UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

José Pedro de Santana Neto

FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS

Florianópolis

2016

José Pedro de Santana Neto

FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS

Dissertação submetido ao Programa de Pós-Graduação para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.
Orientador: Andrey Ricardo da Silva, Ph.D.

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor através do
Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da
UFSC.

A ficha de identificação é elaborada pelo próprio autor

Maiores informações em:
http://portalbu.ufsc.br/ficha

José Pedro de Santana Neto

FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS

Este Dissertação foi julgado aprovado para a obtenção do Título de "Mestre em Engenharia Mecânica", e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.

Florianópolis, 15 de Junho 2016.

Jonny Carlos da Silva, Dr. Eng.
Coordenador

Banca Examinadora:

Primeiro membro
Universidade ...

Andrey Ricardo da Silva, Ph.D.
Orientador

Segundo membro
Universidade ...

Este trabalho é dedicado aos meus colegas de classe e aos meus queridos pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço bla bla bla.

Texto da Epígrafe. Citação relativa ao tema do trabalho. É opcional. A epígrafe pode também aparecer na abertura de cada seção ou capítulo.

(Autor da epígrafe, ano)

RESUMO

Analisar e estudar acústica de dutos na presença de fluxo de massa vem se tornado um desafio visto que a interação entre esses dois fenômenos afeta significativamente o comportamento acústico. Estudos investigativos matemáticos ou experimentais podem ser inviáveis nesse sentido devido a complexidade matemática ou altos custos de bancada e, para contornar esse problema, faz-se o uso de métodos numéricos e tecnologias computacionais. Nesse trabalho é desenvolvido e validado uma ferramenta computacional para análise do coeficiente de reflexão para modos normais em dutos na presença de escoamentos de baixo número de Mach ($M \leq 0,2$). Para tal foi utilizado o método de *lattice* Boltzmann e suas condições de contorno implementados no software livre Palabos, bem como constiuído um modelo numérico tridimensional de um duto não flangeado. Foram abordados as condições sem escoamento, com escoamento de exaustão e com escoamento succionado para validar a ferramenta computacional, resultando em boas concordâncias com a literatura vigente, além de propiciar mais informações sobre regimes de succção no que diz respeito interação de vórtices com o campo acústico.

Palavras-chave: Aeroacústica. Ferramenta Computacional. Acústica Interna de Dutos. Método de *lattice* Boltzmann. Palabos. Coeficiente de Reflexão.

ABSTRACT

Analyzing and studying duct acoustics in the presence of mass flow has become a challenge since the interaction between these two phenomena significantly affects the acoustic behavior. Mathematical or experimental investigative studies may be impracticable in this sense due to mathematical complexity or high bench costs and, to overcome this problem, numerical methods and computational technologies are used. In this work a computational tool for analysis of the reflection coefficient for normal modes in ducts in the presence of low Mach number flows ($M \leq 0.2$) is developed and validated. The lattice Boltzmann method and its boundary conditions implemented in the free software Palabos were used as well as a three-dimensional numerical model of a non-flanged duct. The non-flowing, out flow and inlet flow conditions were addressed to validate the computational tool, resulting in good agreement with the current literature, as well as providing more information on suction regimes with respect to vortex interaction with the acoustic field.
Keywords: Aeroacoustics. Computational Tool. Internal Acoustics of Pipelines. Lattice Boltzmann Method. Palabos. Coefficient of Reflection.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIAÇÕES

LES	*Large Eddy Simulation*
FW-H	Superfície de Ffowcs-Williams e Hawkings
DM	Dinâmica Molecular
LBM	*Lattice Boltzmann Method*
BGK	Bhatnagar–Gross–Krook
SRT	*single-relaxation-time*
MRT	*multiple-relaxation-time*
ABC	*Absorbing Boundary Condition*
FFT	*Fast Fourier Transform*

LISTA DE SÍMBOLOS

$\|R\|$	Magnitude do coeficiente de reflexão
l	Coeficiente de correção da terminação
a	Raio do duto
R_r	Coeficiente de reflexão na terminação do duto
Z_r	Impedância de radiação
Z_0	Impedância característica do meio
ρ_0	Densidade média do meio
c_0	Velocidade do som
j	Unidade imaginária
k	Número de onda
ω	Frequência angular em radianos
$\|R_r\|$	Magnitude do coeficiente de reflexão na terminação do duto
ka	Número de Helmholtz
M	Número de Mach
Kp	Fator de perda
St	Número de Strouhal
f_i	Função de distribuição LBM na direção i
i	Direção de propagação LBM
c_i	Velocidades de propagação na direção i
$\mathbf{x}$	Localização espacial de uma célula LBM
t	Localização temporal de uma célula LBM
Δt	Incremento discreto de tempo
Ω_i	Operador de colisão LBM
τ	Período de colisão LBM
f_i^M	Função de distribuição de Maxwell ou de equilíbrio
ρ	Densidade local do fluido
ε_i	Pesos de velocidades para cada direção de propagação i
$\mathbf{u}$	Velocidade local do fluido
c_s	Velocidade do som
p	Pressão local do fluido
ν	Viscosidade cinemática do fluido
f^*	Frequência física

f	Frequência em LBM
f_i^T	Função de distribuição de amortecimento

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO

Sistemas de fluxo de massa (exaustão e sucção) podem se tornar uma considerável fonte de ruído. Escapamentos, sistemas de ventilação, buzinas, motores aeronáuticos e aspiradores de pó são exemplos desses sistemas que estão altamente presentes no dia-a-dia. Cada vez mais a sociedade vem desenvolvendo consciência crítica dos danos que os ruídos desses tipos de sistemas podem acarretar a saúde da população. Tal fato é tão preponderante que, como é apresentado por Munjal (1987), desde os anos da década de 1920 há registros de esforços para entender e caracterizar esses tipos sistemas, afim de colaborar com a manutenção e desenvolvimento de ambientes saudáveis no contexto acústico.

Há vários elementos estruturais que podem compor sistemas de exaustão, mas os dutos circulares se caracterizam como fundamentais e bastante presentes. De acordo também com Munjal (1987), o corpo de estudos e conhecimentos da acústica interna de dutos está bem estabelecido, mas verifica-se na literatura vários questionamentos sobre o funcionamento da dinâmica acústica de um duto na presença de escoamentos. Em vista disso, caracterizar a acústica interna de dutos é de extrema importância visto as várias tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão sem um amparo técnico bem estabelecido da literatura no ponto de vista da aeroacústica.

