EGM0004

Sistemas Não Lineares

Prof. **Josenalde Barbosa de Oliveira – UFRN**

josenalde.oliveira@ufrn.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecatrônica

Solução de equações diferenciais

Jacobiano J

Lema: Se $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$ Existe e é contínuo para $x \in B = \{x \in R^n \quad | \quad ||x - x_0|| \leq \epsilon\}, \forall t \in [t_0, t_1], t_1 > t_0$ então, f é localmente Lipschitz e existe uma única solução no intervalo $[t_0, t_0 + \delta]$ para algum $\delta > 0$

a) Verificar continuidade dos termos do Jacobiano e se o mesmo é limitado. Por exemplo, no caso 2x2:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad J = A \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \|A\|_\infty = max[|a_{11}| + |a_{12}|, |a_{21}| + |a_{22}|] \leq K, K > 0$$

Solução de equações diferenciais

Teorema (existência e unicidade global de uma solução)

Seja $f(x,t)$ contínua em x e contínua por partes em t. Se $f(x,t)$ satisfaz $\|f(x',t) - f(x'',t)\| \leq L\|x' - x''\|$ onde L é uma constante finita e positiva (constante de Lipschitz), e com $\|f(x_0,t)\| \leq K, K > 0, \forall x', x'' \in R^n, \forall t \in [t_0, t_1], t_1 > t_0,$ então a equação de estado $\dot{x} = f(t,x), x(t_0) = x_0$ tem uma única solução no intervalo $[t_0, t_1]$

Aplicar a inequação Lipschitz ao sistema linear (ou linearizado)

$\dot{x} = A(t)x + g(t) = f(x,t)$ com as hipóteses que:

$A(.)$ e $g(.)$ são funções contínuas por partes de t. Sobre qualquer intervalo finito de $t, [t_0, t_1], t_1 > t_0,$ os elementos de $A(t), g(t)$ são limitados. Assim:

$\|A(t)\| \leq a,$ e $\|g(t)\| \leq b, a > 0, b > 0$