

¿Cuánto duele una contracción? Aversión a las pérdidas macroeconómicas bajo un enfoque de equilibrio general con cambio de régimen^{*}

Jose Andrés Ortega[†] Marco Monge-Mora[‡] Saúl Sánchez-Arroyo[§]

Escuela de Economía, Universidad de Costa Rica

12 de abril de 2023

Resumen

En este artículo, estimamos el grado de aversión a las pérdidas consistente con las dinámicas macroeconómicas de Chile entre 2001 y 2019. Para esto, utilizamos un modelo de equilibrio general e incorporamos la aversión a las pérdidas como un fenómeno que hace que la utilidad marginal de los hogares dependa del régimen de consumo en que se encuentran, el cuál depende de un nivel de hábito formado de manera externa. Posteriormente, empleamos métodos Bayesianos para estimar y hacer inferencia sobre los parámetros del modelo con cambio de régimen, utilizando datos del Banco Central de Chile del producto, consumo, inflación y tasa de interés interbancaria. Nuestro principal hallazgo es que el parámetro de aversión a las pérdidas implícito en estas series es cercano al que sugiere la literatura en entornos experimentales controlados. Finalmente, en el proceso de obtener este resultado nuestro trabajo realiza otros dos aportes pioneros: da una nueva interpretación a la aversión a las pérdidas, adecuada para su aplicación en la macroeconomía; y modela las probabilidades de transición entre los regímenes de consumo en una forma simple.

Palabras clave: *Aversión a las pérdidas, Regime-switching DSGE, Estimación bayesiana*

Clasificación JEL: *C11, C32, C34, C68, E32, E70, E71*

^{*}Queremos agradecer especialmente a la Dra. Milagro Saborío por su mentoría en la elaboración de este artículo; y al Dr. Junior Maih por sus consejos sobre la implementación de nuestras estimaciones en MATLAB. Por supuesto, cualquier error en este trabajo es de nuestra exclusiva responsabilidad.

[†]Email: jose.ortegabarrantes@ucr.ac.cr

[‡]Email: marco.mongemora@ucr.ac.cr

[§]Email: saul.sanchezarroyo@ucr.ac.cr

1. Introducción

Desde el trabajo seminal de [Kahneman y Tversky \(1979\)](#), el concepto de aversión a las pérdidas ha sido ampliamente estudiado en la literatura. Este engloba la idea de que los agentes tienden a experimentar una mayor desutilidad por una pérdida que la utilidad que experimentan por una ganancia de igual magnitud (respecto a algún nivel de referencia); idea que ha encontrado un fuerte apoyo experimental. En particular, el enfoque de la Teoría de Prospectos ([Kahneman y Tversky, 1979](#); [Tversky y Kahneman, 1992](#)) considera una parametrización en términos del peso relativo de una pérdida respecto a una ganancia, y produce estimaciones para este alrededor de 2.25 en entornos experimentales controlados. Más recientemente, varios esfuerzos han sido dedicados a estudiar las implicaciones macroeconómicas de la aversión a las pérdidas y a estimar un parámetro que sea consistente con las dinámicas de los agregados económicos ([Berkelaar et al., 2004](#); [Rosenblatt-Wisch, 2008](#); [Yogo, 2008](#)).

Esta investigación es un primer esfuerzo de introducir la estimación de un parámetro de aversión a las pérdidas en un modelo de equilibrio general, con énfasis en Chile para el período 2001-2019. Planteamos, por tanto, la siguiente pregunta de investigación: ¿cuál es la magnitud del parámetro de aversión a las pérdidas consistente con las dinámicas macroeconómicas de la economía Chilena entre 2001 y 2019, bajo un enfoque de equilibrio general? Para responder a esta pregunta, desarrollamos un modelo dinámico estocástico de equilibrio general con cambio de régimen en el espíritu de [Santoro, Petrella, Pfajfar y Gaffeo \(2014\)](#); el cuál estimamos haciendo uso de métodos bayesianos y datos del Banco Central de Chile del producto, consumo, inflación y tasa de interés interbancaria.

Nuestra aplicación empírica se enfoca en Chile ya que este se ha convertido en un experimento económico por su cuenta, dada la gran cantidad de políticas que se han implementado históricamente y los efectos de estabilización que han traído consigo ([Caputo & Saravia, 2019](#)). Desde los años 70s, con una inflación elevada cuya causa principal fue el gasto público desmedido, hasta un período reciente (y longevo) de disciplina fiscal; Chile ha mostrado una economía con diversos cambios estructurales que han mantenido relativamente estables los indicadores macroeconómicos en años recientes. Para reforzar esto, desde 1999 se incorporó un sistema de metas de inflación como prioridad de la entidad monetaria central, lo cual, aunado a la regla fiscal de 2001, coadyuvó a la poca volatilidad por la que es conocido este país en la región. No obstante, Chile no se encuentra exento de choques tales como la Crisis Inmobiliaria de 2008. Este choque desató una caída notoria en las variables estudiadas y permite, junto a otros periodos, identificar el grado de aversión a las pérdidas experimentado por los hogares chilenos en momentos contractivos de la economía.

Con respecto al modelo de equilibrio general, nuestra investigación toma como base el modelo DSGE con aversión a las pérdidas de [Santoro et al. \(2014\)](#), el cuál modificamos para acercarlo un poco más al contexto chileno y hacerlo apto para su estimación bayesiana. En particular, destacamos dos modificaciones que constituyen contribuciones adicionales de este trabajo. En primer lugar, introducimos una novedosa interpretación a la aversión a las pérdi-

das que facilita el análisis macroeconómico. Esta interpretación es consistente con el concepto más fuerte de aversión a las pérdidas vigente en la literatura y su aplicabilidad se extiende a situaciones de ganancias y pérdidas arbitrariamente grandes. En segundo lugar, modelamos las probabilidades de transición entre los regímenes de consumo utilizando una distribución logística. Esta forma de modelar las probabilidades de transición aprovecha el hecho de que los hogares suavizan su consumo en el tiempo, y supone una forma analíticamente manejable de identificar los regímenes de consumo con gran acierto. Lo anterior nos permite estimar es que el parámetro de aversión a las pérdidas implícito en estas series es cercano al que sugiere la literatura en entornos experimentales controlados para otros países.

El documento se organiza como sigue. En la Sección 2 introducimos el modelo DSGE en el que se basa nuestra estimación bayesiana de la aversión a las pérdidas. Luego, en la Sección 3 presentamos el método de estimación bayesiana, el cuál sigue al utilizado por [Bjørnland, Larsen & Maih, J \(2018\)](#). En la Sección 4, discutimos los resultados y concluimos en la Sección 5, donde mencionamos algunas recomendaciones de política y direcciones futuras de investigación.

2. Modelo

En esta sección, presentamos un modelo dinámico estocástico de equilibrio general basado en el de [Santoro et al. \(2014\)](#). Este constituye un modelo nuevokeynesiano con rigidices nominales y la particularidad de que los hogares exhiben aversión a las pérdidas: sus decisiones dependen del régimen de consumo en el que se encuentren, así como en la inferencia que hagan sobre regímenes futuros. En adelante, se sigue la notación de [Santoro et al. \(2014\)](#), donde variables sin subíndice representan el estado estacionario de sus homólogas temporales.

2.1. Hogares

Los hogares tienen preferencias definidas sobre su nivel de ocio ($1 - N_t$), consumo (C_t) y las ganancias o pérdidas en consumo respecto a un nivel de referencia (X_t). Estos buscan maximizar (sujetos a una restricción presupuestaria estándar) el valor esperado de su utilidad total, el cuál está dado por:

$$\mathcal{W}_t = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau d_{t+\tau} \left[U(C_{t+\tau}, X_{t+\tau}) - \chi_{t+\tau} \frac{N_{t+\tau}^\eta}{1+\eta} \right] \quad (1)$$

donde β es el factor de descuento intertemporal y η es la elasticidad inversa de Frisch. Siguiendo la literatura de referencia, d_t y χ_t son procesos AR(1) que permiten acomodar, respectivamente, choques en la preferencia intertemporal y la oferta de trabajo:

$$d_t = d_{t-1}^{\rho_d} \exp(\varepsilon_t^d), \text{ con } \rho_d \in (0, 1) \text{ y } \varepsilon_t^d \sim \mathbb{N}(0, \sigma_d^2) \quad (2)$$

$$\chi_t = \chi^{1-\rho_\chi} \chi_{t-1}^{\rho_\chi} \exp(\varepsilon_t^\chi), \text{ con } \rho_\chi \in (0, 1) \text{ y } \varepsilon_t^\chi \sim \mathbb{N}(0, \sigma_\chi^2) \quad (3)$$

Tal como en [Santoro et al. \(2014\)](#) y [Yogo \(2008\)](#), asumimos que las valoraciones del consumo están dadas por un promedio ponderado de la forma¹:

$$U(C_t, X_t) = \alpha \ln(C_t) + (1 - \alpha)G\left(\ln(C_t) - \ln(X_t)\right) \quad (4)$$

el cuál asigna un peso α al nivel de consumo actual y $(1 - \alpha)$ a la distancia en utilidad de este con respecto al nivel de referencia. Este nivel de referencia se determina a través de una formación de hábitos exógena tal que $X_t = zX_{t-1}^\phi C_{t-1}^{1-\phi}$, donde z es la tasa de crecimiento de estado estacionario, como se explica más adelante².

Para la función de pérdida-ganancia, representada por $G(\cdot)$, consideramos la forma exponencial de [Santoro et al. \(2014\)](#):

$$G\left(\ln(C_t) - \ln(X_t)\right) = -\lambda(s_t) \frac{1 - \exp\left(\frac{\vartheta}{\lambda(s_t)} \ln(C_t/X_t)\right)}{\vartheta} \quad (5)$$

donde $s_t = \mathbb{1}\{C_t \geq X_t\}$ indica el régimen de consumo en el que se encuentra la economía (expansivo o contractivo) y $\lambda(s_t) = s_t \cdot (-1) + (1 - s_t) \cdot \lambda$. El parámetro λ mide grado de aversión a las pérdidas y es nuestro parámetro de mayor interés. Esta forma tiene la ventaja de cumplir con todas las condiciones de una función que exhibe aversión a las pérdidas fuerte ([Kobberling y Wakker, 2005](#)), mientras que resulta en una utilidad marginal continua en todo su dominio.

Derivando el Lagrangiano del hogar respecto al consumo obtenemos la ecuación de Euler que caracteriza el lado de la demanda de la economía:

$$1 = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{U_{C,t+1}(s_{t+1})}{U_{C,t}(s_t)} \right] \quad (6)$$

donde R_t es la tasa de interés nominal y Π_{t+1} es la tasa de inflación del siguiente periodo. Por otro lado, la condición que caracteriza la oferta de trabajo está dada por:

$$W_t = \frac{\chi_t N_t^\eta}{U_{C,t}(s_t)} \quad (7)$$

donde W_t es el salario real.