Em geral, quando o campo acústico interno é constituído por ondas planas (modos normais), o campo de pressão interno pode ser caracterizado pela condição de contorno na sáida do duto. Neste caso, pode-se utilizar os seguintes parâmetros para análise:

- a magnitude do coeficiente de reflexão $\|R\|$, razão entre as componentes refletida e incidente da onda no duto;
- coeficiente de correção da terminação do duto l, normalizado pelo raio a do mesmo. Tal parâmetro representa o comprimento adicional para o cálculo do comprimento efetivo do duto. Em outras palavras, o fator l é a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual se deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida.

Com o uso desses dois parâmetros, pode-se prever de maneira mais precisa o campo acústico interno de dutos e, consequentemente, delinear de maneira mais acertiva as estratégias para a redução de ruído.

1.2 PROBLEMA

Com relação aos parâmetros acima discutidos, a solução exata para o problema de um duto circular não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948). A solução assume que a espessura das paredes do duto são infinitamente finas e o fluido é invíscido. A partir destas simplificações, as expressões exatas para R_r e l são obtidas utilizando-se a técnica de Wiener-Hopf. Vale ressaltar também que o mesmo modelo prevê a diretividade do som irradiado pelo duto assim como é feito pelos parâmetros abordados.

Apesar da utilidade do modelo de Levine e Schwinger, em boa parte das aplicações práticas, dutos circulares transportam escoamentos médios. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto como condição de contorno de velocidade de partícula nessa região.

É importante ressaltar que modelos exatos para os parâmetros de radiação de dutos se limitam a condições condição de contorno simples envolvendo um duto sem flange ou com flange infinito. No entanto, observa-se na prática situações dobservam-se na prática geometrias bastante distintas daquelas previstas pelos modelos analíticos disponíveis. Além disso, a presença de escoamentos, o que é comum nestes sistemas, muda consideravelmente o comportamento acústico do coeficiente de reflexão.

Por conta da complexidade analítica em abordar o problema da radiação de dutos em condições geométricas reais, faz-se necessário a utilização de técnicas numéricas como alternativa na investigação desses fenômenos.

1.3 OBJETIVOS

Considerando a problemática discutida acima, o objetivo principal desse trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional para análise do coeficiente de reflexão para modos normais em dutos na presença de escoamentos de baixo número de Mach (M $\leq$ 0,2).

Tem-se como objetivos específicos:

- implementar um esquema computacional para a avaliação do coeficiente de reflexão em dutos a partir do método de *lattice* Boltzmann;
- construir condições de contorno necessárias, afim de representar o problema da reflexão de onda em dutos na presença de baixos números de Mach;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com e sem escoamento de exaustão e com ondas planas;
- implementar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento sugado e com ondas planas.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho está organizado em capítulos a partir da seguinte estrutura:

- o Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica envolvendo os métodos analíticos exatos e aproximados para a radiação de modos normais em dutos. A utilização de métodos computacionais na abordagem do problema de radiação também é apresentada neste capítulo;
- o Capítulo 3 apresenta o método de lattice Boltzmann utilizado neste trabalho e descreve o esquema numérico desenvolvido para as simulações;
- o Capítulo 4 apresenta os resultados da implementação computacional, validações do modelo e análises com diferentes condições de escoamento;
- o Capítulo 5 apresenta as conclusões e evoluções futuras do trabalho. Segue no final referências bibliográficas, apêndices e anexos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica dos tópicos concernentes a acústica interna de dutos circulares. Os tópicos estão separados em modelos analíticos exatos, modelos analíticos aproximados, trabalhos experimentais, modelos numéricos e trabalhos relacionados ao desenvolvimento e aplicação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica.

2.1 MODELOS ANALÍTICOS EXATOS

A propagação de modos normais (ondas planas) é um problema clássico em acústica e continua tendo importância significativa mediante ao advento de novas tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão e sucção. Em geral, pode-se utilizar dois parâmetros para caracterizar o fenômeno da acústica interna de dutos:

- a magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$, razão entre as componentes refletida e incidente da onda no duto, a qual é dada por
$$|R_r| = \left|\frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0}\right|, \tag{2.1}$$
sendo Z_r a impedância de radiação e Z_0 a impedância característica do meio, definida por $Z_0 = \rho_0 c_0$, tal que ρ_0 e c_0 são, respectivamente, as constantes de densidade média do meio e velocidade do som;

- coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio do duto l/a em que a é o raio do duto. Tal parâmetro representa o comprimento acústico efetivo do duto. Em outras palavras, o fator l é a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida. Tal coeficiente de correção da terminação l é dado por
$$l = \frac{1}{k}\arctan\left(\frac{Z_r}{Z_0\,\mathrm{j}}\right) \tag{2.2}$$
sendo o número de onda $k = \frac{\omega}{c_0}$ e ω a frequência angular em radianos.

Em relação aos parâmetros discutidos acima, a solução exata, obtida através da técnica de Wiener-Hopf, para o problema de um duto não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948). Esse modelo assume um duto semi-infinito com paredes infinitamente finas, fluido invíscido e presença somente de ondas planas.

Porém em boa parte das aplicações práticas dutos transportam escoamentos médios. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto para lidar com a singularidade da velocidade de partícula nesta região. As Figuras 1 e 2 apresentam as comparações entre casos com e sem escoamento para um duto não flangeado em termos de R_r e l/a.

