

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

José Pedro de Santana Neto

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA
ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS**

Florianópolis

2016

José Pedro de Santana Neto

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA
ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS**

Dissertação submetido ao Programa
de Pós-Graduação para a obtenção do
Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.
Orientador: Andrey Ricardo da Silva,
Ph.D.

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor através do
Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da
UFSC.

A ficha de identificação é elaborada pelo próprio autor

Maiores informações em:
<http://portalbu.ufsc.br/ficha>

José Pedro de Santana Neto

FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.

Florianópolis, 15 de Junho 2016.

Jonny Carlos da Silva, Dr. Eng.
Coordenador

Banca Examinadora:

Primeiro membro
Universidade ...

Andrey Ricardo da Silva, Ph.D.
Orientador

Segundo membro
Universidade ...

Este trabalho é dedicado aos meus colegas de classe e aos meus queridos pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço bla bla bla.

Texto da Epígrafe. Citação relativa ao tema do trabalho. É opcional. A epígrafe pode também aparecer na abertura de cada seção ou capítulo.

(Autor da epígrafe, ano)

RESUMO

O texto do resumo deve ser digitado, em um único bloco, sem espaço de parágrafo. O resumo deve ser significativo, composto de uma sequência de frases concisas, afirmativas e não de uma enumeração de tópicos. Não deve conter citações. Deve usar o verbo na voz passiva. Abaixo do resumo, deve-se informar as palavras-chave (palavras ou expressões significativas retiradas do texto) ou, termos retirados de thesaurus da área.

Palavras-chave: Palavra-chave 1. Palavra-chave 2. Palavra-chave 3.

ABSTRACT

Resumo traduzido para outros idiomas, neste caso, inglês. Segue o formato do resumo feito na língua vernácula. As palavras-chave traduzidas, versão em língua estrangeira, são colocadas abaixo do texto precedidas pela expressão “Keywords”, separadas por ponto.

Keywords: Keyword 1. Keyword 2. Keyword 3.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Magnitudes do coeficiente de reflexão $ R $	30
Figura 2	Coeficientes de correção de terminação l/a	31
Figura 3	Coeficiente de reflexão R_M	34
Figura 4	Coeficiente de correção da terminação l_M	34
Figura 5	Esquemático do D3Q19	44
Figura 6	Processo de funcionamento do <i>bounceback no-slip</i>	47
Figura 7	Fluxograma de um modelo numérico no Palabos	53
Figura 8	Esquemático do modelo numérico	56
Figura 9	Elaborado pelo autor.	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Modelos D_nQ_b	43
----------	------------------------	----

LISTA DE ABREVIACÕES

LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
FW-H	Superfície de Ffowcs-Williams e Hawkings
DM	Dinâmica Molecular
LBM	<i>Lattice Boltzmann Method</i>
LGA	<i>Lattice Gas Automata</i>
BGK	Bhatnagar–Gross–Krook
SRT	<i>single-relaxation-time</i>
MRT	<i>multiple-relaxation-time</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
ABC	<i>Absorbing Boundary Condition</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$\ R\ $	Magnitude do coeficiente de reflexão
l	Coeficiente de correção da terminação
a	Raio do duto
R_r	Coeficiente de reflexão na terminação do duto
Z_r	Impedância de radiação
Z_0	Impedância característica do meio
ρ_0	Densidade média do meio
c_0	Velocidade do som
j	Unidade imaginária
k	Número de onda
ka	Número de Helmholtz
M	Número de Mach
Kp	Fator de perda
R_M	Coeficiente de reflexão em relação ao Mach
l_M	Coeficiente de correção da terminação em relação ao Mach
St	Número de Strouhal
f_i	Função de distribuição LBM na direção i
i	Direção de propagação LBM
c_i	Velocidades de propagação na direção i
\mathbf{x}	Localização espacial de uma célula LBM
t	Localização temporal de uma célula LBM
Δt	Incremento discreto de tempo
Ω_i	Operador de colisão LBM
τ	Período de colisão LBM
f_i^M	Função de distribuição de Maxwell ou de equilíbrio
ρ	Densidade local do fluido
ε_i	Pesos de velocidades para cada direção de propagação i
\mathbf{u}	Velocidade local do fluido
c_s	Velocidade do som
p	Pressão local do fluido
ν	Viscosidade cinemática do fluido
f^*	Frequência física

f	Frequência em LBM
f_i^T	Função de distribuição de amortecimento

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
1.1 CONTEXTO	25
1.2 PROBLEMA	26
1.3 OBJETIVOS	27
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	27
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	29
2.1 MODELOS ANALÍTICOS EXATOS	29
2.2 MODELOS ANALÍTICOS APROXIMADOS	32
2.3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS	33
2.3.1 Escoamento Sugado	33
2.3.2 Escoamento de Exaustão	35
2.4 MODELOS NUMÉRICOS	36
3 METODOLOGIA	39
3.1 O MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN	40
3.1.1 Modelo BGK	41
3.1.2 Múltiplos Tempos de Relaxação	44
3.1.3 Transformações para Unidades Físicas	45
3.1.4 Condições de Contorno	46
3.1.4.1 <i>Bounceback</i>	47
3.1.4.2 Condição Anecóica	48
3.2 PALABOS	49
3.3 MODELO NUMÉRICO	55
3.4 PÓS-PROCESSAMENTO	57
4 RESULTADOS	59
5 CONCLUSÕES	61
REFERÊNCIAS	63

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO

Sistemas de fluxo de massa (exaustão e sucção) podem se tornar uma considerável fonte de ruído. Escapamentos, sistemas de ventilação, buzinas, motores aeronáuticos e aspiradores de pó são exemplos desses sistemas que estão altamente presentes no dia-a-dia. Cada vez mais a sociedade vem desenvolvendo consciência crítica dos danos que os ruídos desses tipos de sistemas podem acarretar a saúde da população. Tal fato é tão preponderante que, como é apresentado por Munjal (1987), desde os anos da década de 1920 há registros de esforços para entender e caracterizar esses tipos sistemas, afim de colaborar com a manutenção e desenvolvimento de ambientes saudáveis no contexto acústico.

Há vários elementos estruturais que podem compor sistemas de exaustão, mas os dutos circulares se caracterizam como fundamentais e bastante presentes. De acordo também com Munjal (1987), o corpo de estudos e conhecimentos da acústica interna de dutos está bem estabelecido, mas verifica-se na literatura vários questionamentos sobre o funcionamento da dinâmica acústica de um duto na presença de escoamentos (fenômenos aeroacústicos). Em vista disso, caracterizar a acústica interna de dutos é de extrema importância visto as várias tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão sem um amparo técnico bem estabelecido da literatura no ponto de vista da aeroacústica.

Em geral, pode-se utilizar dois parâmetros para caracterizar o campo acústico interno de dutos com paredes rígidas em baixas frequências:

- a magnitude do coeficiente de reflexão $\|R\|$, razão entre as componentes refletida e incidente da onda no duto;
- coeficiente de correção da terminação do duto l , normalizado pelo raio a do mesmo. Tal parâmetro representa o comprimento adicional para o cálculo do comprimento efetivo do duto. Em outras palavras, o fator l é a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual se deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida.

Com o uso desses dois parâmetros, pode-se prever de maneira mais precisa o campo acústico interno de dutos e, consequentemente,

delinear de maneira mais assertiva as estratégias para a redução de ruído.

1.2 PROBLEMA

Com relação aos parâmetros acima discutidos, a solução exata para o problema de um duto circular não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948). A solução assume que a espessura das paredes do duto são infinitamente finas e o fluido é invíscido. A partir destas simplificações, as expressões exatas para $\|R\|$ e l são obtidas utilizando-se a técnica de Wiener-Hopf.

Apesar da utilidade do modelo de Levine e Schwinger, em boa parte das aplicações práticas, dutos circulares transportam escoamentos médios. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto como condição de contorno de velocidade de partícula nessa região.

É importante ressaltar que modelos exatos para os parâmetros de radiação de dutos se limitam a condições de contorno simples. No entanto, observa-se na prática situações diversas em que há presença de escoamentos de exaustão e sucção com diversas geometrias. Para estes casos, não existem modelos que considerem a influência do escoamento nas propriedades de radiação. Tal fato é bastante crítico pois o comportamento acústico de um sistema na presença de escoamentos internos muda consideravelmente.

Por conta da complexidade analítica em abordar o problema da radiação de dutos em condições geométricas reais, faz-se necessário a utilização de técnicas numéricas como alternativa na investigação desses fenômenos. *Softwares* como COMSOL (2017) e PowerFLOW (2017) possuem a viabilidade de realizar cálculos de fluido dinâmica computacional de sistemas complexos como carros e aviões. Essa capacidade técnica é oriunda em maior parte pelas tecnologias de processamento paralelo multinúcleo de processadores e implementações de seus respectivos *softwares* protocolos como Open MPI Project (2017). Essa evolução tecnológica é fundamental para esse presente trabalho e vem sendo essencial também para o surgimento de outras ferramentas, que dão suporte a exploração e descoberta de novos fenômenos físicos, antes

muitas vezes inviáveis de estudar por alto custo de bancadas experimentais ou alta complexidade na consolidação de um modelo matemático representativo.

1.3 OBJETIVOS

Considerando a problemática discutida acima, o objetivo principal desse trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional para análise do comportamento acústico interno de dutos na presença de escoamentos de baixo número de Mach ($M < 0,2$).

