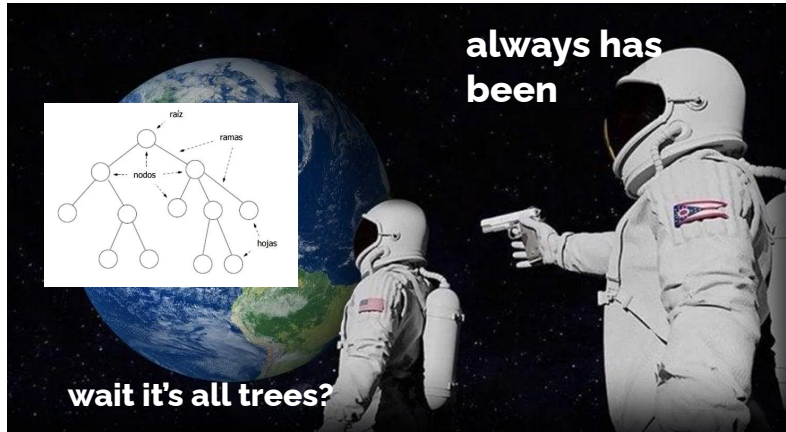


ÁRBOLES RN

Árboles Rojo-Negro

Contenidos a revisar

Rojo-Negro



Árbol Rojo-Negro

Es un tipo de AVL que cumple las siguientes propiedades:

1. Cada nodo es rojo o negro
2. La raíz del árbol es negra
3. Si un nodo es rojo, entonces sus hijos deben ser negros
4. La cantidad de nodos negros en el camino a cada hoja debe ser la misma

Árbol Rojo-Negro

Para la inserción:

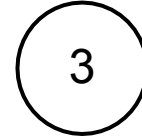
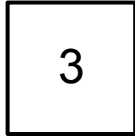
- Los nodos siempre se insertan como **rojos**
- Si su padre es **rojo** ocurre una de dos cosas:
 1. Si su tío es **negro**, se tiene un aumento de grado en el nodo 2-4. Esto se soluciona con rotaciones y cambios de color
 2. Si su tío es **rojo**, se da el caso en que 2-4 rebalsa. Esto se soluciona cambiando la coloración, lo que puede generar el mismo caso hacia arriba

Árbol Rojo-Negro

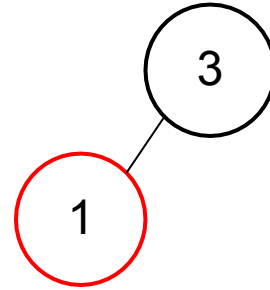
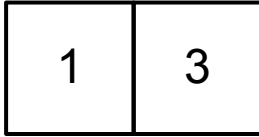
Para la inserción:

- Los nodos siempre se insertan como **rojos**
- Si su padre es **rojo** ocurre una de dos cosas:
 1. Si su tío es **negro**, se tiene un aumento de grado en el nodo 2-4. Esto se soluciona con rotaciones y cambios de color
 2. Si su tío es **rojo**, se da el caso en que 2-4 rebalsa. Esto se soluciona cambiando la coloración, lo que puede generar el mismo caso hacia arriba

Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 3, 1, 7, 8, 9, 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1

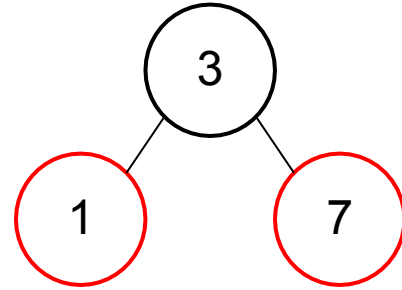


Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 1, 7, 8, 9, 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1



Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 7, 8, 9, 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1

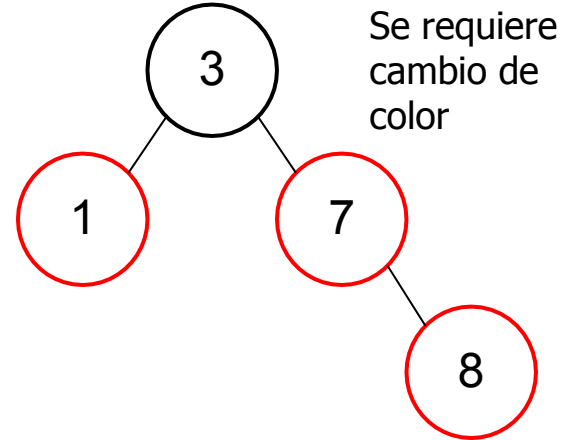
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 7 |
|---|---|---|



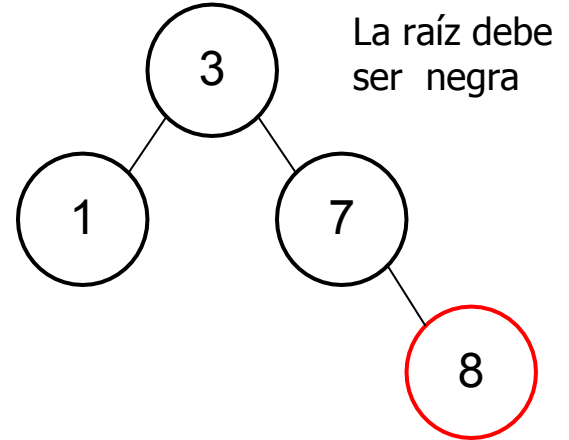
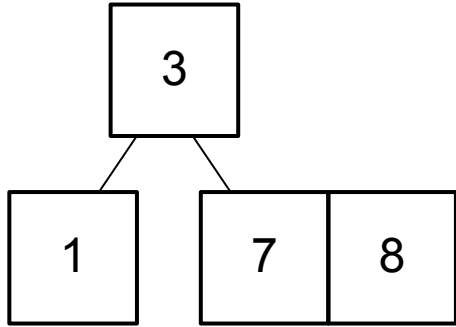
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 8, 9, 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|

