

EGM0004

Sistemas Não Lineares

Prof. Josenalde Barbosa de Oliveira – UFRN



josenalde.oliveira@ufrn.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecatrônica

24T12 (60h) (13:00-14:40h) – 22.08.2022 : 21.12.2022

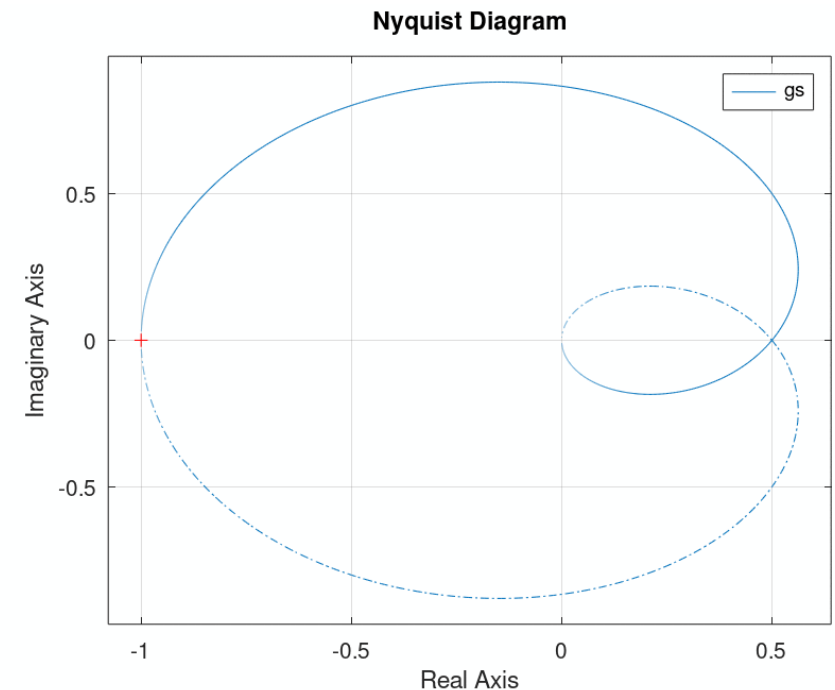
Funções de transferência estritamente reais positivas (ERP ou SRP)