Antes de describir el resto de la economía, es importante notar que, bajo esta formulación, el parámetro λ debe ser interpretado con cautela. En particular, el hecho de que G' sea continua en todo su dominio, también implica la desventaja de que la aparta de la literatura económica vigente. A continuación desarrollamos una interpretación para este parámetro, la

¹Como mencionan los autores, esta clase general de preferencias tiene su fundamento en el proceso psicológico de adaptación hedónica.

²Aquí nos apartamos de [Santoro et al. \(2014\)](#) al elegir una forma de media geométrica, la cuál permite modelar la persistencia de este proceso (indexada por el parámetro $\phi \in [0, 1]$). [Yogo \(2008\)](#) encuentra evidencia de persistencia en la formación de hábitos usando series de rendimientos del mercado financiero estadounidense.

cuál constituye un aporte teórico original de nuestro trabajo.

En la formulación original de [Kahneman y Tversky \(1979\)](#), se describe la aversión a las pérdidas en términos de preferencias sobre loterías simétricas respecto a un punto de referencia. De esta forma, una función $G(\cdot)$, exhibe aversión a las pérdidas si:

$$-G(-t) \geq G(t), \quad \forall t > 0 \quad (8)$$

Los autores definen el parámetro de aversión a las pérdidas, $\lambda \geq 1$, como la razón entre la desutilidad generada por la pérdida de una unidad de riqueza respecto a la utilidad generada por la ganancia de una unidad de riqueza, es decir $\lambda = -G(-1)/G(1)$. [Kobberling y Wakker \(2005\)](#) extienden esta definición. En general, se entiende la condición de Tversky-Kahneman (TK) de aversión a las pérdidas como:

$$\lambda_{KT} = -\frac{G(-t_0)}{G(t_0)} > 1, \quad \text{para } t_0 > 0 \text{ dado} \quad (9)$$

Sin embargo, [Kobberling y Wakker \(2005\)](#) notan que este índice depende de la escala en la que se midan las pérdidas y ganancias, por lo que proponen una nueva definición. En concreto, el índice Köbberling-Wakker (KW) de aversión a las pérdidas está dado por:

$$\lambda_{KW} = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{-G(-t_0)}{G(t_0)} = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{G'(-t_0)}{G'(t_0)} = \frac{\lim_{t_0 \rightarrow 0-} G'(t_0)}{\lim_{t_0 \rightarrow 0+} G'(t_0)} > 1 \quad (10)$$

Esta definición sigue en términos de loterías simétricas (alrededor del punto de referencia) y explota la representación gráfica usual de la aversión a las pérdidas: un cambio de pendiente abrupto entre el cuadrante de pérdidas y el de ganancias. El comportamiento continuo de la primera derivada de la función de [Santoro et al. \(2014\)](#) implica que $\lambda_{KW} = 1$. Sin embargo, de acuerdo con (5), es posible mostrar que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-G(-t)}{G(t)} = \lambda \quad (11)$$

Es decir, λ indica cuánto duele al individuo de más una pérdida, respecto a lo que le satisface una ganancia cuando ambas son arbitrariamente grandes. En el Apéndice B demostramos que esta interpretación también es válida para intervalos cerrados y acotados.

De esta manera, nuestros resultados fundamentan la siguiente interpretación: λ mide cuánto le duelen de más al individuo las máximas pérdidas que puede concebir con respecto a lo que le satisfacen las máximas ganancias que puede concebir. Esta interpretación embona perfectamente para interpretar nuestros resultados: las recesiones son el punto más bajo del ciclo económico; es cuando los hogares, en el agregado, encaran las máximas pérdidas concebibles³.

³Si bien pueden existir recesiones “más malas” que otras, utilizamos la noción del límite para referirnos a aquella recesión que implicaría un consumo $C_t = 0$. Aunque en la práctica una recesión de este tipo es improbable, suponemos que los hogares son capaces de concebir esta situación.

2.2. Empresas

En el lado de la oferta, el modelo de [Santoro et al. \(2014\)](#) introduce rigideces nominales en el espíritu de [Rotemberg \(1982\)](#). El bien de consumo final es producido por empresas perfectamente competitivas con una tecnología de tipo CES que agrega el continuo de bienes intermedios, con elasticidad de sustitución ϵ_t . Las empresas de bienes intermedios compiten monopolísticamente; y contratan el trabajo que ofrecen los hogares para producir un único bien de acuerdo a $Y_{jt} = Z_t N_{jt}$, donde Z_t es la productividad total de los factores.

Asumimos que Z_t presenta una raíz unitaria, la cuál induce una tendencia estocástica en el modelo: el estado estacionario se da alrededor de una senda de crecimiento. En particular, admitimos choques a la tasa de crecimiento de la economía, de manera que esta sigue un proceso AR(1) de la forma:

$$z_t = z^{1-\rho_z} z_{t-1}^{\rho_z} \exp(\varepsilon_t^z), \text{ con } \rho_z \in (0, 1) \text{ y } \varepsilon_t^z \sim \mathbb{N}(0, \sigma_z^2) \quad (12)$$

donde $z_t \equiv Z_t/Z_{t-1}$. El incluir una tendencia en modelos con cambio de régimen ayuda a identificar cambios en las dinámicas de las variables, los cuáles se desvanecerían si se trabajara con datos sin tendencia ([Alstadheim et al., 2013](#)).

Las empresas de bienes intermedios fijan sus precios de oferta, pero enfrentan un costo de ajuste cuadrático (que introduce rigideces de precios) el cuál se resume en un parámetro $\xi \geq 0$. Siguiendo a [Bjørnland et al. \(2018\)](#), modificamos el modelo de [Santoro et al. \(2014\)](#) para que el costo de ajuste sea respecto a un índice de inflación: $\ddot{\Pi}_t = \Pi_{t-1}^\gamma \Pi^{1-\gamma}$. De esta manera, el problema de la empresa productora del bien intermedio j es maximizar:

$$\mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \frac{d_{t+\tau}}{d_t} \frac{U_{C,t+\tau}(s_{t+\tau})}{U_{C,t}(s_t)} Y_{t+\tau} \left[\left(\frac{P_{j,t+\tau}}{P_{t+\tau}} \right)^{1-\epsilon_t} - \Omega_{t+\tau} \left(\frac{P_{j,t+\tau}}{P_{t+\tau}} \right)^{-\epsilon_t} - \frac{\xi}{2} \left(\Pi_{j,t+\tau} - \ddot{\Pi}_{t+\tau} \right)^2 \right]$$

donde $\Omega_t = W_t/Z_t$ es el costo marginal real. Imponiendo simetría en el mercado intermedio, la condición de optimalidad que caracteriza el lado de la oferta está dada por:

$$(1 - \epsilon_t) + \epsilon_t \Omega_t - \xi \left(\Pi_t - \ddot{\Pi}_t \right) \Pi_t + \xi \mathbb{E}_t \left[\beta \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{U_{C,t+1}(s_{t+1})}{U_{C,t}(s_t)} \left(\Pi_{t+1} - \ddot{\Pi}_{t+1} \right) \Pi_{t+1} \frac{Y_{t+1}}{Y_t} \right] \quad (13)$$

2.3. Autoridad monetaria

La autoridad monetaria fija un nivel de inflación meta, Π , y sigue una regla de Taylor para fijar la tasa de política monetaria, dada por:

$$R_t = R_t^{\rho_R} \left[R \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\kappa_\pi} \left(\frac{1}{z} \frac{Y_t^d}{Y_{t-1}^d} \right)^{\kappa_{\Delta y}} \right]^{1-\rho_R} \exp(\varepsilon_t^R) \quad (14)$$

donde ε_t^R es una respuesta no sistemática i.i.d. $\mathbb{N}(0, \sigma_R^2)$.

Aquí, introducimos dos cambios con respecto a [Santoro et al. \(2014\)](#). En primer lugar, consideramos una regla de Taylor más general que admite persistencia en la tasa de política. En segundo lugar, siguiendo a [Christiano et al. \(2016\)](#), suponemos que la autoridad monetaria reacciona a desviaciones en el crecimiento del PIB medido del lado de la demanda, como el producto neto de los costos de ajuste⁴:

$$Y_t^d = Y_t - \frac{\xi}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 Y_t \quad (15)$$

2.4. Vaciado de mercado

El vaciado de mercado toma en cuenta los costos de ajuste en precio, sin embargo, dado que se dan respecto a un índice de inflación, este término se desvanece en el estado estacionario⁵. La condición de vaciado de mercado es:

$$Y_t = C_t + \frac{\xi}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 Y_t + \left(1 - \frac{1}{g_t}\right) Y_t \quad (16)$$

donde g_t es un proceso AR(1) que recoge todos los movimientos no explicados del gasto:

$$g_t = g^{1-\rho_g} g_{t-1}^{\rho_g} \exp(\varepsilon_t^g), \text{ con } \rho_g \in (0, 1) \text{ y } \varepsilon_t^g \sim \mathbb{N}(0, \sigma_g^2) \quad (17)$$

La introducción de este término sigue a [An y Schorfheide \(2007\)](#), y nos permite separar los movimientos del consumo de otros componentes; que de otra forma hubieran generado ruido en las estimaciones.

2.5. Probabilidades de transición

Dado que nuestro modelo constituye un modelo de equilibrio general con cambio de régimen de Markov, debemos especificar las probabilidades de transición entre los regímenes de consumo. Otro aporte de nuestro trabajo es la manera en que modelamos estas probabilidades:

$$\text{Prob}[s_{t+1} = 1 | s_t] = \frac{\exp[\varrho_{s_t}(C_t/Z_t - X_t/Z_t)]}{1 + \exp[\varrho_{s_t}(C_t/Z_t - X_t/Z_t)]} \quad (18)$$

Es decir, las especificamos endógenamente mediante una distribución logística para la diferencia entre el consumo y su hábito (ambos normalizados por tecnología). Esto permite una transición suavizada entre regímenes y permite identificar todos los periodos contractivos de

⁴En particular, esto se debe a que las series utilizadas por los bancos centrales son construidas por la vía del gasto, la cuál excluye este tipo de costos.

⁵En el modelo de [Santoro et al. \(2014\)](#), el término de costo de ajuste afecta el estado estacionario. Intuitivamente, esto implica que en el largo plazo no desaparecen las rigideces nominales. Matemáticamente, supone dinámicas diferentes a las obtenidas en un modelo con rigideces en el espíritu de [Calvo \(1983\)](#), lo cuál hace al modelo inconsistente con la literatura usual que utiliza este tipo de rigideces ([Ascari y Rossi, 2012](#)).

la economía; no solo los más pronunciados, como ocurriría modelando las probabilidades de transición exógenamente.