Tem-se como objetivos específicos:

- implementar e validar o método numérico e condições de contorno no ponto de vista acústico;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados sem escoamento e com ondas planas;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento de exaustão e com ondas planas;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento sugado e com ondas planas.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho está organizado em capítulos. O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica do problema de acústica de dutos e a aplicação do método de *lattice* Boltzmann nesse contexto. O capítulo 3 apresenta a metodologia do trabalho, apresentação do método numérico de *lattice* Boltzmann, o *software* desenvolvido como ferramenta computacional e o esquemático do modelo numérico. O capítulo 4 apresenta os resultados da implementação computacional, validações do modelo e análises com diferentes condições de escoamento. O capítulo 5 apresenta as conclusões e evoluções futuras do trabalho. Segue no final referências bibliográficas, apêndices e anexos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica dos tópicos concernentes a acústica interna de dutos circulares. Os tópicos estão separados em modelos analíticos exatos, modelos analíticos aproximados, trabalhos experimentais, modelos numéricos e trabalhos relacionados ao desenvolvimento e aplicação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica.

2.1 MODELOS ANALÍTICOS EXATOS

A propagação de modos normais (ondas planas) é um problema clássico em acústica e continua tendo importância significativa mediante ao advento de novas tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão e sucção. Em geral, pode-se utilizar dois parâmetros para caracterizar o fenômeno da acústica interna de dutos:

- a magnitude do coeficiente de reflexão $\|R\|$, razão entre as componentes refletida e incidente da onda no duto, a qual é dada por

$$R_r = \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0}, \quad (2.1)$$

sendo Z_r a impedância de radiação e Z_0 a impedância característica do meio, definida por $Z_0 = \rho_0 c_0$, tal que ρ_0 e c_0 são, respectivamente, as constantes de densidade média do meio e velocidade do som;

- coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio do duto l/a em que a é o raio do duto. Tal parâmetro representa o comprimento acústico efetivo do duto. Em outras palavras, o fator l é a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida. Tal coeficiente de correção da terminação l é dado por

$$l = \frac{1}{k} \arctan\left(\frac{Z_r}{Z_0 j}\right) \quad (2.2)$$

sendo k o número de onda.

Em relação aos parâmetros discutidos acima, a solução exata

para o problema de um duto não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948), porém em boa parte das aplicações práticas dutos transportam escoamentos médios. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto para lidar com a singularidade da velocidade de partícula nesta região. As Figuras 1 e 2 apresentam as comparações entre casos com e sem escoamento para um duto não flangeado em termos de $\|R\|$ e l/a .

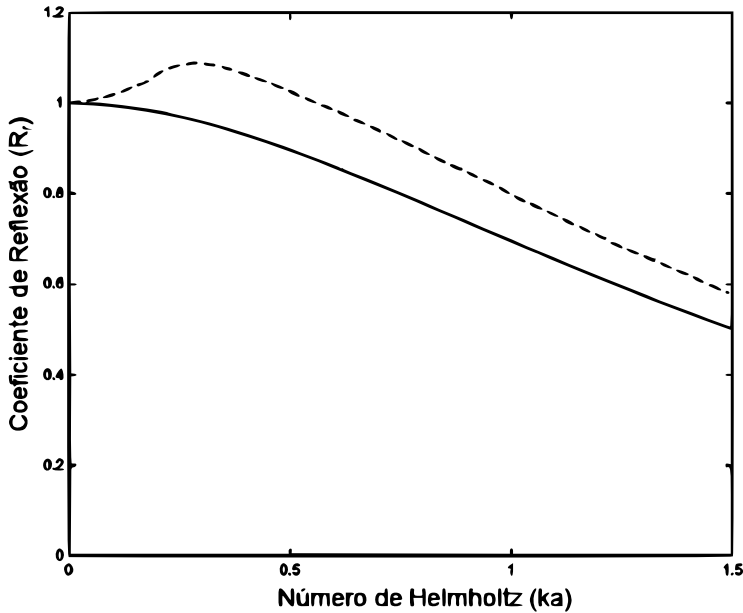


Figura 1: Resultados analíticos exatos para magnitude do coeficiente de reflexão $\|R\|$ ao final de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de Mach = 0,15 de Munt (1990).

Como é mostrado na Figura 1, a magnitude do coeficiente de reflexão $\|R\|$ aumenta consideravelmente na presença de um escoamento subsônico. Além disso, pode-se perceber que, em algumas frequências, $\|R\|$ torna-se maior do que a unidade, implicando que a amplitude da onda refletida torna-se maior do que a da onda incidente. Este fenômeno ocorre, sobretudo, pela interação do escoamento com a borda do duto, a qual transforma energia cinética rotacional em energia acústica, como discutido por Peters et al. (1993). Além disso vale ressaltar que o maior valor de $\|R\|$ está associado com a frequência de desprendimento de vórtices na saída do duto, ou seja, a um número de Strouhal (St) relativo a maximização do desprendimento de vórtices na terminação do duto.

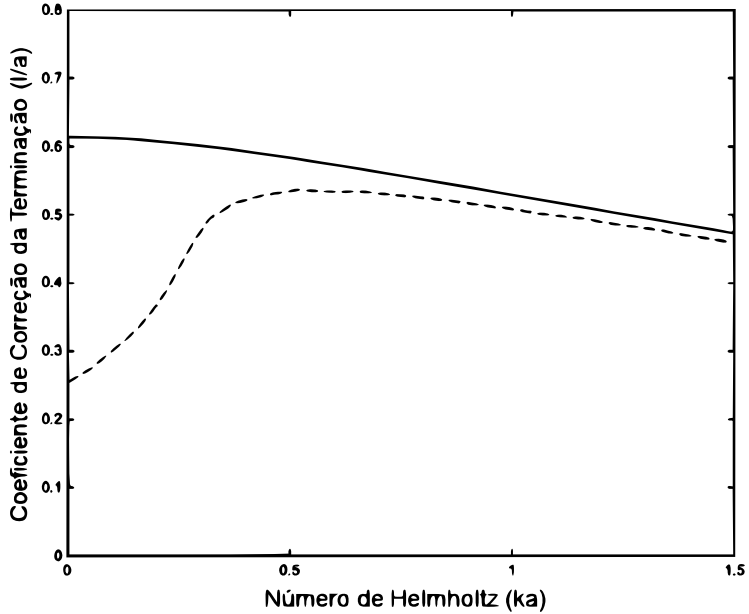


Figura 2: Resultados analíticos exatos para o coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio l/a de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de $Mach = 0,15$ de Munt (1990).

De acordo com a Figura 2, a correção normalizada da terminação l/a torna-se consideravelmente menor do que aquela obtida na ausência de escoamento, sobretudo para baixos números de Helmholtz (ka). Em outras palavras, para baixas frequências e na presença de um escoamento a onda acústica é refletida em uma região mais próxima da abertura, em comparação à situação sem escoamento.

2.2 MODELOS ANALÍTICOS APROXIMADOS

No que diz respeito a modelos analíticos aproximados, o trabalho de Carrier (1955) foi um dos primeiros a abordar o cálculo do coeficiente de reflexão e correção da terminação com escoamento de exaustão num duto não flangeado. Para tal foi considerado um gás perfeito invíscido com o tipo de escoamento uniforme (*plug*). Nessa abordagem usou-se a mesma metodologia que Levine e Schwinger (1948) porém acoplando à formulação matemática o método de Prandtl-Glauert. Esse modelo é limitado a Machs subsônicos ($M < 0,4$) e ondas planas, ou seja, valores de $ka < 1,8$.

Mani (1973) deu continuidade a mesma abordagem de Carrier (1955) com escoamento de exaustão para Machs subsônicos ($M < 0,3$) e ondas planas, porém considerando deslocamento transversais de partículas na interface entre o ar em repouso externo e o jato de saída do duto como condição de contorno do problema. Esse tipo de solução mostra diversos fenômenos antes não previstos com os outros modelos citados como efeitos de convecção, zonas de silêncio relativo e refrações.

Também na mesma linha de desenvolvimento de Carrier (1955), Savkar (1975) desenvolveu um modelo de modos de alta ordem ($ka < 4,59$) com escoamento de exaustão e sucção do tipo *plug* ($M < 0,4$) com variação de temperatura. A continuidade do deslocamento das partículas acústicas transversais também foi considerada na interface entre o ar em repouso externo e o jato de saída do duto, possibilitando assim análises de fenômenos de convectivos. Como metodologia para construção desse modelo foram aplicadas as técnicas de Wiener-Hopf e a aproximação matemática do trabalho de Carrier (1955).

Já o trabalho de Hirschberg e Hoeijmakers (2014) propõe uma expressão analítica aproximada do coeficiente de reflexão para baixas frequências ($ka < 1$) e para baixos números de Mach ($M < 0,2$). Esse modelo considera os efeitos de convecção e temperatura e foi consolidado a partir da aproximação proposta pelo trabalho de Howe (1979).

2.3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS

2.3.1 Escoamento Sugado

Em relação a trabalhos experimentais, Ingard e Singhal (1975) investigaram o coeficiente de reflexão em dutos quadrados em regime de escoamento succionado de Mach 0,4. O método de medição se baseou na técnica de dois microfones e os mesmos foram ajustados para números de Helmholtz (ka) menores que 0,5. Em vista desse contexto experimental, o autor desenvolveu uma fórmula analítica para o cálculo do coeficiente de reflexão para baixas frequências.

Na mesma linha de investigação, Davies (1987) investigou o coeficiente de reflexão para baixas frequências ($0,01 < ka < 0,25$) e Machs subsônicos ($M < 0,3$), porém com dutos circulares não flangeados e flangeados. O autor destaca que a disposição geométrica da terminação do duto, quando submetida a fenômenos de escoamentos succionados, desenvolve a chamada *vena contracta*, que pode ser estimada e associada com o fator de perda K_p . Em vista dos procedimentos desse trabalho, o autor compara os resultados com o estudo de Ingard e Singhal (1975) e sugere um aperfeiçoamento na equação analítica do cálculo do coeficiente de reflexão.