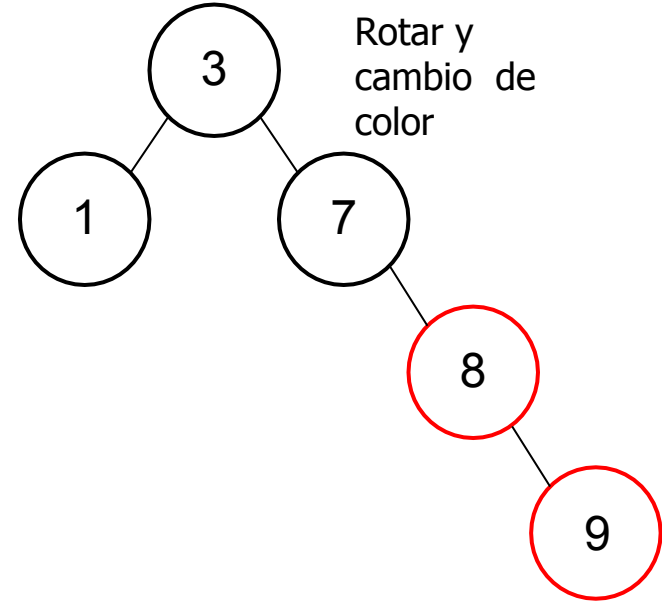
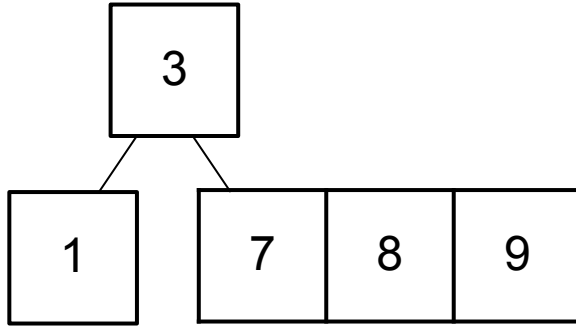
Se debe
equilibrar el
nodo



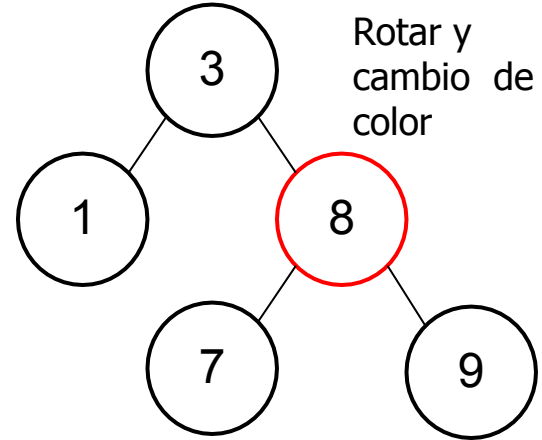
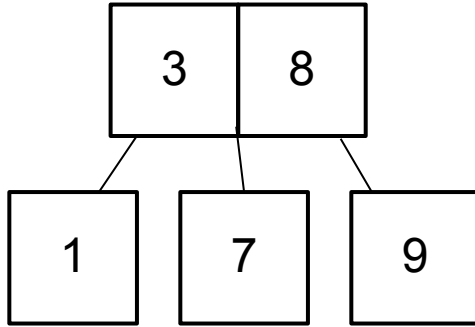
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 8, 9, 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1



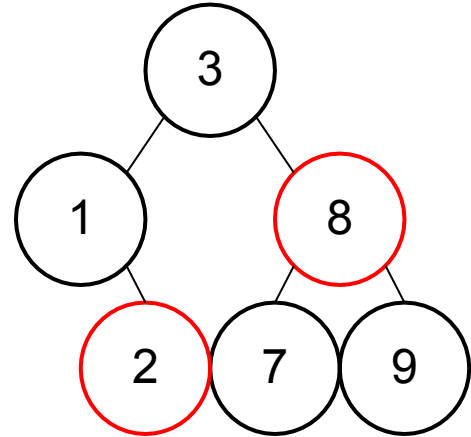
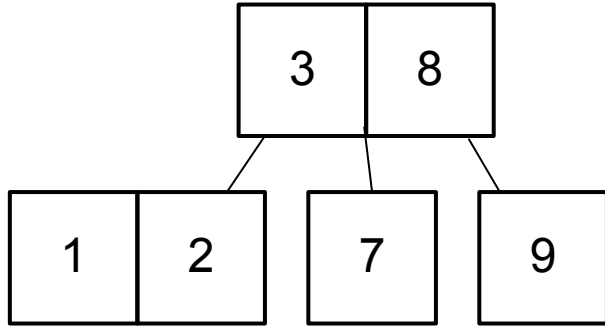
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 9, 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1



