

# Planteamiento general

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.  
Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.  
Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.  
Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$ .*

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\{A, B, C\}$$



# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\{A, B, C\} \quad \{A, B, D\}$$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\{A, B, C\} \quad \{A, B, D\} \quad \{A, B, E\}$$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\{A, B, C\} \quad \{A, B, D\} \quad \{A, B, E\} \quad \{A, C, D\}$$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\{A, B, C\} \quad \{A, B, D\} \quad \{A, B, E\} \quad \{A, C, D\} \quad \{A, C, E\}$$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$\{A, B, C\}$     $\{A, B, D\}$     $\{A, B, E\}$     $\{A, C, D\}$     $\{A, C, E\}$   
 $\{A, D, E\}$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\begin{array}{ccccc} \{A, B, C\} & \{A, B, D\} & \{A, B, E\} & \{A, C, D\} & \{A, C, E\} \\ \{A, D, E\} & \{B, C, D\} & & & \end{array}$$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\begin{array}{ccccc} \{A, B, C\} & \{A, B, D\} & \{A, B, E\} & \{A, C, D\} & \{A, C, E\} \\ \{A, D, E\} & \{B, C, D\} & \{B, C, E\} & & \end{array}$$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\begin{array}{ccccc} \{A, B, C\} & \{A, B, D\} & \{A, B, E\} & \{A, C, D\} & \{A, C, E\} \\ \{A, D, E\} & \{B, C, D\} & \{B, C, E\} & \{B, D, E\} & \end{array}$$



# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\begin{array}{ccccc} \{A, B, C\} & \{A, B, D\} & \{A, B, E\} & \{A, C, D\} & \{A, C, E\} \\ \{A, D, E\} & \{B, C, D\} & \{B, C, E\} & \{B, D, E\} & \{C, D, E\} \end{array}$$

# Planteamiento general

Tenemos un conjunto de  $n$  elementos, y queremos elegir  $m$  de ellos.

Nos preguntamos de cuántas formas distintas lo podemos hacer.

Vamos a denotar a ese número como  $C_m^n$ .

Y lo leeremos *combinaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Por ejemplo. Tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E\}$  y elegimos 3 elementos.

Las distintas formas de elegir estos tres elementos son:

$$\begin{array}{ccccc} \{A, B, C\} & \{A, B, D\} & \{A, B, E\} & \{A, C, D\} & \{A, C, E\} \\ \{A, D, E\} & \{B, C, D\} & \{B, C, E\} & \{B, D, E\} & \{C, D, E\} \end{array}$$

Y vemos que hay 10, lo que nos dice que  $C_3^5 = 10$ .

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ ,

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ , ya que la única forma de elegir  $n$  elementos de un conjunto de  $n$  elementos es tomarlos todos.

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ , ya que la única forma de elegir  $n$  elementos de un conjunto de  $n$  elementos es tomarlos todos.

También se tiene que  $C_1^n = n$ ,

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ , ya que la única forma de elegir  $n$  elementos de un conjunto de  $n$  elementos es tomarlos todos.

También se tiene que  $C_1^n = n$ , pues si tengo  $n$  elementos y quiero elegir 1 de ellos, tengo  $n$  formas distintas de hacerlo.



# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ , ya que la única forma de elegir  $n$  elementos de un conjunto de  $n$  elementos es tomarlos todos.

También se tiene que  $C_1^n = n$ , pues si tengo  $n$  elementos y quiero elegir 1 de ellos, tengo  $n$  formas distintas de hacerlo.

Es fácil ver también que  $C_{n-1}^n = n$ ,

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ , ya que la única forma de elegir  $n$  elementos de un conjunto de  $n$  elementos es tomarlos todos.

También se tiene que  $C_1^n = n$ , pues si tengo  $n$  elementos y quiero elegir 1 de ellos, tengo  $n$  formas distintas de hacerlo.

Es fácil ver también que  $C_{n-1}^n = n$ , pues si de  $n$  elementos tengo que elegir  $n - 1$ , lo único que tengo que hacer es quitar 1.

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ , ya que la única forma de elegir  $n$  elementos de un conjunto de  $n$  elementos es tomarlos todos.

También se tiene que  $C_1^n = n$ , pues si tengo  $n$  elementos y quiero elegir 1 de ellos, tengo  $n$  formas distintas de hacerlo.

Es fácil ver también que  $C_{n-1}^n = n$ , pues si de  $n$  elementos tengo que elegir  $n - 1$ , lo único que tengo que hacer es quitar 1. Y eso se puede hacer de  $n$  formas distintas.

# Algunas propiedades (condiciones iniciales)

Antes de encontrar una expresión general para  $C_m^n$  vamos a ver algunas propiedades de estos números y algunos cálculos sencillos.

En primer lugar, tenemos que  $C_n^n = 1$ , ya que la única forma de elegir  $n$  elementos de un conjunto de  $n$  elementos es tomarlos todos.

También se tiene que  $C_1^n = n$ , pues si tengo  $n$  elementos y quiero elegir 1 de ellos, tengo  $n$  formas distintas de hacerlo.

Es fácil ver también que  $C_{n-1}^n = n$ , pues si de  $n$  elementos tengo que elegir  $n - 1$ , lo único que tengo que hacer es quitar 1. Y eso se puede hacer de  $n$  formas distintas.

Esto último nos introduce en otra propiedad más general que veremos en la siguiente diapositiva.

# Algunas propiedades (simetría)

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ .

## Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

## Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .



## Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$$AB \longleftrightarrow CDE$$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$$AB \longleftrightarrow CDE \quad AC \longleftrightarrow BDE$$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$$AB \longleftrightarrow CDE \quad AC \longleftrightarrow BDE \quad AD \longleftrightarrow BCE$$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}; \{A, C\}; \{A, D\}; \{A, E\}; \{B, C\}; \{B, D\}; \{B, E\}; \{C, D\}; \{C, E\}; \{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$$AB \longleftrightarrow CDE \quad AC \longleftrightarrow BDE \quad AD \longleftrightarrow BCE \quad AE \longleftrightarrow BCD$$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}; \{A, C\}; \{A, D\}; \{A, E\}; \{B, C\}; \{B, D\}; \{B, E\}; \{C, D\}; \{C, E\}; \{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$$AB \longleftrightarrow CDE \quad AC \longleftrightarrow BDE \quad AD \longleftrightarrow BCE \quad AE \longleftrightarrow BCD \quad BC \longleftrightarrow ADE$$



# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}; \{A, C\}; \{A, D\}; \{A, E\}; \{B, C\}; \{B, D\}; \{B, E\}; \{C, D\}; \{C, E\}; \{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$AB \longleftrightarrow CDE \quad AC \longleftrightarrow BDE \quad AD \longleftrightarrow BCE \quad AE \longleftrightarrow BCD \quad BC \longleftrightarrow ADE$   
 $BD \longleftrightarrow ACE$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}; \{A, C\}; \{A, D\}; \{A, E\}; \{B, C\}; \{B, D\}; \{B, E\}; \{C, D\}; \{C, E\}; \{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$AB \longleftrightarrow CDE \quad AC \longleftrightarrow BDE \quad AD \longleftrightarrow BCE \quad AE \longleftrightarrow BCD \quad BC \longleftrightarrow ADE$   
 $BD \longleftrightarrow ACE \quad BE \longleftrightarrow ACD$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$$\begin{array}{llll} AB \longleftrightarrow CDE & AC \longleftrightarrow BDE & AD \longleftrightarrow BCE & AE \longleftrightarrow BCD \quad BC \longleftrightarrow ADE \\ BD \longleftrightarrow ACE & BE \longleftrightarrow ACD & CD \longleftrightarrow ABE & \end{array}$$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$AB \longleftrightarrow CDE$	$AC \longleftrightarrow BDE$	$AD \longleftrightarrow BCE$	$AE \longleftrightarrow BCD$	$BC \longleftrightarrow ADE$
$BD \longleftrightarrow ACE$	$BE \longleftrightarrow ACD$	$CD \longleftrightarrow ABE$	$CE \longleftrightarrow ABD$	

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}; \{A, C\}; \{A, D\}; \{A, E\}; \{B, C\}; \{B, D\}; \{B, E\}; \{C, D\}; \{C, E\}; \{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$AB \longleftrightarrow CDE$	$AC \longleftrightarrow BDE$	$AD \longleftrightarrow BCE$	$AE \longleftrightarrow BCD$	$BC \longleftrightarrow ADE$
$BD \longleftrightarrow ACE$	$BE \longleftrightarrow ACD$	$CD \longleftrightarrow ABE$	$CE \longleftrightarrow ABD$	$DE \longleftrightarrow ABC$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}; \{A, C\}; \{A, D\}; \{A, E\}; \{B, C\}; \{B, D\}; \{B, E\}; \{C, D\}; \{C, E\}; \{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$AB \longleftrightarrow CDE$	$AC \longleftrightarrow BDE$	$AD \longleftrightarrow BCE$	$AE \longleftrightarrow BCD$	$BC \longleftrightarrow ADE$
$BD \longleftrightarrow ACE$	$BE \longleftrightarrow ACD$	$CD \longleftrightarrow ABE$	$CE \longleftrightarrow ABD$	$DE \longleftrightarrow ABC$

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$AB \longleftrightarrow CDE$	$AC \longleftrightarrow BDE$	$AD \longleftrightarrow BCE$	$AE \longleftrightarrow BCD$	$BC \longleftrightarrow ADE$
$BD \longleftrightarrow ACE$	$BE \longleftrightarrow ACD$	$CD \longleftrightarrow ABE$	$CE \longleftrightarrow ABD$	$DE \longleftrightarrow ABC$

Esto puede hacerse para cualquier elección de  $m$  elementos de un conjunto de cardinal  $n$ .

# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$AB \longleftrightarrow CDE$	$AC \longleftrightarrow BDE$	$AD \longleftrightarrow BCE$	$AE \longleftrightarrow BCD$	$BC \longleftrightarrow ADE$
$BD \longleftrightarrow ACE$	$BE \longleftrightarrow ACD$	$CD \longleftrightarrow ABE$	$CE \longleftrightarrow ABD$	$DE \longleftrightarrow ABC$

Esto puede hacerse para cualquier elección de  $m$  elementos de un conjunto de cardinal  $n$ . Es lo mismo elegir los  $m$  elementos que forman parte del conjunto como los  $n - m$  que se quedan fuera.



# Algunas propiedades (simetría)

Vamos a calcular  $C_2^5$ . Para eso, escribimos todas las posibilidades de elegir dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$ . Estas formas son:

$\{A, B\}$ ;  $\{A, C\}$ ;  $\{A, D\}$ ;  $\{A, E\}$ ;  $\{B, C\}$ ;  $\{B, D\}$ ;  $\{B, E\}$ ;  $\{C, D\}$ ;  $\{C, E\}$ ;  $\{D, E\}$ .

Vemos que  $C_2^5 = 10$ , que coincide con  $C_3^5$ .

Esta coincidencia no es casual, pues elegir dos elementos de un conjunto de 5 es lo mismo que elegir los 3 elementos que no van a estar.

Dicho de otra forma: cada elección de dos elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E\}$  se corresponde 1 a 1 con una elección de tres elementos del mismo conjunto.

Esta correspondencia sería la siguiente:

$$\begin{array}{llllll} AB \longleftrightarrow CDE & AC \longleftrightarrow BDE & AD \longleftrightarrow BCE & AE \longleftrightarrow BCD & BC \longleftrightarrow ADE \\ BD \longleftrightarrow ACE & BE \longleftrightarrow ACD & CD \longleftrightarrow ABE & CE \longleftrightarrow ABD & DE \longleftrightarrow ABC \end{array}$$

Esto puede hacerse para cualquier elección de  $m$  elementos de un conjunto de cardinal  $n$ . Es lo mismo elegir los  $m$  elementos que forman parte del conjunto como los  $n - m$  que se quedan fuera.

En definitiva, se tiene que  $C_m^n = C_{n-m}^n$ .

# Algunas propiedades (recursividad)

## Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos.

## Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

## Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección.

# Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección. Elegimos entonces dos elementos de  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (esto se puede hacer de  $C_2^6$  formas distintas)

# Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección. Elegimos entonces dos elementos de  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (esto se puede hacer de  $C_2^6$  formas distintas)

$AB$	$AC$	$AD$	$AE$	$AF$
$BC$	$BD$	$BE$	$BF$	$CD$
$CE$	$CF$	$DE$	$DF$	$EF$

# Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección. Elegimos entonces dos elementos de  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (esto se puede hacer de  $C_2^6$  formas distintas), y le añadimos el elemento  $G$  a cada una de ellas.

