EGM0004

Sistemas Não Lineares

Prof. **Josenalde Barbosa de Oliveira – UFRN**

josenalde.oliveira@ufrn.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecatrônica

Estabilidade absoluta

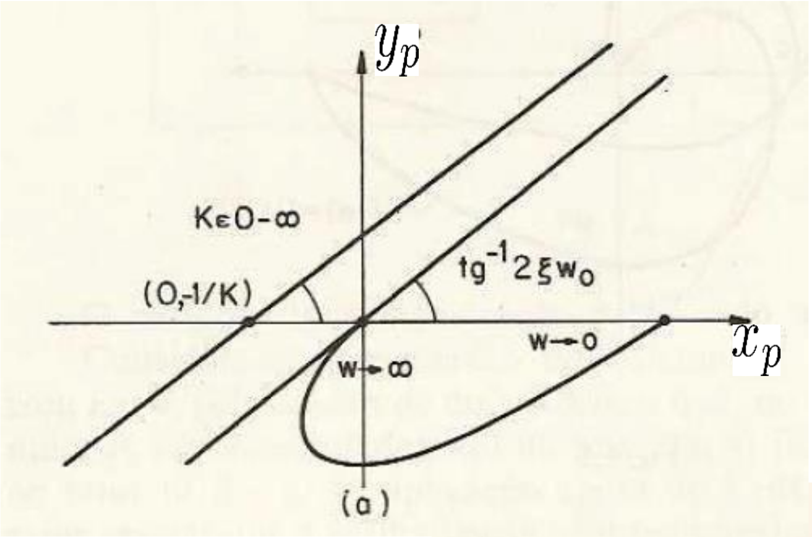
1) Seja o sistema linear de segunda ordem:

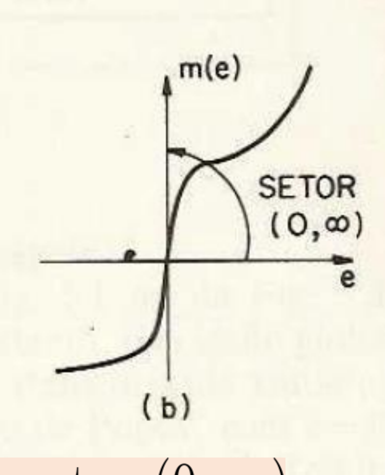
$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad G(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_0\omega}$$

$$W(j\omega) = G_r(j\omega) + j\omega G_j(j\omega) = \frac{\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2) - j2\zeta\omega_0^3\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega_0^2\omega^2}$$

Parte imaginária negativa $\forall \omega \in (-\infty, +\infty)$

Gráfico (x_p, y_p) todo no semiplano inferior





Quando $\omega \to \infty, \quad x_p, y_p \to 0,$ mas,

$$\lim_{\omega\to\infty} \frac{y_p}{x_p} = \frac{-2\zeta\omega_0^3\omega^2}{\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)} = \lim_{\omega\to\infty} \frac{-2\zeta\omega_0^3\omega^2}{\omega_0^4 - \omega_0^2\omega^2} = \frac{-2\zeta\omega_0^3\omega^2}{-\omega_0^2\omega^2} = 2\zeta\omega_0$$

Condição de Popov satisfeita, estabilidade assintótica para qualquer não linearidade no setor $(0, \infty)$

[1] CASTRUCCI, P.B.L; CURTI, R. Sistemas Não Lineares. Sao Paulo : E. Blücher, 1981.

Estabilidade absoluta

2) Determinar o máximo ganho k do bloco linear da função abaixo para que seja abs. estável com qualquer não linearidade prática no setor (0,1)

$$G(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$$

Neste caso, $K = 1$, e deseja-se um ponto C onde a reta tangente à curva (x_p, y_p) em C deixe a curva (x_p, y_p) à direita de $(0, -1)$

Determinar então os limites k_l, ω_l, fazendo $x_p = -1, y_p = 0$.

$$d = (T_1^2\omega^2 + 1)(T_2^2\omega^2 + 1)(T_3^2\omega^2 + 1)$$

$$y_p = \frac{\omega k \omega (T_1(T_2T_3\omega^2 - 1) - T_2 - T_3)}{d} = 0 \implies \omega^2 k T_1 T_2 T_3 \omega^2 - \omega^2 k T_1 - \omega^2 k T_2 - \omega^2 k T_3 = 0$$

$$\omega^4 k T_1 T_2 T_3 = \omega^2 k (T_1 + T_2 + T_3)$$

$$\omega_l = \sqrt{\frac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1 T_2 T_3}}$$