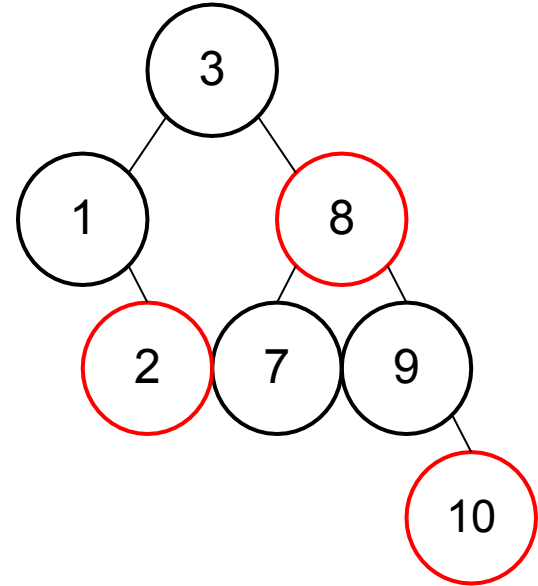
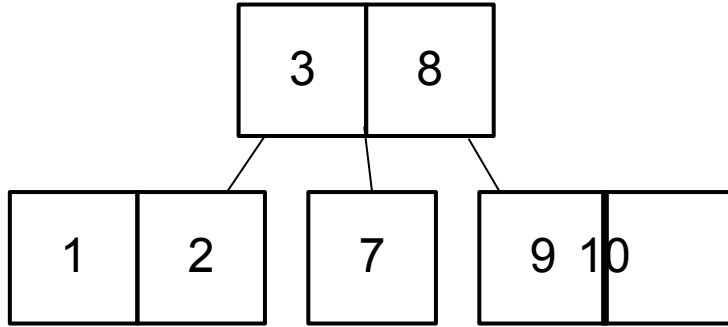
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 9, 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1



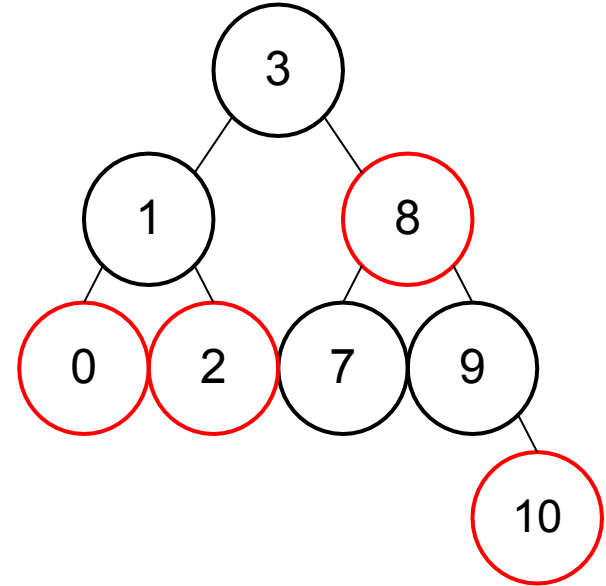
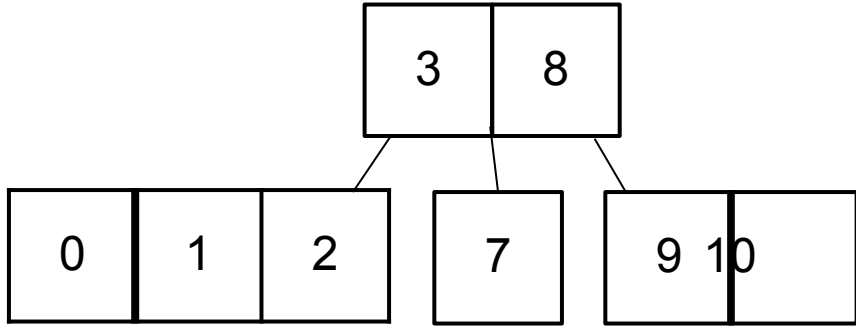
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 2, 10, 0, 4, 5, 6, -1



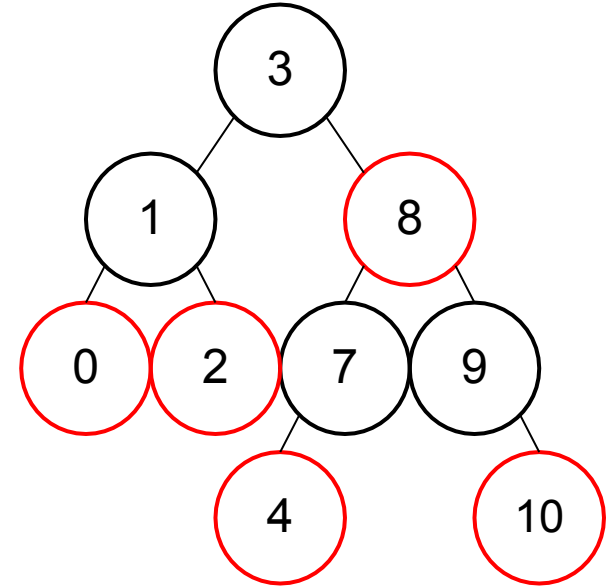
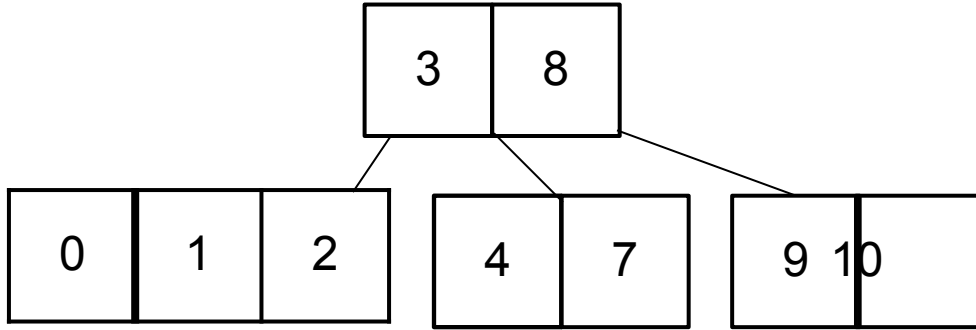
**Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol:
10, 0, 4, 5, 6, -1**