2.6. Modelo estacionario

Dado que el modelo exhibe una tendencia estocástica, es necesario reescribir las condiciones de equilibrio en términos de variables estacionarias. Definimos $y_t^d \equiv Y_t^d / Z_t$, $y_t \equiv Y_t / Z_t$, $c_t \equiv C_t / Z_t$ y $x_t \equiv X_t / Z_t$. Las ecuaciones que caracterizan el equilibrio dinámico del modelo en su forma estacionaria están dadas por⁶:

$$u_{c,t}(s_t) = \frac{\alpha}{c_t} + \frac{(1-\alpha)}{c_t} c_t^{\vartheta/\lambda(s_t)} x_t^{-\vartheta/\lambda(s_t)} \quad (19)$$

$$x_t = \left(\frac{z}{z_t} \right) x_{t-1}^\phi c_{t-1}^{1-\phi} \quad (20)$$

$$1 = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{R_t}{z_{t+1} \Pi_{t+1}} \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{u_{c,t+1}(s_t)}{u_{c,t}(s_t)} \right] \quad (21)$$

$$\omega_t = \chi_t \frac{y_t^\eta}{u_{c,t}(s_t)} \quad (22)$$

$$(1 - \epsilon_t) + \epsilon_t \omega_t + \xi \mathbb{E}_t \left[\beta \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{u_{c,t+1}(s_t)}{u_{c,t}(s_t)} (\Pi_{t+1} - \ddot{\Pi}_t) \Pi_{t+1} \frac{y_{t+1}}{y_t} \right] = \xi (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t) \Pi_t \quad (23)$$

$$\ddot{\Pi}_t = \Pi_{t-1}^\gamma \Pi^{1-\gamma} \quad (24)$$

$$y_t = c_t + \frac{\xi}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 y_t + \left(1 - \frac{1}{g_t} \right) y_t \quad (25)$$

$$y_t^d = y_t - \frac{\xi}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 y_t \quad (26)$$

$$R_t = R_{t-1}^{\rho_R} \left[R \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\kappa_\pi} \left(\frac{z_t}{z} \frac{y_t^d}{y_{t-1}^d} \right)^{\kappa_{\Delta y}} \right]^{1-\rho_R} \exp(\varepsilon_t^R) \quad (27)$$

Junto con los procesos exógenos en (2), (3), (12) y (17), y las probabilidades de transición en (18); el sistema en (19)-(24) constituye un sistema de expectativas racionales con cambio de régimen endógeno (Chang et al., 2021; Maih, 2015; Santoro et al., 2014).

⁶Ver el Apéndice A para su derivación.

3. Metodología

Siguiendo a Bjørnland et al. (2018) y Chang et al. (2021), proponemos estimar el modelo con cambio de régimen descrito en la sección anterior usando métodos Bayesianos. Para esto, utilizamos datos trimestrales de Chile entre el tercer trimestre de 2001 y el tercer trimestre de 2019. Este período cubre desde el momento en que el Banco Central de Chile comenzó a utilizar una tasa interés nominal de referencia como instrumento de política (García et al., 2019), hasta antes del choque ocasionado por la pandemia de la COVID-19⁷.

En particular, construimos las variables observables de crecimiento del PIB real per capita (YGR_t), crecimiento del consumo real per capita (CGR_t), inflación (INF_t) y tasa de interés (INT_t) utilizando las series de tiempo del producto y consumo en volúmenes encadenados, el índice de precios al consumidor, la tasa interbancaria y la población estimada. Todas las series fueron obtenidas de la página oficial del Banco Central de Chile⁸. El Apéndice C describe el proceso de construcción de estas variables observables.

Siguiendo a Bjørnland et al. (2018), ligamos las variables observables a las variables del modelo utilizando el siguiente conjunto de ecuaciones de medición:

$$YGR_t = \ln(z_t) + \ln(y_t^d / y_{t-1}^d) \quad (28)$$

$$CGR_t = \ln(z_t) + \ln(c_t / c_{t-1}) \quad (29)$$

$$INF_t = \ln(\Pi_t) \quad (30)$$

$$INT_t = R_t \quad (31)$$

Estas ecuaciones son fundamentales para la obtención de la verosimilitud por medio del Filtro de Kalman, y no corresponden estrictamente con igualdades entre las variables observables y las variables del modelo⁹.

Sea $\mathbb{Y}_{1:T}$ la matriz que agrupa las series de tiempo de las variables observables, θ el vector que contiene los parámetros a estimar y $\bar{\theta}$ el vector que contiene los parámetros fijados o calibrados. Formalmente, el enfoque Bayesiano consiste en encontrar la distribución posterior conjunta $p(\theta | \mathbb{Y}_{1:T}, \bar{\theta})$ a partir de una distribución *a priori* de los parámetros y la verosimilitud del modelo. Resumimos este proceso en cuatro pasos:

1. Calibrar un subconjunto de los parámetros, $\bar{\theta}$, y establecer las distribuciones *a priori*, $p(\theta)$, del subconjunto de parámetros a estimar, θ .

⁷Los datos de Chile sugieren una fuerte caída en el nivel de producción en el último trimestre de 2019, por lo que también excluimos este periodo.

⁸<https://si3.bcentral.cl/siete>

⁹Para ilustrar este punto considere la ecuación de medición $INF_t = \ln(\Pi_t)$. Si en el proceso de obtener la verosimilitud se considera una aproximación lineal del modelo, se tendría $INF_t \approx (\Pi_t - 1)$. Si en su lugar se considera una aproximación de segundo orden, se tendría $INF_t \approx (\Pi_t - 1) - (\Pi_t - 1)^2 / 2$.

2. Evaluar la verosimilitud del modelo, $p(\mathbb{Y}_{1:T}|\boldsymbol{\theta}, \bar{\boldsymbol{\theta}})$. Este paso requiere encontrar una aproximación lineal a la solución del modelo, como se discutirá más adelante.
3. Optimizar la distribución posterior, $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbb{Y}_{1:T}, \bar{\boldsymbol{\theta}}) \propto p(\mathbb{Y}_{1:T}|\boldsymbol{\theta}, \bar{\boldsymbol{\theta}})p(\boldsymbol{\theta})$.
4. Simular la posterior conjunta para hacer inferencia sobre los parámetros.

3.1. Calibración

Comenzamos calibrando aquellos parámetros que no se van a estimar, ya sea porque existe suficiente literatura que respalde su valor o porque están relacionados con compromisos de política y tendencias de largo plazo de la economía chilena que quisiéramos replicar en el modelo. Denotamos el vector que contiene estos parámetros como $\bar{\boldsymbol{\theta}}$. Note que el calibrar estos parámetros implica que la estimación de los parámetros restantes está condicionada en los valores de $\bar{\boldsymbol{\theta}}$.

Tabla 1: Valores de los parámetros calibrados del modelo.

Parámetro	Descripción	Valor	Fuente
<i>Hogares</i>			
$1 - \alpha$	Ponderador de utilidad	0.5	Normalización
β	Descuento intertemporal	0.998	Fornero y Kirchner (2018)
η	Elasticidad inversa de Frisch	1	Fornero y Kirchner (2018)
χ	Importancia relativa del ocio	1.6113	Normalización
<i>Estado estacionario</i>			
ϵ	Elasticidad de sustitución	11	Medina y Soto (2007)
$4 \ln(z)$	Crecimiento anual del PIB	0.03	Calibración propia
$1/g$	Participación consumo en PIB	0.5642	Calibración propia
$4 \log(\Pi)$	Meta de inflación anual	0.03	Banco Central de Chile
<i>Probabilidades de transición</i>			
ϱ_1		1000	Binning y Maih (2016)
ϱ_2		1000	Binning y Maih (2016)

La Tabla 1 presenta la lista completa de parámetros calibrados. En primer lugar, normalizamos el ponderador de la utilidad a 0.5. Para el factor de descuento intertemporal y la elasticidad inversa de Frisch, elegimos los valores fijados por [Fornero y Kirchner \(2018\)](#) para estudiar el efecto de choques en los precios de los *commodities* sobre Chile. La importancia relativa del ocio se fija de manera, en el estado estacionario, $y = 1$. El valor de la elasticidad de sustitución se toma en 11, como es usual en la amplia literatura chilena.

Siguiendo a [Medina y Soto \(2007\)](#), calibramos los valores de algunos parámetros para que el estado estacionario coincida con las tendencias de largo plazo de la economía chilena. Para la tasa de crecimiento anual del producto y la meta de inflación anual, asumimos un valor

de 3 % en ambos casos. El parámetro g se elige de manera que la participación del consumo en el producto sea del 56.42 %. Finalmente, para los parámetros de las probabilidades de transición endógenas, seguimos las recomendaciones dadas por [Binning y Maih \(2017\)](#) para asegurar que el modelo logre indentificar los regímenes de consumo.

3.2. Distribución *a priori*

A continuación, definimos la distribución *a priori* de los parámetros a estimar, $p(\theta)$. Siguiendo la literatura ([Chang et al., 2021](#)), establecemos distribuciones independientes para cada uno de estos parámetros. La Tabla 2 reporta los principales estadísticos de las distribuciones *a priori* elegidas.

Tabla 2: Distribuciones *a priori* de los parámetros a estimar.

Parámetro	Descripción	Densidad	Media	Desv. Estándar	5 %	95 %
<i>Hogares</i>						
ϕ	Persistencia del hábito	IB	0.50	0.25	0.10	0.90
ϑ	Sensibilidad a las pérdidas	G	1.00	3.00	0.56	1.54
λ	Aversión a las pérdidas	G	1.85	0.60	0.98	2.93
<i>Fijación de precios</i>						
$\xi/200$	Costo de ajuste	IB	0.50	0.25	0.10	0.90
γ	Indexación de la inflación	IB	0.50	0.20	0.17	0.83
<i>Política monetaria</i>						
ρ_R	Suavizamiento	IB	0.75	0.15	0.47	0.95
κ_π	Reacción a la inflación	G	1.50	0.15	1.26	1.76
$\kappa_{\Delta y}$	Reacción al crecimiento	G	0.50	0.15	0.28	0.77
<i>Coeficientes AR(1)</i>						
ρ_z	Choque tecnológico	IB	0.70	0.2	0.32	0.96
ρ_g	Choque de demanda	IB	0.70	0.2	0.32	0.96
ρ_d	Choque de preferencia	IB	0.70	0.2	0.32	0.96
ρ_χ	Choque de oferta laboral	IB	0.70	0.2	0.32	0.96
ρ_u	Choque al <i>markup</i>	IB	0.70	0.2	0.32	0.96
<i>Desviaciones estándar</i>						
σ_R	Choque monetario	IG			0.001	0.014
σ_z	Choque tecnológico	IG			0.001	0.014
σ_g	Choque de demanda	IG			0.001	0.014
σ_d	Choque de referencia	IG			0.001	0.014
σ_χ	Choque de oferta laboral	IG			0.001	0.014
σ_u	Choque al <i>markup</i>	IG			0.001	0.014

Notas: Utilizamos las siguientes abreviaciones: distribución gamma (G), distribución beta (IB), y distribución gamma inversa de tipo I (IG).