Dos trabalhos citados com escoamento sugado nota-se a consolidação do comportamento do coeficiente de reflexão para baixas frequências. Esse comportamento ocorre pelo surgimento de uma *vena contracta*, descolamento de fluido da parede do duto que, dependendo do número de Mach, se estende mais ou menos para dentro do duto. De acordo com o trabalho de Davies (1987), para baixas frequências ($ka < 0,25$) o coeficiente de reflexão muda com relação ao Mach e é modelado de acordo com a equação

$$R_M = R_0 \left[\frac{(1 - M)}{(1 + M)} \right]^{0,9}, \quad (2.3)$$

sendo R_0 módulo do coeficiente de reflexão sem escoamento obtido a partir do trabalho de Levine e Schwinger (1948).

De forma análoga o trabalho de Davies (1987) também sugere uma equação para o coeficiente de correção da terminação e a mesma é definida por

$$l_M = l_0(1 - M^2), \quad (2.4)$$

sendo l_0 módulo do coeficiente de correção da terminação sem escoa-

mento obtido a partir do trabalho de Levine e Schwinger (1948).

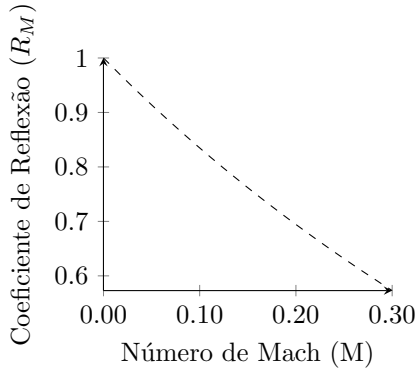


Figura 3: Resultado do coeficiente de reflexão R_M em relação ao Mach para baixas frequências ($ka < 0,25$). A linha tracejada apresenta o cálculo obtido com a equação 2.3 do trabalho de Davies (1987).

A Figura 3 mostra o gráfico resultante da equação 2.3 e pode-se perceber que R_M decai de acordo com o aumento do Mach, em outras palavras, para baixas frequências, a onda plana possui maior facilidade de se radiar para o meio externo a medida que o Mach é aumentado.

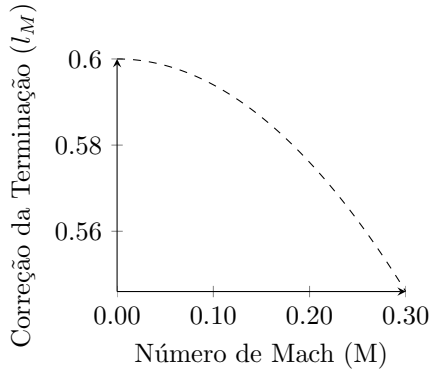


Figura 4: Resultado do coeficiente de correção da terminação l_M em relação ao Mach para baixas frequências ($ka < 0,25$). A linha tracejada apresenta o cálculo obtido com a equação 2.4 do trabalho de Davies (1987).

A Figura 4 mostra o gráfico resultante da equação 2.4 e pode-se perceber que l_M decai de acordo com o aumento do Mach, ou seja, para baixas frequências, o comprimento efetivo acústico do duto diminui a medida que o Mach é aumentado. Mesmo com esses coeficientes modelados com apoio de dados experimentais a literatura carece de informações sobre esses parâmetros para frequências mais altas ($ka > 0, 25$).

2.3.2 Escoamento de Exaustão

No que diz respeito a escoamentos de exaustão o trabalho de Peters et al. (1993) investigou os coeficientes de reflexão e de dissipação de ondas acústicas devido aos efeitos térmicos e de viscosidade. Uma técnica multi-microfones, baseada na técnica de dois microfones, foi utilizada para extração dos dados num regime de baixas frequências ($ka < 1, 5$) e Machs subsônicos ($M < 0, 2$). Por fim o autor argumenta que o fenômeno do coeficiente de reflexão ser maior que o valor unitário ocorre devido a interação do escoamento com a borda do duto, a qual transforma energia cinética rotacional em energia acústica.

O trabalho de Allam e Åbom (2006) utilizou um sistema super-determinado de medição para investigação da acústica interna de um duto não flangeado. Para contornar a dificuldade de medição do coeficiente de correção da terminação do duto, surgiu-se como motivação o desenvolvimento de um sistema em que há mais microfones do que incógnitas a serem calculadas, em outras palavras, estendeu-se a metodologia de medição de 2 microfones para mais que 4 microfones. Há de se considerar também que a parte imaginária do número de onda, parte associada com a dissipação de energia por viscosidade, não pode ser obtida quando há escoamento e por isso foi incluída como incógnita. Em linhas gerais esse trabalho permitiu a validação experimental do trabalho de Munt (1990) e a consolidação de um sistema confiável de medição para esse tipo de problema.

English (2010) investigou também de forma experimental os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com diferentes espessuras, através da técnica de extração de autoespectro e espectro cruzado em pares de microfones calibrados para o intervalo $0 < ka < 0, 7$. Focando para números de Mach entre 0 e 0,3, seus resultados mostram que os coeficientes de reflexão estão com valores acima dos que são encontrados no trabalho de Munt (1990) e Allam e Åbom (2006). O autor explica esse fato relatando que a condição de Kutta subestima

o surgimento de vórtices na saída do duto bem como a influência da espessura da parede do duto diferente do experimento de Allam e Åbom (2006).

Já o trabalho de Tiikoja et al. (2014) focou na validação do modelo de Munt (1990) e a investigação da influência de jatos quentes (temperatura de até $200^{\circ}C$) nos coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares. Para tal fim utilizaram a técnica de 2 microfones num sistema superdeterminado com 3 microfones, ajustados num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$) e Machs de até 0,3 e 0,12 para jatos frios e quentes respectivamente. Tendo como referências as curvas validadas de jatos frios de Munt (1990), foi observado como resultado do estudo que para jatos quentes as curvas dos coeficientes de reflexão e de terminação sofrem um aumento de amplitude e um deslocamento em direção para baixas frequências.

2.4 MODELOS NUMÉRICOS

Já em relação a trabalhos envolvendo métodos numéricos, Selamet et al. (2001) analisaram os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com diferentes terminações sem escoamento num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$). Para isso utilizaram método dos elementos de contorno e concluíram que, dentro dos casos analisados no estudo, dutos com terminações na forma de cavidades anulares possuem maiores coeficientes de reflexão numa certa faixa de frequência.

Seguindo uma linha de análise semelhante, Dalmont et al. (2001) analisaram coeficientes de terminação de dutos circulares com diversas terminações num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$), principalmente as que fazem parte de instrumentos musicais. Para tanto acoplaram o método de diferenças finitas com o método de elementos de contorno para validarem o ensaio experimental do estudo. Com os dados experimentais e numéricos propuseram equações analíticas do cálculo dos coeficientes de terminação para cada tipo de terminação.

Tendo como motivação a validação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica de dutos, Silva e Scavone (2006) abordaram análises dos coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares não flangeados, sem escoamento e focando ondas planas ($ka < 1,8$). As boas correlações dos dados numéricos com os dados vigentes da teoria de Levine e Schwinger (1948) mostram que o método é bastante útil para prever fenômenos complexos envolvendo acústica de dutos.

Complementando o trabalho anterior, Silva et al. (2009) investigaram os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com terminações de corneta e com escoamento subsônico. Para isso implementaram o modelo usando o método de *lattice* Boltzmann com condições de contorno absorventes, axissimetria de acordo com o trabalho de Reis e Phillips (2007) e paredes curvas para a consolidação das terminações em cornetas. Com esse trabalho foram validados os resultados de Munt (1990) e Allam e Åbom (2006) além de mostrar que na presença de cornetas o coeficiente de reflexão aumenta bastante no pico associado ao número de Strouhal (St), ou seja, na frequência de desprendimento de vórtices na terminação do duto. Tal fato é aderente aos vários trabalhos que abordam o escoamento de exaustão e é explicado pelo fato da energia rotacional do fluido, localizada na terminação do duto e oriunda dos desprendimentos de vórtices, ser convertida em energia acústica.

Silva et al. (2012) usaram o método de elementos de contorno para analisar o comportamento acústico interno de dutos circulares flangeados sem escoamento. Para tanto validaram o modelo com os resultados de Levine e Schwinger (1948), dutos não flangeados, e de Nomura et al. (1960), dutos flangeados circulamente. Como resultado da análise propuseram expressões aproximadas para o cálculo dos coeficientes de reflexão e de terminação.

3 METODOLOGIA

Assim como foi discutido no capítulo anterior, para obter os parâmetros de caracterização da acústica interna de dutos circulares com escoamento, é preciso de um modelo que suporte a interação fluxo de massa e variação de pressão. Portanto modelos baseados em métodos de fluido dinâmica computacional se mostram adequados, principalmente aqueles baseados no método de *lattice* Boltzmann assim como foi mostrado anteriormente nos trabalhos de Silva e Scavone (2006) e Silva et al. (2009). Nesse sentido, há trabalhos que validam, aplicam e desenvolvem metodologias de *lattice* Boltzmann no campo de estudo da aeroacústica.

Um desses estudos é o de Crouse et al. (2006), que mostraram a eficácia do método de *lattice* Boltzmann em recuperar as equações de Navier-Stokes de transiente, compressível e viscosa. Há de se ressaltar que validaram também o modelo numérico de um ressonador de Helmholtz com um modelo experimental do mesmo, demonstrando assim a viabilidade da aplicação para problemas de acústica.

No que se trata de desenvolvimento de ferramentas auxiliares para tratar problemas acústicos, Kam et al. (2006) desenvolveu uma condição de contorno que caracteriza dissipação de energia acústica e fluido dinâmica, ou seja, uma condição de contorno anecóica. Ela se baseia no acoplamento de mais um termo na equação de Boltzmann para gerar uma região de amortecimento, redirecionando os valores de densidade e velocidade das partículas para um valor alvo, que seria no caso valores médios de densidade e velocidade num fluido em repouso.

