

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

José Pedro de Santana Neto

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA  
ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS**

Florianópolis

2016



José Pedro de Santana Neto

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA  
ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS**

Dissertação submetido ao Programa  
de Pós-Graduação para a obtenção do  
Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.  
Orientador: Andrey Ricardo da Silva,  
Ph.D.

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor através do  
Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da  
UFSC.

A ficha de identificação é elaborada pelo próprio autor

Maiores informações em:  
<http://portalbu.ufsc.br/ficha>

José Pedro de Santana Neto

## **FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.

Florianópolis, 15 de Junho 2016.

---

Armando Albertazzi Gonçalves Júnior, Dr. Eng.  
Coordenador

### **Banca Examinadora:**

---

Primeiro membro  
Universidade ...

---

Andrey Ricardo da Silva, Ph.D.  
Orientador

---

Segundo membro  
Universidade ...



Este trabalho é dedicado aos meus colegas de classe e aos meus queridos pais.





## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço bla bla bla.



Texto da Epígrafe. Citação relativa ao tema do trabalho. É opcional. A epígrafe pode também aparecer na abertura de cada seção ou capítulo.

(Autor da epígrafe, ano)



## RESUMO

O texto do resumo deve ser digitado, em um único bloco, sem espaço de parágrafo. O resumo deve ser significativo, composto de uma sequência de frases concisas, afirmativas e não de uma enumeração de tópicos. Não deve conter citações. Deve usar o verbo na voz passiva. Abaixo do resumo, deve-se informar as palavras-chave (palavras ou expressões significativas retiradas do texto) ou, termos retirados de thesaurus da área.

**Palavras-chave:** Palavra-chave 1. Palavra-chave 2. Palavra-chave 3.



## ABSTRACT

Resumo traduzido para outros idiomas, neste caso, inglês. Segue o formato do resumo feito na língua vernácula. As palavras-chave traduzidas, versão em língua estrangeira, são colocadas abaixo do texto precedidas pela expressão “Keywords”, separadas por ponto.

**Keywords:** Keyword 1. Keyword 2. Keyword 3.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Magnitudes do coeficiente de reflexão $ R $ . . . . .	30
Figura 2	Coeficientes de correção de terminação $l/a$ . . . . .	31
Figura 3	Elaborado pelo autor. . . . .	39



## LISTA DE TABELAS



## LISTA DE ABREVIACÕES



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\ R\ $	Magnitude do coeficiente de reflexão
$l$	Coeficiente de correção da terminação
$a$	Raio do duto
$R_r$	Coeficiente de reflexão
$Z_r$	Impedância de radiação
$Z_0$	Impedância característica do meio
$i$	Número imaginário
$k$	Número de onda
$ka$	Número de Helmholtz
$Kp$	Fator de perda
$St$	Número de Strouhal





## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	25
1.1 CONTEXTO .....	25
1.2 PROBLEMA .....	26
1.3 OBJETIVOS .....	27
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	27
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	29
2.1 MODELOS ANALÍTICOS EXATOS .....	29
2.2 MODELOS ANALÍTICOS APROXIMADOS .....	32
2.3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS .....	32
2.4 MODELOS NUMÉRICOS .....	33
2.5 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE <i>LATTICE</i> BOLTZMANN .....	34
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	35
<b>4 RESULTADOS</b> .....	37
<b>5 CONCLUSÕES</b> .....	39
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	41



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO

Sistemas de fluxo de massa (exaustão e sucção) possuem uma forte colaboração na composição de sons e ruídos. Escapamentos, sistemas de ventilação, buzinas, motores aeronáuticos e aspiradores de pó são exemplos desses sistemas que estão altamente presentes no dia-a-dia. Cada vez mais a sociedade vem desenvolvendo consciência crítica dos danos que os ruídos desses tipos de sistemas podem acarretar a saúde da população. Tal fato é tão preponderante que, como é apresentado por Munjal (1987), desde os anos da década de 1920 há registros de esforços para entender e caracterizar esses tipos sistemas afim de colaborar com a manutenção e desenvolvimento de ambientes saudáveis no contexto acústico.