Para la persistencia del hábito externo, asumimos una distribución beta con media 0.5 y desviación estándar de 0.25. Esta distribución es poco informativa y únicamente la utilizamos

para restringir el valor del parámetro al intervalo (0.1). La idea de usar una distribución poco informativa es permitir que los datos revelen el valor del parámetro. En el caso del parámetro que mide la sensibilidad decreciente, usamos una distribución gamma con media 1. Esto nos permite incluir la creencia de que el parámetro se encuentra cerca de este valor (Santoro et al., 2014); con mayor probabilidad en valores bajos, en línea con las observaciones de Yogo (2008). Para el parámetro de aversión a las pérdidas, tomamos un enfoque similar al de *micro-priors*¹⁰ discutido en la literatura (Herbst y Schorfheide, 2016). En particular, elegimos una distribución gamma cuyo 90 % de masa se encuentra entre 0.98 y 2.93; con valor esperado de 1.85. La forma de esta distribución es muy similar a la presentada por Alexander et al. (2021), quienes recopilan 607 estimaciones del parámetro, obtenidas en 150 estudios en diferentes campos.

Por otro lado, asumimos una distribución beta con media 0.5 y desviación estándar de 0.25 tanto para (una transformación de) el parámetro de costo de ajuste y para la indexación de la inflación. Tal como se mencionó, esta *a priori* es poco informativa y la usamos para acotar el valor de estos parámetros al intervalo (0.1). En el caso de los parámetros de política monetaria y de persistencia de los choques, utilizamos las mismas distribuciones *a priori* que Medina y Soto (2007). Finalmente, las desviaciones estándar de todos los choques siguen una distribución gamma inversa con el 90 % de su masa entre 0.0011 y 0.0041, siguiendo a García et al. (2019).

3.3. Verosimilitud del modelo

En este paso obtenemos la función de verosimilitud del modelo. Hacer esto representa un gran reto. Como es usual en econometría, la forma de la función de verosimilitud está determinada por la distribución de los choques al modelo y su relación con las variables observables en este. Sin embargo, el modelo descrito en la Sección 2 es estructural¹¹ e involucra variables que son (al menos parcialmente) no observables.

En este sentido, existe una amplia literatura; tanto para modelos de equilibrio general convencionales (An y Schorfheide, 2007; Herbst y Schorfheide, 2016) como para modelos de equilibrio general con cambio de régimen (Binning y Maih, 2017; Bjørnland et al., 2018; Chang et al., 2021), que describe como evaluar la función de verosimilitud. En general, la estrategia consiste de dos pasos. En primer lugar, se obtiene una aproximación de las soluciones que permite representar directamente las relaciones entre los choques y las variables del modelo. Posteriormente, se utiliza un algoritmo de filtrado para “eliminar” las variables latentes (no observables) de la distribución conjunta, implícita en la aproximación de las soluciones.

¹⁰Este enfoque sugiere que las distribuciones *a priori* de los parámetros que no afectan el estado estacionario ni los procesos exógenos sean informadas a partir de evidencia microeconómica.

¹¹Es decir, no presenta directamente las relaciones entre los choques y las variables, sino las decisiones óptimas de los agentes ante estos.

3.3.1. Solución del modelo

Para aproximar la solución del modelo, utilizamos el método de aproximación por perturbaciones desarrollado por [Maih y Waggoner \(2018\)](#). Este fue desarrollado específicamente para modelos con cambio de régimen, y tiene la particularidad de que admite probabilidades de transición endógenas, como en nuestro caso.

Sea \mathbf{y}_t el vector de observables, \mathbf{x}_t el vector de variables endógenas y procesos exógenos del modelo, y ϵ_t el vector de choques aleatorios. El sistema de ecuaciones que caracteriza el equilibrio dinámico del modelo puede ser escrito, en su forma compacta, como:

$$\mathbb{E}_t \left[\sum_{s_{t+1}} q_{s_t, s_{t+1}}(\mathbf{x}_t) f_{s_t}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \epsilon_t; \boldsymbol{\theta}) \right] = \mathbf{0} \quad (32)$$

donde $q_{s_t, s_{t+1}}(\mathbf{x}_t)$ son las probabilidades de transición endógenas. El método de [Maih y Waggoner \(2018\)](#) permite obtener los coeficientes de una expansión de Taylor de primer orden para las funciones de política, $\mathbf{x}_t = g_{s_t}(\mathbf{x}_{t-1}, \epsilon_t; \boldsymbol{\theta})$, a partir de una versión *perturbada* del sistema en (32). Para esto, se sustituye la aproximación en el sistema perturbado, y se resuelve para los coeficientes mediante la descomposición de Schur de la ecuación matricial resultante. Lo anterior, junto con una aproximación de primer orden de las ecuaciones de medición, permite obtener la representación *state-space* del modelo, dada por:

$$\mathbf{y}_t - \mathbf{y} \approx \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|s_t)(\mathbf{x}_t - \mathbf{x}) \quad (33)$$

$$\mathbf{x}_t - \mathbf{x} \approx \mathbf{G}_x(\boldsymbol{\theta}|s_t)(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}) + \mathbf{G}_\epsilon(\boldsymbol{\theta}|s_t)\epsilon_t \quad (34)$$

donde $\mathbf{G}_x(\boldsymbol{\theta}|s_t)$ y $\mathbf{G}_\epsilon(\boldsymbol{\theta}|s_t)$ son las matrices que contienen los coeficiente de la aproximación de las funciones de política y $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}|s_t)$ la matriz que contiene los coeficiente de la aproximación de las ecuaciones de medición. Note que la ecuación en (33) constituye un VAR(1) en las variables latentes del modelo. En conjunto con la ecuación (34), estamos ante un modelo VAR(1) de variable latente para las series macroeconómicas.

3.3.2. Filtro de Kalman

Para evaluar la verosimilitud condicional del modelo, utilizamos el filtro de Kalman. Este es un proceso recursivo a partir del cuál podemos “eliminar” de las variables latentes, que de otra manera necesitaríamos para evaluar la verosimilitud conjunta del modelo en (33)-(34), dada por $p(\mathbb{Y}_{1:T}, \mathbb{X}_{1:T}|\boldsymbol{\theta})$. El algoritmo se inicializa con una distribución $p(\mathbf{x}_0|\mathbb{Y}_{1:0}, \boldsymbol{\theta})$, la cuál suele ser normal. Para $t = 1, 2, \dots, T$:

1. Usamos la ecuación (34) para calcular

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) = \int p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) d\mathbf{x}_{t-1} \quad (35)$$

2. Usamos la ecuación (33) para calcular

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) = \int p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) p(\mathbf{x}_t | \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) d\mathbf{x}_t \quad (36)$$

3. Usamos el teorema de Bayes para obtener

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbb{Y}_{1:t}, \boldsymbol{\theta}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_t, \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) = \frac{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t, \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) p(\mathbf{x}_t | \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{y}_t | \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta})} \quad (37)$$

Finalmente, calculamos la verosimilitud a partir del paso 2 como:

$$p(\mathbb{Y}_{1:T} | \boldsymbol{\theta}) = \prod_{t=1}^T p(\mathbf{y}_t | \mathbb{Y}_{1:t-1}, \boldsymbol{\theta}) \quad (38)$$

Es importante señalar que, en cada paso, el cálculo de las integrales depende de toda la historia de regímenes, así como de todos los posibles regímenes en el siguiente periodo. Para resolver esto, el algoritmo usado por [Alstadheim et al. \(2013\)](#) “colapsa” los estados en el paso 3, en un espíritu similar al de [Kim \(1994\)](#).

3.4. Estimación bayesiana

Finalmente, utilizamos las distribuciones *a priori* y la verosimilitud condicional para obtener un estimador puntual y realizar inferencia sobre los parámetros, a partir de la distribución posterior conjunta dada por:

$$p(\boldsymbol{\theta} | \mathbb{Y}_{1:T}) \propto p(\mathbb{Y}_{1:T} | \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta}) \quad (39)$$

Para esto, aproximamos la moda de la distribución usando un algoritmo de optimización numérica. El valor obtenido nos da un punto de alta densidad y una matriz Hessiana, con los cuáles inicializamos un algoritmo de Metropolis-Hastings¹² para simular una muestra (asintóticamente) distribuida de acuerdo a (39).

En particular, utilizamos el método cuasi-Newton de BFGS, el cuál tiene la ventaja de no requerir explícitamente el Hessiano; el algoritmo lo aproxima. Tomamos un valor inicial, $\boldsymbol{\theta}^0$, para el vector de parámetros a estimar (en algún punto de alta densidad *a priori*) y \mathbb{B}_0 para la aproximación de la matriz Hessiana inversa. Para cada iteración $k = 0, 1, \dots, K$:

$$\boldsymbol{\theta}^{k+1} \leftarrow \boldsymbol{\theta}^k + \mathbf{s}_k \mathbf{d}_k \quad (40)$$

donde $\mathbf{s}_k = \arg \min p(\boldsymbol{\theta}^k + \mathbf{s} \mathbf{d}_k | \mathbb{Y}_{1:T}, \bar{\boldsymbol{\theta}})$, $\mathbf{d}_k = -\mathbb{B}_k^{-1} \nabla p(\boldsymbol{\theta}^k | \mathbb{Y}_{1:T}, \bar{\boldsymbol{\theta}})$ y \mathbb{B}_k es la aproximación BFGS de la matriz Hessiana. Note que este método requiere calcular la verosimilitud del mode-

¹²Una debilidad importante de este algoritmo es que la distribución posterior es potencialmente no elíptica y multimodal, por lo que es posible que no se converja a los valores globales de esta ([Chang et al., 2021](#); [Eo, 2009](#)). Sin embargo, nos limitamos a utilizar este algoritmo dado el alcance de nuestra investigación.

lo dados θ^k y $\bar{\theta}$ en cada iteración. El resultado de la optimización es un vector θ^* de parámetros y una matriz \mathbb{B}^* .

Tomando θ^* y \mathbb{B}^* como valores iniciales, simulamos una secuencia de 100,000 vectores usando el algoritmo de Metropolis-Hastings¹³. A partir de la secuencia obtenida, calculamos los intervalos de credibilidad y obtenemos las distribuciones posteriores marginales de cada parámetro. Esto nos permite determinar si los parámetros están identificados en el modelo.