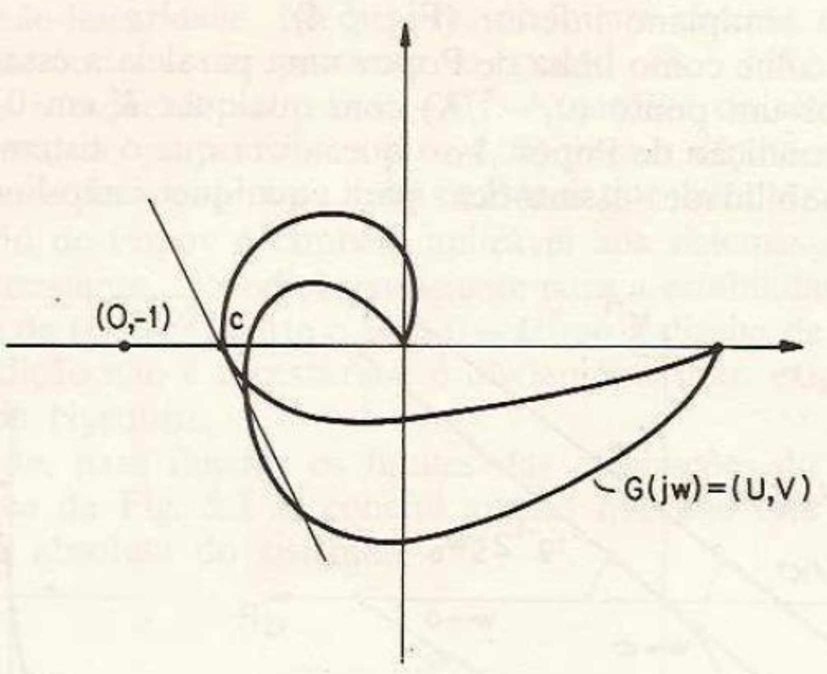
[1] CASTRUCCI, P.B.L; CURTI, R. Sistemas Não Lineares. Sao Paulo : E. Blücher, 1981.

Estabilidade absoluta

2) Usando $\omega_l = \sqrt{\dfrac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1 T_2 T_3}}$ em $x_p = -1$

$$x_p = \frac{-k(T_1\omega^2(T_2 + T_3) + T_2 T_3 \omega^2 - 1)}{d} = -1, \text{ resulta em:}$$

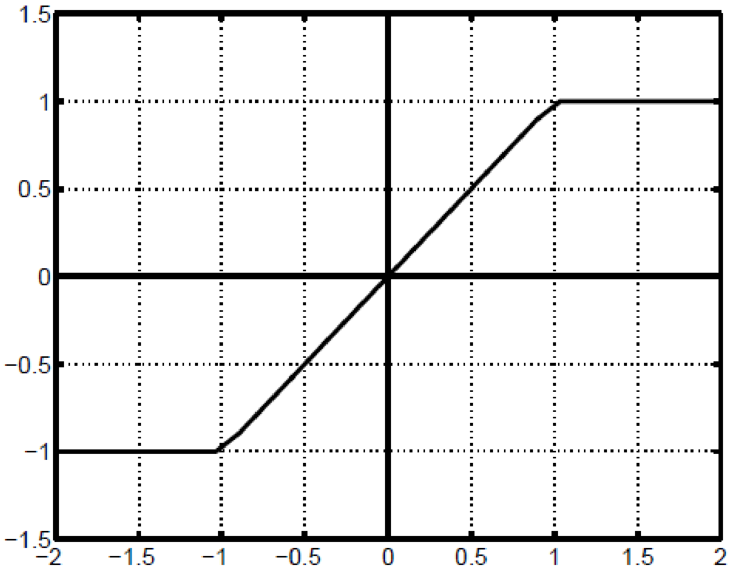
$$k_l = (T_1 + T_2 + T_3)\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3}\right) - 1$$