Há vários elementos estruturais que podem compor sistemas de exaustão, mas os dutos circulares se caracterizam como fundamentais e bastante presentes. Sua forma cilíndrica permite que vários fenômenos físicos possam ocorrer e interagir entre si, principalmente os fenômenos acústicos e de fluxo de massa (escoamentos). De acordo também com Munjal (1987), o corpo de estudos e conhecimentos da acústica interna de dutos está bem estabelecido, mas verifica-se na literatura vários questionamentos sobre o funcionamento do mesmo na presença de escoamentos (fenômenos aeroacústicos). Em vista disso, determinar a caracterização da acústica interna de dutos é de extrema importância visto as várias tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão sem um amparo técnico bem estabelecido da literatura no ponto de vista da aeroacústica.

Em geral, pode-se utilizar dois parâmetros para caracterizar o fenômeno da acústica interna de dutos:

- a magnitude do coeficiente de reflexão  $\|R\|$ , razão entre as componentes refletida e incidente da onda no duto;
- coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio do duto  $l/a$  em que  $a$  é o raio do duto. Tal parâmetro representa o comprimento acústico efetivo do duto. Em outras palavras, o fator  $l$  é a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual se deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida.

Com o uso desses dois parâmetros pode-se projetar dutos com um comportamento acústico adequado a diversas situações que exigem atenuação de ruídos em certas frequências, além de poder prever com mais acurácia já que grande parte dos estudos consideram a acústica interna de dutos sem escoamentos.

## 1.2 PROBLEMA

Com relação ao contexto abordado, a solução exata para o problema de um duto circular não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948). A solução assume que a espessura das paredes do duto são desprezíveis e o fluido é invíscido. A partir destas simplificações, as expressões exatas para  $\|R\|$  e  $l$  são obtidas utilizando-se a técnica de Wiener-Hopf.

Apesar da utilidade do modelo de Levine e Schwinger, em boa parte das aplicações práticas, dutos circulares transportam escoamentos médios. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto para lidar com a singularidade da velocidade de partícula nesta região.

É importante ressaltar que modelos exatos para os parâmetros de radiação de dutos se limitam a condições de contorno simples. No entanto, observa-se na prática situações diversas em que há presença de escoamentos de exaustão e sucção com diversas geometrias. Para estes casos, não existem modelos que considerem a influência do escoamento nas propriedades de radiação. Tal fato é bastante crítico pois o comportamento acústico de um sistemas submetidos a fluxos de massa muda consideravelmente.

No entanto, com o advento de novas tecnologias computacionais, é possível realizar procedimentos numéricos extremamente complexos com certa agilidade e precisão. *Softwares* como ANSYS (2017), COMSOL (2017) e PowerFLOW (2017) possuem a viabilidade de realizar cálculos de fluido dinâmica computacional de sistemas complexos como carros e aviões. Essa capacidade técnica é oriunda em maior parte pelas tecnologias de processamento paralelo multinúcleo de processadores e implementações de seus respectivos *softwares* protocolos como Open

MPI Project (2017). Essa evolução tecnológica é fundamental para esse presente trabalho e vem sendo essencial também para o surgimento de outras ferramentas, que dão suporte a exploração e descoberta de novos fenômenos físicos, antes muitas vezes inviáveis de estudar por alto custo de bancadas experimentais ou alta complexidade na consolidação de um modelo matemático representativo.

### 1.3 OBJETIVOS

Considerando a problemática discutida acima, o objetivo principal desse trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional para análise do comportamento acústico interno de dutos na presença de escoamentos de baixo número de Mach ( $M < 0,2$ ).

Tem-se como objetivos específicos:

- implementar e validar o método numérico e condições de contorno no ponto de vista acústico;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados sem escoamento e com ondas planas;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento de exaustão e com ondas planas;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento sugado e com ondas planas.

### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho está organizado em capítulos. O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica do problema de acústica de dutos e a aplicação do método de *lattice* Boltzmann nesse contexto. O capítulo 3 apresenta a metodologia do trabalho, apresentação do método numérico de *lattice* Boltzmann, o *software* desenvolvido como ferramenta computacional e o esquemático do modelo numérico. O capítulo 4 apresenta os resultados da implementação computacional, validações do modelo e análises com diferentes condições de escoamento. O capítulo 5 apresenta as conclusões e evoluções futuras do trabalho. Segue no final referências bibliográficas, apêndices e anexos.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica dos tópicos concernentes a acústica interna de dutos circulares. Os tópicos estão separados em modelos analíticos exatos, modelos analíticos aproximados, trabalhos experimentais, modelos numéricos e trabalhos relacionados ao desenvolvimento e aplicação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica.

### 2.1 MODELOS ANALÍTICOS EXATOS

A propagação de modos normais (ondas planas) é um problema clássico em acústica e continua tendo importância significativa diante ao advento de novas tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão e sucção. Em geral, pode-se utilizar dois parâmetros para caracterizar o fenômeno da acústica interna de dutos:

- a magnitude do coeficiente de reflexão  $\|R\|$ , razão entre as componentes refletida e incidente da onda no duto, a qual é dada por

$$R_r = \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0}, \quad (2.1)$$

sendo  $Z_r$  a impedância de radiação e  $Z_0$  a impedância característica do meio;

- coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio do duto  $l/a$  em que  $a$  é o raio do duto. Tal parâmetro representa o comprimento acústico efetivo do duto. Em outras palavras, o fator  $l$  é a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida. Tal coeficiente de correção da terminação  $l$  é dado por

$$l = \frac{1}{k} \arctan\left(\frac{Z_r}{Z_0 i}\right) \quad (2.2)$$

sendo  $k$  o número de onda.

Em relação aos parâmetros discutidos acima, a solução exata para o problema de um duto não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948). A solução assume que a

espessura das paredes do duto são desprezíveis e o fluido é invíscido. A partir destas simplificações, as expressões exatas para  $\|R\|$  e  $l$  são obtidas utilizando-se a técnica de Wiener-Hopf.

Apesar da utilidade do modelo de Levine e Schwinger, em boa parte das aplicações práticas, dutos transportam escoamentos médios. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto para lidar com a singularidade da velocidade de partícula nesta região. As Figuras 1 e 2 apresentam as comparações entre casos com e sem escoamento para um duto não flangeado em termos de  $\|R\|$  e  $l/a$ .

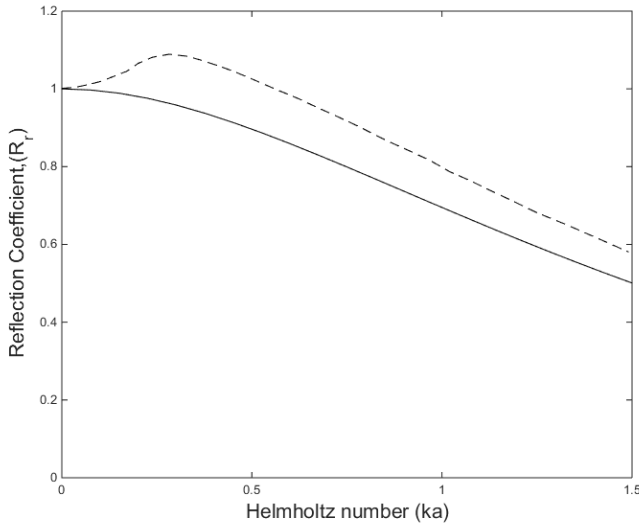


Figura 1: Resultados analíticos exatos para magnitude do coeficiente de reflexão  $\|R\|$  ao final de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de Mach = 0,15 de Munt (1990).

Como é mostrado na Figura 1, a magnitude do coeficiente de reflexão  $\|R\|$  aumenta consideravelmente na presença de um escoamento



subsônico. Além disso, pode-se perceber que, em algumas frequências,  $\|R\|$  torna-se maior do que a unidade, implicando que a amplitude da onda refletida torna-se maior do que a da onda incidente. Este fenômeno ocorre, sobretudo, pela transferência de energia cinética rotacional do escoamento para o campo acústico. Essa transferência de energia cinética ocorre sobretudo pelo desprendimento periódico de vórtices na borda do duto.

