División de polinomios I

División de polinomios I

Sean $p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3$ y $q(x) = x^2 + 3x - 2$ dos polinomios con coeficientes reales.

División de polinomios I

Sean $p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3$ y $q(x) = x^2 + 3x - 2$ dos polinomios con coeficientes reales.
Vamos a calcular el cociente y el resto de la división de $p(x)$ entre $q(x)$.

División de polinomios I

Sean $p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3$ y $q(x) = x^2 + 3x - 2$ dos polinomios con coeficientes reales.
Vamos a calcular el cociente y el resto de la división de $p(x)$ entre $q(x)$.
Comenzamos escribiendo únicamente los coeficientes de los polinomios dispuestos en la siguiente tabla.

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & & & & & \\
2 & & & & & & \\
\hline
 & & & & & &
\end{array}$$

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & & & & & \\
2 & & & & & & \\
\hline
 & & & & & &
\end{array}$$

Como vemos, en la fila de superior están los coeficientes del polinomio $p(x)$.
Y en la columna de la izquierda, los coeficientes de $q(x)$ (a excepción del coeficiente líder) cambiados de signo y ordenados de mayor a menor grado.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & & & & & \\
2 & & & & & & \\
\hline
 & & & & & &
\end{array}
$$

Bajamos el primer elemento de la fila de arriba.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

	1	1	-5	14	1	3
-3						
2						
	1					

Bajamos el primer elemento de la fila de arriba.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & & & & & \\
2 & & & & & & \\
\hline
 & 1 & & & & &
\end{array}$$

Multiplicamos este coeficiente por los elementos de la primera columna.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\ -3 & & & & & & \\ 2 & & & & & & \\ \hline & 1 & & & & & \end{array}$$

Multiplicamos este coeficiente por los elementos de la primera columna. Y los colocamos a partir de la columna siguiente al elemento que hemos bajado, situados en diagonal.

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & & & & & \\
2 & & & & & & \\
\hline
 & 1 & & & & &
\end{array}$$

Multiplicamos este coeficiente por los elementos de la primera columna. Y los colocamos a partir de la columna siguiente al elemento que hemos bajado, situados en diagonal.

$1 \cdot (-3) = -3; \quad 1 \cdot 2 = 2.$

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & & & & \\
2 & & & 2 & & & \\
\hline
 & 1 & & & & &
\end{array}$$

Multiplicamos este coeficiente por los elementos de la primera columna. Y los colocamos a partir de la columna siguiente al elemento que hemos bajado, situados en diagonal.

$1 \cdot (-3) = -3; \quad 1 \cdot 2 = 2.$

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & & & & \\
2 & & & 2 & & & \\
\hline
 & 1 & & & & &
\end{array}
$$

Sumamos los elementos de la segunda columna que hay a la derecha de la separación vertical y bajamos el resultado.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & & & & \\
2 & & & 2 & & & \\
\hline
 & 1 & & & & &
\end{array}
$$

Sumamos los elementos de la segunda columna que hay a la derecha de la separación vertical y bajamos el resultado.
$1 - 3 = -2$.

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & & & & \\
2 & & & 2 & & & \\
\hline
 & 1 & -2 & & & &
\end{array}$$

Sumamos los elementos de la segunda columna que hay a la derecha de la separación vertical y bajamos el resultado.
$1 - 3 = -2$.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & & & & \\
2 & & & 2 & & & \\
\hline
 & 1 & -2 & & & &
\end{array}$$

Y ahora, lo multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda y los situamos en las columnas siguientes (tercera y cuarta a partir de la barra vertical).

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & & & & \\
2 & & & 2 & & & \\
\hline
 & 1 & -2 & & & &
\end{array}$$

Y ahora, lo multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda y los situamos en las columnas siguientes (tercera y cuarta a partir de la barra vertical).
$(-2) \cdot (-3) = 6; \quad (-2) \cdot 2 = -4$

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & & & \\
2 & & & 2 & -4 & & \\
\hline
 & 1 & -2 & & & &
\end{array}$$

Y ahora, lo multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda y los situamos en las columnas siguientes (tercera y cuarta a partir de la barra vertical).
$(-2) \cdot (-3) = 6; \quad (-2) \cdot 2 = -4$

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & & & \\
2 & & & 2 & -4 & & \\
\hline
 & 1 & -2 & & & &
\end{array}
$$