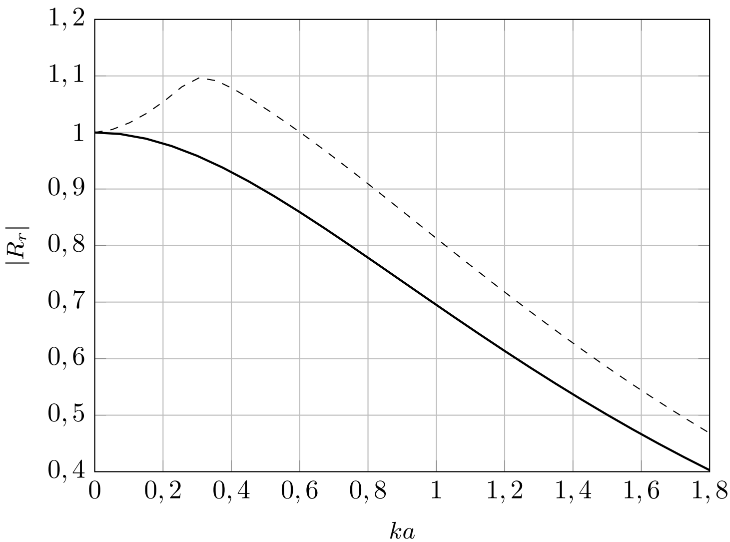


Figura 1: Resultados analíticos exatos para magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ ao final de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de Mach = 0,15 de Munt (1990).

Como é mostrado na Figura 1, a magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ aumenta consideravelmente na presença de um escoamento subsônico. Além disso, pode-se perceber que, em algumas frequências, $|R_r|$ torna-se maior do que a unidade, implicando que a amplitude da onda refletida torna-se maior do que a da onda incidente. Este fenômeno ocorre, sobretudo, pela interação do escoamento com a borda do duto, a qual transforma energia cinética rotacional em energia acústica, como discutido por Peters et al. (1993). Além disso vale ressaltar que o maior valor de $|R_r|$ está associado com a frequência de desprendimento de vórtices na saída do duto. Em outras palavras, quando o número de Strouhal (St) atinge o valor de $\frac{\pi}{2}$, o tempo necessário para o vórtice desprendido na saída do duto propagar a distância de um diâmetro é igual ao período do campo acústico no interior do duto, causando assim o ponto máximo do coeficiente de reflexão.

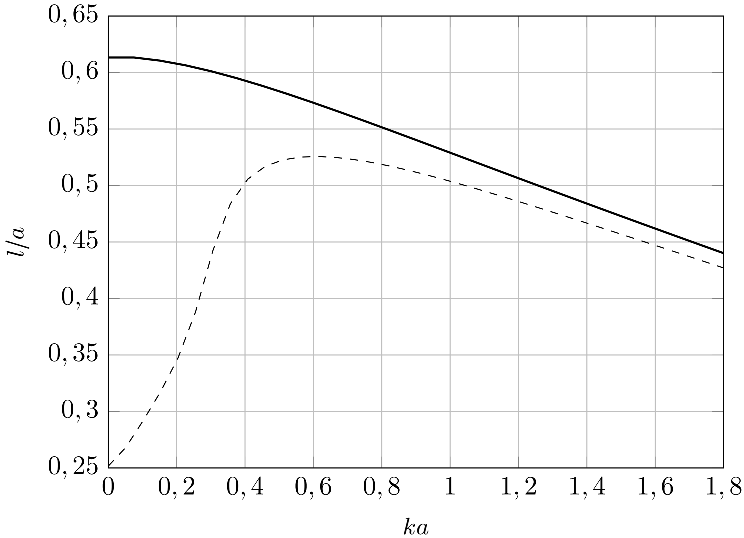


Figura 2: Resultados analíticos exatos para o coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio l/a de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de Mach = 0,15 de Munt (1990).

De acordo com a Figura 2, a correção normalizada da terminação l/a torna-se consideravelmente menor do que aquela obtida na ausência de escoamento, sobretudo para baixos números de Helmholtz (ka). Em outras palavras, para baixas frequências e na presença de um escoamento a onda acústica é refletida em uma região mais próxima da abertura, em comparação à situação sem escoamento. Isso acontece porque o efeito de inércia provocado pela massa de fluido na saída do duto é diminuída pela presença de escoamento. De fato, este fenômeno pode ser observado pela diminuição da parte imaginária da impedância nas baixas frequência, como observado por Peters et al. (1993).

2.2 MODELOS ANALÍTICOS APROXIMADOS

No que diz respeito a modelos analíticos aproximados, o trabalho de Carrier (1955) foi um dos primeiros a abordar o cálculo do coeficiente de reflexão e correção da terminação com escoamento de exaustão num duto não flangeado. Para tal foi considerado um gás perfeito invíscido com o tipo de escoamento uniforme (*plug*). Nessa abordagem usou-se a técnica de Wiener-Hopf com o método de Prandtl-Glauert e a premissa de um duto semi-infinito com paredes infinitamente finas. Esse modelo é limitado a Machs subsônicos ($M < 0,4$) e ondas planas, ou seja, valores de $ka < 1,8$.

Mani (1973) deu continuidade a mesma abordagem de Carrier (1955) com escoamento de exaustão para Machs subsônicos ($M < 0,3$) e ondas planas, porém considerando deslocamento transversais de partículas na interface entre o ar em repouso externo e o jato de saída do duto como condição de cortorno do problema. Esse tipo de solução mostra diversos fenômenos antes não previstos com os outros modelos citados como efeitos de convecção, zonas de silêncio relativo e refrações.

Também na mesma linha de desenvolvimento de Carrier (1955), Savkar (1975) desenvolveu um modelo de modos de alta ordem ($ka < 4,59$) com escoamento de exaustão e sucção do tipo *plug* ($M < 0,4$) com variação de temperatura. A continuidade do deslocamento das partículas acústicas transversais também foi considerada na interface entre o ar em repouso externo e o jato de saída do duto, possibilitando assim análises de fenômenos de convectivos. Como metodologia para construção desse modelo foram aplicadas as técnicas de Wiener-Hopf e a aproximação matemática do trabalho de Carrier (1955).

Já o trabalho de Hirschberg e Hoeijmakers (2014) propõe uma expressão analítica aproximada do coeficiente de reflexão para baixas frequências ($ka < 1$), baixos números de Mach ($M < 0,2$) e jatos quentes. Esse modelo considera os efeitos de convecção e temperatura e foi consolidado a partir da aproximação proposta pelo trabalho de Howe (1979).