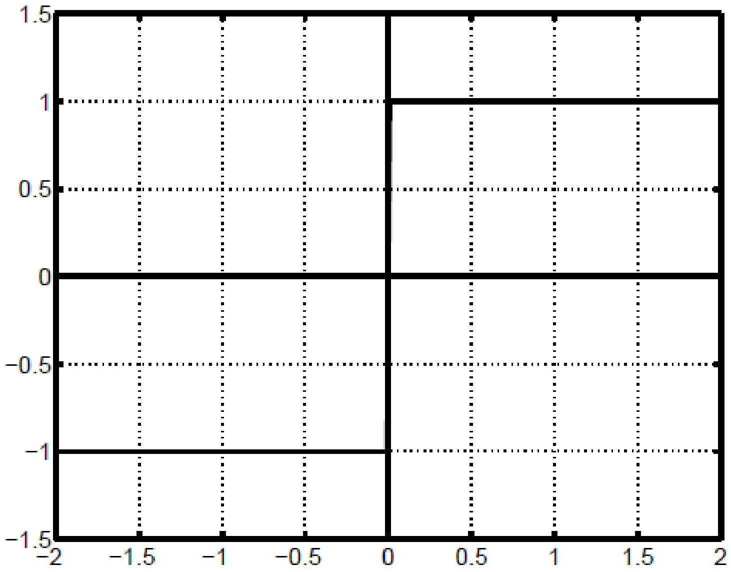
[1] CASTRUCCI, P.B.L; CURTI, R. Sistemas Não Lineares. Sao Paulo : E. Blücher, 1981.

Estabilidade absoluta

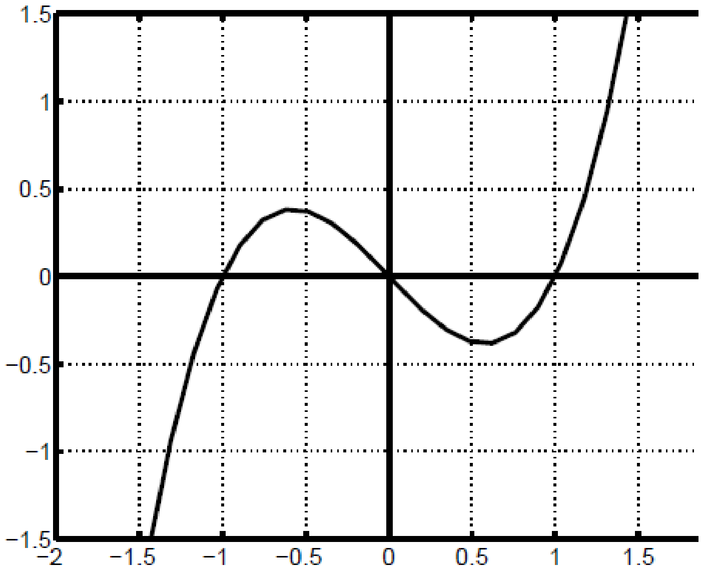
3) Sejam as não linearidades estáticas abaixo. Determine o setor mínimo $[k_1, k_2]$