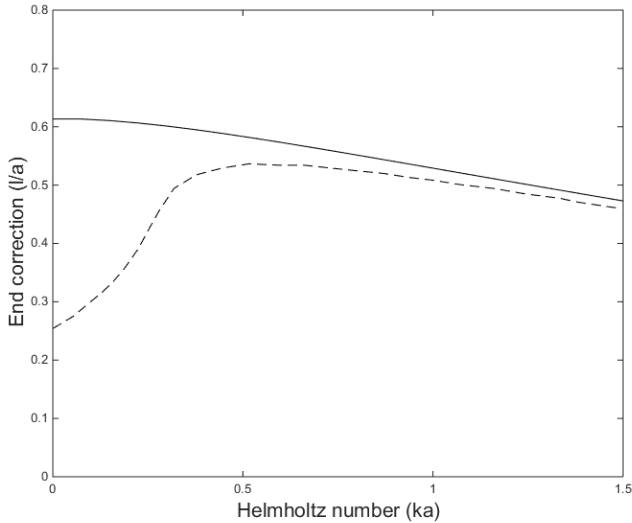


Figura 2: Resultados analíticos exatos para o coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio  $l/a$  de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de Mach = 0,15 de Munt (1990).

De acordo com a Figura 2, a correção normalizada da terminação  $l/a$  torna-se consideravelmente menor do que aquela obtida na ausência de escoamento, sobretudo para baixos números de Helmholtz ( $ka$ ). Em outras palavras, para baixas frequências e na presença de um escoamento a onda acústica é refletida em uma região mais próxima da abertura, em comparação à situação sem escoamento.

## 2.2 MODELOS ANALÍTICOS APROXIMADOS

No que diz respeito a modelos analíticos aproximados, o trabalho de Carrier (1955) foi um dos primeiros a abordar o cálculo do coeficiente de reflexão e correção da terminação com escoamento de exaustão num duto não flangeado. Para tal foi considerado um gás perfeito invíscido com o tipo de escoamento uniforme (*plug*). Nessa abordagem usou-se a mesma metodologia que Levine e Schwinger (1948) porém acoplando à formulação matemática o método de Prandtl-Glauert.

Mani (1973) deu prosseguimento a mesma abordagem de Carrier (1955) com escoamento de exaustão, porém considerando a continuidade do deslocamento das partículas acústicas transversais. Esse tipo de solução mostra diversos fenômenos antes não previstos com os outros modelos citados como efeitos de convecção, zonas de silêncio relativo e refrações.

Também na mesma linha de desenvolvimento de Carrier (1955), Savkar (1975) desenvolveu um modelo de modos de alta ordem com escoamento de exaustão e sucção do tipo *plug* com variação de temperatura. A continuidade do deslocamento das partículas acústicas transversais também foi considerada, possibilitando assim análises de fenômenos de convectivos.

Rienstra (1980) também desenvolveu um modelo matemático aproximado para o cálculo dos coeficientes de reflexão e terminação do duto não flangeado. A contribuição desse trabalho foi a inclusão dos parâmetros do meio externo ao duto como velocidade do som, densidade e velocidade de escoamento. Com esse modelo foi possível investigar como o meio externo influencia na acústica interna do duto e as limitações da condição de Kutta.

## 2.3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS

Em relação a trabalhos experimentais, Ingard e Singhal (1975) investigaram o coeficiente de reflexão em dutos quadrados em regime de escoamento succionado de Mach 0,4. O método de medição se baseou na técnica de dois microfones e os mesmos foram ajustados para números de Helmholtz ( $ka$ ) menores que 0,5. Em vista desse contexto experimental, o autor desenvolveu uma fórmula analítica para o cálculo do coeficiente de reflexão.

Na mesma linha de investigação, Davies (1987) investigou o coeficiente de reflexão porém com dutos circulares não flangeados e flan-

geados. O autor destaca que a disposição geométrica da terminação do duto, quando submetida a fenômenos de escoamentos succionados, desenvolve a chamada *vena contracta*, que pode ser estimada e associada com o fator de perda  $K_p$ . Em vista dos procedimentos desse trabalho, o autor compara os resultados com o estudo de Ingard e Singhal (1975) e sugere um aperfeiçoamento na equação analítica do cálculo do coeficiente de reflexão.