2.3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS

2.3.1 Escoamento de Exaustão

No que diz respeito a escoamentos de exaustão o trabalho de Alfredson e Davies (1970) insvestigou os coeficientes de reflexão e correção da terminação e o fator de amortecimento de ondas acústicas. Para tal foi utilizado um duto excitado com um pulso de pressão, submetido a escoamentos subsônicos ($M < 0,2$) e dados extraídos com a técnica dos dois microfones ajustada para valores de $ka < 1$. A principal conclusão desse trabalho é o fato da magnitude do coeficiente de reflexão ser maior nos casos com escoamento.

O trabalho de Peters et al. (1993) investigou os coeficientes de reflexão e de dissipação de ondas acústicas devido aos efeitos térmicos e de viscosidade na presensa e ausência de cornetas. A técnica de dois microfones foi utilizada para extração dos dados num regime de baixas frequências ($ka < 1,5$) e valores subsônicos do número de Mach ($M < 0,2$). Por fim, o autor argumenta que a inserção de uma corneta no final do duto aumenta o coeficiente de reflexão por conta do aumento da instabilidade da camada limite na parede da corneta.

O trabalho de Allam e Åbom (2006) utilizou um sistema superdeterminado de medição para investigação do coeficiente de reflexão de um duto não flangeado. Para minimizar a relação sinal ruído e assim obter com mais acurácia o coeficiente de correção da terminação do duto, surgiu-se como motivação o desenvolvimento de um sistema em que há mais microfones do que incógnitas a serem calculadas, em outras palavras, extendeu-se a metodologia de medição de 2 microfones para mais que 4 microfones. Há de se considerar também que a parte imaginária do número de onda, parte associada com a dissipação de energia por viscosidade, não pode ser obtida quando há escoamento e por isso foi incluída como incógnita. Em linhas gerais esse trabalho permitiu a validação experimental do trabalho de Munt (1990) e a consolidação de um sistema confiável de medição para esse tipo de problema.

English (2010) investigou também de forma experimental os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com diferentes espessuras, através da técnica de extração de autoespectro e espectro cruzado em pares de microfones calibrados para o intervalo $0 < ka < 0,7$. Focando para números de Mach entre 0 e 0,3, seus resultados mostram que os coeficientes de reflexão estão com valores acima dos que são encontrados no trabalho de Munt (1990) e Allam e Åbom (2006). O autor explica esse fato relatando que as premissas de camada limite viscosa e parede de duto infinitamente finas assumidas pelo modelo de Munt subestimam a transferencia de energia cinética rotacional do jato em energia acústica. No entanto, o autor não discute porque os resultados anteriores, obtidos por Allam e Åbom (2006), apresentam maior concordância com o modelo de Munt.

Já o trabalho de Tiikoja et al. (2014) focou na influência da temperatura no coeficiente de reflexão de dutos não flangeados. Para tal fim utilizaram a técnica de 2 microfones num sistema superdeterminado com 3 microfones, ajustados num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$) e Machs de até 0,3 e 0,12 para jatos frios e quentes respectivamente. Tendo como referências as curvas validadas de jatos frios de Munt (1990), foi observado como resultado do estudo que para jatos quentes as curvas dos coeficientes de reflexão e de terminação sofrem um aumento de amplitude e um deslocamento do pico máximo em direção para baixas frequências, em outras palavras, com o aumento da temperatura o gás obtém maior energia cinética e os efeitos de vorticidade na terminação do duto ficam mais intensos com relação a temperaturas mais baixas.

2.3.2 Escoamento Sugado

Em relação a trabalhos experimentais, Ingard e Singhal (1975) investigaram o coeficiente de reflexão em dutos quadrados em regime de escoamento succionado de Mach 0,4. O método de medição se baseou na técnica de dois microfones e os mesmos foram ajustados para números de Helmholtz (ka) menores que 0,5. Em vista desse contexto experimental, o autor desenvolveu uma fórmula semi-empírica para baixas frequências do coeficiente de reflexão e é modelada na forma

$$|R_r| = |R_0| \left[\frac{(1-M)}{(1+M)} \right]^n, \tag{2.3}$$

sendo que n é uma constante no valor aproximado de 1,33 e $|R_0|$ é o módulo do coeficiente de reflexão sem escoamento obtido a partir do trabalho de Levine e Schwinger (1948).

Na mesma linha de investigação, Davies (1987) investigou o coeficiente de reflexão para baixas frequências ($0,01 < ka < 0,25$) e Machs subsônicos ($M < 0,3$), porém com dutos circulares não-flangeados, flangeados e com difusores na borda. O autor destaca que a disposição geométrica da terminação do duto, quando submetida a fenômenos de escoamentos succionados, desenvolve uma "*vena* contracta", que pode ser estimada e associada com o fator de perda Kp. Em vista dos procedimentos desse trabalho, o autor compara os resultados com o estudo de Ingard e Singhal (1975) e sugere que o termo n da equação 2.3 tenha o valor aproximado de 0,9 para casos de dutos circulares.

Mesmo na ausência de uma investigação sistemática focando o coeficiente de correção da terminação, o trabalho de Davies (1987) também sugere uma equação para o qual é proposto na seguinte forma

$$l/a = l_0(1 - M^2), \tag{2.4}$$

sendo l_0 módulo do coeficiente de correção da terminação sem escoamento obtido a partir do trabalho de Levine e Schwinger (1948).

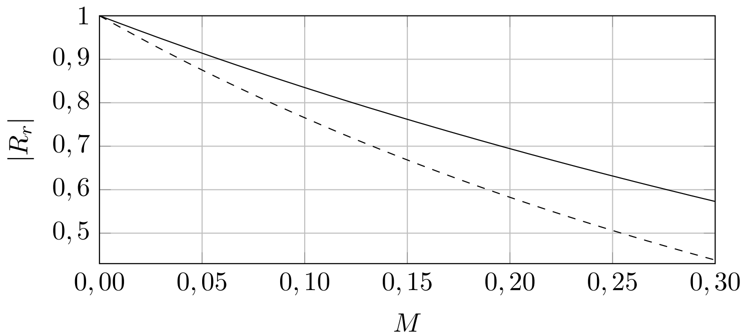


Figura 3: Resultado da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ em relação ao Mach para baixas frequências com escoamento sugado. A linha contínua apresenta o cálculo obtido a partir do trabalho de Davies (1987) e a linha tracejada apresenta o resultado obtido a partir do trabalho de Ingard e Singhal (1975).