En la práctica, implementamos la estrategia descrita en la sección anterior a través del *toolbox* RISE; el cuál constituye una herramienta muy completa con las rutinas necesarias para solucionar, filtrar y estimar modelos con cambio de régimen en MATLAB¹⁴.

4. Resultados

En esta Sección, presentamos los resultados obtenidos de la estimación del modelo, así como una serie de criterios a favor de su robustez y la validez de considerar la aversión a las pérdidas en entornos macroeconómicos.

4.1. Estimación e identificación de los parámetros

La Tabla 3 muestra la moda posterior, el Hessiano inverso y los intervalos de mayor densidad posterior de los parámetros estimados. En primer lugar, es importante destacar que las secuencias de parámetros que utilizamos para calcular los intervalos de mayor densidad posterior muestran propiedades de convergencia deseables; tal como se puede observar en las Figuras 4 y 5 del Apéndice F. Específicamente, todas las cadenas presentan medias acumuladas con poca volatilidad y autocorrelaciones que decaen rápidamente conforme se aumenta el número de rezagos.

En general, los intervalos de alta densidad posterior son diferentes a los intervalos de 90 % de densidad de las distribuciones *a priori* para la mayoría de los parámetros. Esto sugiere que los datos son informativos en la estimación de los parámetros (Chang et al., 2021). Las únicas dos excepciones corresponden a las desviaciones estándar de los choques de oferta laboral y margen óptimo, cuyas distribuciones posteriores no difieren de sus distribuciones *a priori*. Dado que ambos choques afectan la inflación, esto podría indicar un que el modelo presenta problemas para identificar cual de los dos choques explica mayormente los movimientos de esta serie.

Por otro lado, se encuentra evidencia de una baja indexación en los precios que concuerda con las estimaciones más recientes para Chile (García et al., 2019). Similarmente, las

¹³En particular, utilizamos 5 cadenas independientes que simulan 102,000 vectores cada una con una tasa de aceptación objetivo del 25 %. De estos vectores, desechamos los primeros 2000 de cada cadena y guardamos 1 de cada 5 vectores. El Apéndice D detalla el proceso de *sampling*.

¹⁴https://github.com/jmaih/RISE_toolbox

Tabla 3: Distribuciones posteriores de los parámetros a estimar.

Parámetro	Descripción	Moda posterior	Hessiano inverso	HDPI 90 %	
Hogares					
ϕ	Persistencia del hábito	0.4658	0.2819	0.1260	0.6161
ϑ	Sensibilidad a las pérdidas	0.7789	0.1997	0.5464	1.0583
λ	Aversión a las pérdidas	2.4299	0.6161	1.8530	3.4002
Fijación de precios					
$\xi/200$	Costo de ajuste	0.1126	0.0521	0.0721	0.2041
γ	Indexación	0.1943	0.1421	0.0694	0.3923
Política monetaria					
ρ_R	Suavizamiento	0.8279	0.0236	0.7968	0.8572
κ_π	Respuesta a inflación	1.7658	0.1413	1.5817	1.9636
$\kappa_{\Delta y}$	Respuesta a crecimiento	0.6239	0.1441	0.4806	0.8535
Coeficientes AR(1)					
ρ_z	Choque tecnológico	0.1673	0.0809	0.0854	0.3000
ρ_g	Choque de demanda	0.9983	0.0031	0.9895	0.9994
ρ_d	Choque de preferencia	0.9400	0.0218	0.9091	0.9605
ρ_χ	Choque de oferta laboral	0.8783	0.2195	0.4456	0.9604
ρ_u	Choque al <i>markup</i>	0.8781	0.2187	0.4369	0.9636
Desviaciones estándar					
σ_R	Choque monetario	0.0023	0.0003	0.0020	0.0028
σ_z	Choque tecnológico	0.0099	0.0011	0.0085	0.0116
σ_g	Choque de demanda	0.0078	0.0006	0.0071	0.0089
σ_d	Choque de preferencia	0.0211	0.0055	0.0160	0.0288
σ_χ	Choque de oferta laboral	0.0018	0.0010	0.0011	0.0064
σ_u	Choque al <i>markup</i>	0.0018	0.0009	0.0011	0.0066

Notas: Para la moda posterior, utilizamos la implementación del método de BFGS `csmnwel`, que tiene la ventaja de ser robusto a irregularidades en la distribución. El HDPI es el intervalo de menor distancia que contiene el 90 % de la masa para cada parámetro.

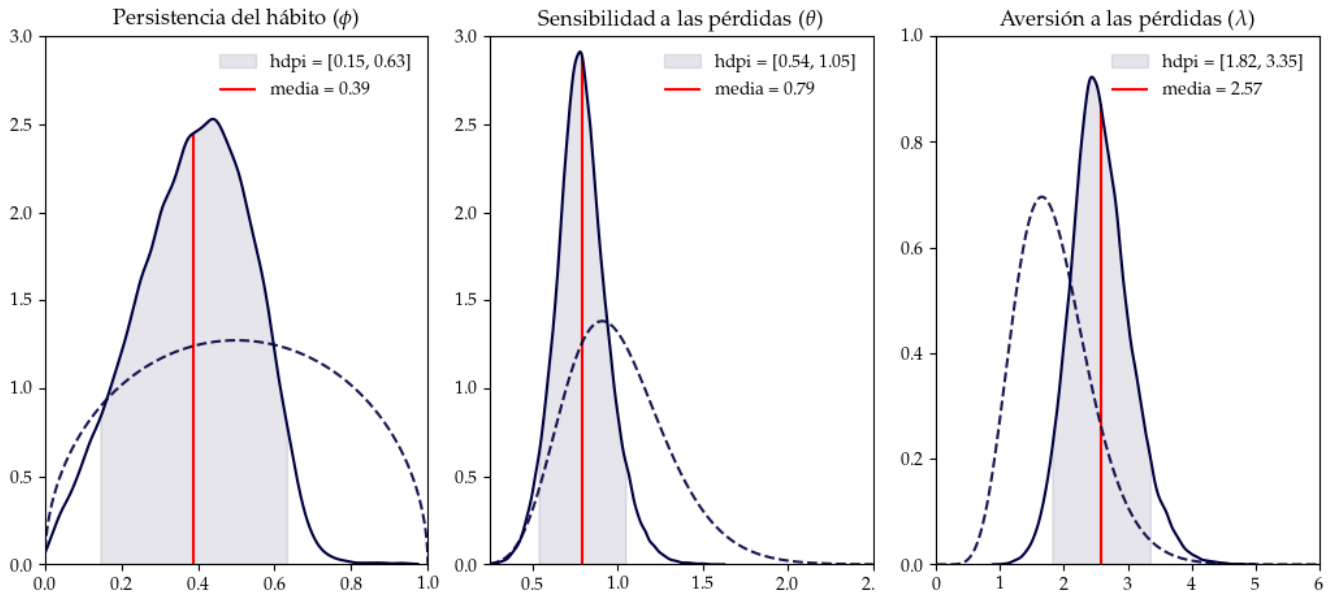
estimaciones de los parámetros de política monetaria concuerdan con los resultados de [Medina y Soto \(2007\)](#) y [García-Cicco et al. \(2014\)](#). En particular, se encuentra que el Banco Central de Chile conduce una política monetaria muy suavizada; la cuál responde con mayor intensidad ante desviaciones de la inflación con respecto a la meta que ante desviaciones en el crecimiento.

Para los coeficientes AR(1) de los procesos exógenos, encontramos que prácticamente todos los procesos son altamente persistentes. Esto está en línea con los resultados de [Medina y Soto \(2007\)](#), pero difiere de aquellos encontrados por [García et al. \(2019\)](#). De estos parámetros, el único que difiere respecto a [Medina y Soto \(2007\)](#) es el de persistencia de los choques a la tendencia. En particular, los autores argumentan que en su modelo el parámetro podría no

estar identificado; lo cuál no es así en nuestro caso.

La Figura 1 muestra las distribuciones *a priori* y las distribuciones posteriores marginales de nuestros parámetros de mayor interés: la persistencia del hábito, la sensibilidad decreciente a las pérdidas y la aversión a las pérdidas¹⁵.

Figura 1: Distribuciones *a priori* y posteriores de los principales parámetros de interés.



Notas: Estimamos la media como el promedio muestral de todas los valores obtenidos para el parámetro a través del algoritmo de Metropolis-Hastings.

Con respecto a los parámetros relacionados a la formación de hábitos y la sensibilidad decreciente a las pérdidas, obtenemos resultados interesantes. En primer lugar, los datos sugieren una menor persistencia en el proceso de formación del hábito externo que las encontradas en estimaciones para otros países o considerando hábitos aditivos (Medina y Soto, 2007; Yogo, 2008). Sin embargo, la alta desviación estándar de este parámetro sugiere que podría no ser robusto a la elección de su distribución *a priori*. El parámetro de sensibilidad decreciente resulta estar en línea con las evidencia experimental, en un rango entre 0.55 y 1.06. Para ambos casos, los datos fueron bastante informativos, tal como se puede apreciar en la Figura 1: las distribuciones *a priori* difieren considerablemente de sus posteriores marginales.

Finalmente, el parámetro de aversión a las pérdidas concentra el 90 % de su masa posterior en el intervalo entre 1.85 y 3.40, con una moda de 2.43; lo que concuerda con los valores encontrados previamente en la literatura (Alexander et al., 2021; Kahneman y Tversky, 1979; Rosenblatt-Wisch, 2008; Tversky y Kahneman, 1992). Si bien este parámetro muestra la desviación estándar más alta de todos los estimados, esto es de esperar ya que sufre de un problema conocido como identificación débil: el parámetro no está presente en todos los regímenes (Yo-

¹⁵Las distribuciones posteriores marginales de todos los demás parámetros se pueden encontrar en la Figura 3 del Apéndice E.

go, 2008). El valor encontrado sugiere que, en el agregado de la economía chilena, las máximas pérdidas concebibles generarían una insatisfacción la cuál es entre 1.85 y 3.40 veces mayor que la satisfacción que generaría la máximas ganancias concebibles.

4.2. Ajuste del modelo e identificación de los regímenes

Para evaluar la validez de nuestro modelo en la explicación de las dinámicas macroeconómicas de Chile; y por ende la validez de nuestra estimación de λ , comparamos el ajuste del modelo con respecto a un modelo que no exhibe aversión a las pérdidas y estudiamos su capacidad para identificar los diferentes regímenes de consumo.

