



# SISTEMAS EMBARCADOS

PROF. JOSENALDE OLIVEIRA

[josenalde.oliveira@ufrn.br](mailto:josenalde.oliveira@ufrn.br)

ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS - UFRN

# PID: IMPLEMENTAÇÃO

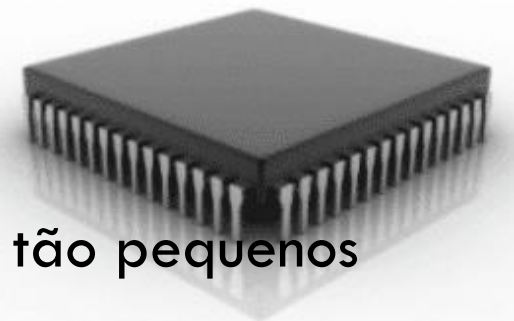
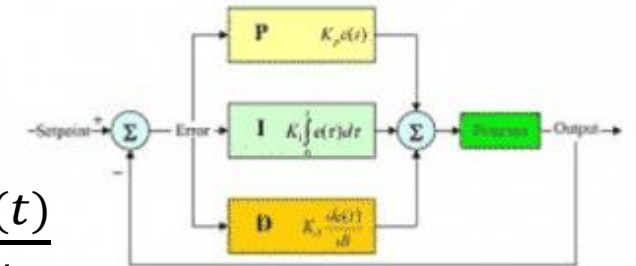
No domínio contínuo:  $u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$

ou em termos do tempo integral  $\tau_i$  e do tempo derivativo  $\tau_d$

$$u(t) = K_p \left( e(t) \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Equivale ao caso analógico, ou seja, os intervalos de tempo são tão pequenos quanto se queira (grandeza analógica)!

Na implementação em microprocessador/microcontrolador, as grandezas são **discretizadas** de acordo com determinado período de amostragem  $T_s$  e os termos integrativo e derivativo precisam ser **aproximados para implementação em computador/microcontrolador**



# PID: IMPLEMENTAÇÃO

Definições:  $u(t)$ : sinal de controle/comando/MV: variável manipulada

$y(t)$ : sinal de saída/PV: variável de processo

$K_p, K_i, K_d$ : ganhos proporcional, integrativo, derivativo

$e(t)$ : erro de rastreamento (referência (setpoint) –  $y(t)$ ): off-set

Ação	Efeito
proporcional	Reduz oscilações, tornando o sistema mais estável, mas não garante erro (off-set) nulo, age com uma maior amplitude de correção a fim de manter a estabilidade
integrativa	Elimina o desvio de off-set (erro), fazendo com que a PV permaneça próximo ao setpoint mesmo após um distúrbio, quanto maior for o tempo de permanência do erro, maior o valor da ação integral
derivativa	Fornece ação antecipativa evitando previamente que o erro se torne maior quando o processo se caracteriza por ter uma resposta lenta em relação à velocidade da variação do erro. Com o erro detetado, aumenta a velocidade da resposta. Para lentos (temperatura, ok), para rápidos (velocidade, líquido, próprio sistema corrige rápido, parte derivativa pode ser anulada)

# PID: EFEITO INDIVIDUAL AÇÕES (INCREMENTO)

Resposta	Tempo de subida	Overshoot (%)	Tempo de estabilização	Erro regime permanente
kp	reduz	aumenta	Pouca alteração	reduz
ki	reduz	aumenta	aumenta	elimina
kd	Pouca alteração	reduz	reduz	Pouca alteração

Em sistemas microprocessados/microcontrolados, existem disponíveis várias bibliotecas com implementações do PID: <https://playground.arduino.cc/Code/PIDLibrary/>. O sinal analógico de saída da planta/sistema é adquirido via conversor A/D, processado, e então enviado para a planta via PWM ou conversor D/A. Se o sensor da PV é digital, não há necessidade do A/D.

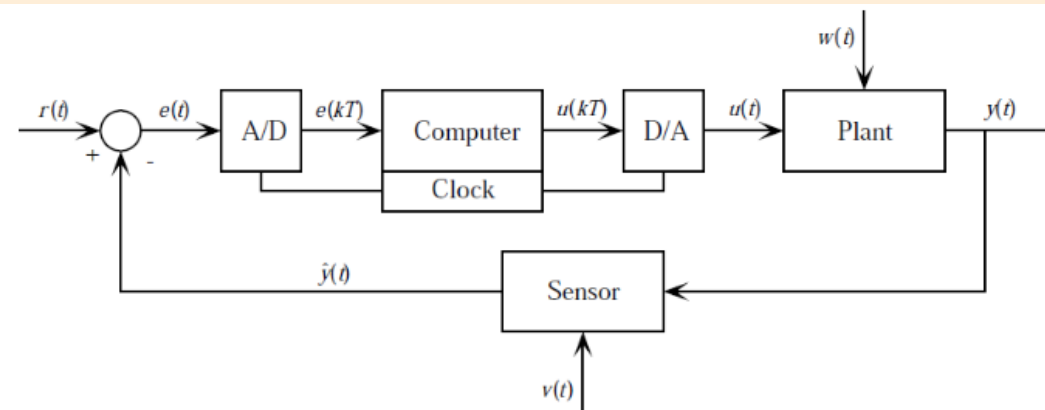


Figura 3 : Sistema de controle digital (STARR, 2006)