A Figura 3 mostra o gráfico resultante da equação 2.3 para os estudos de Ingard e Singhal (1975) e Davies (1987). Pode-se perceber que $|R_r|$ decai de acordo com o aumento do Mach, em outras palavras, para baixas frequências, a onda plana possui maior facilidade de se radiar para o meio externo a medida que o Mach é aumentado.

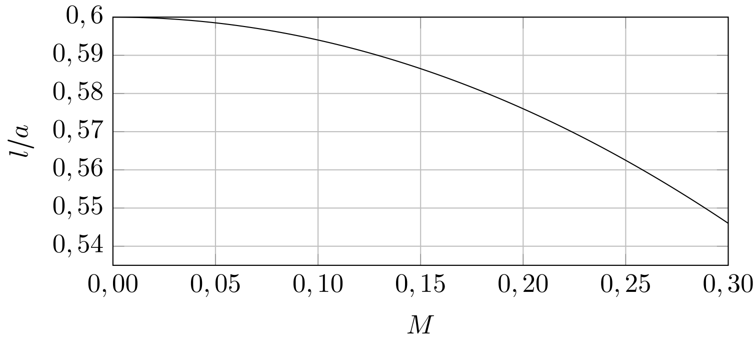


Figura 4: Resultado do coeficiente de correção da terminação l/a em relação ao Mach para baixas frequências ($ka < 0,25$). A linha contínua apresenta o cálculo obtido com a equação 2.4 do trabalho de Davies (1987).

A Figura 4 mostra o gráfico resultante da equação 2.4 e pode-se perceber que l_M decai de acordo com o aumento do Mach, ou seja, para baixas frequências, o comprimento efetivo acustico do duto diminui a medida que o Mach do escoamento succionado é aumentado, o que constitui um paradoxo. Mesmo com esses coeficientes modelados com apoio de dados experimentais a literatura carece de informações sobre esses parâmetros para frequências mais altas ($ka > 0,25$).

2.4 MODELOS NUMÉRICOS

Já em relação a trabalhos envolvendo métodos numéricos, Selamet et al. (2001) analisaram os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com diferentes geometrias sem escoamento num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$). Para isso utilizaram método dos elementos de contorno e obtiveram para cada configuração de geometria as seguintes conclusões:

- não-flangeados: para diferentes tamanhos o comportamento se diferencia muito pouco de um caso de um duto semi-infinito;
- extendidos a partir de uma parede rígida e infinita: os coeficientes de reflexão e de correção da terminação possuem oscilações com relação a linha de base desses mesmos coeficientes para dutos

não-flangeados, pois há interações entre as ondas da terminação do duto e as refletidas da parede;

- extendidos obliquamente a partir de uma parede rígida e infinita: no geral o coeficiente de reflexão decresce para altos números de ka com relação ao extendido de forma perpendicular;

- terminados em forma de sino: redução significativa do coeficiente de reflexão para altos números de ka;

- terminados com cavidade anular: adiciona picos nos coeficientes de reflexão com relação aos não-flangeados.

Seguindo uma linha de análise semelhante, Dalmont et al. (2001) analisaram coeficientes de terminação de dutos circulares com diversas geometrias de terminação num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$), sobretudo as que são comumente encontradas em instrumentos de sopro. As análises foram feitas comparando-se resultados experimentais com resultados numéricos obtidos a partir dos métodos dos elementos finitos e elementos de contorno. A partir do ajuste dos modelos numéricos, derivaram modelos semi-empíricos simplificados para os coeficientes de reflexão encontrados nas geometrias estudadas.

Tendo como motivação a validação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica de dutos, Silva e Scavone (2006) abordaram análises dos coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares não flangeados, sem escoamento e focando ondas planas ($ka < 1,8$). As boas correlações dos dados numéricos com os dados vigentes da teoria de Levine e Schwinger (1948) mostram que o método é bastante útil para predizer fenômenos complexos envolvendo acústica de dutos.

Complementando o trabalho anterior, Silva et al. (2009) investigaram os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com terminações de corneta e com escoamento subsônico. Para isso implementaram o modelo usando o método de *lattice* Boltzmann com condições de contorno absorventes, axissimetria de acordo com o trabalho de Reis e Phillips (2007) e paredes curvas para a consolidação das terminações em cornetas. Com esse trabalho foram validados os resultados de Munt (1990) e Allam e Åbom (2006) além de mostrar que na presença de cornetas o coeficiente de reflexão aumenta bastante no pico associado ao número de Strouhal $St \approx \frac{\pi}{2}$. Tal fato é aderente aos vários trabalhos que abordam o escoamento de exaustão e é explicado pelo fato de valores maiores do 1 para a magnitude do coeficiente de reflexão podem ser encontrados tanto em dutos não-flangeados quanto cornetas. No entanto, no caso das cornetas, este aumento é consideravelmente maior devido a indução de vorticidade causada pela terminação circular. Além disso, os resultados observados sugerem que a região de Strouhal $St \approx \frac{\pi}{2}$ acontecem quando o período do campo acústico interno conicide com o tempo necessário para que um vórtice propague a distância equivalente a um raio de corneta.

Silva et al. (2012) usaram o método de elementos de contorno para analisar a influência do raio de uma terminação flangeada no comportamento do coeficiente de reflexão de dutos circulares na ausência de escoamento. Para tanto validaram o modelo com os resultados de Levine e Schwinger (1948), dutos não flangeados, e de Nomura et al. (1960), dutos flangeados circulamente. Como resultado da análise propuseram expressões aproximadas para o cálculo dos coeficientes de reflexão e de terminação.

3 METODOLOGIA

Tal como foi discutido no capítulo anterior, para a investigação do coeficiente de reflexão na presença de escoamento, faz-se ncessária a utilização de esquemas numéricos que integrem na mesma estrutura a parte fluido dinâmica e acústica. Neste sentido, o método de lattice Boltzmann mostra-se adequado, sobretudo quando são considerados baixos númoeros de Mach ($M < 0{,}2$) e baixos números de Reynolds ($Re < 5515$). Nesse sentido, há traballhos que validam, aplicam e desenvolvem metodologias de *lattice* Boltzmann no campo de estudo da aeroacústica.