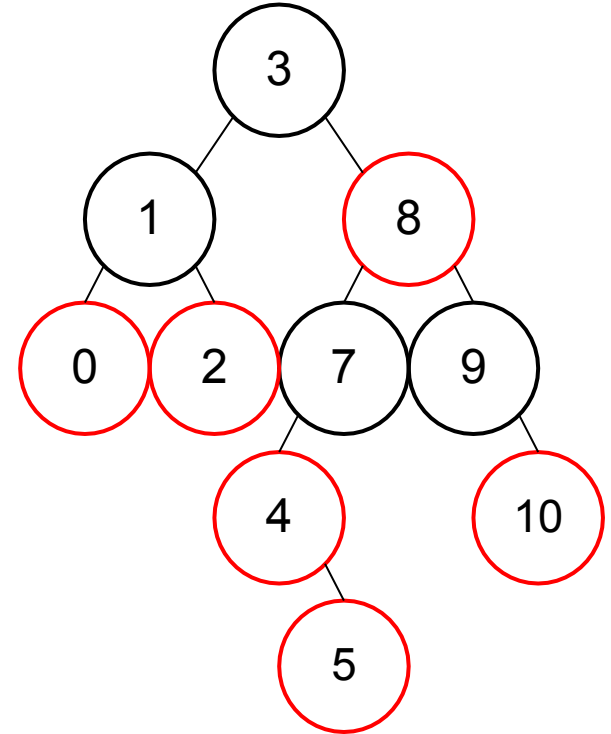
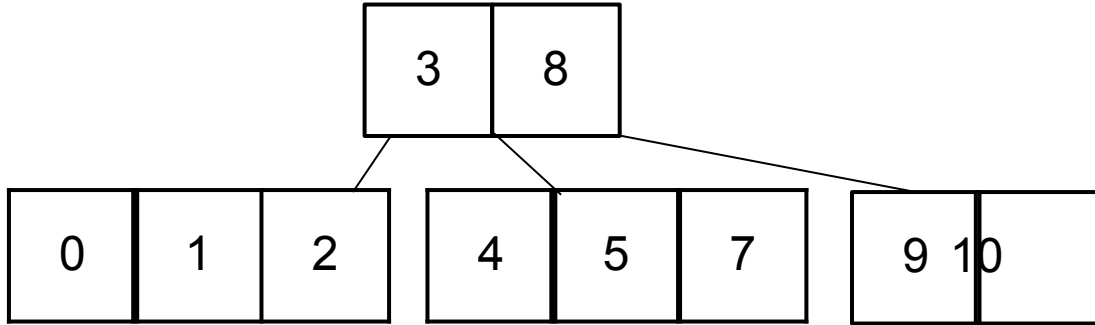
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 0, 4, 5, 6, -1



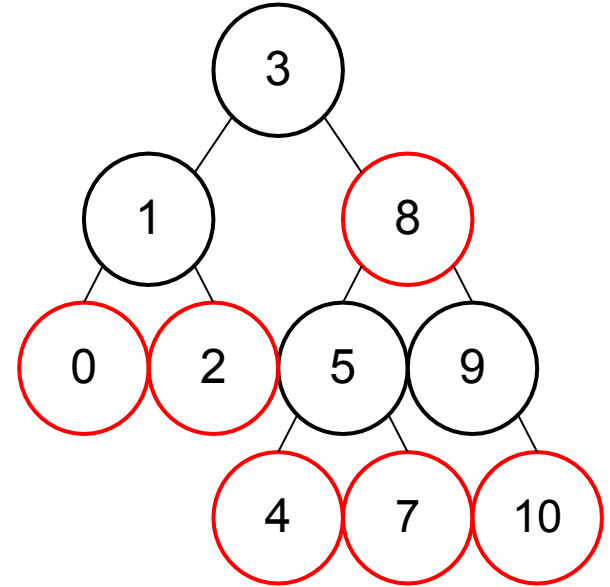
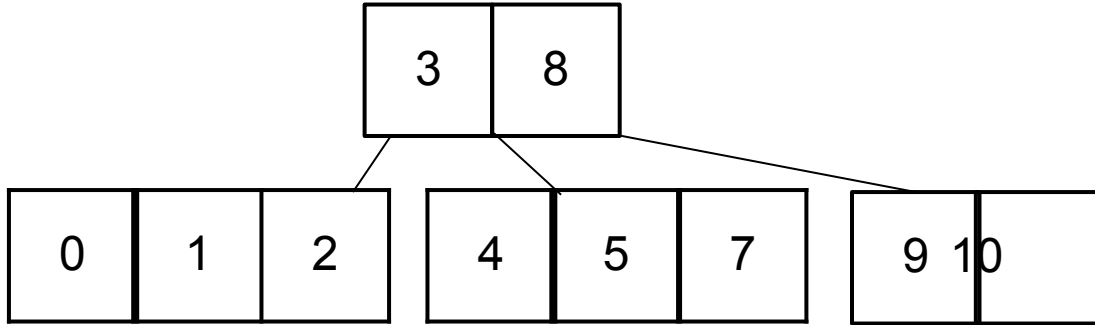
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 4, 5, 6, -1