Marié et al. (2009) analisou e comparou esquemas de alta ordem das equações de Navier-Stokes linearizadas com o método de *lattice* Boltzmann. O objeto de estudo para comparação foi análises de dispersão e dissipação de ondas acústicas em regime isotérmico. Conclui-se com esse trabalho que para um determinado erro de dispersão o método de *lattice* Boltzmann se comportou como mais rápido.

No que diz respeito a aplicação do método de *lattice* Boltzmann num problema de aeroacústica, Lew et al. (2010) desenvolveram um modelo numérico em 3D para predição de ruído em um jato turbulento subsônico. Como validação os resultados foram comparados com resultados experimentais e cálculos numéricos feitos a base de *Large Eddy Simulation* (LES). Esse estudo demonstrou as principais vantagens de se trabalhar com o método de *lattice* Boltzmann como por exemplo o baixo custo computacional e a facilidade em inserir *nozzles* com formas

complexas no domínio computacional.

Também na área de aeroacústica computacional, o trabalho de Yong et al. (2013) propõe um modelo em *lattice* Boltzmann para obter dados de diretividade da radiação sonora num duto circular submetido a escoamento subsônico. Os resultados de diretividade foram comparados com os modelos de Levine e Schwinger (1948) e Gabard e Astley (2006), mostrando uma boa convergência principalmente nas baixas frequências.

Já no sentido de tratamento de fenômenos da acústica básica, Viggien (2013) investigou os efeitos da adição de termos fontes no método de *lattice* Boltzmann, mapeando eles nos parâmetros macroscópicos através da ferramenta matemática de expansão de Chapman-Enskog. Como resultado conseguiu reproduzir fenômenos de diretividade de monopólos, dipolos e quadrupolos.

Silva et al. (2015) abordaram também o uso do método de *lattice* Boltzmann acoplado com *Large Eddy Simulation* (LES) na investigação do ruído gerado na interação do escoamento de um jato com uma placa plana. Os dados de níveis de pressão sonora em campo distante foram obtidos usando a superfície de Ffowcs-Williams e Hawkings (FW-H) e os mesmos possuem uma boa convergência com dados experimentais.

Investigar a acústica interna de dutos circulares com escoamentos é um processo que deve ter suporte de ferramentas bem específicas, como por exemplo o método numérico de *lattice* Boltzmann. Esse capítulo portanto abordará esse método e as condições de uso implementadas, validadas e verificadas num *software* de código aberto chamado Palabos (2017). Abordar o uso de um *software* de código aberto possibilita a verificação transparente dos processos de cálculo bem como adaptações com novas implementações dentro do projeto, focando a melhor aderência da ferramenta computacional para resolução do problema.

3.1 O MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN

O método de *lattice* Boltzmann possui bastante utilidade quando se trata de problemas aeroacústicos, pequenas flutuações de pressão e fenômenos de turbulência. Isso se deve pelo fato do método ter surgido de uma outra abordagem de fenômenos mecânicos aplicados a fluidos - uma abordagem microscópica de interações entre moléculas.

Essa abordagem se chama Dinâmica Molecular (DM) e é baseada nas formulações Newtonianas de choque e propagação de partículas, em

outras palavras, as posições no espaço e as velocidades podem ser obtidas a partir da aplicação da segunda lei de Newton para cada partícula. Segundo essa ideia, outras propriedades do fluido como densidade, pressão e temperatura podem ser facilmente recuperadas através do cálculo da média correspondente a um conjunto de partículas. Porém o principal problema dessa abordagem é que há uma grande quantidade de equações para se resolver num pequeno volume de fluido, pois, considerando que, de acordo com o número de Avogrado, nesse mesmo volume há na ordem de 10^{23} moléculas para calcular os movimentos cinéticos. Tal fato se torna inviável para implementação mesmo com computadores potentes como *clusters* de alto desempenho.

Uma solução para contornar o problema da grande quantidade de equações do movimento é abordar o fenômeno físico estatisticamente, ou seja, formular a evolução do movimento do fluido no tempo em termos de uma equação de transporte: uma função de distribuição de partículas. Uma equação de transporte bastante apropriada é a equação de Boltzmann que, ao ser discretizada, pode ser resolvida de forma numérica originando assim o método de *lattice* Boltzmann ou *lattice Boltzmann Method* (LBM).

Historicamente o método de *lattice* Boltzmann se originou a partir de um modelo de DM chamada *Lattice Gas Automata* (LGA). Esse modelo surgiu nos anos 80 com o estudo de Frisch et al. (1986) mostrando a recuperação das equações de Navier-Stokes para pequenos números de Knudsen. Como esse modelo funciona somente para choque de partículas singulares, houve a necessidade de um modelo mais sofisticado e completo, então nos anos 90 e 2000 os trabalhos de Sterling e Chen (1996) e Wolf-Gladrow (2004) consolidaram o LBM sanando essa limitação com um processo de choques de conjunto de partículas.

O LBM possui muitas vantagens em relação a técnicas tradicionais de fluido dinâmica computacional aplicadas a aeroacústica: resolve o campo acústico e o campo fluido dinâmico numa mesma iteração em cada incremento de tempo, extração direta do campo de pressão e fácil implementação paralela elevando assim a performance frente a outros métodos.

3.1.1 Modelo BGK

O LBM, baseado em operações de colisão e propagação de funções de distribuição de partículas com massa, é a equação de Boltzman discretizada no tempo e espaço. Cada conjunto de funções de distribuição

localizadas num ponto no espaço \mathbf{x} e tempo t pode ser chamada de célula e, segundo o trabalho de He e Luo (1997), a equação de Boltzman, que formula o comportamento de cada célula, pode ser escrita na expressão

$$f_i(\mathbf{x} + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)), \quad (3.1)$$

sendo que i é um número inteiro que delimita direções no espaço de propagação de partículas, f_i são funções de distribuição na direção i , c_i são velocidades de propagação na direção i e Δt é o incremento discreto de tempo.

A equação 3.1 é dividida nas duas operações básicas do método: propagação e colisão. O lado esquerdo dessa equação representa a operação de propagação, na qual os valores das funções de distribuição de cada célula são movidos para cada direção de propagação para uma próxima célula no espaço em cada iteração no tempo. Feita a operação de propagação, é realizada a operação de colisão, representada pelo lado direito da equação, na qual o termo Ω_i representa o operador de colisão.

Uma das formas de calcular o operador de colisão Ω_i é usar a formulação proposta no estudo de Bhatnagar et al. (1954). A aplicação dessa formulação consolida o modelo BGK (Bhatnagar–Gross–Krook) ou modelo de tempo de relaxação único: *single-relaxation-time* (SRT). Nesse sentido, o operador de colisão é definido por

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau}(f_i - f_i^M), \quad (3.2)$$

tal que τ é o período de colisão e f_i^M é a função de distribuição de Maxwell ou função de distribuição de equilíbrio.

A função de distribuição de Maxwell f_i^M pode ser calculada aplicando o princípio de máxima entropia de acordo com as restrições das leis de conservação de massa e quantidade de movimento, assim como é proposto por Wolf-Gladrow (2000). Dessa forma a função de distribuição de Maxwell é definida por

$$f_i^M = \rho \varepsilon_i \left(1 + \frac{\mathbf{u} \cdot c_i}{c_s^2} + \frac{\mathbf{u} \cdot c_i^2 - c_s^2 \mathbf{u}}{2c_s^4} \right), \quad (3.3)$$

sendo que ρ é a densidade local do fluido, ε_i são pesos de velocidades para cada direção de propagação i , \mathbf{u} é a velocidade local do fluido, c_i é um vetor de velocidades de propagação da célula para cada direção i e c_s é a velocidade do som.

Os parâmetros macroscópicos de densidade local do fluido ρ , velocidade local do fluido \mathbf{u} , pressão local do fluido p e a viscosidade cinemática ν podem ser obtidos a partir dos momentos da função de distribuição f_i nas formas

$$\rho = \sum f_i, \quad (3.4)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum f_i c_i, \quad (3.5)$$

$$p = \rho c_s^2 \text{ e} \quad (3.6)$$

$$\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right). \quad (3.7)$$

Há vários modelos de célula do tipo BGK, o grupo do tipo $D_n Q_b$ (n dimensões e b direções de propagação ou velocidades) é um dos mais usados e foi proposto por Qian et al. (1992). A tabela 1 mostra os parâmetros para cada um dos modelos do tipo $D_n Q_b$.

Tabela 1: Modelos $D_n Q_b$

Modelo	c_i	ε_i	c_s^2
D1Q3	0, ± 1	2/3, 1/6	1/3
D1Q5	0, ± 1 , ± 2	6/12, 2/12, 1/12	1
D2Q7	(0, 0), ($\pm 1/2, \pm \sqrt{3}/2$)	1/2, 1/12	1/4
D2Q9	(0, 0), ($\pm 1, 0$), ($0, \pm 1$), ($\pm 1, \pm 1$)	4/9, 1/9, 1/36	1/3
D3Q15	(0, 0, 0), ($\pm 1, 0, 0$), ($0, \pm 1, 0$), ($0, 0, \pm 1$), ($\pm 1, \pm 1, \pm 1$)	2/9, 1/9, 1/72	1/3
D3Q19	(0, 0, 0), ($\pm 1, 0, 0$), ($0, \pm 1, 0$), ($0, 0, \pm 1$), ($\pm 1, \pm 1, 0$), ($\pm 1, 0, \pm 1$), ($0, \pm 1, \pm 1$)	1/3, 1/18, 1/36,	1/3

De acordo com a tabela 1, é possível ter uma visão clara que para cada modelo de célula do tipo $D_n Q_b$ há diferentes vetores de velocidades de propagação (c_i), seus respectivos pesos ε_i e as suas constantes de

velocidade do som (c_s). Com esses parâmetros já se torna possível calcular a função de Maxwell (f_i^M) para cada operação de colisão em cada iteração de tempo. Para esse trabalho usou-se o modelo D3Q19 e a Figura 5 ilustra um esquemático desse tipo de célula.