$[0, 1]$



$[0, \infty]$



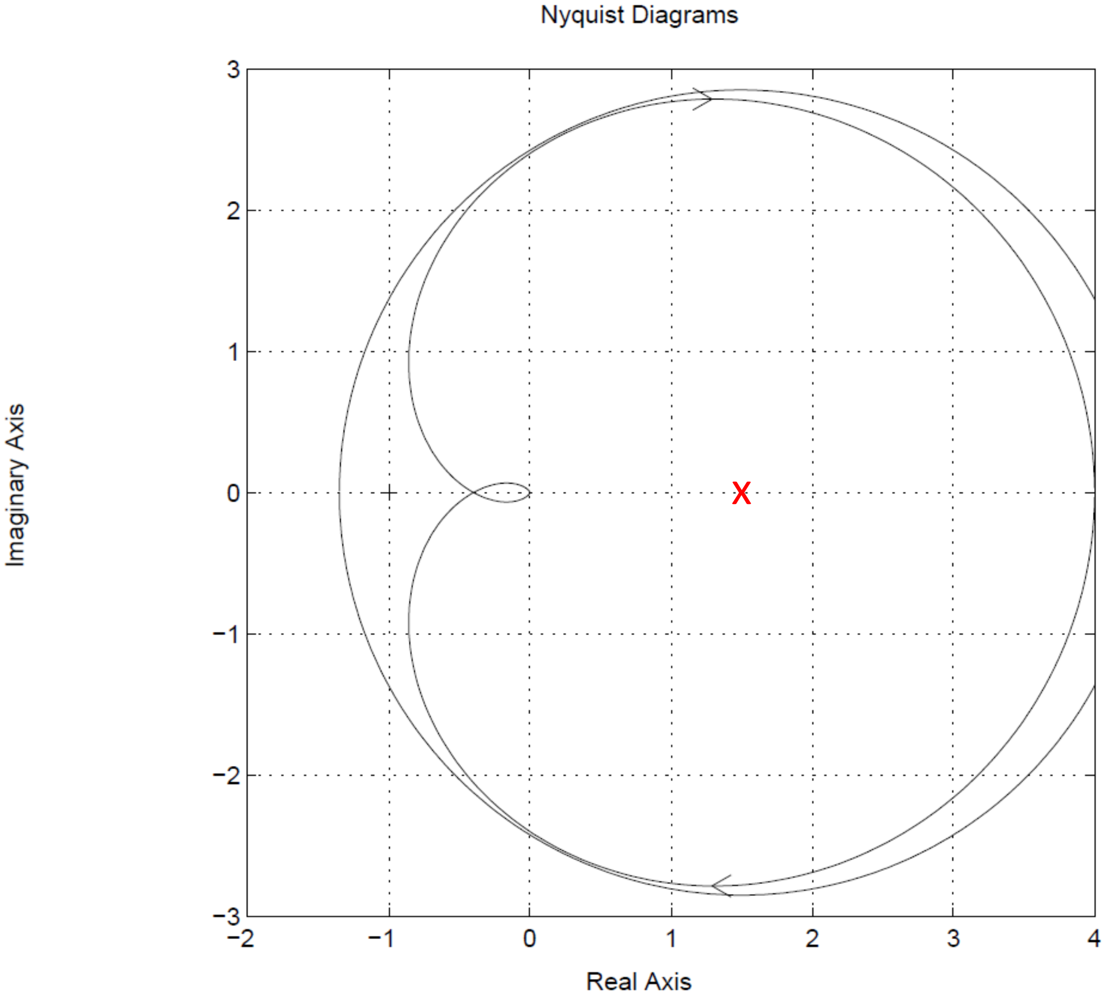
$[-1, \infty]$

[2] KHALIL, H.; Nonlinear Systems. 3rd edition. Prentice Hall. 2001

Estabilidade absoluta

4) A curva de Nyquist para $G(s)$ é exibida abaixo, com um círculo centrado em 1.5 com raio 2.85

$$G(s) = \frac{4}{(1+s)(1+s/2)(1+s/3)}$$



a) Determine o setor de estabilidade máximo na forma $(-K, K)$

b) Use o círculo na figura para achar outro setor de estabilidade

c) Qual o setor de estabilidade máximo na forma $(0, K)$?