$AB$	$AC$	$AD$	$AE$	$AF$
$BC$	$BD$	$BE$	$BF$	$CD$
$CE$	$CF$	$DE$	$DF$	$EF$



# Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección. Elegimos entonces dos elementos de  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (esto se puede hacer de  $C_2^6$  formas distintas), y le añadimos el elemento  $G$  a cada una de ellas.

$ABG$	$ACG$	$ADG$	$AEG$	$AFG$
$BCG$	$BDG$	$BEG$	$BFG$	$CDG$
$CEG$	$CFG$	$DEG$	$DFG$	$EFG$

# Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección. Elegimos entonces dos elementos de  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (esto se puede hacer de  $C_2^6$  formas distintas), y le añadimos el elemento  $G$  a cada una de ellas.

$ABG$	$ACG$	$ADG$	$AEG$	$AFG$
$BCG$	$BDG$	$BEG$	$BFG$	$CDG$
$CEG$	$CFG$	$DEG$	$DFG$	$EFG$

- El elemento  $G$  no forma parte de la elección. Elegimos entonces 3 elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (que podemos hacer de  $C_3^6$  formas).

# Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección. Elegimos entonces dos elementos de  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (esto se puede hacer de  $C_2^6$  formas distintas), y le añadimos el elemento  $G$  a cada una de ellas.

$ABG$	$ACG$	$ADG$	$AEG$	$AFG$
$BCG$	$BDG$	$BEG$	$BFG$	$CDG$
$CEG$	$CFG$	$DEG$	$DFG$	$EFG$

- El elemento  $G$  no forma parte de la elección. Elegimos entonces 3 elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (que podemos hacer de  $C_3^6$  formas).

$ABC$	$ABD$	$ABE$	$ABF$	$ACD$	$ACE$	$ACF$	$ADE$	$ADF$	$AEF$
$BCD$	$BCE$	$BCF$	$BDE$	$BDF$	$BEF$	$CDE$	$CDF$	$CEF$	$DEF$

# Algunas propiedades (recursividad)

Vamos a calcular ahora  $C_3^7$ . Para esto, tomamos el conjunto  $X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  y elegimos tres elementos. Pero lo haremos distinguiendo dos casos:

- El elemento  $G$  forma parte de la elección. Elegimos entonces dos elementos de  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (esto se puede hacer de  $C_2^6$  formas distintas), y le añadimos el elemento  $G$  a cada una de ellas.

$ABG$	$ACG$	$ADG$	$AEG$	$AFG$
$BCG$	$BDG$	$BEG$	$BFG$	$CDG$
$CEG$	$CFG$	$DEG$	$DFG$	$EFG$

- El elemento  $G$  no forma parte de la elección. Elegimos entonces 3 elementos del conjunto  $\{A, B, C, D, E, F\}$  (que podemos hacer de  $C_3^6$  formas).

$ABC$	$ABD$	$ABE$	$ABF$	$ACD$	$ACE$	$ACF$	$ADE$	$ADF$	$AEF$
$BCD$	$BCE$	$BCF$	$BDE$	$BDF$	$BEF$	$CDE$	$CDF$	$CEF$	$DEF$

Y ya están todas. Vemos que  $C_3^7 = C_2^6 + C_3^6 = 15 + 20 = 35$ .

# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

## Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

## Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

- El elemento  $x_n$  forma parte de los elegidos.



# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

- El elemento  $x_n$  forma parte de los elegidos.  
En este caso, lo que hay que hacer es elegir  $m - 1$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  y luego añadir a estos el elemento  $x_n$ .

# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

- El elemento  $x_n$  forma parte de los elegidos.  
En este caso, lo que hay que hacer es elegir  $m - 1$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  y luego añadir a estos el elemento  $x_n$ .  
Esto se puede hacer de  $C_{m-1}^{n-1}$  formas.

# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

- El elemento  $x_n$  forma parte de los elegidos.  
En este caso, lo que hay que hacer es elegir  $m - 1$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  y luego añadir a estos el elemento  $x_n$ .  
Esto se puede hacer de  $C_{m-1}^{n-1}$  formas.
- El elemento  $x_n$  no forma parte de los elegidos.

# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

- El elemento  $x_n$  forma parte de los elegidos.  
En este caso, lo que hay que hacer es elegir  $m - 1$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  y luego añadir a estos el elemento  $x_n$ .  
Esto se puede hacer de  $C_{m-1}^{n-1}$  formas.
- El elemento  $x_n$  no forma parte de los elegidos.  
En este caso, hay que elegir  $m$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ .

# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

- El elemento  $x_n$  forma parte de los elegidos.  
En este caso, lo que hay que hacer es elegir  $m - 1$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  y luego añadir a estos el elemento  $x_n$ .  
Esto se puede hacer de  $C_{m-1}^{n-1}$  formas.
- El elemento  $x_n$  no forma parte de los elegidos.  
En este caso, hay que elegir  $m$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ .  
Esto puede hacerse de  $C_m^{n-1}$  formas distintas.

# Algunas propiedades (recursividad)

Sea  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  un conjunto con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de ellos. Esto se puede hacer de  $C_m^n$  formas distintas.

Para contar de cuántas formas se puede hacer distinguimos dos casos:

- El elemento  $x_n$  forma parte de los elegidos.  
En este caso, lo que hay que hacer es elegir  $m - 1$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  y luego añadir a estos el elemento  $x_n$ .  
Esto se puede hacer de  $C_{m-1}^{n-1}$  formas.
- El elemento  $x_n$  no forma parte de los elegidos.  
En este caso, hay que elegir  $m$  elementos del conjunto  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ .  
Esto puede hacerse de  $C_m^{n-1}$  formas distintas.

En resumen tenemos que  $C_m^n = C_{m-1}^{n-1} + C_m^{n-1}$ .

# Algunas propiedades. Resumen.

# Algunas propiedades. Resumen.

Vamos a recopilar las propiedades que hemos visto en las diapositivas anteriores.



## Algunas propiedades. Resumen.

Vamos a recopilar las propiedades que hemos visto en las diapositivas anteriores.

En lugar de escribir  $C_m^n$  vamos a escribir  $\binom{n}{m}$ . Estos números se denominan coeficientes binomiales. Tenemos entonces:

# Algunas propiedades. Resumen.

Vamos a recopilar las propiedades que hemos visto en las diapositivas anteriores.