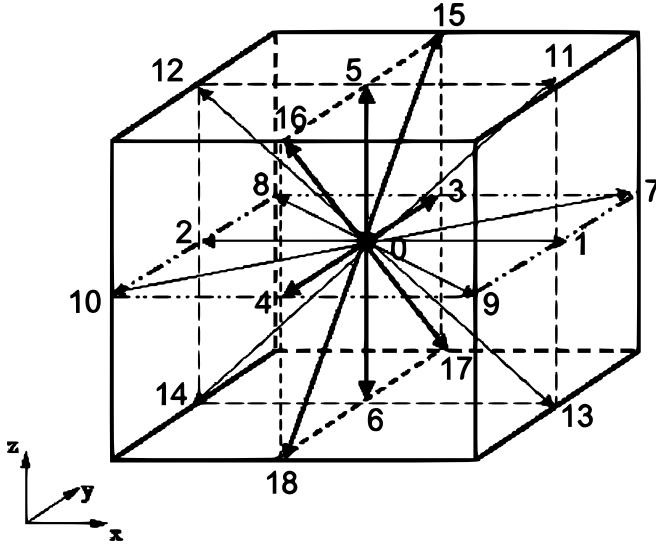


Figura 5: Esquemático do modelo D3Q19. Ilustração adaptada do estudo de Premnath et al. (2013).

Na Figura 5 é possível visualizar espacialmente as direções de propagação da célula. Vale ressaltar que para cada direção há o cálculo da função de Maxwell (f_i^M) e, por conseguinte, a operação de propagação das funções de distribuição para a célula adjacente no sentido de cada direção.

3.1.2 Múltiplos Tempos de Relaxação

A equação 3.2 retrata um operador de colisão com tempo de relaxação único. Essa abordagem é funcional porém, em regimes de pouca viscosidade cinemática como é o caso do ar, começa a desenvolver várias instabilidades e divergências como mostra o estudo de Lallemand e Luo (2000). Para esses tipos de problemas a abordagem de múltiplos tempos de relaxação, *multiple-relaxation-time* (MRT), pode ser usada assim como é mostrado nos estudos de Viggen (2014).

De acordo com o esquema proposto por d’Humières (1994), a formulação de MRT se baseia na troca do parâmetro de único tempo de relaxação τ por uma matriz $\mathbf{\Lambda}$ de vários tempos de relaxação. Todavia a matriz $\mathbf{\Lambda}$ é construída de acordo com uma matriz \mathbf{M} que projeta as funções de distribuição f_i e f_i^M no espaço dos momentos. De acordo com Lallemand e Luo (2000), a possibilidade desse método ser mais estável é oriunda da capacidade de operar a colisão das células com um tempo de relaxação apropriado para cada um dos vários momentos, projetados a partir das funções de distribuição f_i e f_i^M . Em vista do exposto o operador de colisão da equação 3.2 se transforma em

$$\Omega_i = -\mathbf{\Lambda}(f_i - f_i^M). \quad (3.8)$$

Porém a operação de colisão é realizada no espeço dos momentos, logo é preciso projetar f_i e f_i^M no espeço dos momentos ficando

$$m_i = \mathbf{M}f_i \text{ e } m_i^M = \mathbf{M}f_i^M. \quad (3.9)$$

Considerando que a matriz \mathbf{S} é dada por

$$\mathbf{S} = \mathbf{M}\mathbf{\Lambda}\mathbf{M}^{-1}, \quad (3.10)$$

o operador de colisão fica

$$\Omega_i = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}(m_i - m_i^M). \quad (3.11)$$

Inserindo a equação 3.11 na equação 3.1 fica

$$f_i(\mathbf{x} + c_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}(m_i - m_i^M). \quad (3.12)$$

Vale ressaltar que a operação de propagação, lado esquerdo da equação 3.12, ocorre no espaço original da função de distribuição f_i .

3.1.3 Transformações para Unidades Físicas

Quando as equações 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 são usadas para recuperar os atributos macroscópicos do fluido a unidade de medida não é uma unidade física. Segudo o trabalho de Silva et al. (2016), para se ter esses atributos em unidade física é preciso aplicar regras de conversão. Essas regras de conversão se baseiam em duas constantes que são definidas a

partir de unidades físicas: velocidade característica definida por

$$\zeta = c^*/c_s, \quad (3.13)$$

tal que c^* é a velocidade física do som, e discretização Δx definida pela quantidade de metros por tamanho de célula.

Com os parâmetros c^* e Δx pode-se realizar as seguintes conversões para unidades físicas:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^* &= \zeta \mathbf{u}, \\ \mathbf{x}^* &= \Delta x \mathbf{x}, \\ t^* &= \frac{\Delta x}{\zeta} t, \\ \nu^* &= \zeta \Delta x \nu, \\ \rho^* &= \frac{\zeta}{\Delta x} \rho, \\ p^* &= p \zeta^2 \rho_0^* \text{ e} \\ f^* &= f \frac{\zeta}{\Delta x}, \end{aligned}$$

tal que as variáveis assinaladas com $*$ estão em unidades físicas e f^* e f são unidades de frequências física e do LBM respectivamente.

3.1.4 Condições de Contorno

Como ocorre nas técnicas numéricas tradicionais, o LBM possui também condições de contorno. Como mostra o estudo Viggen (2014), as condições de contorno para LBM podem ser classificadas em dois tipos: explícita e implícita. As condições de contorno explícitas são aquelas aplicadas em cada célula, tendo a natureza totalmente alinhada entre elas no domínio, normalmente condições como essas são aplicações personalizadas do cálculo do operador de colisão Ω_i . As condições de contorno implícitas são aquelas aplicadas numa região do domínio não alinhado entre as células, normalmente essas condições são aplicadas na operação de propagação. A seguir serão apresentadas as condições de contorno abordadas nesse trabalho, cada uma de cada classificação apresentada.

3.1.4.1 Bounceback

De acordo com o estudo de Viggen (2014), a condição de contorno do tipo *bounceback* tem como objetivo simular uma parede rígida no domínio do LBM, sendo ela do tipo implícita e localizada entre as células. Há dois tipos de *bounceback*: *free-slip*, que simula escorregamento livre do fluido na condição de contorno e *no-slip*, que simula camada limite do fluido na condição de contorno. Nesse trabalho foi usado o do tipo *no-slip* pois num caso real o escoamento desenvolve camada limite na parede rígida.

A condição de contorno *bounceback no-slip* é geralmente implementada na etapa de propagação a partir de uma inversão de funções de distribuição de partículas. A Figura 6 mostra um esquemático de exemplo do processo de funcionamento dessa condição de contorno.

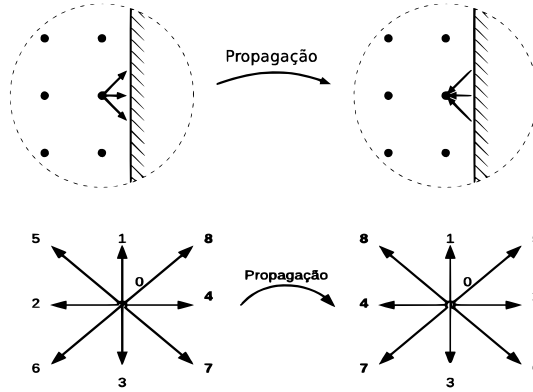


Figura 6: Esquemático de exemplo do processo de funcionamento da condição de contorno *bounceback no-slip*. Ilustração adaptada do estudo de Viggen (2014).

De acordo como é mostrado na Figura 6, ao cruzar a condição de contorno, a célula inverte as funções de distribuição de partículas para o sentido contrário dos vetores que apontam para o *bounceback*. Em relação às equações de propagação o processo abordado fica

$$\begin{aligned} f_6(\mathbf{x}, t + \Delta t) &= f_8(\mathbf{x}, t), \quad f_8(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_6(\mathbf{x}, t), \\ f_2(\mathbf{x}, t + \Delta t) &= f_4(\mathbf{x}, t), \quad f_4(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_2(\mathbf{x}, t) \text{ e} \\ f_5(\mathbf{x}, t + \Delta t) &= f_7(\mathbf{x}, t), \quad f_7(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_5(\mathbf{x}, t). \end{aligned}$$

3.1.4.2 Condição Anecóica

Consolidar uma condição do tipo anecóica num método numérico de natureza temporal é um desafio. Em vez de ser no domínio do tempo, a propriedade de condição anecóica ou absorção de energia acústica é constituída no domínio da frequência ($Z_0 = \rho_0 c_0$). Nesse contexto, considerando a absorção de pressão, entropia e pulsos de desprendimento de vórtices, o trabalho de Kam et al. (2006) propõe uma condição de contorno explícita de absorção. Ela é baseada em técnicas aplicadas na resolução das equações de Navier-Stokes usando DNS (*Direct Numerical Simulation*). A condição de contorno de absorção, *Absorbing Boundary Condition* (ABC), consiste na adição de uma região de amortecimento para que os valores de pressão e velocidade converjam assintoticamente a valores que caracterizam um fluido em repouso. Nesse sentido, valores alvos para um fluido em repouso de densidade ($\rho_T = \rho_0$) e velocidade ($\mathbf{u}_T = 0$) são usados para calcular uma função de distribuição de amortecimento f_i^T . Essa função de distribuição é definida da mesma forma que f_i^M , porém com os valores alvos de densidade e velocidade, ficando na forma

$$f_i^T = \rho_0 \varepsilon_i. \quad (3.14)$$

Como essa técnica é explícita, o operador de colisão Ω_i é adaptado e recebe um novo termo de colisão, ficando na forma

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau}(f_i - f_i^M) - \sigma(f_i^M - f_i^T), \quad (3.15)$$

tal que $\sigma = \sigma_T(\delta/D)^2$ é o coeficiente de absorção, σ_T é uma constante com valor de 0,3, δ é a distância medida do começo da região de contorno no sentido da convergência assintótica e D é o tamanho total da região de contorno no sentido da convergência assintótica.