[2] KHALIL, H.; Nonlinear Systems. 3rd edition. Prentice Hall. 2001

Estabilidade absoluta

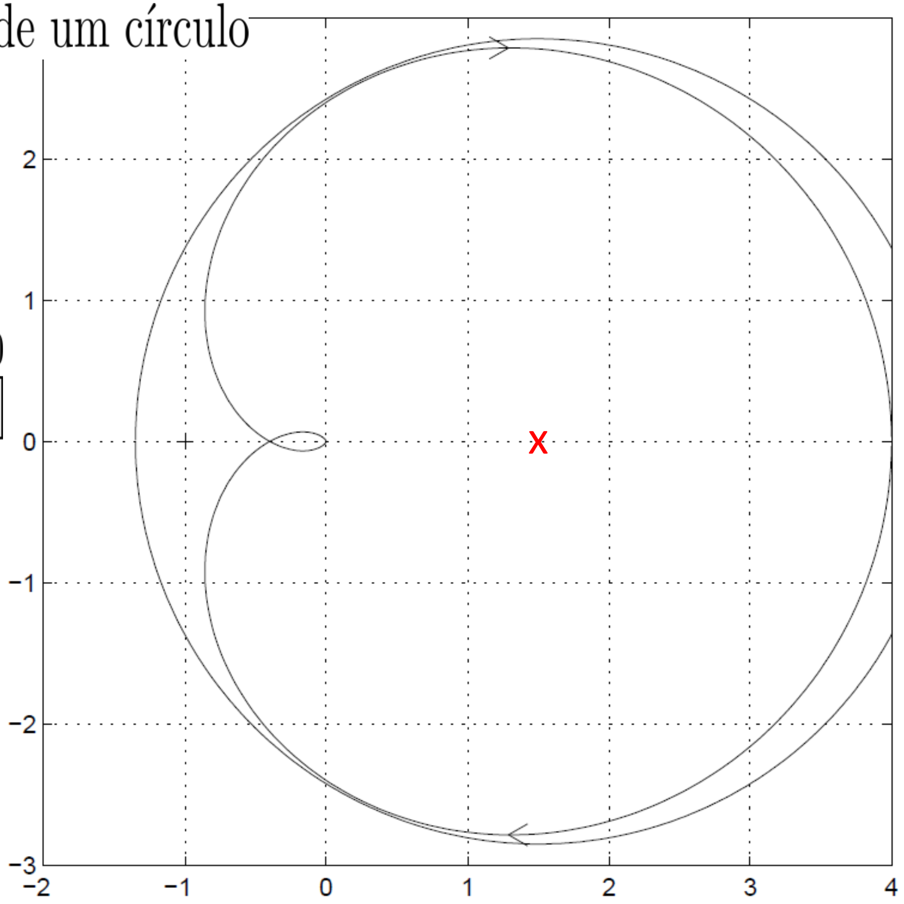
4) a) Determine o setor de estabilidade máximo na forma $(-K, K)$

Para setor simétrico, a curva de Nyquist precisa estar estritamente dentro de um círculo centrado na origem, com raio $1/K$. Por exemplo, $K = 0.25 - \varepsilon, \varepsilon > 0 << 1$

b) Use o círculo na figura para achar outro setor de estabilidade

A curva Nyquist está dentro do círculo $D(-1.35, 4.35)$

Estabilidade pode ser garantida para não linearidades no setor $[\underset{k_1 < 0}{-0.23}, \overset{k_2 > 0}{0.74}]$



[2] KHALIL, H.; Nonlinear Systems. 3rd edition. Prentice Hall. 2001

Estabilidade absoluta

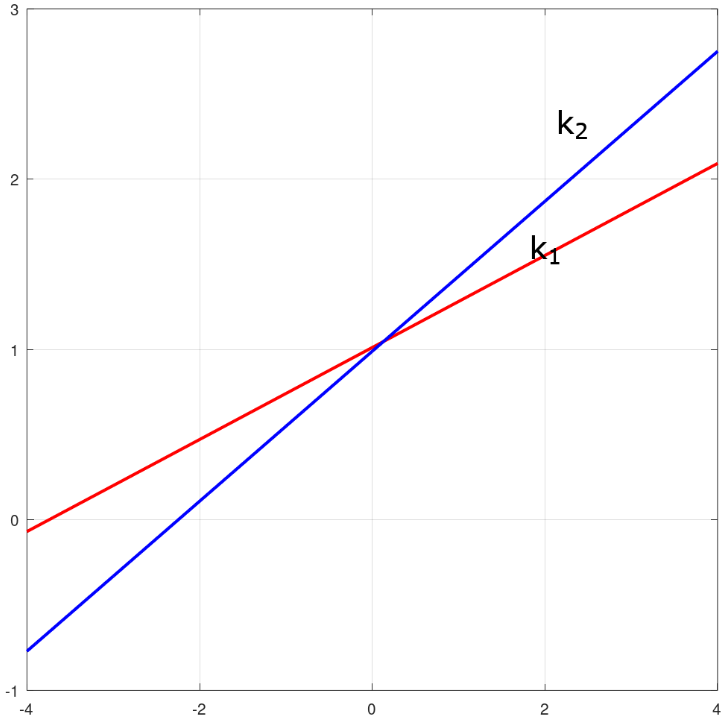
5) A curva de Nyquist para $G(s)$ é exibida abaixo. Determine possível setor de estabilidade (k_1, k_2)