Sumamos los elementos de la columna tercera y bajamos el resultado.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & & & \\
2 & & & 2 & -4 & & \\
\hline
 & 1 & -2 & & & &
\end{array}
$$

Sumamos los elementos de la columna tercera y bajamos el resultado. $-5 + 2 + 6 = 3$.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & & & \\
2 & & & 2 & -4 & & \\
\hline
 & 1 & -2 & \color{red}{3} & & &
\end{array}
$$

Sumamos los elementos de la columna tercera y bajamos el resultado. $-5 + 2 + 6 = 3$.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & & & \\
2 & & & 2 & -4 & & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & & &
\end{array}
$$

Multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda, y colocamos los resultados en la tabla siguiendo el criterio que hemos empleado anteriormente.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & & & \\
2 & & & 2 & -4 & & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & & &
\end{array}
$$

Multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda, y colocamos los resultados en la tabla siguiendo el criterio que hemos empleado anteriormente.
$3 \cdot (-3) = -9; \quad 3 \cdot 2 = 6.$

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & & &
\end{array}
$$

Multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda, y colocamos los resultados en la tabla siguiendo el criterio que hemos empleado anteriormente.

$3 \cdot (-3) = -9; \quad 3 \cdot 2 = 6.$

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & & &
\end{array}$$

Sumamos los elementos de la columna y lo bajamos a la fila inferior.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & & &
\end{array}$$

Sumamos los elementos de la columna y lo bajamos a la fila inferior.
$14 - 4 - 9 = 1$.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & \color{red}{1} & &
\end{array}$$

Sumamos los elementos de la columna y lo bajamos a la fila inferior.
$14 - 4 - 9 = 1$.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

	1	1	−5	14	1	3
−3		−3	6	−9		
2			2	−4	6	
	1	−2	3	1		

Multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda, y los situamos en las siguientes columnas.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & &
\end{array}$$

Multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda, y los situamos en las siguientes columnas.
$1 \cdot (-3) = -3; \quad 1 \cdot 2 = 2.$

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & &
\end{array}
$$

Multiplicamos por los elementos de la columna de la izquierda, y los situamos en las siguientes columnas.
$1 \cdot (-3) = -3; \quad 1 \cdot 2 = 2.$

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & &
\end{array}$$

Y puesto que ya hemos llegado a la última columna, completamos la última fila con la suma de los elementos que hay en su columna. Los resultados de estas sumas constituirán los coeficientes del resto de la división.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & &
\end{array}$$

Y puesto que ya hemos llegado a la última columna, completamos la última fila con la suma de los elementos que hay en su columna. Los resultados de estas sumas constituirán los coeficientes del resto de la división.

$1 + 6 - 3 = 4$

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

	1	1	-5	14	1	3
-3		-3	6	-9	-3	
2			2	-4	6	2
	1	-2	3	1	4	

Y puesto que ya hemos llegado a la última columna, completamos la última fila con la suma de los elementos que hay en su columna. Los resultados de estas sumas constituirán los coeficientes del resto de la división.

$1 + 6 - 3 = 4$

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 &
\end{array}$$

Y puesto que ya hemos llegado a la última columna, completamos la última fila con la suma de los elementos que hay en su columna. Los resultados de estas sumas constituirán los coeficientes del resto de la división.

$1 + 6 - 3 = 4; \quad 3 + 2 = 5.$

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5
\end{array}
$$

Y puesto que ya hemos llegado a la última columna, completamos la última fila con la suma de los elementos que hay en su columna. Los resultados de estas sumas constituirán los coeficientes del resto de la división.
$1 + 6 - 3 = 4; \quad 3 + 2 = 5.$

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5
\end{array}
$$

Ya hemos terminado la división.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5
\end{array}
$$

Ya hemos terminado la división.
El resultado de la división es la fila inferior.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5
\end{array}$$

Ya hemos terminado la división.
El resultado de la división es la fila inferior.
Puesto que $gr(p(x)) = 5$ y $gr(q(x)) = 2$, el grado del cociente es 3.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\ -3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\ 2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{array}$$

Ya hemos terminado la división.
El resultado de la división es la fila inferior.
Puesto que $gr(p(x)) = 5$ y $gr(q(x)) = 2$, el grado del cociente es 3.
Por tanto, para el cociente necesitamos cuatro coeficientes.