En particular, estimamos un modelo similar al descrito en (19)-(27) en el cuál $\alpha = 1$; utilizando el mismo conjunto de distribuciones *a priori*. Para cada modelo aproximamos (mediante el método de Laplace) su *densidad marginal de los datos*, dada por:

$$p(\mathbb{Y}_{1:T}) = \int p(\mathbb{Y}_{1:T}|\boldsymbol{\theta}, \bar{\boldsymbol{\theta}})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta} \quad (41)$$

Consideramos el modelo con la mayor densidad marginal de los datos como aquel favorecido por los datos, siguiendo a Alstadheim et al. (2013) y Chang et al. (2021) al tomar este valor como un criterio estadístico de ajuste en modelos DSGE con cambio de régimen.

La Tabla 4 muestra la comparación de los modelos en términos de este criterio. Los resultados sugieren que nuestro modelo es marginalmente mejor al ajustar los datos, en comparación con un modelo sin aversión a las pérdidas. Esto respalda la robustez de nuestra estimación de λ , así como la importancia de la consideración de hogares aversos a las pérdidas para explicar las dinámicas macroeconómicas de Chile.

Tabla 4: Comparación del ajuste de los modelos

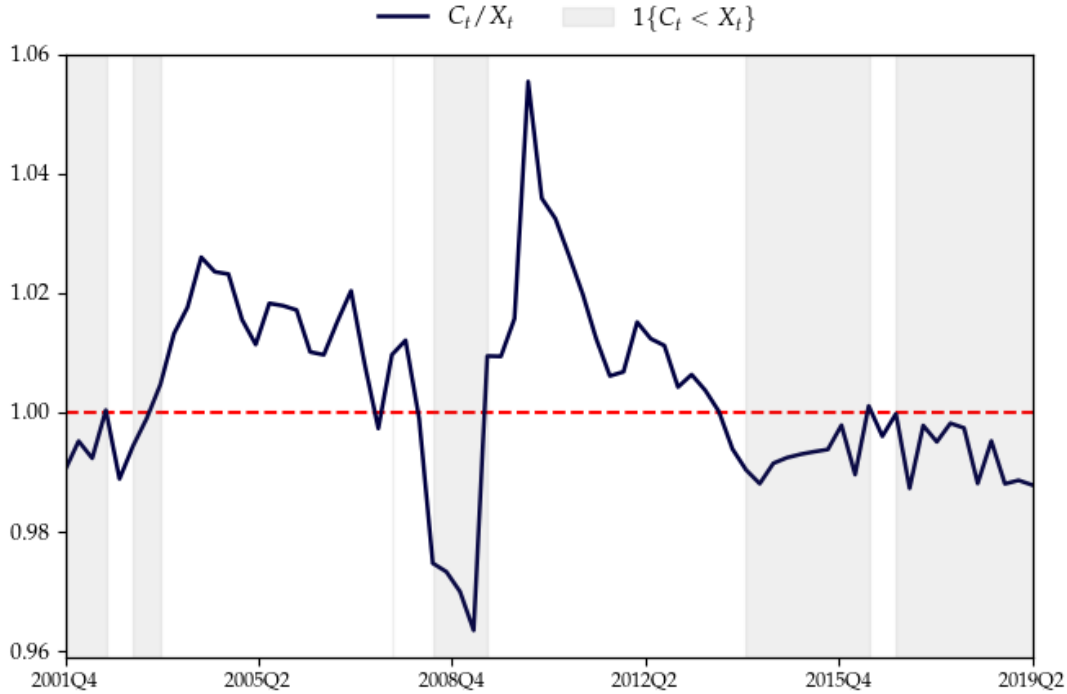
	logMDD (aproximación de Laplace)
Modelo con aversión a las pérdidas	1082.6259
Modelo sin aversión a las pérdidas	1082.0903

Como segundo criterio, estudiamos la capacidad del modelo de identificar los regímenes de consumo. Para esto, calculamos la serie C_t/X_t utilizando los datos del consumo encadenado en volúmenes del año anterior y la ecuación de formación del hábito con $z = 1.0075$ y $\phi = 0.4658$. Adicionalmente, obtenemos las probabilidades de estar en cada régimen; las cuáles constituyen un subproducto de la ejecución del filtro de Kalman. Decimos que el modelo identificó un régimen contractivo cuando la probabilidad estimada de estar en este régimen está por encima del umbral del 50 %.

La Figura 2 muestra la serie C_t/X_t y los periodos contractivos estimados. En general, el modelo logra identificar la mayoría de momentos en los que la economía chilena se encuentra en periodos contractivos, lo que contribuye a argumentar a favor de la robustez y validez de

nuestras estimación de λ : esta se está viendo informada principalmente por las dinámicas macroeconómicas de periodos que efectivamente corresponderían a contracciones en el consumo.

Figura 2: Razón consumo/hábito y periodos contractivos estimados



5. Conclusiones

En conclusión, mostramos que es posible estimar un parámetro de aversión a las pérdidas utilizando un modelo de equilibrio general. Para nuestro caso particular, estimamos que la magnitud del parámetro de aversión a las pérdidas consistente con las dinámicas macroeconómicas de la economía Chilena entre 2001 y 2019 puede resumirse en un valor de 2.43; el cual es muy cercano al encontrado por la literatura previa en entornos experimentales controlados. De acuerdo con la interpretación que desarrollamos para este parámetro, podemos decir que al hogar representativo chileno le genera aproximadamente 2.5 veces más insatisfacción la máxima pérdida que pueda concebir con respecto a la satisfacción que le generaría la máxima ganancia que pueda concebir.

En términos de recomendaciones de política, para comprender las implicaciones de este resultado, es importante resaltar que el modelo macroeconómico de proyección que utiliza el Banco Central de Chile no incorpora aversión a las pérdidas ([García et al., 2019](#)). Según nuestros resultados, sería deseable que el Banco Central de Chile modelara hogares cuyas preferencias varíen de acuerdo al régimen de consumo de la economía. Con este tipo de preferencias, el efecto de la política monetaria sería régimen-dependiente; lo cual le daría al Banco Central de

Chile grados de libertad distintos para manipular la tasa de política monetaria dependiendo de la fase del ciclo económico en que se encuentre el país.

Un punto importante a señalar es que nuestro modelo no considera explícitamente la acumulación de capital (relevante en las decisiones inter-temporales de los consumidores), fricciones en el mercado de trabajo, ni el sector externo (fundamental para una economía exportadora de *commodities*, como lo es Chile). Como resultado, nuestras estimaciones pueden no ser apropiadas para explicar los movimientos inflacionarios, tal como se discutió previamente sobre los problemas de identificación en los choques de oferta laboral y margen óptimo. Si bien la inclusión de estos aspectos puede ser trivial, dejamos su consideración, así como el estudio de sus interacciones con las dinámicas régimen-dependientes en las decisiones de consumo y ocio, para futuras investigaciones.

En general, los aportes originales de este trabajo sugieren que la aversión a las pérdidas debería convertirse en un tema habitual a la hora de realizar investigación macroeconómica. Esto, además, supone una amplia agenda de investigación relacionada con la inclusión de fenómenos psicológicos y comportamentales en el estudio de las dinámicas de los agregados macroeconómicos; que podría tener implicaciones importantes en las recomendaciones de política tanto monetaria como fiscal y de estabilización. Parte de esta agenda incluye la posibilidad de incorporar aversión a las pérdidas no solo en el consumo, sino también en la adquisición de dinero y las decisiones de ocio; así como el uso *probability weighting*, para un mayor apego a la teoría de prospectos (Kahneman y Tversky, 1979; Tversky y Kahneman, 1992) y a la noción keynesiana de probabilidad.

Referencias

- Alexander, L. B., Imai, T., Vieider, F. M., & Camerer, C. (2021). *Meta-Analysis of Empirical Estimates of Loss-Aversion* (CESifo Working Paper N.º 8848). Munich, Center for Economic Studies; Ifo Institute (CESifo). <http://hdl.handle.net/10419/232445>
- Alstadheim, R., Bjørnland, H. C., & Maih, J. (2013). *Do central banks respond to exchange rate movements? A Markov-switching structural investigation* (Working Paper N.º 2013/24). Norges Bank. https://ideas.repec.org/p/bno/worpaper/2013_24.html
- An, S., & Schorfheide, F. (2007). Bayesian Analysis of DSGE Models. *Econometric Reviews*, 26(2-4), 113-172. <https://doi.org/10.1080/07474930701220071>
- Ascari, G., & Rossi, L. (2012). Trend Inflation and Firms Price-Setting: Rotemberg Versus Calvo*. *The Economic Journal*, 122(563), 1115-1141. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2012.02517.x>
- Banco Central de Chile. (2022). Ley Orgánica Constitucional. https://www.bcentral.cl/documents/33528/133463/LOC_bcch.pdf/d6c54763-4007-7883-c1fa-c8fb40c0226a?t=1645128472723

- Berkelaar, A. B., Kouwenberg, R., & Post, T. (2004). Optimal Portfolio Choice under Loss Aversion. *The Review of Economics and Statistics*, 86(4), 973-987. <http://www.jstor.org/stable/40042983>
- Binning, A., & Maih, J. (2016). *Implementing the zero lower bound in an estimated regime-switching DSGE model* (Working Paper N.º 2016/3). Norges Bank. https://ideas.repec.org/p/bno/worpaper/2016_03.html
- Binning, A., & Maih, J. (2017). *Modelling Occasionally Binding Constraints Using Regime-Switching* (Working Papers No 9/2017). Centre for Applied Macro- y Petroleum economics (CAMP), BI Norwegian Business School. <https://ideas.repec.org/p/bny/wpaper/0058.html>
- Bjørnland, H. C., Larsen, V. H., & Maih, J. (2018). Oil and Macroeconomic (In)stability. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 10(4), 128-51. <https://doi.org/10.1257/mac.20150171>
- Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 12(3), 383-398. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0304-3932\(83\)90060-0](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0304-3932(83)90060-0)
- Chang, Y., Maih, J., & Tan, F. (2021). Origins of monetary policy shifts: A New approach to regime switching in DSGE models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 133, 104235. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jedc.2021.104235>
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M. S., & Trabandt, M. (2016). UNEMPLOYMENT AND BUSINESS CYCLES. *Econometrica*, 84(4), 1523-1569. <http://www.jstor.org/stable/43866474>
- Eo, Y. (2009). *Bayesian Analysis of DSGE Models with Regime Switching* (MPRA Paper). University Library of Munich, Germany. <https://EconPapers.repec.org/RePEc:pra:mprapa:13910>
- Fornero, J., & Kirchner, M. (2018). Learning about Commodity Cycles and Saving-Investment Dynamics in a Commodity-Exporting Economy. *International Journal of Central Banking*, 14(2), 205-262. <https://ideas.repec.org/a/ijc/ijcjou/y2018q1a5.html>
- García, B., Guarda, S., Kirchner, M., & Tranamil, R. (2019). XMAS: *An extended model for analysis and simulations* (Working Papers Central Bank of Chile N.º 833). Central Bank of Chile. <https://ideas.repec.org/p/chb/bcchwp/833.html>
- García-Cicco, J., Kirchner, M., & Justel, S. (2014). *Financial Frictions and the Transmission of Foreign Shocks in Chile* (Working Papers Central Bank of Chile N.º 722). Central Bank of Chile. <https://ideas.repec.org/p/chb/bcchwp/722.html>
- Herbst, E. P., & Schorfheide, F. (2016). *Bayesian Estimation of DSGE Models*. Princeton University Press. <http://www.jstor.org/stable/j.ctt1dr36fw>
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 47(2), 263-291. <http://www.jstor.org/stable/1914185>
- Kim, C.-J. (1994). Dynamic linear models with Markov-switching. *Journal of Econometrics*, 60(1), 1-22. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)90036-1](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90036-1)
- Kobberling, V., & Wakker, P. (2005). An index of loss aversion. *Journal of Economic Theory*, 122(1), 119-131. <https://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:jetheo:v:122:y:2005:i:1:p:119-131>