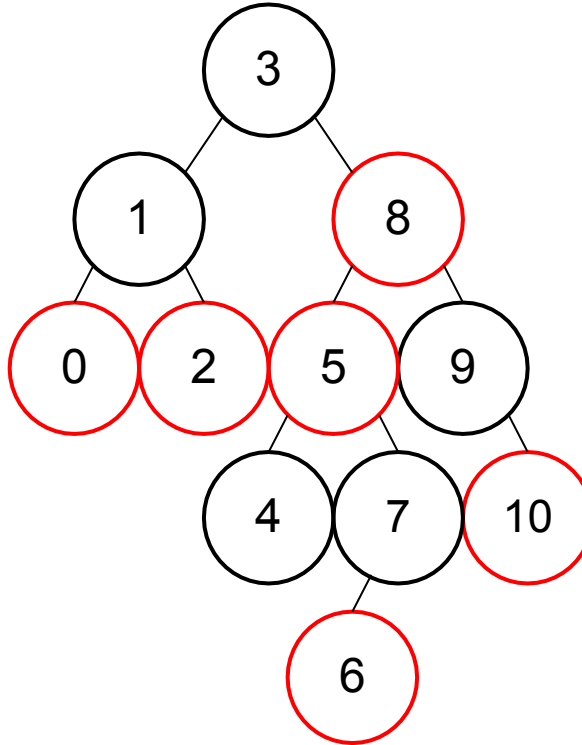
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 5, 6, -1



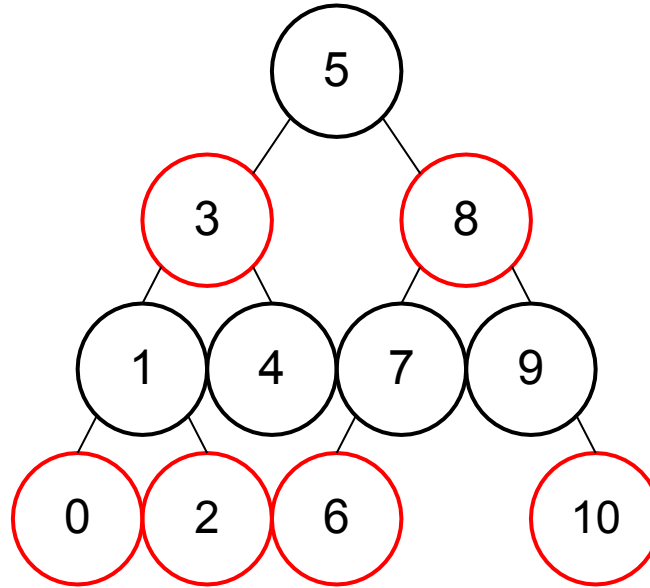
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 5, 6, -1



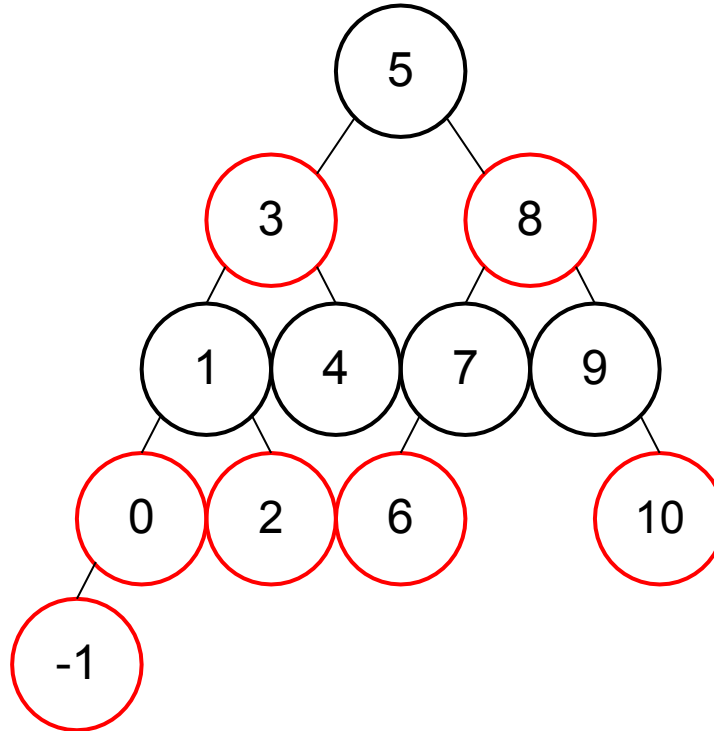
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 6, -1