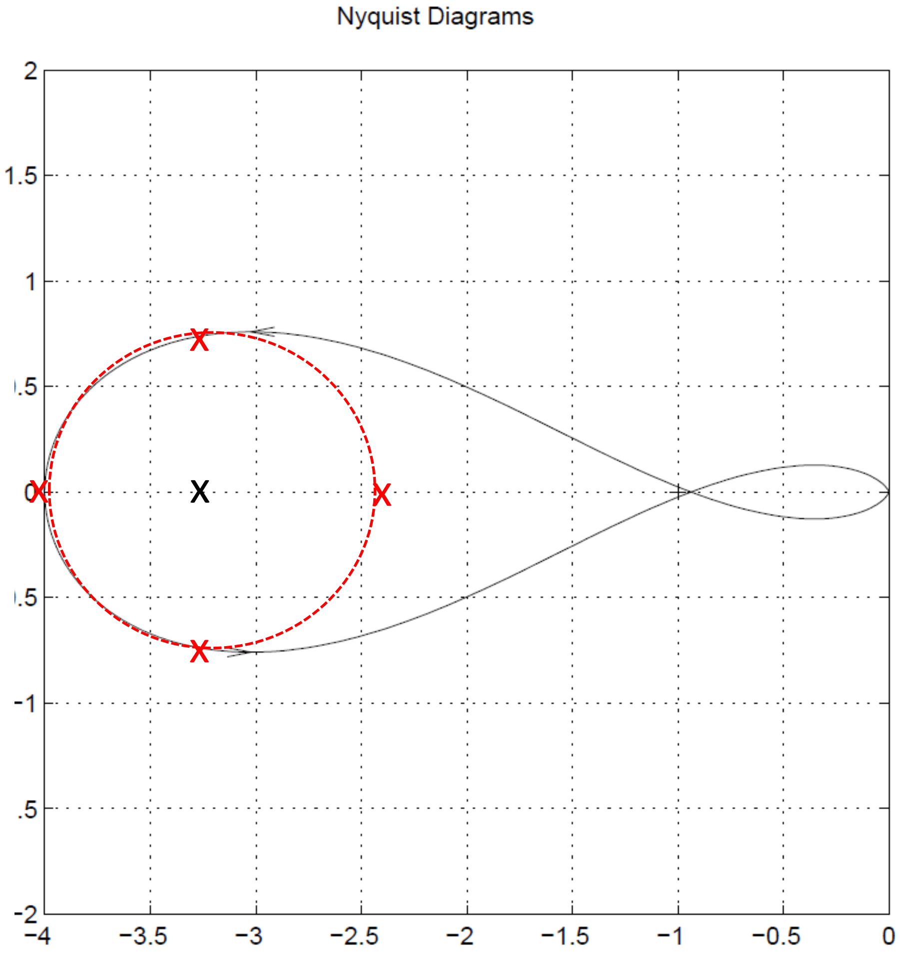
$$G(s) = \frac{4}{(s-1)(s/3+1)(s/5+1)}$$

Círculo centrado em -3, com raio 0.75

$-3 - 0.75 = -3.75 \implies k_1 = 0.27(15.47^\circ)$

$-3 + 0.75 = -2.25 \implies k_2 = 0.44(25.21^\circ)$





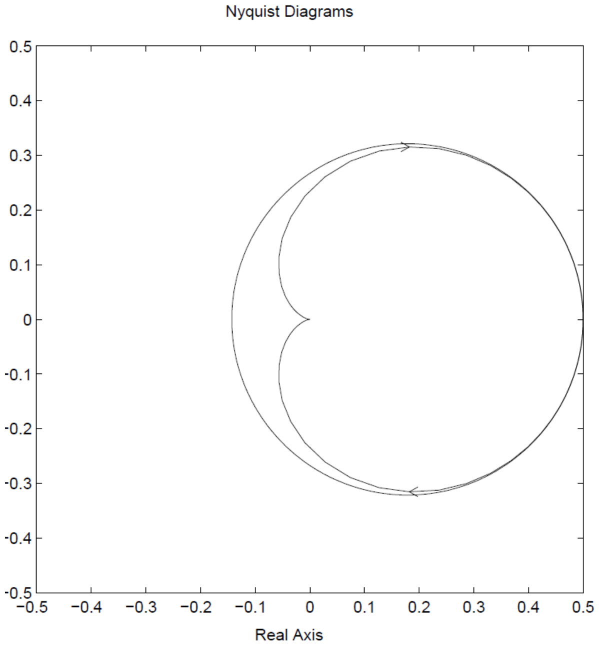
[2] KHALIL, H.; Nonlinear Systems. 3rd edition. Prentice Hall.