- Maih, J. (2015). *Efficient perturbation methods for solving regime-switching DSGE models* (Working Paper N.º 2015/01). Norges Bank. https://ideas.repec.org/p/bno/worpaper/2015_01.html
- Maih, J., & Waggoner, D. (2018). *Perturbation Methods for DSGE Models with TimeVarying Coefficients and Transition Matrices* (Mimeograph). Norges Bank.
- Medina, J. P., & Soto, C. (2007). *The Chilean Business Cycles Through the Lens of a Stochastic General Equilibrium Model* (Working Papers Central Bank of Chile N.º 457). Central Bank of Chile. <https://ideas.repec.org/p/chb/bcchwp/457.html>
- Rosenblatt-Wisch, R. (2008). Loss aversion in aggregate macroeconomic time series. *European Economic Review*, 52(7), 1140-1159. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.euroecorev.2007.12.001>
- Rotemberg, J. J. (1982). Sticky Prices in the United States. *Journal of Political Economy*, 90(6), 1187-1211. <http://www.jstor.org/stable/1830944>
- Santoro, E., Petrella, I., Pfajfar, D., & Gaffeo, E. (2014). Loss aversion and the asymmetric transmission of monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 68, 19-36. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2014.07.009>
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5(4), 297-323. <http://www.jstor.org/stable/41755005>
- Yogo, M. (2008). Asset Prices Under Habit Formation and Reference-Dependent Preferences. *Journal of Business & Economic Statistics*, 26(2), 131-143. <https://doi.org/10.1198/073500107000000205>

Apéndices

A. Derivación del modelo estacionario

Sean $y_t^d \equiv Y_t^d/Z_t$, $y_t \equiv Y_t/Z_t$, $c_t \equiv C_t/Z_t$, $x_t \equiv X_t/Z_t$ y $\omega_t \equiv W_t/Z_t$. En primer lugar, note que las ecuaciones (4) y (5) implican que la utilidad marginal del consumo presente es:

$$U_{C,t}(s_t) = \frac{\alpha}{Z_t \frac{C_t}{Z_t}} + \frac{(1-\alpha)}{Z_t \frac{C_t}{Z_t}} \left(Z_t \frac{C_t}{Z_t} \right)^{\vartheta/\lambda(s_t)} \left(Z_t \frac{X_t}{Z_t} \right)^{-\vartheta/\lambda(s_t)} = \frac{1}{Z_t} \left[\frac{\alpha}{\frac{C_t}{Z_t}} + \frac{(1-\alpha)}{\frac{C_t}{Z_t}} \left(\frac{C_t}{Z_t} \right)^{\vartheta/\lambda(s_t)} \left(\frac{X_t}{Z_t} \right)^{-\vartheta/\lambda(s_t)} \right]$$

De este modo, si $u_{c,t}(s_t) \equiv Z_t U_{C,t}(s_t)$, se tiene la ecuación (19):

$$u_{c,t}(s_t) = \frac{\alpha}{\frac{C_t}{Z_t}} + \frac{(1-\alpha)}{\frac{C_t}{Z_t}} \left(\frac{C_t}{Z_t} \right)^{\vartheta/\lambda(s_t)} \left(\frac{X_t}{Z_t} \right)^{-\vartheta/\lambda(s_t)} = \frac{\alpha}{c_t} + \frac{(1-\alpha)}{c_t} c_t^{\vartheta/\lambda(s_t)} x_t^{-\vartheta/\lambda(s_t)}$$

De la ecuación de formación del hábito externo derivamos (20) como sigue:

$$\frac{X_t}{Z_t} = \frac{z}{Z_t} \left(Z_{t-1} \frac{X_{t-1}}{Z_{t-1}} \right)^\phi \left(Z_{t-1} \frac{C_{t-1}}{Z_{t-1}} \right)^{1-\phi} = \frac{z}{Z_t} Z_{t-1} \left(\frac{X_{t-1}}{Z_{t-1}} \right)^\phi \left(\frac{C_{t-1}}{Z_{t-1}} \right)^{1-\phi}$$

Así, $x_t = (z/z_t)x_{t-1}^\phi c_t^{1-\phi}$. De la condición de optimalidad intertemporal de los hogares en (6):

$$1 = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{\frac{1}{Z_{t+1}} Z_{t+1} U_{C,t+1}(s_{t+1})}{\frac{1}{Z_t} Z_t U_{C,t}(s_t)} \right] = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{R_t}{z_{t+1} \Pi_{t+1}} \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{u_{c,t+1}(s_{t+1})}{u_{c,t}(s_t)} \right]$$

Similarmente, de la condición de optimalidad intratemporal de los hogares en (7) se obtiene:

$$\frac{W_t}{Z_t} = \frac{\chi_t \left(\frac{Z_t N_t}{Z_t} \right)^\eta}{Z_t U_{C,t}(s_t)} = \frac{\chi_t \left(\frac{Y_t}{Z_t} \right)^\eta}{Z_t U_{C,t}(s_t)} \iff \omega_t = \frac{\chi_t y_t^\eta}{u_{c,t}(s_t)}$$

Para obtener la ecuación (23) se parte de la condición de optimalidad de las empresas en (13):

$$\begin{aligned} (1 - \epsilon_t) + \epsilon_t \frac{W_t}{Z_t} - \zeta (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t) \Pi_t + \zeta \mathbb{E}_t \left[\beta \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{U_{C,t+1}(s_{t+1})}{U_{C,t}(s_t)} (\Pi_{t+1} - \ddot{\Pi}_{t+1}) \Pi_{t+1} \frac{Z_{t+1} \frac{Y_{t+1}}{Z_{t+1}}}{Z_t \frac{Y_t}{Z_t}} \right] \\ \iff (1 - \epsilon_t) + \epsilon_t \frac{W_t}{Z_t} - \zeta (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t) \Pi_t + \zeta \mathbb{E}_t \left[\beta \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{Z_{t+1} U_{C,t+1}(s_{t+1})}{Z_t U_{C,t}(s_t)} (\Pi_{t+1} - \ddot{\Pi}_{t+1}) \Pi_{t+1} \frac{\frac{Y_{t+1}}{Z_{t+1}}}{\frac{Y_t}{Z_t}} \right] \\ \iff (1 - \epsilon_t) + \epsilon_t \omega_t - \zeta (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t) \Pi_t + \zeta \mathbb{E}_t \left[\beta \frac{d_{t+1}}{d_t} \frac{u_{c,t+1}(s_{t+1})}{u_{c,t}(s_t)} (\Pi_{t+1} - \ddot{\Pi}_{t+1}) \Pi_{t+1} \frac{y_{t+1}}{y_t} \right] \end{aligned}$$

Las ecuaciones (25) y (26) se obtienen a partir de (16) y (15), respectivamente, como:

$$\frac{Y_t}{Z_t} = \frac{C_t}{Z_t} + \frac{\zeta}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 \frac{Y_t}{Z_t} + \left(1 - \frac{1}{g_t} \right) \frac{Y_t}{Z_t} \iff y_t = c_t + \frac{\zeta}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 y_t + \left(1 - \frac{1}{g_t} \right) y_t$$

$$\frac{Y_t^d}{Z_t} = \frac{Y_t}{Z_t} - \frac{\zeta}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 \frac{Y_t}{Z_t} \iff y_t^d = y_t - \frac{\zeta}{2} (\Pi_t - \ddot{\Pi}_t)^2 y_t$$

Finalmente, para obtener la ecuación (27) a partir de (14):

$$R_t = R_t^{\rho_R} \left[R \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\kappa_\pi} \left(\frac{1}{z} \frac{Z_t \frac{Y_t^d}{Z_t}}{Z_{t-1} \frac{Y_{t-1}^d}{Z_{t-1}}} \right)^{\kappa_{\Delta y}} \right]^{1-\rho_R} \exp(\epsilon_t^R) = R_t^{\rho_R} \left[R \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\kappa_\pi} \left(\frac{z_t}{z} \frac{y_t^d}{y_{t-1}^d} \right)^{\kappa_{\Delta y}} \right]^{1-\rho_R} \exp(\epsilon_t^R)$$

B. Interpretación de λ para pérdidas y ganancias finitas

Teorema: Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua en todo su dominio y $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función Riemann integrable y no negativa en todo su dominio. Entonces existe $c \in [a, b]$ tal que:

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = \min\{f(x) : x \in [a, b]\} \int_a^c g(x)dx + \max\{f(x) : x \in [a, b]\} \int_c^b g(x)dx$$

Prueba: Como f es continua en $[a, b]$, por el *Teorema de valores extremos* se tiene que existen $\min\{f(x) : x \in [a, b]\}$ y $\max\{f(x) : x \in [a, b]\}$. Como g es no negativa en todo su dominio:

$$\begin{aligned} \min\{f(x) : x \in [a, b]\}g(x) &\leq f(x)g(x) \leq \max\{f(x) : x \in [a, b]\}g(x) \\ \min\{f(x) : x \in [a, b]\} \int_a^b g(x)dx &\leq \int_a^b f(x)g(x)dx \leq \max\{f(x) : x \in [a, b]\} \int_a^b g(x)dx \end{aligned}$$

Considere la función:

$$F(x) \equiv \min\{f(t) : t \in [a, b]\} \int_a^x g(t)dt + \max\{f(t) : t \in [a, b]\} \int_x^b g(t)dt$$

Por el *Teorema fundamental del cálculo*, F es continua en $[a, b]$ y:

$$F(b) \leq \int_a^b f(x)g(x)dx \leq F(a)$$

Finalmente, por el *Teorema de valores extremos* se obtiene el resultado. ■

Corolario: Toda media aritmética ponderada continua de una función continua es una media aritmética discreta entre el máximo y el mínimo de dicha función.