En lugar de escribir  $C_m^n$  vamos a escribir  $\binom{n}{m}$ . Estos números se denominan coeficientes binomiales. Tenemos entonces:

- $\binom{n}{n} = 1.$

# Algunas propiedades. Resumen.

Vamos a recopilar las propiedades que hemos visto en las diapositivas anteriores.

En lugar de escribir  $C_m^n$  vamos a escribir  $\binom{n}{m}$ . Estos números se denominan coeficientes binomiales. Tenemos entonces:

- $\binom{n}{n} = 1.$
- $\binom{n}{1} = n.$

# Algunas propiedades. Resumen.

Vamos a recopilar las propiedades que hemos visto en las diapositivas anteriores.

En lugar de escribir  $C_m^n$  vamos a escribir  $\binom{n}{m}$ . Estos números se denominan coeficientes binomiales. Tenemos entonces:

- $\binom{n}{n} = 1.$
- $\binom{n}{1} = n.$
- $\binom{n}{m} = \binom{n}{n-m}.$

# Algunas propiedades. Resumen.

Vamos a recopilar las propiedades que hemos visto en las diapositivas anteriores.

En lugar de escribir  $C_m^n$  vamos a escribir  $\binom{n}{m}$ . Estos números se denominan coeficientes binomiales. Tenemos entonces:

- $\binom{n}{n} = 1.$
- $\binom{n}{1} = n.$
- $\binom{n}{m} = \binom{n}{n-m}.$
- $\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m}.$

# Algunas propiedades. Resumen.

Vamos a recopilar las propiedades que hemos visto en las diapositivas anteriores.

En lugar de escribir  $C_m^n$  vamos a escribir  $\binom{n}{m}$ . Estos números se denominan coeficientes binomiales. Tenemos entonces:

- $\binom{n}{n} = 1$ .
- $\binom{n}{1} = n$ .
- $\binom{n}{m} = \binom{n}{n-m}$ .
- $\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m}$ .

Notemos que las propiedades 2 y 3 nos dicen que  $\binom{n}{n-1} = n$  (algo que ya sabíamos) y las propiedades 1 y 3 que  $\binom{n}{0} = 1$ .

# Cálculo del número de combinaciones.

# Cálculo del número de combinaciones.

Vamos a calcular cuánto vale  $C_m^n$ .



# Cálculo del número de combinaciones.

Vamos a calcular cuánto vale  $C_m^n$ .

Para eso, recordamos antes las variaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$ .

# Cálculo del número de combinaciones.

Vamos a calcular cuánto vale  $C_m^n$ .

Para eso, recordamos antes las variaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$ .

Tenemos un conjunto  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  con  $n$  elementos.

# Cálculo del número de combinaciones.

Vamos a calcular cuánto vale  $C_m^n$ .

Para eso, recordamos antes las variaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$ .

Tenemos un conjunto  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de estos elementos. Pero ahora importa, no sólo los elementos que elijamos, sino también el orden en que lo hagamos.

# Cálculo del número de combinaciones.

Vamos a calcular cuánto vale  $C_m^n$ .

Para eso, recordamos antes las variaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$ .

Tenemos un conjunto  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de estos elementos. Pero ahora importa, no sólo los elementos que elijamos, sino también el orden en que lo hagamos.

Así, si  $X = \{A, B, C, D, E\}$  no es lo mismo elegir  $ABC$  que  $BCA$ .

# Cálculo del número de combinaciones.

Vamos a calcular cuánto vale  $C_m^n$ .

Para eso, recordamos antes las variaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$ .

Tenemos un conjunto  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de estos elementos. Pero ahora importa, no sólo los elementos que elijamos, sino también el orden en que lo hagamos.

Así, si  $X = \{A, B, C, D, E\}$  no es lo mismo elegir  $ABC$  que  $BCA$ .

El número de formas de elegirlo es  $V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ .

# Cálculo del número de combinaciones.

Vamos a calcular cuánto vale  $C_m^n$ .

Para eso, recordamos antes las variaciones (sin repetición) de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$ .

Tenemos un conjunto  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  con  $n$  elementos.

Elegimos  $m$  de estos elementos. Pero ahora importa, no sólo los elementos que elijamos, sino también el orden en que lo hagamos.

Así, si  $X = \{A, B, C, D, E\}$  no es lo mismo elegir  $ABC$  que  $BCA$ .

El número de formas de elegirlo es  $V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ .

Antes de calcular el número de combinaciones, vamos a ver un ejemplo.

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

Tenemos 5 personas, a las que vamos a dar tres premios de 1000, 500 y 200 euros.

## Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

Tenemos 5 personas, a las que vamos a dar tres premios de 1000, 500 y 200 euros.

Las formas distintas en que podemos repartir estos premios son las variaciones sin repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3.



## Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

Tenemos 5 personas, a las que vamos a dar tres premios de 1000, 500 y 200 euros.

Las formas distintas en que podemos repartir estos premios son las variaciones sin repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3.

Esto es igual a  $V_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$ .

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

Tenemos 5 personas, a las que vamos a dar tres premios de 1000, 500 y 200 euros.

Las formas distintas en que podemos repartir estos premios son las variaciones sin repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3.

Esto es igual a  $V_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$ .

Ahora vamos a obtener estas 60 formas en 2 etapas.

## Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$$\{A, B, C\}$$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$$\{A, B, C\}$$

$$\{A, B, D\}$$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

$\{A, C, E\}$



# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

$\{A, C, E\}$

$\{A, D, E\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

$\{A, C, E\}$

$\{A, D, E\}$

$\{B, C, D\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

$\{A, C, E\}$

$\{A, D, E\}$

$\{B, C, D\}$

$\{B, C, E\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

$\{A, C, E\}$

$\{A, D, E\}$

$\{B, C, D\}$

$\{B, C, E\}$

$\{B, D, E\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

$\{A, C, E\}$

$\{A, D, E\}$

$\{B, C, D\}$

$\{B, C, E\}$

$\{B, D, E\}$

$\{C, D, E\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

$\{A, B, E\}$

$\{A, C, D\}$

$\{A, C, E\}$

$\{A, D, E\}$

$\{B, C, D\}$

$\{B, C, E\}$

$\{B, D, E\}$

$\{C, D, E\}$

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$						
$\{A, B, E\}$						
$\{A, C, D\}$						
$\{A, C, E\}$						
$\{A, D, E\}$						
$\{B, C, D\}$						
$\{B, C, E\}$						
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$						
$\{A, C, D\}$						
$\{A, C, E\}$						
$\{A, D, E\}$						
$\{B, C, D\}$						
$\{B, C, E\}$						
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						



# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$						
$\{A, C, E\}$						
$\{A, D, E\}$						
$\{B, C, D\}$						
$\{B, C, E\}$						
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$	<i>ACD</i>	<i>ADC</i>	<i>CAD</i>	<i>CDA</i>	<i>DAC</i>	<i>DCA</i>
$\{A, C, E\}$						
$\{A, D, E\}$						
$\{B, C, D\}$						
$\{B, C, E\}$						
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$	<i>ACD</i>	<i>ADC</i>	<i>CAD</i>	<i>CDA</i>	<i>DAC</i>	<i>DCA</i>
$\{A, C, E\}$	<i>ACE</i>	<i>AEC</i>	<i>CAE</i>	<i>CEA</i>	<i>EAC</i>	<i>ECA</i>
$\{A, D, E\}$						
$\{B, C, D\}$						
$\{B, C, E\}$						
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$	<i>ACD</i>	<i>ADC</i>	<i>CAD</i>	<i>CDA</i>	<i>DAC</i>	<i>DCA</i>
$\{A, C, E\}$	<i>ACE</i>	<i>AEC</i>	<i>CAE</i>	<i>CEA</i>	<i>EAC</i>	<i>ECA</i>
$\{A, D, E\}$	<i>ADE</i>	<i>AED</i>	<i>DAE</i>	<i>DEA</i>	<i>EAD</i>	<i>EDA</i>
$\{B, C, D\}$						
$\{B, C, E\}$						
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$	<i>ACD</i>	<i>ADC</i>	<i>CAD</i>	<i>CDA</i>	<i>DAC</i>	<i>DCA</i>
$\{A, C, E\}$	<i>ACE</i>	<i>AEC</i>	<i>CAE</i>	<i>CEA</i>	<i>EAC</i>	<i>ECA</i>
$\{A, D, E\}$	<i>ADE</i>	<i>AED</i>	<i>DAE</i>	<i>DEA</i>	<i>EAD</i>	<i>EDA</i>
$\{B, C, D\}$	<i>BCD</i>	<i>BDC</i>	<i>CBD</i>	<i>CDB</i>	<i>DBC</i>	<i>DCB</i>
$\{B, C, E\}$						
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$	<i>ACD</i>	<i>ADC</i>	<i>CAD</i>	<i>CDA</i>	<i>DAC</i>	<i>DCA</i>
$\{A, C, E\}$	<i>ACE</i>	<i>AEC</i>	<i>CAE</i>	<i>CEA</i>	<i>EAC</i>	<i>ECA</i>
$\{A, D, E\}$	<i>ADE</i>	<i>AED</i>	<i>DAE</i>	<i>DEA</i>	<i>EAD</i>	<i>EDA</i>
$\{B, C, D\}$	<i>BCD</i>	<i>BDC</i>	<i>CBD</i>	<i>CDB</i>	<i>DBC</i>	<i>DCB</i>
$\{B, C, E\}$	<i>BCE</i>	<i>BEC</i>	<i>CBE</i>	<i>CEB</i>	<i>EBC</i>	<i>ECB</i>
$\{B, D, E\}$						
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$	<i>ACD</i>	<i>ADC</i>	<i>CAD</i>	<i>CDA</i>	<i>DAC</i>	<i>DCA</i>
$\{A, C, E\}$	<i>ACE</i>	<i>AEC</i>	<i>CAE</i>	<i>CEA</i>	<i>EAC</i>	<i>ECA</i>
$\{A, D, E\}$	<i>ADE</i>	<i>AED</i>	<i>DAE</i>	<i>DEA</i>	<i>EAD</i>	<i>EDA</i>
$\{B, C, D\}$	<i>BCD</i>	<i>BDC</i>	<i>CBD</i>	<i>CDB</i>	<i>DBC</i>	<i>DCB</i>
$\{B, C, E\}$	<i>BCE</i>	<i>BEC</i>	<i>CBE</i>	<i>CEB</i>	<i>EBC</i>	<i>ECB</i>
$\{B, D, E\}$	<i>BDE</i>	<i>BED</i>	<i>DBE</i>	<i>DEB</i>	<i>EBD</i>	<i>EDB</i>
$\{C, D, E\}$						

# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	<i>ABC</i>	<i>ACB</i>	<i>BAC</i>	<i>BCA</i>	<i>CAB</i>	<i>CBA</i>
$\{A, B, D\}$	<i>ABD</i>	<i>ADB</i>	<i>BAD</i>	<i>BDA</i>	<i>DAB</i>	<i>DBA</i>
$\{A, B, E\}$	<i>ABE</i>	<i>AEB</i>	<i>BAE</i>	<i>BEA</i>	<i>EAB</i>	<i>EBA</i>
$\{A, C, D\}$	<i>ACD</i>	<i>ADC</i>	<i>CAD</i>	<i>CDA</i>	<i>DAC</i>	<i>DCA</i>
$\{A, C, E\}$	<i>ACE</i>	<i>AEC</i>	<i>CAE</i>	<i>CEA</i>	<i>EAC</i>	<i>ECA</i>
$\{A, D, E\}$	<i>ADE</i>	<i>AED</i>	<i>DAE</i>	<i>DEA</i>	<i>EAD</i>	<i>EDA</i>
$\{B, C, D\}$	<i>BCD</i>	<i>BDC</i>	<i>CBD</i>	<i>CDB</i>	<i>DBC</i>	<i>DCB</i>
$\{B, C, E\}$	<i>BCE</i>	<i>BEC</i>	<i>CBE</i>	<i>CEB</i>	<i>EBC</i>	<i>ECB</i>
$\{B, D, E\}$	<i>BDE</i>	<i>BED</i>	<i>DBE</i>	<i>DEB</i>	<i>EBD</i>	<i>EDB</i>
$\{C, D, E\}$	<i>CDE</i>	<i>CED</i>	<i>DCE</i>	<i>DEC</i>	<i>ECD</i>	<i>EDC</i>



# Cálculo del número de combinaciones. Ejemplo

En primer lugar elegimos las tres personas premiadas (sin decidir que premio lleva cada uno). Esto se puede hacer de  $C_3^5 = \binom{5}{3} = 10$  formas (ya lo calculamos en la primera diapositiva).