No que diz respeito a escoamentos de exaustão o trabalho de Alam e Åbom (2006) abordou um sistema super determinado de medição para investigação da acústica interna de um duto não flangeado. Para contornar a dificuldade de medição do coeficiente de correção da terminação do duto, surgiu-se como motivação o desenvolvimento de um sistema em que há mais microfones do que incógnitas a serem calculadas, em outras palavras, estendeu-se a metodologia de medição de 2 microfones para mais que 4 microfones. Há de se considerar também que a parte imaginária do número de onda, parte associada com a dissipação de energia por viscosidade, não pode ser obtida quando há escoamento e por isso foi incluída como incógnita. Em linhas gerais esse trabalho permitiu a validação experimental do trabalho de Munt (1990) e a consolidação de um sistema confiável de medição para esse tipo de problema.

English (2010) investigou também de forma experimental os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com diferentes espessuras. Focando para números de Mach entre 0 e 0,3, seus resultados mostram que os coeficientes de reflexão estão com valores acima dos que são encontrados no trabalho de Munt (1990). O autor explica esse fato relatando que a condição de Kutta subestima o surgimento de vórtices na saída do duto.

## 2.4 MODELOS NUMÉRICOS

Já em relação a trabalhos envolvendo métodos numéricos, Selamet et al. (2001) analisaram os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com diferentes terminações sem escoamento. Para isso utilizaram método dos elementos de contorno e concluíram que, dentro dos casos analisados no estudo, dutos com terminações anulares possuem maiores coeficientes de reflexão numa certa faixa de frequência.

Seguindo uma linha de análise semelhante, Dalmont et al. (2001) analisaram coeficientes de terminação de dutos circulares com diversas terminações, principalmente as que fazem parte de instrumentos musi-

cais. Para tanto acoplaram o método de diferenças finitas com o método de elementos de contorno para validarem o ensaio experimental do estudo. Com os dados experimentais e numéricos propuseram equações analíticas do cálculo dos coeficientes de terminação para cada tipo de terminação.

Tendo como motivação a validação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica de dutos, Silva e Scavone (2006) abordaram análises dos coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares não flangeados e sem escoamento. As boas correlações dos dados numéricos com os dados vigentes da teoria de Levine e Schwinger (1948) mostram que o método é bastante útil para predizer fenômenos complexos envolvendo acústica de dutos.

Complementando o trabalho anterior, Silva et al. (2009) investigaram os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com terminações de corneta e com escoamento subsônico. Para isso implementaram o modelo usando o método de *lattice* Boltzmann com condições de contorno absorventes e paredes curvas para a consolidação das terminações em cornetas. Com esse trabalho foram validados os dados teóricos dos estudos de Munt (1990) além de mostrar que na presença de cornetas o coeficiente de reflexão aumenta bastante no pico associado ao número de Strouhal ( $St$ ), ou seja, na frequência de desprendimento de vórtices na terminação do duto.

Silva et al. (2012) usaram o método de elementos de contorno para analisar o comportamento acústico interno de dutos circulares flangeados sem escoamento. Para tanto validaram o modelo com os resultados de Levine e Schwinger (1948), dutos não flangeados, e de Nomura et al. (1960), dutos flangeados circulamente. Como resultado da análise propuseram expressões aproximadas para o cálculo dos coeficientes de reflexão e de terminação.

## 2.5 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE *LATTICE* BOLTZMANN

### **3 METODOLOGIA**



## 4 RESULTADOS





5 CONCLUSÕES

Neste tópico será abordado a duração de cada uma das etapas de trabalho como pode ser visto na Figura 3. Desta forma será possível uma melhor organização do mesmo.