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

	1	1	-5	14	1	3
-3		-3	6	-9	-3	
2			2	-4	6	2
	1	-2	3	1	4	5

Ya hemos terminado la división.
El resultado de la división es la fila inferior.
Puesto que $gr(p(x)) = 5$ y $gr(q(x)) = 2$, el grado del cociente es 3.
Por tanto, para el cociente necesitamos cuatro coeficientes.
Estos son los cuatro primeros de la última fila.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5
\end{array}
$$

Ya hemos terminado la división.
El resultado de la división es la fila inferior.
Puesto que $gr(p(x)) = 5$ y $gr(q(x)) = 2$, el grado del cociente es 3.
Por tanto, para el cociente necesitamos cuatro coeficientes.
Estos son los cuatro primeros de la última fila.
Los otros son los coeficientes del resto.

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\ -3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\ 2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{array}$$

En resumen, tenemos:

División de polinomios I

$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5
\end{array}
$$

En resumen, tenemos:

$$c(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$$

División de polinomios I

$$p(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 + 14x^2 + x + 3 \qquad q(x) = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 1 & -5 & 14 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 6 & -9 & -3 & \\
2 & & & 2 & -4 & 6 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & 1 & 4 & 5
\end{array}$$

En resumen, tenemos:

$$c(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1; \quad r(x) = 4x + 5.$$

División de polinomios II

División de polinomios II

La división anterior está hecha en el caso de que el divisor sea un polinomio mónico (su coeficiente líder vale 1).
Caso de no ser así, hay que introducir una variante.

División de polinomios II

La división anterior está hecha en el caso de que el divisor sea un polinomio mónico (su coeficiente líder vale 1).
Caso de no ser así, hay que introducir una variante.
Esta consiste en, por una parte, al colocar los coeficientes de $q(x)$ en la tabla hemos de multiplicarlos previamente por el inverso del coeficiente líder,

División de polinomios II

La división anterior está hecha en el caso de que el divisor sea un polinomio mónico (su coeficiente líder vale 1).
Caso de no ser así, hay que introducir una variante.
Esta consiste en, por una parte, al colocar los coeficientes de $q(x)$ en la tabla hemos de multiplicarlos previamente por el inverso del coeficiente líder, y por otra parte, al terminar, cuando obtengamos el cociente, hemos de repetir el mismo proceso (multiplicar sus coeficientes por el inverso del coeficiente líder de $q(x)$).

División de polinomios II

La división anterior está hecha en el caso de que el divisor sea un polinomio mónico (su coeficiente líder vale 1).
Caso de no ser así, hay que introducir una variante.
Esta consiste en, por una parte, al colocar los coeficientes de $q(x)$ en la tabla hemos de multiplicarlos previamente por el inverso del coeficiente líder, y por otra parte, al terminar, cuando obtengamos el cociente, hemos de repetir el mismo proceso (multiplicar sus coeficientes por el inverso del coeficiente líder de $q(x)$).
Vamos a verlo con un ejemplo.

División de polinomios II

La división anterior está hecha en el caso de que el divisor sea un polinomio mónico (su coeficiente líder vale 1).
Caso de no ser así, hay que introducir una variante.
Esta consiste en, por una parte, al colocar los coeficientes de $q(x)$ en la tabla hemos de multiplicarlos previamente por el inverso del coeficiente líder, y por otra parte, al terminar, cuando obtengamos el cociente, hemos de repetir el mismo proceso (multiplicar sus coeficientes por el inverso del coeficiente líder de $q(x)$).
Vamos a verlo con un ejemplo.
Tomamos $p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$ y $q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$.

División de polinomios II

La división anterior está hecha en el caso de que el divisor sea un polinomio mónico (su coeficiente líder vale 1).
Caso de no ser así, hay que introducir una variante.
Esta consiste en, por una parte, al colocar los coeficientes de $q(x)$ en la tabla hemos de multiplicarlos previamente por el inverso del coeficiente líder, y por otra parte, al terminar, cuando obtengamos el cociente, hemos de repetir el mismo proceso (multiplicar sus coeficientes por el inverso del coeficiente líder de $q(x)$).
Vamos a verlo con un ejemplo.
Tomamos $p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$ y $q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$.
Y vamos a realizar la división de $p(x)$ entre $q(x)$.