Y ahora, para cada una de estas formas, ordenamos a las tres personas elegidas según el premio que reciben. Esto puede hacerse de  $V_3^3 = 3! = 6$  formas:

$\{A, B, C\}$	ABC	ACB	BAC	BCA	CAB	CBA
$\{A, B, D\}$	ABD	ADB	BAD	BDA	DAB	DBA
$\{A, B, E\}$	ABE	AEB	BAE	BEA	EAB	EBA
$\{A, C, D\}$	ACD	ADC	CAD	CDA	DAC	DCA
$\{A, C, E\}$	ACE	AEC	CAE	CEA	EAC	ECA
$\{A, D, E\}$	ADE	AED	DAE	DEA	EAD	EDA
$\{B, C, D\}$	BCD	BDC	CBD	CDB	DBC	DCB
$\{B, C, E\}$	BCE	BEC	CBE	CEB	EBC	ECB
$\{B, D, E\}$	BDE	BED	DBE	DEB	EBD	EDB
$\{C, D, E\}$	CDE	CED	DCE	DEC	ECD	EDC

Luego tenemos que  $V_3^5 = C_3^5 \cdot 3!$ .

# Cálculo del número de combinaciones.

En el caso general podemos razonar de forma análoga.

# Cálculo del número de combinaciones.

En el caso general podemos razonar de forma análoga.  
Esto nos daría que  $V_m^n = C_m^n \cdot m!$ .

# Cálculo del número de combinaciones.

En el caso general podemos razonar de forma análoga.

Esto nos daría que  $V_m^n = C_m^n \cdot m!$ .

Y puesto que  $V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ , tenemos que:

# Cálculo del número de combinaciones.

En el caso general podemos razonar de forma análoga.

Esto nos daría que  $V_m^n = C_m^n \cdot m!$ .

Y puesto que  $V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ , tenemos que:

$$\binom{n}{m}$$

# Cálculo del número de combinaciones.

En el caso general podemos razonar de forma análoga.

Esto nos daría que  $V_m^n = C_m^n \cdot m!$ .

Y puesto que  $V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ , tenemos que:

$$\binom{n}{m} = C_m^n$$

# Cálculo del número de combinaciones.

En el caso general podemos razonar de forma análoga.

Esto nos daría que  $V_m^n = C_m^n \cdot m!$ .

Y puesto que  $V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ , tenemos que:

$$\binom{n}{m} = C_m^n = \frac{V_m^n}{m!}$$

# Cálculo del número de combinaciones.

En el caso general podemos razonar de forma análoga.

Esto nos daría que  $V_m^n = C_m^n \cdot m!$ .

Y puesto que  $V_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ , tenemos que:

$$\binom{n}{m} = C_m^n = \frac{V_m^n}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$



# Planteamiento del problema.

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.  
Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:



# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

*RRRR*

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$

$RRRA$

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$        $RRRA$        $RRRV$

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$

$RRRA$

$RRRV$

$RRAA$

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$

$RRRA$

$RRRV$

$RRAA$

$RRAV$

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$

$RRRA$

$RRRV$

$RRAA$

$RRAV$

$RRVV$

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$

$RRRA$

$RRRV$

$RRAA$

$RRAV$

$RRVV$

$RAAA$

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos.  
Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$	$RRRA$	$RRRV$	$RRAA$	$RRAV$
$RRVV$	$RAAA$	$RAAV$		



# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$	$RRRA$	$RRRV$	$RRAA$	$RRAV$
$RRVV$	$RAAA$	$RAAV$	$RAVV$	

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$

$RRRA$

$RRRV$

$RRAA$

$RRAV$

$RRVV$

$RAAA$

$RAAV$

$RAVV$

$RVVV$

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$	$RRRA$	$RRRV$	$RRAA$	$RRAV$
$RRVV$	$RAAA$	$RAAV$	$RAVV$	$RVVV$
$AAAA$				

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$	$RRRA$	$RRRV$	$RRAA$	$RRAV$
$RRVV$	$RAAA$	$RAAV$	$RAVV$	$RVVV$
$AAAA$	$AAAV$			

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$	$RRRA$	$RRRV$	$RRAA$	$RRAV$
$RRVV$	$RAAA$	$RAAV$	$RAVV$	$RVVV$
$AAAA$	$AAAV$	$AAVV$		

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$	$RRRA$	$RRRV$	$RRAA$	$RAAV$
$RRVV$	$RAAA$	$RAAV$	$RAVV$	$RVVV$
$AAAA$	$AAAV$	$AAVV$	$AVVV$	

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

RRRR	RRRA	RRRV	RRAA	RAAV
RRVV	RAAA	RAAV	RAVV	RVVV
AAAA	AAAV	AAVV	AVVV	VVVV

# Planteamiento del problema.

Tenemos  $n$  tipos de objetos distintos. Extraemos  $m$  de ellos. Queremos determinar de cuántas formas podemos realizar esta extracción.

Asumimos que de cada tipo de objeto hay al menos  $m$ .

Al número de posibles extracciones lo denotaremos como  $CR_m^n$ , y lo leeremos como *combinaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $m$  en  $m$* .

Un ejemplo podría ser el siguiente:

Tenemos bolas rojas, amarillas y verdes (todas las bolas de un color son indistinguibles). Extraemos cuatro bolas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

Las posibles extracciones son:

$RRRR$	$RRRA$	$RRRV$	$RRAA$	$RAAV$
$RRVV$	$RAAA$	$RAAV$	$RAVV$	$RVVV$
$AAAA$	$AAAV$	$AAVV$	$AVVV$	$VVVV$

Esto nos dice que el número de combinaciones con repetición de tres elementos ( $R$ ,  $A$ ,  $V$ ) tomados de 4 en 4 es 15. Es decir,  $CR_4^3 = 15$ .