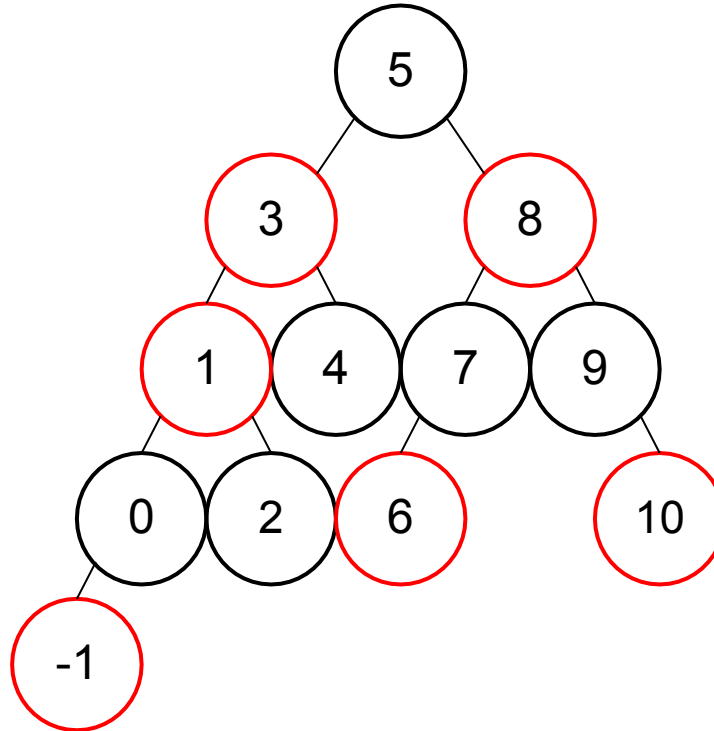
Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol: 6, -1



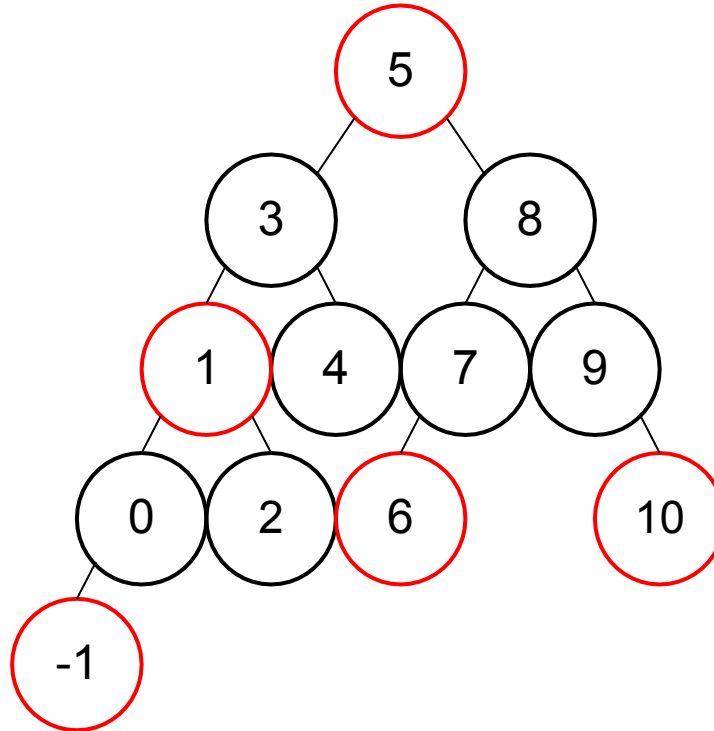
**Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol:
-1**



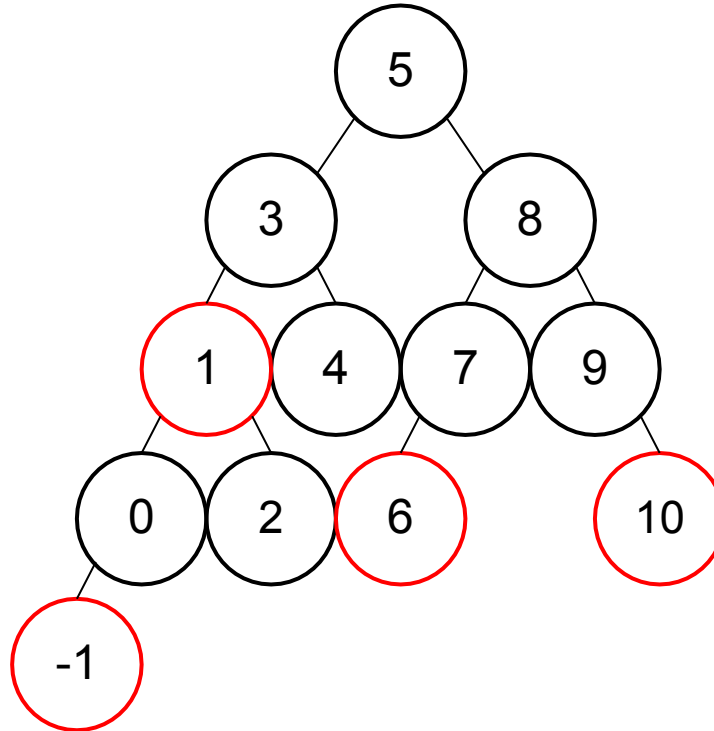
**Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol:
-1**



**Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol:
-1**



**Rojo negro: Inserte los siguientes datos en el árbol:
-1**



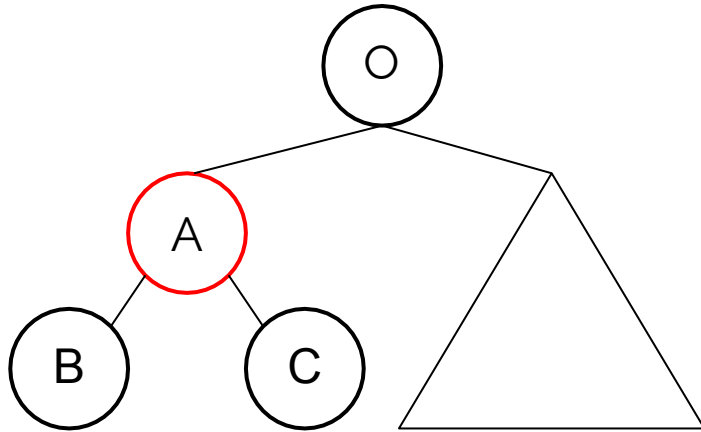
Árboles Rojo-Negro:

Considera un árbol rojo-negro en que el número de nodos negros en cada ruta de la raíz a una hoja es k

- a. ¿Cuál es la altura máxima posible del árbol? ¿Y la mínima?
- b. ¿Cuál es el máximo número de nodos que puede tener el árbol?
¿Y el mínimo?