Um desses estudos é o de Crouse et al. (2006), que mostraram a eficácia do método de *lattice* Boltzmann em recuperar as equações de Navier-Stokes para baixas compressibilidades ($M < 0{,}3$). Há de se ressaltar que validaram também o modelo numérico de um ressonador de Helmholtz com um modelo experimental do mesmo, demonstrando assim a viabilidade da aplicação para problemas de acústica.

No que se trata de desenvolvimento de ferramentas auxiliares para tratar problemas acústicos, Kam et al. (2006) desenvolveram uma condição de contorno absorvente, baseada na técnica de camadas perfeitamente casadas ("*perfectly matched layers*"). Essencialmente, a técnica se baseia na criação de uma camada com viscosidade crescente exponencialmente na direção exterior do domínio computacional.

Marié et al. (2009) analisou e comparou esquemas de alta ordem das equações de Navier-Stokes linearizadas com o método de *lattice* Boltzmann. O objeto de estudo para comparação foi análises de dispersão e dissipação de ondas acústicas em regime isotérmico. Conclui-se com esse trabalho que para um erro de dispersão pré-definino, o método de *lattice* Boltzmann se comportou como mais rápido.

No que diz respeito a aplicação do método de *lattice* Boltzmann num problema de aeroacústica, Lew et al. (2010) desenvolveram um modelo numérico em 3D para predição de ruído em um jato turbulento subsônico. Como validação os resultados foram comparados com resultados experimentais e cálculos numéricos feitos a base de *Large Eddy Simulation* (LES). Esse estudo demonstrou as principais vantagens de se trabalhar com o método de *lattice* Boltzmann como por exemplo o baixo custo computacional e a facilidade em inserir *nozzles* com formas complexas no domínio computacional.

Também na área de aeroacústica computacional, o trabalho de Yong et al. (2013) propõe um modelo em *lattice* Boltzmann para obter dados de diretividade da radiação sonora num duto circular submetido a escoamento subsônico. Os resultados de diretividade foram comparados com os modelos de Levine e Schwinger (1948) e Gabard e Astley (2006), mostrando uma boa convergência principalmente nas baixas frequências.

Já no sentido de tratamento de fenômenos da acústica básica, Viggen (2013) investigou os efeitos da adição de termos fontes no método de *lattice* Boltzmann, mapeando eles nos parâmetros macroscópicos através da ferramenta matemática de expansão de Chapman-Enskog. Como resultado conseguiu reproduzir fenômenos de diretivade de monopolos, dipolos e quadrupolos.

Silva et al. (2015) abordaram também o uso do método de *lattice* Boltzmann acoplado com *Large Eddy Simulation* (LES) na investigação do ruído gerado na interação do escoamento de um jato com uma placa plana. Os dados de níveis de pressão sonora em campo distante foram obtidos usando a superfície de Ffowcs-Williams e Hawkings (FW-H) e os mesmos possuem uma boa convergência com dados experimentais.

Investigar a acústica interna de dutos circulares com escoamentos é um processo que deve ter suporte de ferramentas bem específicas, como por exemplo o método numérico de *lattice* Boltzmann. Esse capítulo portanto abordará esse método e as condições de uso implementadas, validadas e verificadas num *software* de código aberto chamado Palabos (2017). Abordar o uso de um *software* de código aberto possibilita a verificação transparente dos processos de cálculo bem como adaptações com novas implementações dentro do projeto, focando a melhor aderência da ferramenta computacional para resolução do problema.

O presente Capítulo apresenta o método de lattice Boltzmann utilizado neste trabalho e descreve a construção de um modelo tridimensional de duto não-flangeado utilizando a plataforma de código aberto Palabos. Detalhes sobre a elaboração do modelo são discutidos detalhadamente nas seções subsequentes.

3.1 O MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN

O método de *lattice* Boltzmann possui bastante utilidade quando se trata de problemas aeroacústicos, pequenas flutuações de pressão e fenômentos de turbulência. Isso se deve ao fato do método ter surgido de uma outra abordagem de fenômenos mecânicos aplicados a fluidos - uma abordagem microscópica de interações entre moléculas.

Essa abordagem se chama Dinâmica Molecular (DM) e é baseada na premissa de que cada partícula pode ter suas posições no espaço e velocidades obtidas a partir da aplicação da segunda lei de Newton. Segundo essa ideia, outras propriedades do fluido como densidade, pressão e temperatura podem ser facilmente recuperadas através do cáculo da média correspondente a um conjunto de partículas. Porém o principal problema dessa abordagem é que há uma grande quantidade de equações para se resolver num pequeno volume de fluido, pois, considerando que, de acordo com o número de Avogrado, nesse mesmo volume há na ordem de 10^{23} moléculas para calular os movimentos cinéticos. Tal fato se torna inviável para implementação mesmo com computadores potentes como *clusters* de alto desempenho.

Uma solução para contornar o problema da grande quantidade de equações do movimento é abordar o fenômeno físico pelo ponto de vista de distribuição de moléculas, a qual se convêm chamar de partícula. Nesse caso, cada partícula é descrita a partir de uma função de distribuição, a qual indica a probabilidade de se encontrar numa dada região espacial e em um determinado instante de tempo, um conjunto de moléculas que compartilham a mesma velocidade e direção de propagação. A equação de transporte que rege a propagação das partículas e a difusão da quantidade de movimento das mesmas a partir de suas colisões é a Equação de Boltzmann que, ao ser discretizada, pode ser resolvida numericamente originando assim o método de *lattice* Boltzmann ou *lattice Boltzmann Method* (LBM).

Historicamente o método de *lattice* Boltzmann se originou no final da década de 40 para o começo da década de 50 com os trabalhos de Grad (1949) e Bhatnagar et al. (1954). Esses trabalhos mostram que as equações de Boltzmann podem recuperar as equações macroscópicas de Navier-Stokes através da expansão de Chapman–Enskog. Nos anos 90 o trabalho de He e Luo (1997a) mostrou que a forma discreta da equação de Boltzmann também recupera as eaquações de Navier Stokes para baixas compressibilidades (baixos números de Mach). Isto fornece uma ligação formal entre as equações macroscópicas de lattice Boltzmann e as equações de Navier-Stokes para baixas compressibilidades, além de possibilitar a implementação computacional desse método.

