira, P.M. Greenhouse temperature robust optimal control: a sliding mode based approach. Submetido a *Control Engineering Practice*.
- Oliveira, J. B.; Boaventura-Cunha, J.; Oliveira, P.M.; Freire, H. Sliding Mode Generalized Predictive Control Based on Dual Adaptation. *A submeter ao Controlo 2014*.

- Muito obrigado pela atenção!
- josenalde@eaj.ufrn.br