Uma função $G(s)$ é ERP se $Re[G(s)] > 0, \forall Re[s] > 0$

Lema: uma função $G(s)$ é ERP se e somente se

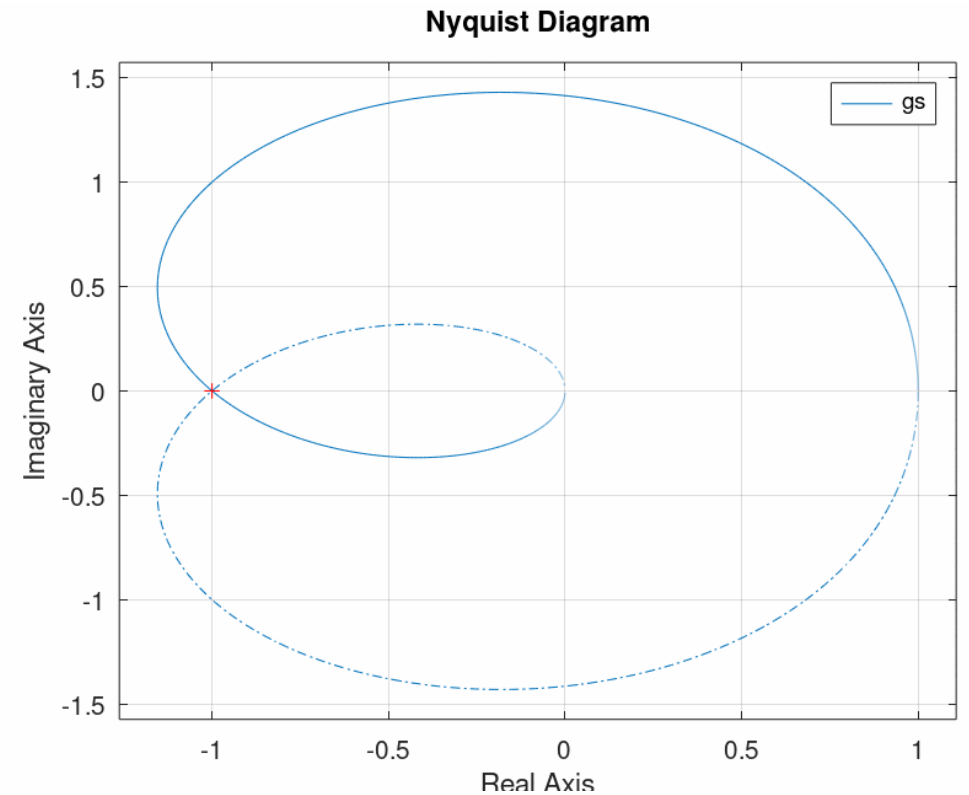
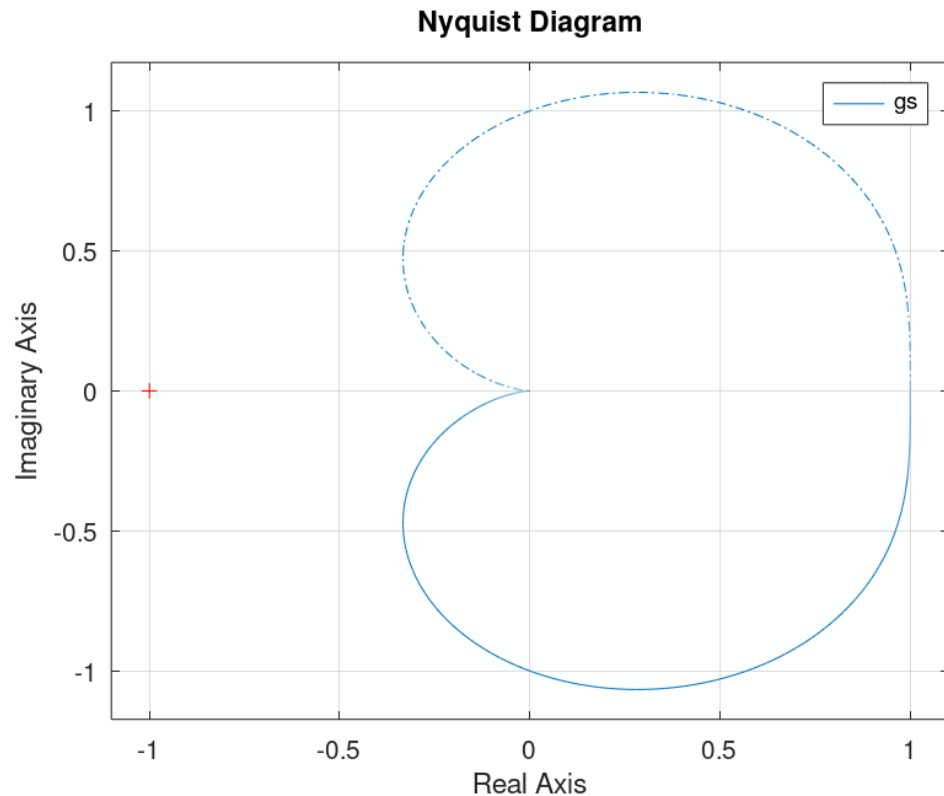
- 1) $G(s)$ é uma função estritamente estável
- 2) $Re[G(j\omega)] > 0, \quad \forall \omega \geq 0$ (digrama polar permanece inteiramente no semi plano lateral direito aberto do plano complexo $\angle G(j\omega) < 90^\circ$)
- 3) $G(s)$ tem grau relativo igual a 0 ou 1
- 4) $G(s)$ é estritamente de fase mínima

a) não ERP (fase não mínima): $G(s) = \frac{s - 1}{s^2 + 2s + 1}$
zeros instáveis



Funções de transferência estritamente reais positivas (ERP ou SRP)