Prueba: Basta tomar $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\int_a^b g(x)dx = 1$. ■

Ahora, considere $a \leq 0 \leq b$ y $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ un ponderador subjetivo cualquiera, tal como en el Corolario. Entonces, por el Teorema, si el hogar tomara una media continua de su utilidad (para ser precisos, de su función de pérdidas) en el rango de pérdidas y ganancias, se tendrá que para algún $c \in [a, b]$:

$$\begin{aligned} \int_a^b G(z)g(z)dz &= \min\{G(z) : z \in [a, b]\} \int_a^c g(z)dz + \max\{G(z) : z \in [a, b]\} \int_c^b g(z)dz \\ &= -\lambda \left[\frac{1 - \exp\left(\frac{\vartheta}{\lambda}a\right)}{\vartheta} \int_a^c g(z)dz \right] + \left[\frac{1 - \exp(-\vartheta b)}{\vartheta} \int_c^b g(z)dz \right] \end{aligned}$$

En otras palabras, cuando las pérdidas y las ganancias son finitas, λ como ponderador indica la insatisfacción adicional que genera la máxima pérdida con respecto a la satisfacción

que genera la máxima ganancia.

C. Construcción de las variables observables

- **Crecimiento del PIB real per cápita.** Tome la serie del PIB en volúmenes encadenados a precios del año anterior, llámela GDP_t . Tome la serie de la población estimada trimestral, llámela POP_t . Entonces:

$$YGR_t = \log \left(\frac{GDP_t}{POP_t} \right) - \log \left(\frac{GDP_{t-1}}{POP_{t-1}} \right) \quad (C.1)$$

- **Crecimiento del consumo real per cápita.** Tome la serie del consumo en volúmenes encadenados a precios del año anterior, llámela $CONS_t$. Tome la serie de la población estimada trimestral, POP_t . Entonces:

$$CGR_t = \log \left(\frac{CONS_t}{POP_t} \right) - \log \left(\frac{CONS_{t-1}}{POP_{t-1}} \right) \quad (C.2)$$

- **Inflación del índice de precios al consumidor.** Tome la serie del índice de precios al consumidor, llámela CPI_t . Entonces:

$$INF_t = \log \left(\frac{CPI_t}{CPI_{t-1}} \right) \quad (C.3)$$

- **Tasa de interés.** Tome la tasa de interés interbancaria anualizada, llámela IBR_t . Entonces:

$$INT_t = 1 + \frac{IBR_t}{400} \quad (C.4)$$

D. Algoritmo de Metropolis-Hastings

Sean $\theta^0 = \theta^*$ y $\Sigma_0 = \mathbb{B}^*$. Para cada iteración $j = 0, 1, \dots, J$:

1. Genere un candidato $\theta^+ \sim \mathbb{N}(\theta^j, \Sigma_j)$ y calcule la tasa de aceptación como:

$$\alpha_j = \min \left\{ 1, \frac{p(\theta^+ | \mathbb{Y}_{1:T}, \bar{\theta})}{p(\theta^j | \mathbb{Y}_{1:T}, \bar{\theta})} \right\} \quad (D.1)$$

2. Genere $u \sim \mathbb{U}(0, 1)$ y tome:

$$\theta^{j+1} = \begin{cases} \theta^+, & \text{si } u \leq \alpha_j \\ \theta^j, & \text{si } u > \alpha_j \end{cases} \quad (D.2)$$

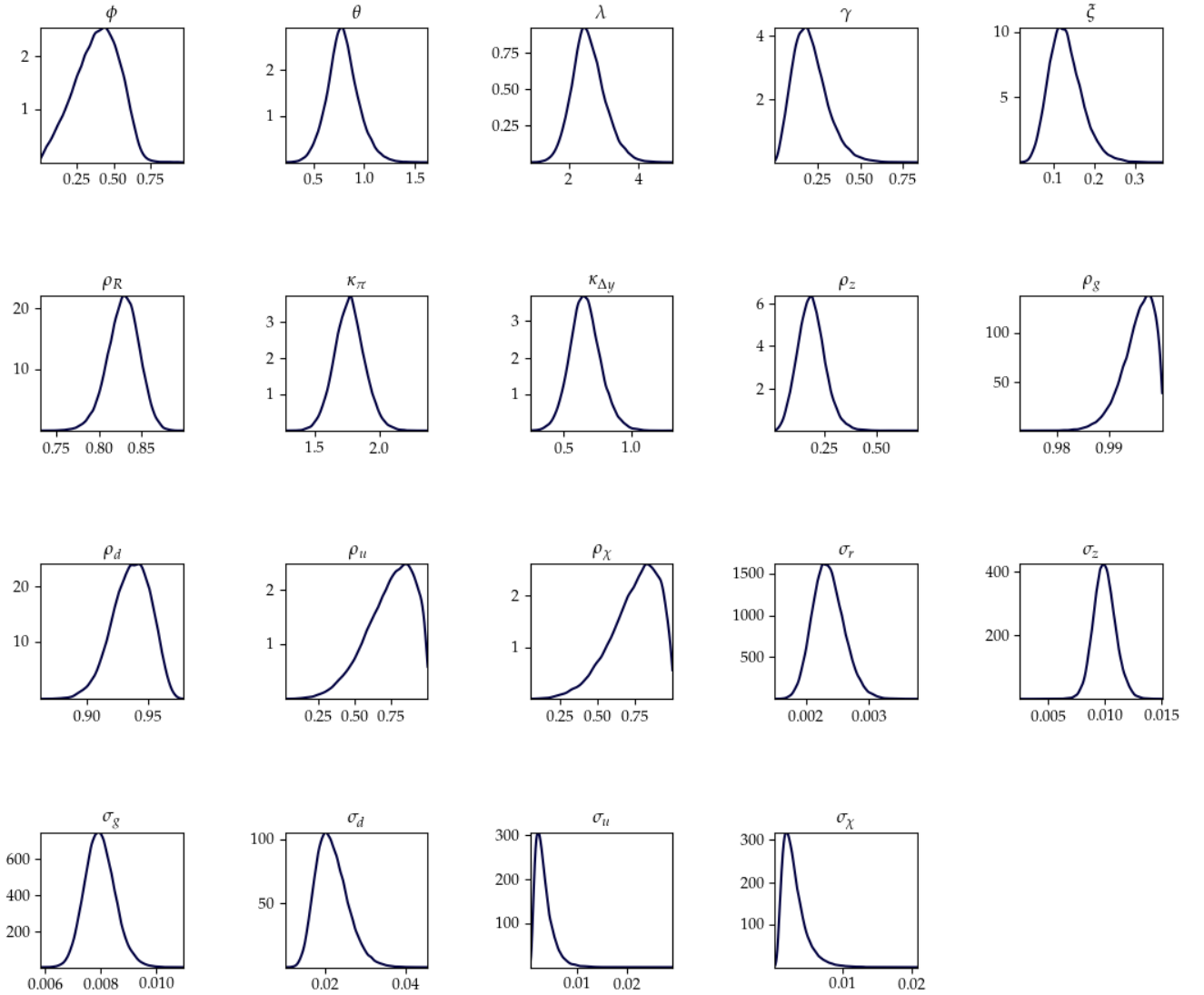
3. Actualice la matriz de varianza covarianza:

$$\Sigma_{j+1} = \frac{c}{j+1} \sum_{i=0}^{j+1} (\theta^i) (\theta^i)'$$

donde c es un parámetro que se elige para alcanzar una tasa de aceptación objetivo α^* .

E. Distribuciones posteriores marginales

Figura 3: Distribuciones posteriores marginales de cada parámetro



F. Diagnóstico visual de convergencia

Figura 4: Medias acumuladas de cada parámetro por cadena.

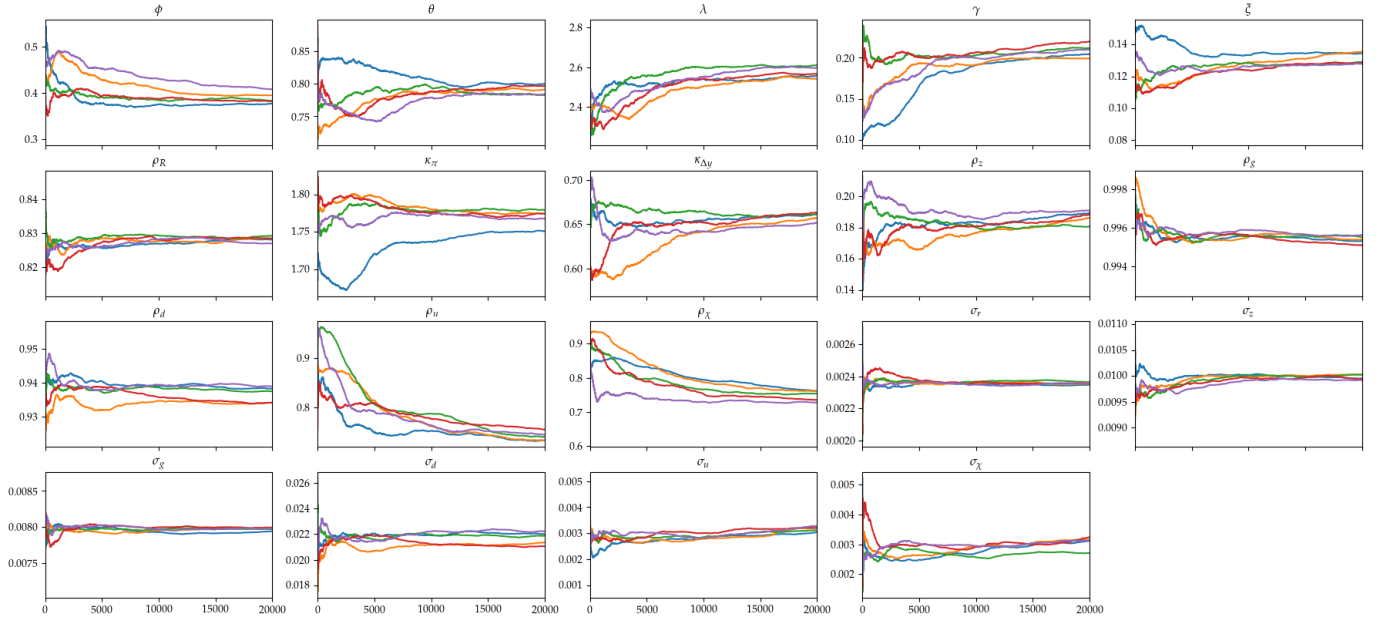


Figura 5: Autocorrelaciones de cada parámetro por cadena.