O operador de colisão da equação 3.15 funciona bem para o modelo SRT, porém como nesse estudo será usado o modelo MRT algumas adaptações precisam ser realizadas, pois a operação de colisão ocorre no espaço dos momentos nesse modelo. Assim como é feito nas equações 3.9 deve-se aplicar o mesmo procedimento na função de distribuição f_i^T ficando

$$m_i^T = \mathbf{M} f_i^T. \quad (3.16)$$

Além disso é preciso inserir esse termo no operador de colisão da equação 3.11 resultando em

$$\Omega_i = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}(m_i - m_i^M) - \sigma\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}(m_i^M - m_i^T). \quad (3.17)$$

Simplificando a equação 3.17 fica

$$\Omega_i = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}[m_i - m_i^M(\sigma - 1) - m_i^T]. \quad (3.18)$$

Adicionando esse termo na equação geral 3.1 do LBM o resultado é a equação

$$f_i(\mathbf{x} + c_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}[m_i - m_i^M(\sigma - 1) - m_i^T]. \quad (3.19)$$

3.2 PALABOS

Aliado aos métodos numéricos há várias tecnologias computacionais que são essenciais para aplicação e resolução de equações complexas. É bastante comum o uso de *softwares* proprietários para desenvolvimento de modelos numéricos mas os mesmos restringem o desenvolvimento de estudos, ferramentas e produtos científicos. Dos fatores de restrição pode-se destacar:

- não é possível saber com exatidão os métodos e equações que estão implementados no *software*;
- incapacidade do usuário realizar algum tipo de manutenção, correção de defeitos ou evolução no *software*;
- altos custos de licença de uso.

Em vista das limitações dos *softwares* proprietários, ou seja, projetos de código fechado há outras possibilidades para contornar essas limitações: *softwares* livres. De acordo com Stallman (2002) *softwares* livres se caracterizam por cinco liberdades essenciais:

- A liberdade de executar o programa como você desejar, para qualquer propósito;
- A liberdade de estudar como o programa funciona, e adaptá-lo às suas necessidades. Para tanto, acesso ao código-fonte é um pré-requisito;
- A liberdade de estudar como o programa funciona, e adaptá-lo às suas necessidades. Para tanto, acesso ao código-fonte é um pré-requisito;

- A liberdade de redistribuir cópias de modo que você possa ajudar ao próximo;
- A liberdade de distribuir cópias de suas versões modificadas a outros. Desta forma, você pode dar a toda comunidade a chance de beneficiar de suas mudanças. Para tanto, acesso ao código-fonte é um pré-requisito.

Tais liberdades favorecem o desenvolvimento de estudos, ferramentas e produtos científicos com um custo-benefício bastante apropriado para universidades. Considerando isso, projetos de *softwares* livres se tornam atrativos para a implementação dos requisitos do LBM propostos nesse trabalho e, dentro das opções disponíveis no mercado atualmente, o *software* Palabos (2017) é classificado como bastante conveniente visto que sua documentação é bastante abrangente, sua arquitetura de *software* é totalmente modularizada com baixo acoplamento e alta coesão e sua tecnologia de processamento chega a ser no mínimo 20 vezes mais rápida que o MATLAB de acordo com FlowKit (2017).

O *software* livre Palabos é um projeto feito no paradigma computacional de orientação a objetos resultado da colaboração entre indústria e academia, focando produzir uma ferramenta de simulação computacional robusta, rápida e confiável. Todos os modelos nativos são implementados e testados como mostra os estudos de Jin et al. (2015), Papenkort e Voigtmann (2015), Daigle e Reece (2015), Garcia-Salaberri et al. (2015) e Paradis et al. (2015). De funcionalidades o *software* possui:

- dinâmicas físicas:
 - equações de Navier-Stokes incompressível e fracamente compressível;
 - escoamentos com força de corpo;
 - escoamentos com diferenças de temperatura;
 - fluidos multifásicos;
 - modelo de turbulência Smagorinsky.
- modelos básicos:
 - BGK;
 - MRT;
 - entrópico.

- condições de contorno:
 - *bounceback*;
 - Zou/He;
 - Inamuro;
 - Skordos;
 - periódico;
 - Dirichlet para velocidade ou pressão.
- geração de malha:
 - criação de malha a partir de arquivos CAD do tipo STL.
- grid:
 - D2Q9;
 - D3Q13;
 - D3Q15;
 - D3Q19;
 - D3Q27;
 - *Multi-grid*.
- paralelismo:
 - MPI em vários processadores;
 - MPI em vários computadores em rede.
- dados de saída:
 - arquivos de dados em ASCII;
 - arquivos de dados em formato binário;
 - arquivos de dados em formato de imagem GIF;
 - arquivos de dados em formato VTK para visualização no *software* Paraview (2017).

Mesmo com várias funcionalidades nativas, o *software* Palabos (2017) precisa ter outras funcionalidades implementadas para que possa atender o escopo desse trabalho. Para atender esse requisito, o projeto Palabos-Acoustic (2017) foi criado como uma versão do Palabos (2017) que contém todos os modelos e implementações desenvolvidas nesse trabalho. As funcionalidades desenvolvidas nesse trabalho são:

- condições de contorno:
 - condição de contorno anecóica de Kam et al. (2006) para BGK D2Q9;
 - condição de contorno anecóica de Kam et al. (2006) para MRT D2Q9 e D3Q19;
 - condição de contorno para excitação do duto com *sweep* ou soma de harmônicos.
- geração de malha:
 - criação automática de malha com vários tamanhos e espessuras de dutos.
- dados de saída:
 - relatórios automáticos de execução;
 - dados e relatórios de execução organizados automaticamente por pastas com hora e data.

Para executar o Palabos-Acoustic (2017) é preciso dos seguintes *softwares* básicos instalados como pré-requisitos:

- sistema operacional linux Ubuntu 16.04 ou CentOS 7.2;
- compilador de C++ do tipo g++ 4.8;
- biblioteca de processamento paralelo Open MPI 1.10.

Para cada novo modelo é preciso criar uma pasta com o nome do modelo contendo o arquivo de compilação **Makefile** e o código fonte do modelo numérico escrito em C++ com extensão **.cpp**. No arquivo **Makefile** é possível configurar aonde se encontra a instalação do Palabos, arquivo do modelo numérico com extensão **.cpp**, opções de depuração e opções de paralelização. No arquivo de extensão **.cpp** se encontra o código fonte do modelo numérico a ser simulado e o mesmo é composto de acordo com os procedimentos do fluxograma da Figura 7.

Como é mostrado na Figura 7, todo código de modelo numérico no Palabos possui os seguintes procedimentos:

- importar bibliotecas: nesse procedimento são importadas as bibliotecas que contêm as funções e classes que serão usadas ao longo do processamento do modelo. Normalmente são bibliotecas do próprio Palabos ou bibliotecas com funções matemáticas;

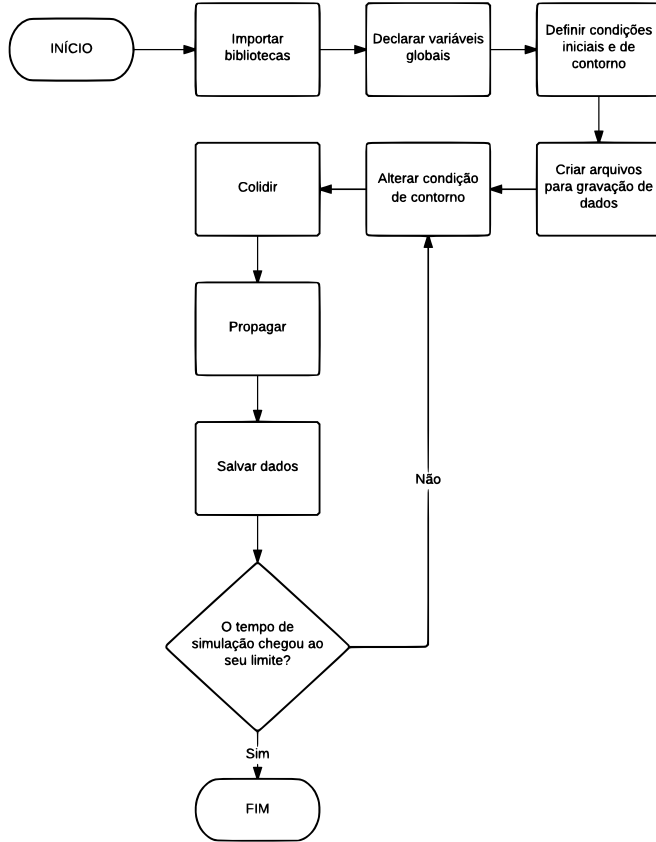


Figura 7: Fluxograma geral de um código fonte de um modelo numérico no Palabos.

- definir variáveis globais: normalmente nessa etapa são definidas valores de pré-processamento como o tamanho do domínio, valores macroscópicos do fluido como número de Reynolds, tempo total de simulação, viscosidade cinemática e o tipo de modelo LBM;
- definir condições iniciais e de contorno: nessa etapa a malha do domínio é consolidada, valores de densidade e velocidade são atribuídas para cada célula do domínio e condições de contorno são impostas;

- criar arquivos para gravação de dados: são criados ponteiros e arquivos de diversas extensões para que os dados sejam gravados;
- alterar condição de contorno: nessa etapa o modelo numérico entra no *loop* de iterações e se necessário as condições de contorno são alteradas para, por exemplo, que um *sweep* possa ser imposto;
- colidir: nessa etapa o operador de colisão é calculado e somado com as funções de distribuição de cada célula;
- propagar: os valores das funções de distribuição são propagados para células vizinhas;
- salvar dados: os dados normalmente de pressão e velocidades são salvos para pós-processamento.