# Estudiamos un ejemplo.

Acabamos de ver todas las posibles extracciones de cuatro bolas de una urna que contiene tres tipos de bolas: rojas amarillas y verdes. Estas son:

# Estudiamos un ejemplo.

Acabamos de ver todas las posibles extracciones de cuatro bolas de una urna que contiene tres tipos de bolas: rojas amarillas y verdes. Estas son:

R	R	R	R
R	R	R	A
R	R	R	V
R	R	A	A
R	R	A	V
R	R	V	V
R	A	A	A
R	A	A	V
R	A	V	V
R	V	V	V
A	A	A	A
A	A	A	V
A	A	V	V
A	V	V	V
V	V	V	V

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>
<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>A</i>
<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>V</i>
<i>R</i>	<i>R</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
<i>R</i>	<i>R</i>	<i>A</i>	<i>V</i>
<i>R</i>	<i>R</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>R</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
<i>R</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>V</i>
<i>R</i>	<i>A</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>R</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>V</i>
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>A</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

	x	y	z
R	R	R	R
R	R	R	A
R	R	R	V
R	R	A	A
R	R	A	V
R	R	V	V
R	A	A	A
R	A	A	V
R	A	V	V
R	V	V	V
A	A	A	A
A	A	A	V
A	A	V	V
A	V	V	V
V	V	V	V

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
				4	0	0
R	R	R	R			
R	R	R	A			
R	R	R	V			
R	R	A	A			
R	R	A	V			
R	R	V	V			
R	A	A	A			
R	A	A	V			
R	A	V	V			
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V			
R	R	A	A			
R	R	A	V			
R	R	V	V			
R	A	A	A			
R	A	A	V			
R	A	V	V			
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A			
R	R	A	V			
R	R	V	V			
R	A	A	A			
R	A	A	V			
R	A	V	V			
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V			
R	R	V	V			
R	A	A	A			
R	A	A	V			
R	A	V	V			
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			



# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				$x$	$y$	$z$
$R$	$R$	$R$	$R$	4	0	0
$R$	$R$	$R$	$A$	3	1	0
$R$	$R$	$R$	$V$	3	0	1
$R$	$R$	$A$	$A$	2	2	0
$R$	$R$	$A$	$V$	2	1	1
$R$	$R$	$V$	$V$			
$R$	$A$	$A$	$A$			
$R$	$A$	$A$	$V$			
$R$	$A$	$V$	$V$			
$R$	$V$	$V$	$V$			
$A$	$A$	$A$	$A$			
$A$	$A$	$A$	$V$			
$A$	$A$	$V$	$V$			
$A$	$V$	$V$	$V$			
$V$	$V$	$V$	$V$			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A			
R	A	A	V			
R	A	V	V			
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V			
R	A	V	V			
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V			
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V			
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V	1	0	3
A	A	A	A			
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V	1	0	3
A	A	A	A	0	4	0
A	A	A	V			
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V	1	0	3
A	A	A	A	0	4	0
A	A	A	V	0	3	1
A	A	V	V			
A	V	V	V			
V	V	V	V			



# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V	1	0	3
A	A	A	A	0	4	0
A	A	A	V	0	3	1
A	A	V	V	0	2	2
A	V	V	V			
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V	1	0	3
A	A	A	A	0	4	0
A	A	A	V	0	3	1
A	A	V	V	0	2	2
A	V	V	V	0	1	3
V	V	V	V			

# Estudiamos un ejemplo.

Calculamos ahora todas las soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .  
Las colocamos en una columna a la derecha de las extracciones de bolas.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V	1	0	3
A	A	A	A	0	4	0
A	A	A	V	0	3	1
A	A	V	V	0	2	2
A	V	V	V	0	1	3
V	V	V	V	0	0	4

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z
R	R	R	R	4	0	0
R	R	R	A	3	1	0
R	R	R	V	3	0	1
R	R	A	A	2	2	0
R	R	A	V	2	1	1
R	R	V	V	2	0	2
R	A	A	A	1	3	0
R	A	A	V	1	2	1
R	A	V	V	1	1	2
R	V	V	V	1	0	3
A	A	A	A	0	4	0
A	A	A	V	0	3	1
A	A	V	V	0	2	2
A	V	V	V	0	1	3
V	V	V	V	0	0	4

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6
R	R	R	R	4	0	0						
R	R	R	A	3	1	0						
R	R	R	V	3	0	1						
R	R	A	A	2	2	0						
R	R	A	V	2	1	1						
R	R	V	V	2	0	2						
R	A	A	A	1	3	0						
R	A	A	V	1	2	1						
R	A	V	V	1	1	2						
R	V	V	V	1	0	3						
A	A	A	A	0	4	0						
A	A	A	V	0	3	1						
A	A	V	V	0	2	2						
A	V	V	V	0	1	3						
V	V	V	V	0	0	4						

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0							
R	R	R	V	3	0	1							
R	R	A	A	2	2	0							
R	R	A	V	2	1	1							
R	R	V	V	2	0	2							
R	A	A	A	1	3	0							
R	A	A	V	1	2	1							
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1							
R	R	A	A	2	2	0							
R	R	A	V	2	1	1							
R	R	V	V	2	0	2							
R	A	A	A	1	3	0							
R	A	A	V	1	2	1							
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0							
R	R	A	V	2	1	1							
R	R	V	V	2	0	2							
R	A	A	A	1	3	0							
R	A	A	V	1	2	1							
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							



# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1							
R	R	V	V	2	0	2							
R	A	A	A	1	3	0							
R	A	A	V	1	2	1							
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2							
R	A	A	A	1	3	0							
R	A	A	V	1	2	1							
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0							
R	A	A	V	1	2	1							
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1							
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2							
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3							
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0							
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1							
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							



# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2							
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3							
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4							

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	—	—	—	—	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	—	—	—	x	—	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	—	—	—	x	x	—	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	—	—	x	—	—	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	—	—	x	—	x	—	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}



# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	—	—	x	x	—	—	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	—	x	—	—	—	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	—	x	—	—	x	—	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	—	x	—	x	—	—	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R	x	A	x	V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	—	x	x	—	—	—	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R	x	A	x	V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	R	x	x	V	V	V	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	—	—	—	—	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R	x	A	x	V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	R	x	x	V	V	V	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	A	A	A	A	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	—	—	—	x	—	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R	x	A	x	V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	R	x	x	V	V	V	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	A	A	A	A	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	A	A	A	x	V	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	—	—	x	—	—	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}



# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R	x	A	x	V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	R	x	x	V	V	V	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	A	A	A	A	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	A	A	A	x	V	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	A	A	x	V	V	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	—	x	—	—	—	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R	x	A	x	V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	R	x	x	V	V	V	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	A	A	A	A	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	A	A	A	x	V	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	A	A	x	V	V	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	A	x	V	V	V	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	—	—	—	—	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R	x	x	{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R	x	A	x	{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R	x	x	V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R	x	A	A	x	{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R	x	A	x	V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R	x	x	V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R	x	A	A	A	x	{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R	x	A	A	x	V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R	x	A	x	V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	R	x	x	V	V	V	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0	x	A	A	A	A	x	{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1	x	A	A	A	x	V	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2	x	A	A	x	V	V	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3	x	A	x	V	V	V	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4	x	x	V	V	V	V	{1, 2}