División de polinomios II

La división anterior está hecha en el caso de que el divisor sea un polinomio mónico (su coeficiente líder vale 1).
Caso de no ser así, hay que introducir una variante.
Esta consiste en, por una parte, al colocar los coeficientes de $q(x)$ en la tabla hemos de multiplicarlos previamente por el inverso del coeficiente líder, y por otra parte, al terminar, cuando obtengamos el cociente, hemos de repetir el mismo proceso (multiplicar sus coeficientes por el inverso del coeficiente líder de $q(x)$).
Vamos a verlo con un ejemplo.
Tomamos $p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$ y $q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$.
Y vamos a realizar la división de $p(x)$ entre $q(x)$.
Para comenzar la división, añadimos en la esquina superior izquierda el inverso del coeficiente líder.

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{rr|rrrrrrr}
 & \frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
1 \cdot \frac{1}{2} = & \frac{1}{2} & & & & & & & \\
-3 \cdot \frac{1}{2} = & \frac{-3}{2} & & & & & & & \\
-4 \cdot \frac{1}{2} = & -2 & & & & & & & \\
\hline
 & & & & & & & &
\end{array}$$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

	$\frac{1}{2}$	2	5	-4	17	4	-2	6
$1 \cdot \frac{1}{2} =$	$\frac{1}{2}$							
$-3 \cdot \frac{1}{2} =$	$\frac{-3}{2}$							
$-4 \cdot \frac{1}{2} =$	-2							

Bajamos el 2.

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & & & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & & & & & \\
-2 & & & & & & & \\
\hline
 & 2 & & & & & &
\end{array}$$

Bajamos el 2.

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$\frac{1}{2}$	2	5	-4	17	4	-2	6
$\frac{1}{2}$							
$\frac{-3}{2}$							
-2							
	2						

$2 \cdot \frac{1}{2} = 1; \quad 2 \cdot \frac{-3}{2} = -3; \quad 2 \cdot (-2) = -4.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrr}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & \color{red}{1} & & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & \color{red}{-3} & & & & \\
-2 & & & & \color{red}{-4} & & & \\
\hline
 & 2 & & & & & &
\end{array}$$

$2 \cdot \frac{1}{2} = 1; \quad 2 \cdot \frac{-3}{2} = -3; \quad 2 \cdot (-2) = -4.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & & & & \\
-2 & & & & -4 & & & \\
\hline
 & 2 & & & & & & \\
\end{array}
$$

$5 + 1 = 6;$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & & & & \\
-2 & & & & -4 & & & \\
\hline
 & 2 & 6 & & & & &
\end{array}$$

$5 + 1 = 6;$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & & & & \\
-2 & & & & -4 & & & \\
\hline
 & 2 & 6 & & & & &
\end{array}
$$

$6 \cdot \frac{1}{2} = 3; \quad 6 \cdot \frac{-3}{2} = -9; \quad 6 \cdot (-2) = -12.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & -9 & & & \\
-2 & & & & -4 & -12 & & \\
\hline
 & 2 & 6 & & & & &
\end{array}
$$

$6 \cdot \frac{1}{2} = 3; \quad 6 \cdot \frac{-3}{2} = -9; \quad 6 \cdot (-2) = -12.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & -9 & & & \\
-2 & & & & -4 & -12 & & \\
\hline
 & 2 & 6 & & & & &
\end{array}$$

$-4 - 3 + 3 = -4;$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & -9 & & & \\
-2 & & & & -4 & -12 & & \\
\hline
 & 2 & 6 & -4 & & & &
\end{array}
$$

$-4 - 3 + 3 = -4;$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$\frac{1}{2}$	2	5	−4	17	4	−2	6
$\frac{1}{2}$		1	3				
$\frac{-3}{2}$			−3	−9			
−2				−4	−12		
	2	6	−4				

$$(-4) \cdot \frac{1}{2} = -2; \quad (-4) \cdot \frac{-3}{2} = 6; \quad (-4) \cdot (-2) = 8.$$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$\frac{1}{2}$	2	5	−4	17	4	−2	6
$\frac{1}{2}$		1	3	−2			
$\frac{-3}{2}$			−3	−9	6		
−2				−4	−12	8	
	2	6	−4				

$(-4) \cdot \frac{1}{2} = -2; \quad (-4) \cdot \frac{-3}{2} = 6; \quad (-4) \cdot (-2) = 8.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$