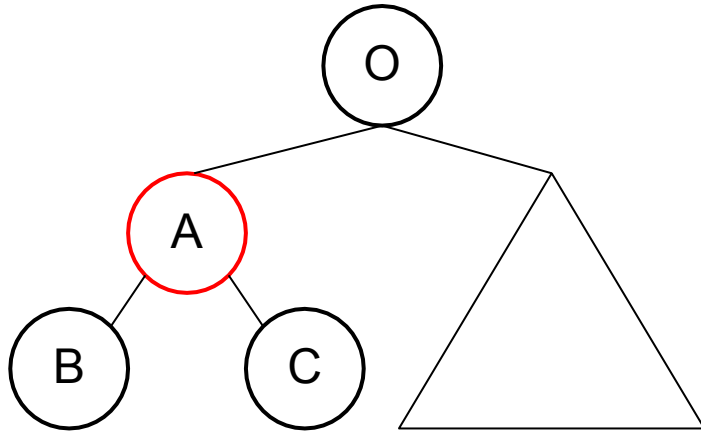
¿Cuál es la altura máxima posible del árbol? ¿Y la mínima?

Recordamos la propiedad del árbol Rojo-Negro, donde necesariamente los hijos de un nodo rojo han de ser negros



¿Cuál es la altura máxima posible del árbol? ¿Y la mínima?

Recordamos la propiedad del árbol Rojo-Negro, donde necesariamente los hijos de un nodo rojo han de ser negros

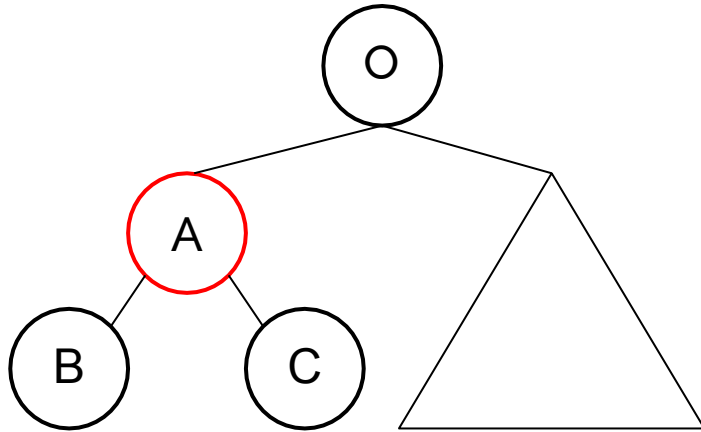


Por lo tanto, a lo más habrán k nodos rojos de profundidad, dado que para cada nodo rojo de profundidad, hay k nodos negros que pueden ser su padre

Luego, La altura máxima del árbol es de $2k$

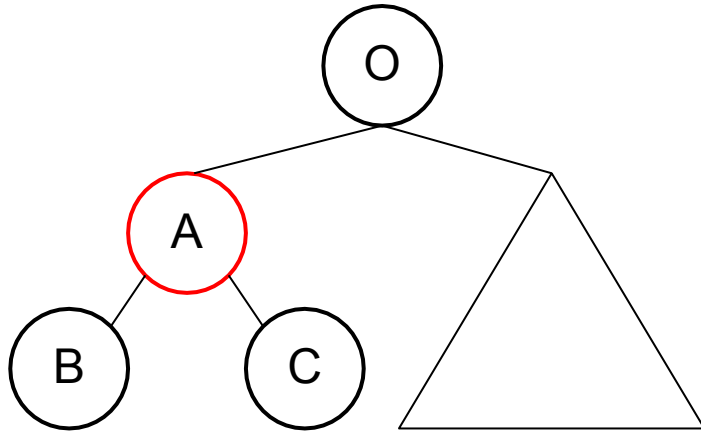
¿Cuál es la altura máxima posible del árbol? ¿Y la mínima?

Recordamos la propiedad del árbol Rojo-Negro, donde necesariamente los hijos de un nodo rojo han de ser negros



¿Cuál es la altura máxima posible del árbol? ¿Y la mínima?

Recordamos la propiedad del árbol Rojo-Negro, donde necesariamente los hijos de un nodo rojo han de ser negros



A su vez, la altura mínima la alcanzaríamos en un árbol binario compuesto de solo nodos negros, y por lo tanto, la altura sería de k

¿Cuál es el máximo número de nodos que puede tener el árbol?

¿Y el mínimo?

¿Cuál es el máximo número de nodos que puede tener el árbol?

¿Y el mínimo?