O LBM possui muitas vantagens em relação a técnicas tradicionais de fluido dinâmica computacional aplicadas a aeroacústica: resolve o campo acústico e o campo fluido dinâmico numa mesma iteração em cada incremento de tempo, extração direta do campo de pressão e fácil implementação paralela elevando assim a performance frente a outros métodos.

3.1.1 Modelo BGK

O LBM, baseado em operações de colisão e propagação de funções de distribuição de partículas com massa, é a equação de Boltzman discretizada no tempo e espaço. Cada conjunto de funções de distribuição localizadas num ponto no espaço $\mathbf{x}$ e tempo t pode ser chamada de célula e, segundo o trabalho de He e Luo (1997b), a equação de Boltzman, que formula o comportamento de cada célula, pode ser escrita na expressão

$$f_i(\mathbf{x} + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)), \tag{3.1}$$

sendo que i é um número inteiro que delimita direções no espaço de propagação de partículas, f_i é a função de distribuição em uma dada direção i, c_i são velocidades de propagação na direção i e Δt é o incremento de tempo.

A equação 3.1 é dividida nas duas operações básicas: propagação e colisão. O lado esquerdo dessa equação representa a operação de propagação, na qual os valores das funções de distribuição de cada célula são movidos para cada direção de propagação para uma próxima célula no espaço em cada iteração no tempo. Feita a operação de propagação, é realizada a operação de colisão, representada pelo lado direito da equação, na qual o termo Ω_i representa o operador de colisão.

Uma das formas de calcular o operador de colisão Ω_i é usar a formulação proposta no estudo de Bhatnagar et al. (1954). A aplicação dessa formulação consolida o modelo BGK (Bhatnagar–Gross–Krook) ou modelo de tempo de relaxação único: *single-relaxation-time* (SRT). Nesse sentido, o operador de colisão é definido por

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau}(f_i - f_i^M), \tag{3.2}$$

tal que τ é o período de colisão, período médio de colisão entre partículas, e f_i^M é a função de distribuição de Maxwell ou função de distribuição de equilíbrio.

A função de distribuição de Maxwell f_i^M pode ser calculada aplicando o princípio de máxima entropia de acordo com as retrições das leis de conservação de massa e quantidade de movimento, assim como é proposto por Wolf-Gladrow (2000). Dessa forma a função de distribuição de Maxwell é definida por

$$f_i^M = \rho\varepsilon_i \left(1 + \frac{\mathbf{u}.c_i}{c_s^2} + \frac{\mathbf{u}.c_i^2 - c_s^2\mathbf{u}}{2c_s^4}\right), \tag{3.3}$$

sendo que ρ é a densidade local do fluido, ε_i são pesos de velocidades para cada direção de propagação i, $\mathbf{u}$ é a velocidade local do fluido, c_i é um vetor de velocidades de propagação da célula para cada direção i e c_s é a velocidade do som.

Os parâmetros macroscópicos de densidade local do fluido ρ e a velocidade local do fluido $\mathbf{u}$ podem ser obtidos a partir dos momentos da função de distribuição f_i das seguintes maneiras

$$\rho = \sum f_i \text{ e} \tag{3.4}$$

$$\rho\mathbf{u} = \sum f_i c_i. \tag{3.5}$$

A partir da equação de estado isoentrópica linear, a pressão local do fluido p pode ser obtida na forma

$$p = \rho c_s^2. \tag{3.6}$$

A viscosidade cinemática ν é um parâmetro que é função do período de colisão τ e pode ser obtida com a equação

$$\nu = c_s^2\left(\tau - \frac{1}{2}\right). \tag{3.7}$$

Quando as equações 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 são usadas para recuperar os atributos macroscópicos do fluido a unidade de medida não é uma unidade física. Segudo o trabalho de Silva et al. (2016), para se ter esses atributos em unidade física é preciso aplicar regras de conversão. Essas regras de conversão se baseiam em duas constantes que são definidas a partir de unidades físicas: velocidade característica definida por

$$\zeta = c^*/c_s, \tag{3.8}$$

em que c^* é a velocidade física do som, e discretização Δx definida pelo tamanho de uma célula dado em metros.

Com os parâmetros c^* e Δx pode-se realizar as seguintes conversões para unidades físicas, notadas com o superíndice $*$:

$$\boldsymbol{u^*} = \zeta\boldsymbol{u}, \tag{3.9}$$

$$\boldsymbol{x}^* = \Delta x \boldsymbol{x}, \tag{3.10}$$

$$t^* = \frac{\Delta x}{\zeta} t, \tag{3.11}$$

$$\nu^* = \zeta \Delta x \nu, \tag{3.12}$$

$$\rho^* = \frac{\zeta}{\Delta x} \rho, \tag{3.13}$$

$$p^* = p \zeta^2 \rho_0^* \text{ e} \tag{3.14}$$

$$f^* = f \frac{\zeta}{\Delta x}, \tag{3.15}$$

tal que f^* e f são unidades de frequências física e do LBM respectivamente.

Há várias geometrias de célula do tipo BGK, o grupo do tipo D_nQ_b (n dimensões e b direções de propagação ou velocidades) é um dos mais usados e foi proposto por Qian et al. (1992). A tabela 1 mostra os parâmetros para cada um dos modelos do tipo D_nQ_b, seus diferentes vetores de velocidades de propagação (c_i), seus respectivos pesos ε_i e as suas constantes de velocidade do som (c_s). Esses valores são obtidos para cada geometria, de forma que se mantenham a conservação da massa e da quantidade de movimento. Portanto com esses parâmetros já se torna possível calcular a função de Maxwell (f_i^M) para cada operação de colisão em cada iteração de tempo.

Para esse trabalho usou-se o modelo D3Q19 e a Figura 5 ilustra um esquemático desse tipo de célula e é possível visualizar espacialmente as direções de propagação. Vale ressaltar que para cada direção há o cáculo da função de Maxwell (f_i^M) e, por conseguinte, a operação de propagação das funções de distribuição para a célula adjacente no sentido de cada direção.