# PID: APROXIMAÇÕES

$$P(t) = K_p \times e(t) \leftrightarrow K_p \times e[n], n = k \times T_s, \text{ com } k \in \mathbb{N}$$

As k amostras são espaçadas por Ts

- Parte derivativa (lembrar Matemática II!)

$$\frac{df(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t - \Delta t)}{\Delta t}, \text{ seja } \Delta t = T_s.$$

como cada amostra é lida a cada Ts, pode-se aproximar no caso discreto por uma simples diferença

$$K_d \frac{de(t)}{dt} = K_d \times (e[n] - e[n - 1])$$

No caso da integral, é a somatório:

$$\int_t^{t+\Delta t} f(\tau) d\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{n=t}^{t+\Delta t} f(n) \times \Delta t = \Delta t \times \{f(n) + f(\Delta t + t)\}$$

# PID: APROXIMAÇÕES

$$K_i \times \int_0^t e(\tau) d\tau = K_i \times (f[n] + f[n - 1])$$

Logo,

$$u[n] = K_p \times e[n] + K_d \times (e[n] - e[n - 1]) + K_i \times (f[n] + f[n - 1])$$

onde,

$$K_i = \frac{K_p \times T_s}{\tau_i}, K_d = \frac{K_p \times \tau_d}{T_s}$$

Na prática, a ação integral deve ser limitada, pois pode crescer indefinidamente (efeito wind-up), sendo necessário um RESET ao superar um valor máximo IMAX. A saída de controle também deve ser limitada (SATURAÇÃO) ao valor máximo possível (UNO: 5V, ESP: 3,3 V etc.)

# Código de controle PID em C.

```
2 unsigned long lastTime;
3 double Input, Output, Setpoint;
4 double ITerm, lastInput;
5 double kp, ki, kd;
6 int SampleTime = 1000; //1 sec
7 double outMin, outMax;
8 void Compute()
9 {
10     unsigned long now = millis();
11     int timeChange = (now - lastTime);
12     if(timeChange>=SampleTime)
13     {
14         /*Compute all the working error variables*/
15         double error = Setpoint - Input;
16         ITerm+= (ki * error);
17         if(ITerm> outMax) ITerm= outMax;
18         else if(ITerm< outMin) ITerm= outMin;
19         double dInput = (Input - lastInput);
20
21         /*Compute PID Output*/
22         Output = kp * error + ITerm- kd * dInput;
23         if(Output > outMax) Output = outMax;
24         else if(Output < outMin) Output = outMin;
25
26         /*Remember some variables for next time*/
27         lastInput = Input;
28         lastTime = now;
29     }
30 }
```

```
void SetTunings(double Kp, double Ki, double Kd)
{
    double SampleTimeInSec = ((double)SampleTime)/1000;
    kp = Kp;
    ki = Ki * SampleTimeInSec;
    kd = Kd / SampleTimeInSec;
}

void SetSampleTime(int NewSampleTime)
{
    if (NewSampleTime > 0)
    {
        double ratio = (double)NewSampleTime
                       / (double)SampleTime;
        ki *= ratio;
        kd /= ratio;
        SampleTime = (unsigned long)NewSampleTime;
    }
}

void SetOutputLimits(double Min, double Max)
{
    if(Min > Max) return;
    outMin = Min;
    outMax = Max;

    if(Output > outMax) Output = outMax;
    else if(Output < outMin) Output = outMin;

    if(ITerm > outMax) ITerm = outMax;
    else if(ITerm < outMin) ITerm = outMin;
}
```