E assim o ciclo de procedimentos dentro do *loop* é executado até que o número de iterações alcance o número máximo de tempo definido no início do programa.

Para execução é preciso efetuar os seguintes comandos no terminal linux dentro da pasta do modelo numérico:

- compilação do código de extensão **.cpp** para formato binário em linguagem de máquina:

```
$ make
```

- execução do arquivo binário compilado:

```
$ mpirun -np
<numero_de_processadores>
<nome_do_arquivo_compilado>
<parametros_de_entrada>
```

aplicando para o modelo numérico desse trabalho:

```
$ mpirun -np
8
duct_radiation_optimization
20 0.15 1.99
```

tal que o raio do duto é 20 células, o mach do escoamento é 0.15 e 1.99 é a frequência de relaxação $1/\tau$. É possível também executar o Palabos com o *script* **duct_radiation_init.m** na plataforma

MATLAB (2017) ou Octave (2017). Para executar basta colocar esse *script* dentro da pasta do modelo numérico e executar o seguinte comando no terminal do MATLAB (2017) ou Octave (2017) dentro dessa pasta:

```
>> duct_radiation_init 20 0.15 5042 8
```

tal que o raio do duto é 20 células, o mach do escoamento é 0.15, o número de Reynolds é 5042 e o 8 é a quantidade de processadores.

3.3 MODELO NUMÉRICO

Com os arquivos de compilação e execução corretamente configurados, pode-se modelar numericamente o problema. A Figura 8 representa a vista do corte lateral do modelo numérico em 3D. Para a definição do domínio foi utilizado uma abordagem paramétrica, ou seja, o raio externo do duto $a = 20$ células foi a unidade de medida para as dimensões. As dimensões $\mathbf{N_x}$ e $\mathbf{N_y}$ são iguais e possuem $20a$ de comprimento. A dimensão $\mathbf{N_z}$ possui $79,5a$ de comprimento e foi baseada no estudo de Allam e Åbom (2006), que justifica a distância da saída do duto até a parede para minimizar os efeitos da interação do jato de saída com a parede. Todo espaço de fluido do domínio foi preenchido em cada célula com frequência de relaxação $\frac{1}{\tau} = 1,99$, $\rho = \rho_0 = 1$ e as velocidades para todos os sentidos $u_x = u_y = u_z = 0$. As bordas do duto foram preenchidas com condição anecóica de espessura igual $1,5a$ células.

Com relação ao duto, o mesmo possui o tamanho $\mathbf{L} = 18a$ e é delimitado pela condição de contorno *bounceback no-slip*, diâmetro externo medindo $2a$ e parede com espessura de $0,1a$. No começo do duto há uma condição anecóica com espessura igual a $1,5a$, que é responsável pela dissipação da onda no sentido contrário a saída. Ao lado da condição anecóica há uma condição de contorno de excitação do duto com espessura de $0,05a$, responsável por excitar os modos axiais e impor escoamento.

Focando propiciar energia suficiente nos modos axiais com onda plana, a condição de excitação foi desenvolvida através de uma soma de ondas estacionárias, na faixa de frequência $0 < ka \leq 2,5$. Dessa forma, os valores de densidade e velocidade dessa região foram mudados em cada incremento de tempo da seguinte forma para:

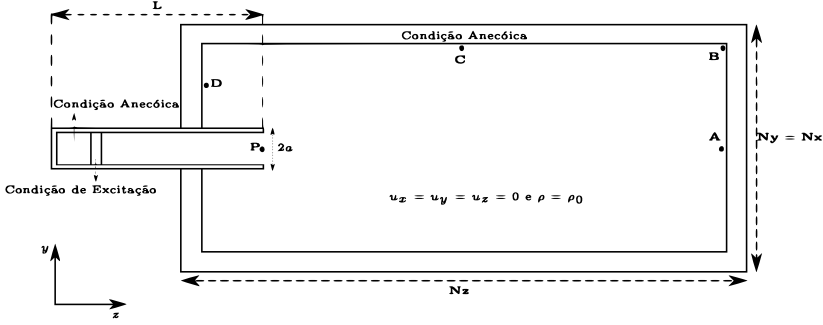


Figura 8: Esquemático do modelo numérico: vista do corte lateral do modelo em 3D.

- regime transiente ($0 \leq t < t_{transiente}$):

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \rho_0; \\ u_z(t) &= Mc_s; \\ u_y(t) &= 0; \\ u_x(t) &= 0.\end{aligned}$$

- regime estacionário ($t_{transiente} \leq t \leq t_{total} - t_{propagada}$):

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \rho_0 + A \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{nka_{max}c_s t}{Na}\right); \\ u_z(t) &= Mc_s + \frac{Ac_s}{\rho_0} \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{nka_{max}c_s t}{Na}\right); \\ u_y(t) &= 0; \\ u_x(t) &= 0.\end{aligned}$$

tal que $ka_{max} = 2,5$, N é o número total de ondas estacionárias dentro do intervalo $0 < ka \leq 2,5$, n é uma onda estacionária pertencente a esse mesmo intervalo de frequências, $t_{transiente}$ é baseado e adaptado do estudo de Yong et al. (2013) na forma $t_{transiente} = 2Nz/Mc_s$, $t_{propagada}$ é definido como $t_{propagada} = Nz/c_s$ e é o tempo que a onda demora para percorrer o domínio completo na direção axial do duto, $t_{total} = t_{transiente} + t_{propagada} + 12000$ é o tempo total da simulação e A é amplitude máxima definida como densidade e é calculada a partir de

uma pressão física na forma

$$A = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{\text{NPS}/20}}{c^* \rho_0^* c_s}, \quad (3.20)$$

tal que $c^* = 343 \text{ m/s}$ é a velocidade do som em unidades físicas, $\rho_0^* = 1,22 \text{ kg/m}^3$ é a densidade física do ar em unidades físicas e NPS é o nível de pressão sonora no valor de 80 dB.

No intuito de avaliar a condição anecóica nas fronteiras do domínio através do cálculo e análise do coeficiente de reflexão, os pontos **A**, **B**, **C** e **D** representados na Figura 8 são pontos de medição de pressão e velocidades uma célula ao lado das condições anecóicas. O localização dos pontos segue as seguintes coordenadas:

- ponto **A**: $(\frac{\text{Nx}}{2}, \frac{\text{Ny}}{2}, \text{Nz} - 31)$;
- ponto **B**: $(\frac{\text{Nx}}{2}, \text{Ny} - 31, \text{Nz} - 31)$;
- ponto **C**: $(\frac{\text{Nx}}{2}, \text{Ny} - 31, \frac{\text{Nz}}{2})$;
- ponto **D**: $(\frac{\text{Nx}}{2}, \frac{3\text{Ny}}{4}, 12a + 31)$.

Já o ponto **P** representa a média espacial, feita no plano transversal do duto, dos valores de pressão e velocidade na terminação. Essas médias espaciais são extraídas e calculadas ao longo do tempo para se obter os parâmetros de caracterização da acústica interna do duto: coeficiente de reflexão R_r e coeficiente de correção da terminação l/a .

Para a execução do modelo numérico foi escolhido um *hardware* com as seguintes características:

- arquitetura: x86_64;
- CPU(s): 8;
- modelo do processador: Intel(R) Xeon(R) CPU E5620 @2.40GHz;
- memória RAM: 139 GB.

3.4 PÓS-PROCESSAMENTO

Com os arquivos de dados temporais dos pontos **A**, **B**, **C**, **D** e da média espacial **P** salvos em disco rígido, um *script* de pós-processamento da plataforma MATLAB (2017)/Octave (2017) é executado. Os seguintes procedimentos são realizados no *script*:

1. os vetores temporais de pressão e velocidade no eixo axial são obtidos através da leitura de arquivos **.dat**;
2. uma janela Hann na forma

$$w(n) = \sin^2\left(\frac{\pi n}{N-1}\right), \quad (3.21)$$

tal que N é o tamanho da janela e n é a posição do vetor unidimensional é definida e usada para multiplicar os sinais de velocidade e pressão no domínio do tempo;

3. a transformada rápida de Fourier, *Fast Fourier Transform* (FFT), é aplicada nos vetores de velocidade e pressão no domínio do tempo;
4. a impedância de radiação Z_r é calculada através da divisão entre os vetores de pressões por de velocidades no domínio da frequência da seguinte forma:

$$Z_r = \frac{p(f)}{u_z(f)}; \quad (3.22)$$

5. o coeficiente de reflexão R_r é calculado de acordo com a equação 2.1;
6. o coeficiente de correção da terminação l/a é calculado de acordo com a equação 2.2;

Para minimizar os efeitos não lineares de ondas evanescentes na terminação do duto, um fator de correção $c = -0,2367$ é adicionado na parte real do coeficiente de correção da terminação l/a .

4 RESULTADOS

5 CONCLUSÕES

Neste tópico será abordado a duração de cada uma das etapas de trabalho como pode ser visto na Figura 9. Desta forma será possível uma melhor organização do mesmo.

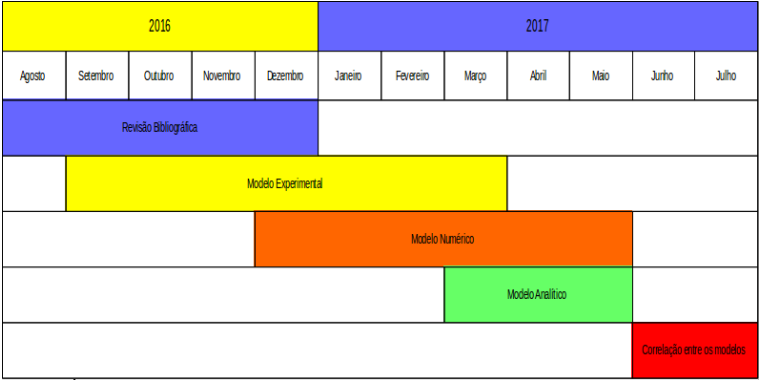


Figura 9: Elaborado pelo autor.