$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$\frac{1}{2}$	2	5	-4	17	4	-2	6
$\frac{1}{2}$		1	3	-2			
$\frac{-3}{2}$			-3	-9	6		
-2				-4	-12	8	
	2	6	-4				

$17 - 4 - 9 - 2 = 2;$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & -2 & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & -9 & 6 & & \\
-2 & & & & -4 & -12 & 8 & \\
\hline
 & 2 & 6 & -4 & \color{red}{2} & & &
\end{array}$$

$17 - 4 - 9 - 2 = 2;$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & -2 & & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & -9 & 6 & & \\
-2 & & & & -4 & -12 & 8 & \\
\hline
 & 2 & 6 & -4 & 2 & & &
\end{array}
$$

$2 \cdot \frac{1}{2} = 1; \quad 2 \cdot \frac{-3}{2} = -3; \quad 2 \cdot (-2) = -4.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$\frac{1}{2}$	2	5	-4	17	4	-2	6
$\frac{1}{2}$		1	3	-2	1		
$\frac{-3}{2}$			-3	-9	6	-3	
-2				-4	-12	8	-4
	2	6	-4	2			

$$2 \cdot \frac{1}{2} = 1; \quad 2 \cdot \frac{-3}{2} = -3; \quad 2 \cdot (-2) = -4.$$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & -2 & 1 & & \\
\frac{-3}{2} & & & -3 & -9 & 6 & -3 & \\
-2 & & & & -4 & -12 & 8 & -4 \\
\hline
 & 2 & 6 & -4 & 2 & & &
\end{array}$$

$4 - 12 + 6 + 1 = -1;$ $\quad -2 + 8 - 3 = -3;$ $\quad 6 - 4 = 2.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$\frac{1}{2}$	2	5	-4	17	4	-2	6
$\frac{1}{2}$		1	3	-2	1		
$\frac{-3}{2}$			3	-9	6	-3	
-2				-4	-12	8	-4
	2	6	-4	2	**-1**	**3**	**2**

$4 - 12 + 6 + 1 = -1; \quad -2 + 8 - 3 = -3; \quad 6 - 4 = 2.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & -2 & 1 & & \\
\frac{-3}{2} & & & 3 & -9 & 6 & -3 & \\
-2 & & & & -4 & -12 & 8 & -4 \\
\hline
 & 2 & 6 & -4 & 2 & \color{red}{-1} & \color{red}{3} & \color{red}{2}
\end{array}$$

El resto viene dado por estos tres últimos coeficientes, mientras que para calcular el cociente hemos de multiplicar el resultado que hemos obtenido $(2x^3 + 6x^2 - 4x + 2)$ por $\frac{1}{2}$.

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & -2 & 1 & & \\
\frac{-3}{2} & & & 3 & -9 & 6 & -3 & \\
-2 & & & & -4 & -12 & 8 & -4 \\
\hline
 & 2 & 6 & -4 & 2 & -1 & 3 & 2
\end{array}
$$

Es decir:

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$\frac{1}{2}$	2	5	-4	17	4	-2	6
$\frac{1}{2}$		1	3	-2	1		
$\frac{-3}{2}$			3	-9	6	-3	
-2				-4	-12	8	-4
	2	6	-4	2	-1	3	2

Es decir:
$r(x) = -x^2 + 3x + 4$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
\frac{1}{2} & 2 & 5 & -4 & 17 & 4 & -2 & 6 \\
\hline
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & -2 & 1 & & \\
\frac{-3}{2} & & & 3 & -9 & 6 & -3 & \\
-2 & & & & -4 & -12 & 8 & -4 \\
\hline
 & 2 & 6 & -4 & 2 & -1 & 3 & 2
\end{array}$$

Es decir:

$r(x) = -x^2 + 3x + 4$

$c(x) = \frac{1}{2}(2x^3 + 6x^2 - 4x + 2) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1.$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

En resumen, tenemos que:

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

En resumen, tenemos que:

$$c(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1.$$

División de polinomios II

$$p(x) = 2x^6 + 5x^5 - 4x^4 + 17x^3 + 4x^2 - 2x + 6$$
$$q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

En resumen, tenemos que:

$$c(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1.$$

$$r(x) = -x^2 + 3x + 2.$$

División de polinomios III

División de polinomios III

Vamos a hacer ahora una división de dos polinomios con coeficientes en un cuerpo finito.