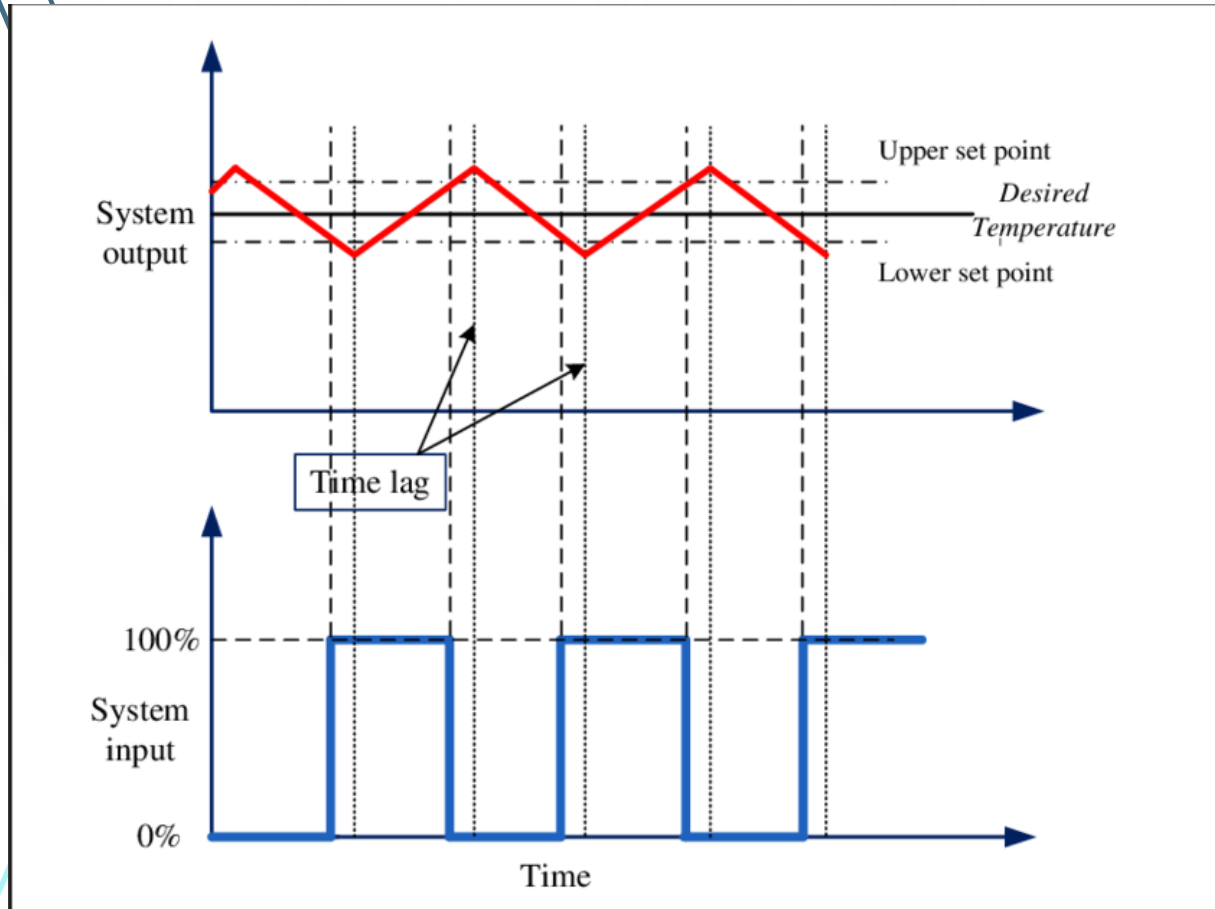
Analisar linha a linha código: <https://playground.arduino.cc/Code/PIDLibrary/>.

PID\_v1.h e PID\_v1.cpp

Existem outras implementações mais precisas, como esta:

<https://www.embarcados.com.br/controlador-pid-digital-parte-2/>

# CONTROLE ON-OFF

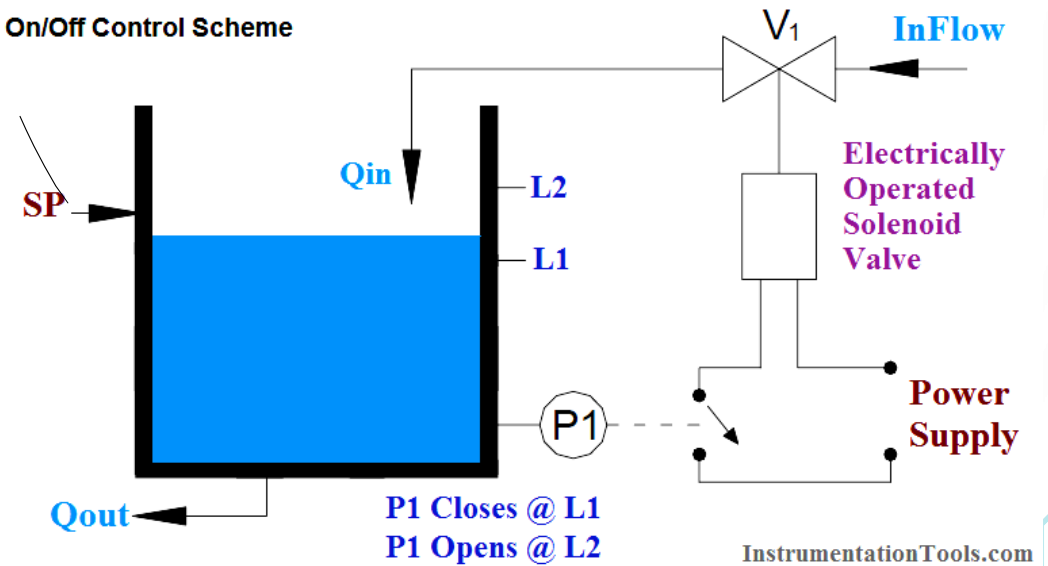


A saída do controlador do controlador on-off:

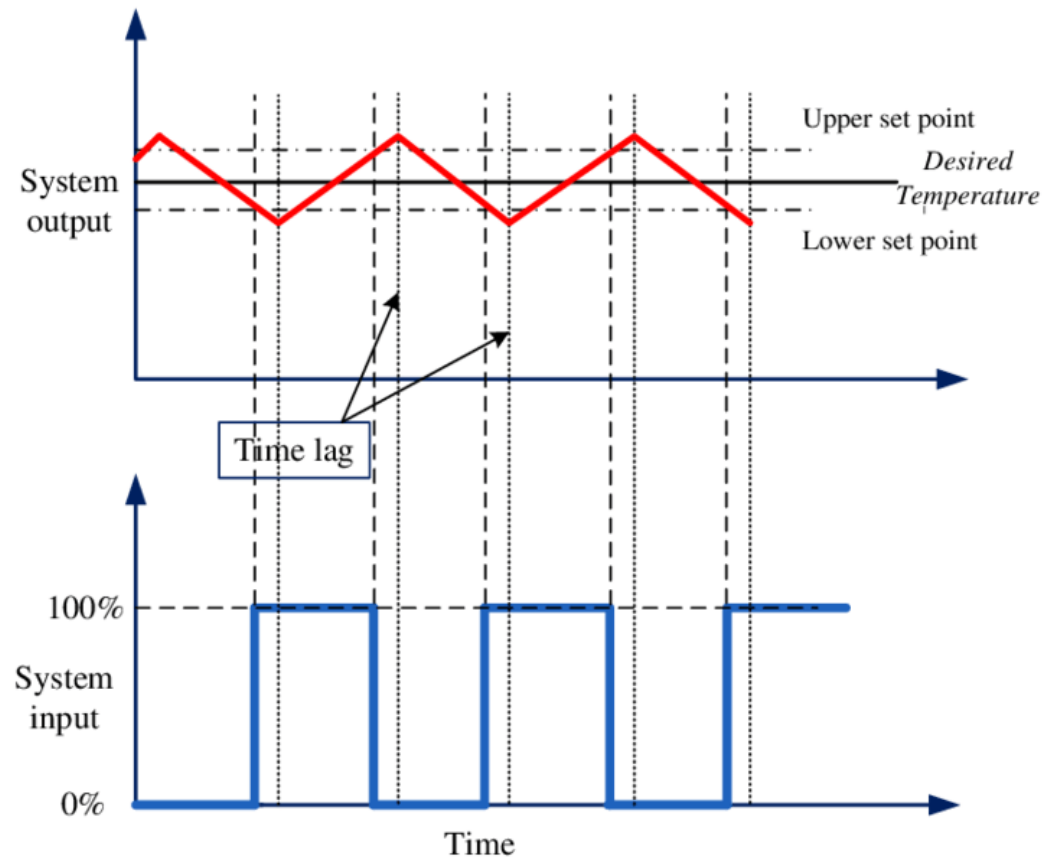
$$u_{on-off}(t) = \begin{cases} u_{\max} , & \text{se } e \geq 0 \\ u_{\min} , & \text{se } e < 0 \end{cases}$$

onde  $u_{\max}$  e  $u_{\min}$  denota valores de liga e desliga, respetivamente.  
O controlador On-off pode ser considerado um caso especial do controlador P com um ganho do controlador muito alto.

On/Off Control Scheme



# CONTROLE ON-OFF



A saída do controlador do controlador on-off:

- **Vantagem** : Controladores Simples e baratos.
- **Desvantagens**
  - Não versátil e ineficiente em muitos casos.
  - Ciclo contínuo da variável controlada e com o tempo há desgaste do elemento final de controle.
- **Uso** : Termostatos no sistema de aquecimento.  
Refrigerador doméstico.  
Aplicações industriais não-críticas