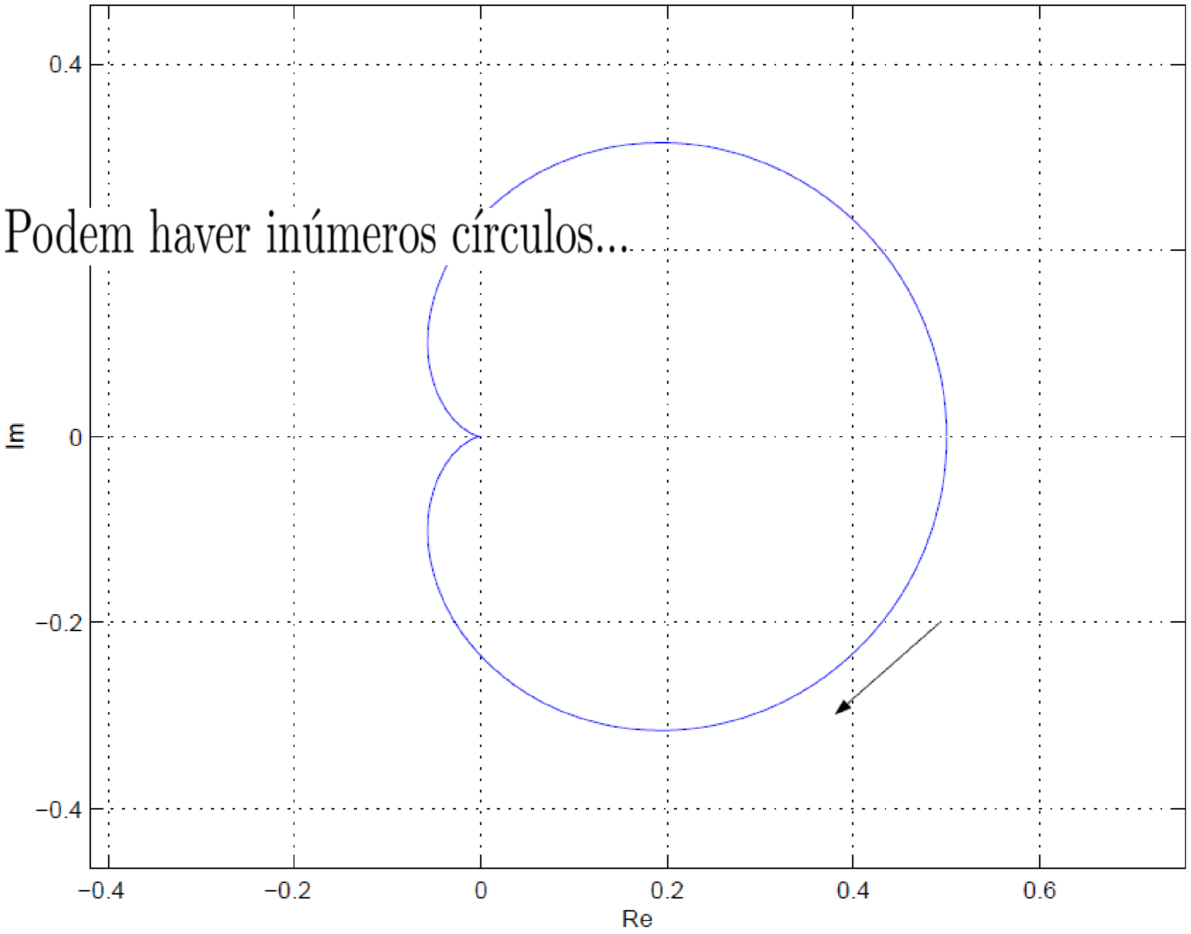
Estabilidade absoluta

6) A curva de Nyquist para $G(s)$ é exibida abaixo. Determine possível setor de estabilidade (k_1, k_2)

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

O círculo com $k_1 = -2, k_2 = 7$ não intercepta a curva Nyquist. Podem haver inúmeros círculos...





[2] KHALIL, H.; Nonlinear Systems. 3rd edition. Prentice Hall. 2001