División de polinomios III

Vamos a hacer ahora una división de dos polinomios con coeficientes en un cuerpo finito.
Tomamos por ejemplo, $K = \mathbb{Z}_{11}$.

División de polinomios III

Vamos a hacer ahora una división de dos polinomios con coeficientes en un cuerpo finito.
Tomamos por ejemplo, $K = \mathbb{Z}_{11}$.
Sean $p(x) = 4x^6 + 8z^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6$ y $q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2$.

División de polinomios III

Vamos a hacer ahora una división de dos polinomios con coeficientes en un cuerpo finito.
Tomamos por ejemplo, $K = \mathbb{Z}_{11}$.
Sean $p(x) = 4x^6 + 8z^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6$ y $q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2$.
Comenzamos calculando el inverso del coeficiente líder del divisor:
$5^{-1} = 9$.

División de polinomios III

Vamos a hacer ahora una división de dos polinomios con coeficientes en un cuerpo finito.
Tomamos por ejemplo, $K = \mathbb{Z}_{11}$.
Sean $p(x) = 4x^6 + 8z^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6$ y $q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2$.
Comenzamos calculando el inverso del coeficiente líder del divisor:
$5^{-1} = 9$.
Una vez hecho esto, comenzamos el algoritmo.

División de polinomios III

$$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6;$ $\qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{rr|ccccccc}
5^{-1} = & 9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
-7\cdot 9 = & 3 & & & & & & & \\
-3\cdot 9 = & 6 & & & & & & & \\
-2\cdot 9 = & 4 & & & & & & & \\
\hline
 & & & & & & & &
\end{array}
$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & & & & & & \\
6 & & & & & & & \\
4 & & & & & & & \\
\hline
 & 4 & & & & & &
\end{array}
$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6;$ $\qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & & & & & \\
6 & & & & & & & \\
4 & & & & & & & \\
\hline
 & 4 & & & & & &
\end{array}
$$

$4 \cdot 3 = 12 = 1$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & & & & & \\
6 & & & 2 & & & & \\
4 & & & & & & & \\
\hline
 & 4 & & & & & &
\end{array}
$$

$4 \cdot 6 = 24 = 2$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & & & & & \\
6 & & & 2 & & & & \\
4 & & & & 5 & & & \\
\hline
 & 4 & & & & & &
\end{array}$$

$4 \cdot 4 = 16 = 5$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & & & & & \\
6 & & & 2 & & & & \\
4 & & & & 5 & & & \\
\hline
 & 4 & \color{red}{9} & & & & &
\end{array}$$

$8 + 1 = 9$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & \color{red}{5} & & & & \\
6 & & & 2 & & & & \\
4 & & & & 5 & & & \\
\hline
 & 4 & 9 & & & & &
\end{array}
\qquad 9 \cdot 3 = 27 = 5
$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & & & & \\
6 & & & 2 & \color{red}{10} & & & \\
4 & & & & 5 & & & \\
\hline
 & 4 & 9 & & & & &
\end{array}
$$

$9 \cdot 6 = 54 = 10$

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & & & & \\
6 & & & 2 & 10 & & & \\
4 & & & & 5 & 3 & & \\
\hline
 & 4 & 9 & & & & &
\end{array}
$$

$9 \cdot 4 = 36 = 3$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & & & & \\
6 & & & 2 & 10 & & & \\
4 & & & & 5 & 3 & & \\
\hline
 & 4 & 9 & \color{red}{7} & & & &
\end{array}
$$

$0 + 2 + 5 = 7$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6;\qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

9	4	8	0	10	4	5	6
3		1	5	10			
6			2	10			
4				5	3		
	4	9	7				

$$7 \cdot 3 = 21 = 10$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & 10 & & & \\
6 & & & 2 & 10 & \color{red}{9} & & \\
4 & & & & 5 & 3 & & \\
\hline
 & 4 & 9 & 7 & & & &
\end{array}
$$

$$7 \cdot 6 = 42 = 9$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & 10 & & & \\
6 & & & 2 & 10 & 9 & & \\
4 & & & & 5 & 3 & \color{red}{6} & \\
\hline
 & 4 & 9 & 7 & & & &
\end{array}$$

$$7 \cdot 4 = 28 = 6$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6;$ $\qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