Recordando la parte anterior, definimos que la altura mínima de nuestro árbol es de k , y por lo tanto al saber que nuestro árbol es AVL, concluimos que el número máximo de nodos es de $2^k - 1$

$$2^h - 1 = 2^{2k} - 1$$

¿Cuál es el máximo número de nodos que puede tener el árbol?

¿Y el mínimo?

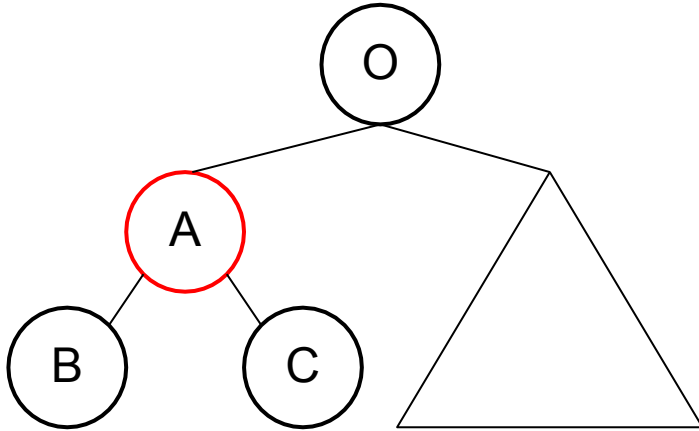
Recordando la parte anterior, definimos que la altura mínima de nuestro árbol es de k , y por lo tanto al saber que nuestro árbol es AVL, concluimos que el número máximo de nodos es de $2^k - 1$

Ahora, en el contexto de la inserción de un nuevo nodo

- (a) ¿Cuál es la cantidad máxima de cambios de color que pueden ocurrir?
- (b) ¿Cuál es la cantidad máxima de rotaciones (simples o dobles) que pueden ocurrir?

¿Cuál es la cantidad máxima de cambios de color que pueden ocurrir?

Recordamos la propiedad del árbol Rojo-Negro, donde necesariamente los hijos de un nodo rojo han de ser negros

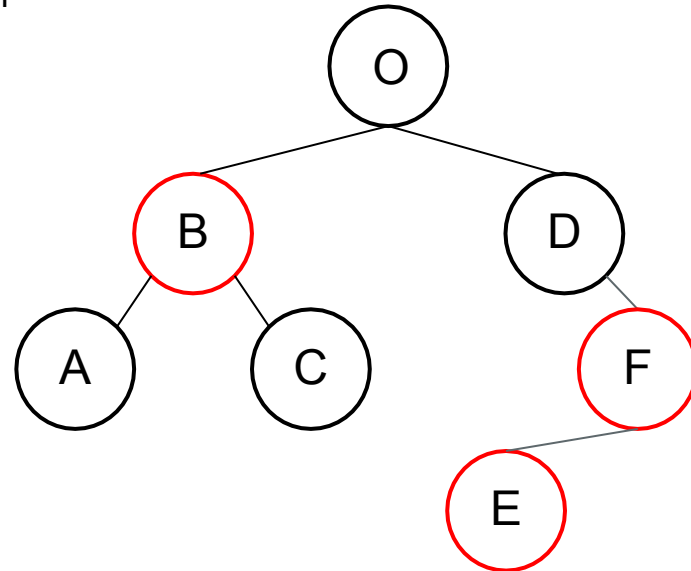


Si es que quisiéramos insertar un nodo rojo al árbol de altura $2k$. Hemos de realizar un cambio de color por cada nivel en la ruta de inserción

Por lo que es del orden de $O(k)$ cambios de color

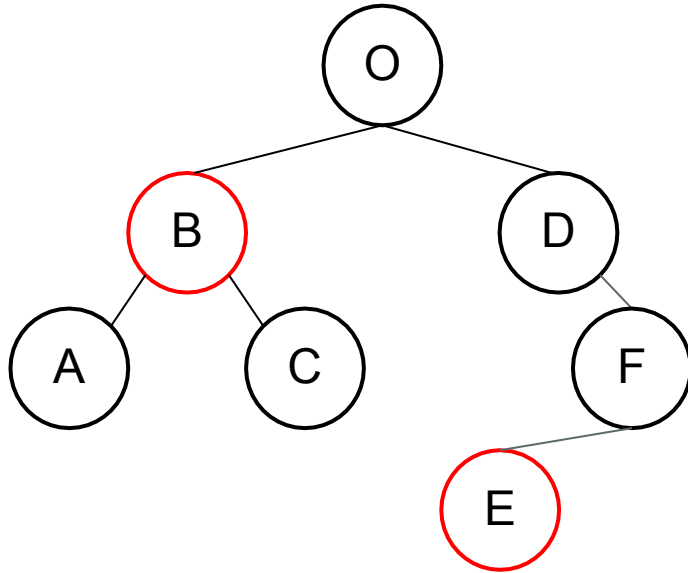
¿Cuál es la cantidad máxima de rotaciones (simples o dobles) que pueden ocurrir?

Una rotación corresponde reordenar los nodos, dado que todos los datos nuevos inicialmente tratamos de insertarlos como hojas, por lo que la rotación ocurre solo en la hoja donde se insertó dicho nodo y por lo tanto solo puede ocurrir una rotación por inserción



Un nodo rojo no puede tener un hijo rojo, se cambia color

¿Cuál es la cantidad máxima de rotaciones (simples o dobles) que pueden ocurrir?



La Cantidad de nodos negros a una hoja es diferente, por lo que se rota

¿Cuál es la cantidad máxima de rotaciones (simples o dobles) que pueden ocurrir?