REFERÊNCIAS

- ALLAM, S.; ÅBOM, M. Investigation of damping and radiation using full plane wave decomposition in ducts. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 292, n. 3, p. 519–534, 2006.
- BHATNAGAR, P. L.; GROSS, E. P.; KROOK, M. A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical review*, APS, v. 94, n. 3, p. 511, 1954.
- CARRIER, G. *Sound transmission from a tube with flow*. [S.l.], 1955.
- COMSOL, I. *COMSOL Home page*. 2017. Disponível em: <https://br.comsol.com>.
- CROUSE, B.; FREED, D.; BALASUBRAMANIAN, G.; SENTHOORAN, S.; LEW, P.-T.; MONGEAU, L. Fundamental aeroacoustic capabilities of the lattice-boltzmann method. *AIAA paper*, v. 2571, 2006.
- DAIGLE, H.; REECE, J. S. Permeability of two-component granular materials. *Transport in Porous Media*, v. 106, n. 3, p. 523–544, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11242-014-0412-6>.
- DALMONT, J.-P.; NEDERVEEN, C.; JOLY, N. Radiation impedance of tubes with different flanges: numerical and experimental investigations. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 244, n. 3, p. 505–534, 2001.
- DAVIES, P. Plane wave reflection at flow intakes. *Journal of sound and vibration*, Academic Press, v. 115, n. 3, p. 560–564, 1987.
- D'HUMIERES, D. Generalized lattice-boltzmann equations. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, AMERICAN INST OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, v. 159, p. 450–450, 1994.
- ENGLISH, E. J. *A measurement based study of the acoustics of pipe systems with flow*. Tese (Doutorado) — University of Southampton, 2010.
- FLOWKIT, I. *Lattice Boltzmann in various languages*. 2017. Disponível em: <http://wiki.palabos.org/numerics:codes>.

FRISCH, U.; HASSLACHER, B.; POMEAU, Y. Lattice-gas automata for the navier-stokes equation. *Physical review letters*, APS, v. 56, n. 14, p. 1505, 1986.

GABARD, G.; ASTLEY, R. Theoretical model for sound radiation from annular jet pipes: far-and near-field solutions. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 549, p. 315, 2006.

GARCIA-SALABERRI, P. A.; GOSTICK, J. T.; HWANG, G.; WEBER, A. Z.; VERA, M. Effective diffusivity in partially-saturated carbon-fiber gas diffusion layers: Effect of local saturation and application to macroscopic continuum models. *Journal of Power Sources*, v. 296, p. 440 – 453, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jpowsour.2015.07.034>.

HE, X.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: From the boltzmann equation to the lattice boltzmann equation. *Physical Review E*, APS, v. 56, n. 6, p. 6811, 1997.

HIRSCHBERG, A.; HOEIJMAKERS, M. Comments on the low frequency radiation impedance of a duct exhausting a hot gas. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ASA, v. 136, n. 2, p. EL84–EL89, 2014.

HOWE, M. Attenuation of sound in a low mach number nozzle flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 91, n. 02, p. 209–229, 1979.

INGARD, U.; SINGHAL, V. K. Effect of flow on the acoustic resonances of an open-ended duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ASA, v. 58, n. 4, p. 788–793, 1975.

JIN, Y.; UTH, M.; HERWIG, H. Structure of a turbulent flow through plane channels with smooth and rough walls: An analysis based on high resolution DNS results. *Computers and Fluids*, v. 107, p. 77 – 88, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.10.012>.

KAM, E.; SO, R.; LEUNG, R. Non-reflecting boundary for one-step lbm simulation of aeroacoustics. In: *27th AIAA Aeroacoustics Conference*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–9.

LALLEMAND, P.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, galilean invariance, and stability. *Physical Review E*, APS, v. 61, n. 6, p. 6546, 2000.

- LEVINE, H.; SCHWINGER, J. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Physical review*, APS, v. 73, n. 4, p. 383, 1948.
- LEW, P.-T.; MONGEAU, L.; LYRINTZIS, A. Noise prediction of a subsonic turbulent round jet using the lattice-boltzmann method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 128, n. 3, p. 1118–1127, 2010.
- MANI, R. Refraction of acoustic duct waveguide modes by exhaust jets. 1973.
- MARIÉ, S.; RICOT, D.; SAGAUT, P. Comparison between lattice boltzmann method and navier–stokes high order schemes for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 228, n. 4, p. 1056–1070, 2009.
- MATLAB, P. *MATLAB Home page*. 2017. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- MUNJAL, M. L. *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987.
- MUNT, R. Acoustic transmission properties of a jet pipe with subsonic jet flow: I. the cold jet reflection coefficient. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 142, n. 3, p. 413–436, 1990.
- NOMURA, Y.; YAMAMURA, I.; INAWASHIRO, S. On the acoustic radiation from a flanged circular pipe. *Journal of the Physical Society of Japan*, The Physical Society of Japan, v. 15, n. 3, p. 510–517, 1960.
- OCTAVE, P. *Octave Home page*. 2017. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/octave>.
- PALABOS-ACOUSTIC, P. *Repositório do Projeto Palabos Acoustic*. 2017. Disponível em: https://github.com/josepedro/palabos_acoustic.
- PALABOS, P. *Palabos Home page*. 2017. Disponível em: <http://www.palabos.org>.
- PAPENKORT, S.; VOIGTMANN, T. Lattice boltzmann simulations of a viscoelastic shear-thinning fluid. *arXiv.org*, arXiv:1504.06123, 2015. Disponível em: <http://http://arxiv.org/abs/1504.06123>.

PARADIS, H.; ANDERSSON, M.; SUNDÉN, B. Modeling of mass and charge transport in a solid oxide fuel cell anode structure by a 3d lattice boltzmann approach. *Heat and Mass Transfer*, p. 1–12, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s00231-015-1670-8>.

PARAVIEW, P. *Paraview Home page*. 2017. Disponível em: <http://www.paraview.org>.

PETERS, M.; HIRSCHBERG, A.; REIJNEN, A.; WIJNANDS, A. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 256, p. 499–534, 1993.

POWERFLOW, I. *EXA Home page*. 2017. Disponível em: <http://exa.com/en/product/simulation-tools/powerflow-cfd-simulation>.

PREMNATH, K. N.; PATTISON, M. J.; BANERJEE, S. An investigation of the lattice boltzmann method for large eddy simulation of complex turbulent separated flow. *Journal of Fluids Engineering*, American Society of Mechanical Engineers, v. 135, n. 5, p. 051401, 2013.

PROJECT, O. M. *Open MPI Project Home page*. 2017. Disponível em: <https://www.open-mpi.org>.

QIAN, Y.; D'HUMIÈRES, D.; LALLEMAND, P. Lattice bkg models for navier-stokes equation. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 17, n. 6, p. 479, 1992.

REIS, T.; PHILLIPS, T. N. Modified lattice boltzmann model for axisymmetric flows. *Physical Review E*, APS, v. 75, n. 5, p. 056703, 2007.

SAVKAR, S. Radiation of cylindrical duct acoustic modes with flow mismatch. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 42, n. 3, p. 363–386, 1975.

SELAMET, A.; JI, Z.; KACH, R. Wave reflections from duct terminations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 109, n. 4, p. 1304–1311, 2001.

SILVA, A. D.; SCAVONE, G. Lattice boltzmann simulations of the acoustic radiation from waveguides. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 40, n. 3, p. 397, 2006.

- SILVA, A. D.; SCAVONE, G.; LEFEBVRE, A. Sound reflection at the open end of axisymmetric ducts issuing a subsonic mean flow: A numerical study. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 327, n. 3, p. 507–528, 2009.
- SILVA, A. R. D.; MAREZE, P. H.; LENZI, A. Approximate expressions for the reflection coefficient of ducts terminated by circular flanges. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, SciELO Brasil, v. 34, n. 2, p. 219–224, 2012.
- SILVA, A. R. da; MAREZE, P.; BRANDÃO, E. Prediction of sound absorption in rigid porous media with the lattice boltzmann method. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 49, n. 6, p. 065501, 2016.
- SILVA, F. D. da; DESCHAMPS, C. J.; SILVA, A. R. da; SIMÕES, L. G. Assessment of jet-plate interaction noise using the lattice boltzmann method. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 2207.
- STALLMAN, R. *Free software, free society: Selected essays of Richard M. Stallman*. [S.l.]: Lulu. com, 2002.
- STERLING, J. D.; CHEN, S. Stability analysis of lattice boltzmann methods. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 123, n. 1, p. 196–206, 1996.
- TIKOJA, H.; LAVRENTJEV, J.; RÄMMAL, H.; ÅBOM, M. Experimental investigations of sound reflection from hot and subsonic flow duct termination. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 333, n. 3, p. 788–800, 2014.
- VIGGEN, E. M. Acoustic multipole sources for the lattice boltzmann method. *Physical Review E*, APS, v. 87, n. 2, p. 023306, 2013.
- VIGGEN, E. M. *The lattice Boltzmann method: Fundamentals and acoustics*. Tese (Doutorado), 2014.
- WOLF-GLADROW, D. A. Lattice-gas cellular automata and lattice boltzmann models-introduction. *LATTICE-GAS CELLULAR AUTOMATA AND LATTICE BOLTZMANN MODELS*, SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERGER PLATZ 3, D-14197 BERLIN, GERMANY, v. 1725, p. 1–13, 2000.

WOLF-GLADROW, D. A. *Lattice-gas cellular automata and lattice Boltzmann models: an introduction*. [S.l.]: Springer, 2004.

YONG; SILVA, A. R. da; SCAVONE, G. P. Lattice boltzmann simulations of sound directivity of a cylindrical pipe with mean flow. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 46, n. 31, p. 315501, 2013.