# Estudiamos un ejemplo.

Ahora hacemos todas las posibles elecciones de dos elementos del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Representamos estas elecciones en dos columnas a la derecha.

				x	y	z	1	2	3	4	5	6	
R	R	R	R	4	0	0	R	R	R	R			{5, 6}
R	R	R	A	3	1	0	R	R	R		A		{4, 6}
R	R	R	V	3	0	1	R	R	R			V	{4, 5}
R	R	A	A	2	2	0	R	R		A	A		{3, 6}
R	R	A	V	2	1	1	R	R		A		V	{3, 5}
R	R	V	V	2	0	2	R	R			V	V	{3, 4}
R	A	A	A	1	3	0	R		A	A	A		{2, 6}
R	A	A	V	1	2	1	R		A	A		V	{2, 5}
R	A	V	V	1	1	2	R		A		V	V	{2, 4}
R	V	V	V	1	0	3	R			V	V	V	{2, 3}
A	A	A	A	0	4	0		A	A	A	A		{1, 6}
A	A	A	V	0	3	1		A	A	A		V	{1, 5}
A	A	V	V	0	2	2		A	A		V	V	{1, 4}
A	V	V	V	0	1	3		A		V	V	V	{1, 3}
V	V	V	V	0	0	4			V	V	V	V	{1, 2}

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .  
Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:



En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

Cada uno de estos números se corresponde con una bola: si el número es menor que  $y_1$  es una bola roja, si el número está entre  $y_1$  e  $y_2$  es una bola amarilla y si el número es mayor que  $y_2$  es una bola verde.

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

Cada uno de estos números se corresponde con una bola: si el número es menor que  $y_1$  es una bola roja, si el número está entre  $y_1$  e  $y_2$  es una bola amarilla y si el número es mayor que  $y_2$  es una bola verde.

El conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  debe tener entonces 4 elementos (pues extraemos 4 bolas).

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

Cada uno de estos números se corresponde con una bola: si el número es menor que  $y_1$  es una bola roja, si el número está entre  $y_1$  e  $y_2$  es una bola amarilla y si el número es mayor que  $y_2$  es una bola verde.

El conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  debe tener entonces 4 elementos (pues extraemos 4 bolas).

Y puesto que tenemos 3 tipos de bolas necesitamos  $3 - 1$  separadores.

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

Cada uno de estos números se corresponde con una bola: si el número es menor que  $y_1$  es una bola roja, si el número está entre  $y_1$  e  $y_2$  es una bola amarilla y si el número es mayor que  $y_2$  es una bola verde.

El conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  debe tener entonces 4 elementos (pues extraemos 4 bolas).

Y puesto que tenemos 3 tipos de bolas necesitamos  $3 - 1$  separadores.

Si partimos de  $n$  tipos de objetos (en lugar de 3), y extraemos  $m$  (en lugar de 4), necesitaremos  $n + m - 1$  elementos:  $m$  por el número de objetos que extraemos, y  $n - 1$  pues nos hacen falta  $n - 1$  separadores.

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

Cada uno de estos números se corresponde con una bola: si el número es menor que  $y_1$  es una bola roja, si el número está entre  $y_1$  e  $y_2$  es una bola amarilla y si el número es mayor que  $y_2$  es una bola verde.

El conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  debe tener entonces 4 elementos (pues extraemos 4 bolas).

Y puesto que tenemos 3 tipos de bolas necesitamos  $3 - 1$  separadores.

Si partimos de  $n$  tipos de objetos (en lugar de 3), y extraemos  $m$  (en lugar de 4), necesitaremos  $n + m - 1$  elementos:  $m$  por el número de objetos que extraemos, y  $n - 1$  pues nos hacen falta  $n - 1$  separadores.

Entonces, tenemos que  $CR_m^n = C_{n-1}^{n+m-1} = C_m^{n+m-1} = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$ .

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

Cada uno de estos números se corresponde con una bola: si el número es menor que  $y_1$  es una bola roja, si el número está entre  $y_1$  e  $y_2$  es una bola amarilla y si el número es mayor que  $y_2$  es una bola verde.

El conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  debe tener entonces 4 elementos (pues extraemos 4 bolas).

Y puesto que tenemos 3 tipos de bolas necesitamos  $3 - 1$  separadores.

Si partimos de  $n$  tipos de objetos (en lugar de 3), y extraemos  $m$  (en lugar de 4), necesitaremos  $n + m - 1$  elementos:  $m$  por el número de objetos que extraemos, y  $n - 1$  pues nos hacen falta  $n - 1$  separadores.

Entonces, tenemos que  $CR_m^n = C_{n-1}^{n+m-1} = C_m^{n+m-1} = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$ .

También hemos visto que  $CR_4^3$  es el número de soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .

En la diapositiva anterior hemos visto que  $CR_4^3 = C_2^6$ .

Es decir, del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  hemos de elegir 2 elementos.

Vemos que estos dos elementos que elegimos nos hacen de separadores.

Una vez hemos elegido estos dos elementos  $y_1, y_2$ , tenemos dividido el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  en tres partes:

Los números que son menores que  $y_1$ , los que están entre  $y_1$  e  $y_2$  y los que son mayores que  $y_2$ .

Cada uno de estos números se corresponde con una bola: si el número es menor que  $y_1$  es una bola roja, si el número está entre  $y_1$  e  $y_2$  es una bola amarilla y si el número es mayor que  $y_2$  es una bola verde.

El conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{y_1, y_2\}$  debe tener entonces 4 elementos (pues extraemos 4 bolas).

Y puesto que tenemos 3 tipos de bolas necesitamos  $3 - 1$  separadores.

Si partimos de  $n$  tipos de objetos (en lugar de 3), y extraemos  $m$  (en lugar de 4), necesitaremos  $n + m - 1$  elementos:  $m$  por el número de objetos que extraemos, y  $n - 1$  pues nos hacen falta  $n - 1$  separadores.

Entonces, tenemos que  $CR_m^n = C_{n-1}^{n+m-1} = C_m^{n+m-1} = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$ .

También hemos visto que  $CR_4^3$  es el número de soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 4$ .

En general,  $CR_m^n$  es el número de soluciones naturales de la ecuación

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = m.$$