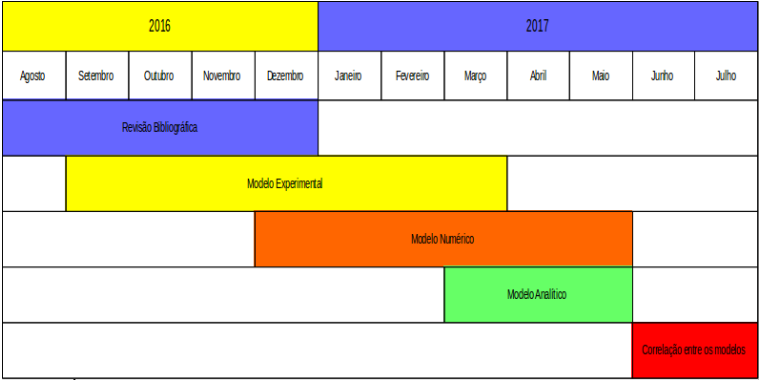


Figura 3: Elaborado pelo autor.



## REFERÊNCIAS

- ALLAM, S.; ÅBOM, M. Investigation of damping and radiation using full plane wave decomposition in ducts. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 292, n. 3, p. 519–534, 2006.
- ANSYS, I. *ANSYS Home page*. 2017. Disponível em: <https://www.ansys.com>.
- CARRIER, G. *Sound transmission from a tube with flow*. [S.l.], 1955.
- COMSOL, I. *COMSOL Home page*. 2017. Disponível em: <https://br.comsol.com>.
- DALMONT, J.-P.; NEDERVEEN, C.; JOLY, N. Radiation impedance of tubes with different flanges: numerical and experimental investigations. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 244, n. 3, p. 505–534, 2001.
- DAVIES, P. Plane wave reflection at flow intakes. *Journal of sound and vibration*, Academic Press, v. 115, n. 3, p. 560–564, 1987.
- ENGLISH, E. J. *A measurement based study of the acoustics of pipe systems with flow*. Tese (Doutorado) — University of Southampton, 2010.
- INGARD, U.; SINGHAL, V. K. Effect of flow on the acoustic resonances of an open-ended duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ASA, v. 58, n. 4, p. 788–793, 1975.
- LEVINE, H.; SCHWINGER, J. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Physical review*, APS, v. 73, n. 4, p. 383, 1948.
- MANI, R. Refraction of acoustic duct waveguide modes by exhaust jets. 1973.
- MUNJAL, M. L. *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987.
- MUNT, R. Acoustic transmission properties of a jet pipe with subsonic jet flow: I. the cold jet reflection coefficient. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 142, n. 3, p. 413–436, 1990.

NOMURA, Y.; YAMAMURA, I.; INAWASHIRO, S. On the acoustic radiation from a flanged circular pipe. *Journal of the Physical Society of Japan*, The Physical Society of Japan, v. 15, n. 3, p. 510–517, 1960.

POWERFLOW, I. *EXA Home page*. 2017. Disponível em: <http://exa.com/en/product/simulation-tools/powerflow-cfd-simulation>.

PROJECT, O. M. *Open MPI Project Home page*. 2017. Disponível em: <https://www.open-mpi.org>.

RIENSTRA, S. On the acoustical implications of vortex shedding from an exhaust pipe. *American Society of Mechanical Engineers*, v. 1, p. 17–21, 1980.

SAVKAR, S. Radiation of cylindrical duct acoustic modes with flow mismatch. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 42, n. 3, p. 363–386, 1975.

SELAMET, A.; JI, Z.; KACH, R. Wave reflections from duct terminations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 109, n. 4, p. 1304–1311, 2001.

SILVA, A. D.; SCAVONE, G. Lattice boltzmann simulations of the acoustic radiation from waveguides. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 40, n. 3, p. 397, 2006.

SILVA, A. D.; SCAVONE, G.; LEFEBVRE, A. Sound reflection at the open end of axisymmetric ducts issuing a subsonic mean flow: A numerical study. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 327, n. 3, p. 507–528, 2009.

SILVA, A. R. D.; MAREZE, P. H.; LENZI, A. Approximate expressions for the reflection coefficient of ducts terminated by circular flanges. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, SciELO Brasil, v. 34, n. 2, p. 219–224, 2012.