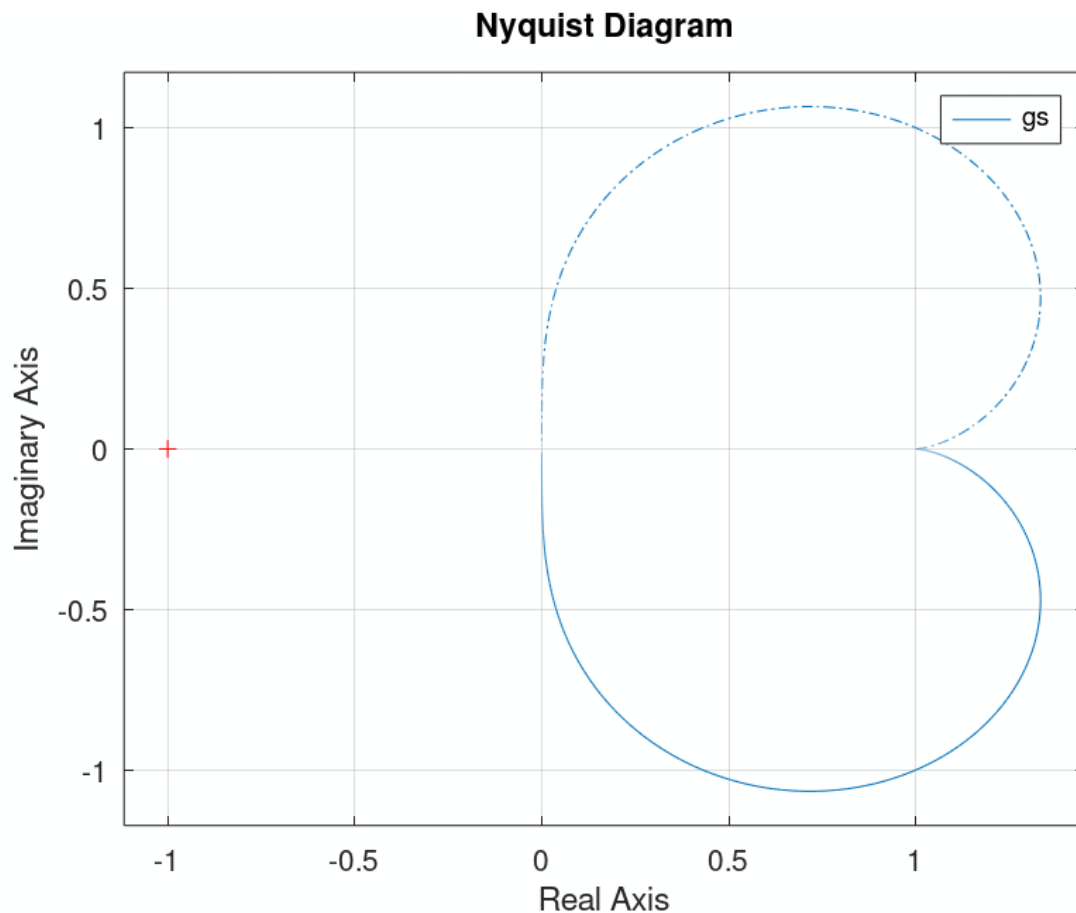
b) não ERP (instável): $G(s) = \frac{s+1}{s^2-s+1}$



c) não ERP (grau relativo=2): $G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$

Funções de transferência estritamente reais positivas (ERP ou SRP)

d) ERP (fase mínima, estável, grau relativo=1): $G(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$



$$\begin{aligned} G(j\omega) &= \frac{1+j\omega}{1-\omega^2+j\omega} \frac{(1-\omega^2-j\omega)}{(1-\omega^2-j\omega)} \\ &= \frac{1-\omega^2+\omega^2+j\omega(1-\omega^2-1)}{(1-\omega^2)^2+\omega^2} = \frac{1-j\omega^3}{(1-\omega^2)^2+\omega^2} \end{aligned}$$

$$\operatorname{Re}[G(j\omega)] = \frac{1}{(1-\omega^2)^2+\omega^2} > 0, \forall \omega \geq 0$$

$$\operatorname{Im}[G(j\omega)] = \frac{-\omega^3}{(1-\omega^2)^2+\omega^2}$$

Funções de transferência estritamente reais positivas (ERP ou SRP)

e) ERP (com polos e zeros entrelaçados): $G(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)(s+5)}$

Lema de Kalman-Yakubovic-Lefschetz:

Seja $\dot{x} = Ax + bu$ controlável e observável com $G(s) = c^T(sI - A)^{-1}b$
 $y = c^T x$

$G(s)$ é ERP se e somente se existem $P = P^T > 0$ e $Q = Q^T > 0$ tal que

$$\begin{aligned} A^T P + PA &= -Q \quad \text{só vale para grau relativo} = 1, n^* = 1 \\ Pb &= c \end{aligned}$$