9	4	8	0	10	4	5	6
3		1	5	10			
6			2	10	9		
4				5	3	6	
	4	9	7	2			

$10 + 5 + 10 + 10 = 2$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & 10 & \color{red}{6} & & \\
6 & & & 2 & 10 & 9 & & \\
4 & & & & 5 & 3 & 6 & \\
\hline
 & 4 & 9 & 7 & 2 & & &
\end{array}
$$

$2 \cdot 3 = 6$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & 10 & 6 & & \\
6 & & & 2 & 10 & 9 & \color{red}{1} & \\
4 & & & & 5 & 3 & 6 & \\
\hline
 & 4 & 9 & 7 & 2 & & &
\end{array}
$$

$2 \cdot 6 = 12 = 1$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

9	4	8	0	10	4	5	6
3		1	5	10	6		
6			2	10	9	1	
4				5	3	6	8
	4	9	7	2			

$2 \cdot 4 = 8$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6;$ $\qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & 10 & 6 & & \\
6 & & & 2 & 10 & 9 & 1 & \\
4 & & & & 5 & 3 & 6 & 8 \\
\hline
 & 4 & 9 & 7 & 2 & \color{red}{0} & &
\end{array}$$

$3+9+4+6 = 22 = 0$

División de polinomios III

$$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$$

9	4	8	0	10	4	5	6
3		1	5	10	6		
6			2	10	9	1	
4				5	3	6	8
	4	9	7	2	0	1	

$$5 + 6 + 1 = 12 = 1$$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
9 & 4 & 8 & 0 & 10 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
3 & & 1 & 5 & 10 & 6 & & \\
6 & & & 2 & 10 & 9 & 1 & \\
4 & & & & 5 & 3 & 6 & 8 \\
\hline
 & 4 & 9 & 7 & 2 & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{3}
\end{array}
$$

$6 + 8 = 14 = 3$

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

9	4	8	0	10	4	5	6
3		1	5	10	6		
6			2	10	9	1	
4				5	3	6	8
	4	9	7	2	0	1	3

Y ya hemos terminado la división. Tenemos:

División de polinomios III

$p(x) = 4x^6 + 8x^5 + 10x^3 + 4x^2 + 5x + 6; \qquad q(x) = 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2.$

9	4	8	0	10	4	5	6
3		1	5	10	6		
6			2	10	9	1	
4				5	3	6	8
	4	9	7	2	0	1	3

Y ya hemos terminado la división. Tenemos:

$$c(x) = 9 \cdot (4x^3 + 9x^2 + 7x + 2) = 3x^3 + 4x^2 + 8x + 7; \quad r(x) = x + 3.$$

División de polinomios IV

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & & & & & \\ \hline & & & & & & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & & & & & \\ \hline & 1 & & & & & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 1 \cdot 4 = 4 & & & & \\ \hline & 1 & & & & & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & & & & \\ \hline & 1 & 4+4=1 & & & & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\
4 & & 4 & 1 \cdot 4 = 4 & & & \\
\hline
 & 1 & 1 & & & &
\end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & & & \\ \hline & 1 & 1 & 6+4=3 & & & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 3 \cdot 4 = 5 & & \\ \hline & 1 & 1 & 3 & & & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\
4 & & 4 & 4 & 5 & & \\
\hline
 & 1 & 1 & 3 & 3+5=1 & &
\end{array}
$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 5 & 1 \cdot 4 = 4 & \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 1 & & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 1 & 3+4=0 & \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\
4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & 0 \cdot 4 = 0 \\
\hline
 & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 &
\end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4+0=4 \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1.
Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4 \end{array}$$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4 \end{array}$$

El resultado de la división es:

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\
4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & 0 \\
\hline
 & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4
\end{array}$$

El resultado de la división es:

$c(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + x; \quad r(x) = 4.$

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4 \end{array}$$

El resultado de la división es:

$$c(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + x; \quad r(x) = 4.$$

Notemos que el resto coincide con la evaluación del polinomio en $x = 4$. Es decir, $p(4) = 4$.

División de polinomios IV

Vamos por último a hacer la división por un polinomio mónico de grado 1. Por ejemplo, tomamos $p(x) = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_7[x]$ y $q(x) = x + 3$.
Claramente, $x + 3 = x - 4$.

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 4 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & & 4 & 4 & 5 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4 \end{array}$$

El resultado de la división es:

$$c(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + x; \quad r(x) = 4.$$

Notemos que el resto coincide con la evaluación del polinomio en $x = 4$. Es decir, $p(4) = 4$.