Tabela 1: Modelos D_nQ_b

Modelo	c_i	ε_i	c_s^2
D1Q3	0, ± 1	$2/3$, $1/6$	$1/3$
D1Q5	0, ± 1, ± 2	$6/12$, $2/12$, $1/12$	1
D2Q7	$(0,0)$, $(\pm 1/2, \pm\sqrt{3}/2)$	$1/2$, $1/12$	$1/4$
D2Q9	$(0,0)$, $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$, $(\pm 1, \pm 1)$	$4/9$, $1/9$, $1/36$	$1/3$
D3Q15	$(0,0,0)$, $(\pm 1,0,0)$, $(0,\pm 1,0)$, $(0,0,\pm 1)$, $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$	$2/9$, $1/9$, $1/72$	$1/3$
D3Q19	$(0,0,0)$, $(\pm 1,0,0)$, $(0,\pm 1,0)$, $(0,0,\pm 1)$, $(\pm 1,\pm 1,0)$, $(\pm 1,0,\pm 1)$, $(0,\pm 1,\pm 1)$	$1/3$, $1/18$, $1/36$,	$1/3$

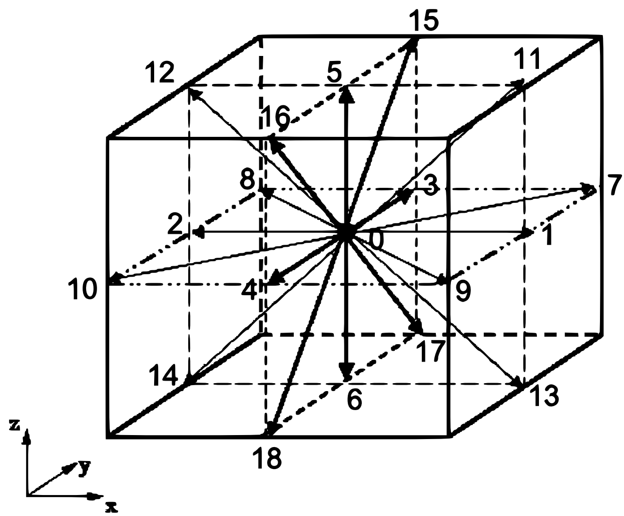


Figura 5: Esquemático do modelo D3Q19. Ilustração adaptada do estudo de Premnath et al. (2013).

3.1.2 Múltiplos Tempos de Relaxação

A equação 3.2 retrata um operador de colisão com tempo de relaxação único para todas as direções de propagação i. Essa abordagem é funcional, porém limitada à estabilidade em baixos números de Reynolds como mostra o estudo de Lallemand e Luo (2000). Para esses tipos de problemas a abordagem de múltiplos tempos de relaxação (MRT), pode ser usada assim como é mostrado nos estudos de Viggen (2014).

Seguindo a formulação proposta por d'Humieres (1994), a formulação de MRT se baseia na troca do parâmetro de único tempo de relaxação τ por uma matriz $\mathbf{\Lambda}$ de vários tempos de relaxação. Todavia a matriz $\mathbf{\Lambda}$ é construída de acordo com uma matriz $\boldsymbol{M}$ que projeta as funções de distribuição f_i e f_i^M no espaço dos momentos. De acordo com Lallemand e Luo (2000), a possibilidade desse método ser mais estável é oriunda da capacidade de operar a colisão das células com um tempo de relaxação apropriado para cada um dos vários momentos, projetados a partir das funções de distribuição f_i e f_i^M. Em vista do exposto o operador de colisão da equação 3.2 se transforma em

$$\Omega_i = -\mathbf{\Lambda}(f_i - f_i^M). \tag{3.16}$$

Porém a operação de colisão é realizada no espaço dos momentos. Logo é preciso projetar f_i e f_i^M no espaço dos momentos impondo

$$m_i = \boldsymbol{M} f_i \text{ e } m_i^M = \boldsymbol{M} f_i^M, \tag{3.17}$$

tal que, segundo d'Humieres (1994) e para o caso do modelo D3Q19, a matriz $\boldsymbol{M}$ assume a forma

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix}
A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A \\
B & C & C & C & C & C & C & D & D & D & D & D & D & D & D & D & D & D & D \\
E & F & F & F & F & F & F & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A \\
G & A & J & G & G & G & G & G & G & G & G & J & A & J & A & J & A & J & A \\
G & F & K & G & G & G & G & G & G & G & G & J & A & J & A & J & A & J & A \\
G & G & G & A & J & G & G & A & J & J & A & G & G & G & G & A & J & J & A \\
G & G & G & F & K & G & G & A & J & J & A & G & G & G & G & A & J & J & A \\
G & G & G & G & G & A & J & A & J & A & J & J & A & A & J & G & G & G & G \\
G & G & G & G & G & F & K & A & J & A & J & J & A & A & J & G & G & G & G \\
G & I & I & J & J & J & J & H & H & H & H & A & A & A & A & A & A & A & A \\
G & F & F & I & I & I & I & H & H & H & H & A & A & A & A & A & A & A & A \\
G & G & G & A & A & J & J & G & G & G & G & J & J & J & J & A & A & A & A \\
G & G & G & H & H & I & I & G & G & G & G & J & J & J & J & A & A & A & A \\
G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & J & J & A & A \\
G & G & G & G & G & G & G & A & A & J & J & G & G & G & G & G & G & G & G \\
G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & A & A & J & J & G & G & G & G \\
G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & A & J & A & J & J & A & J & A \\
G & G & G & G & G & G & G & A & J & J & A & G & G & G & G & J & A & A & J \\
G & G & G & G & G & G & G & J & A & J & A & J & A & A & J & G & G & G & G
\end{bmatrix}, \tag{3.18}$$

e as constantes dentro da matriz assumem os valores $A = 1$, $B = -30$,

$C = -11$, $D = 8$, $E = 12$, $F = -4$, $G = 0$, $H = -2$ e $I = 2$.

Considerando que a matriz $\boldsymbol{S}$ é dada por

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{M}^{-1}, \tag{3.19}$$

o operador de colisão fica

$$\Omega_i = -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}(m_i - m_i^M). \tag{3.20}$$

Inserindo a equação 3.20 na equação 3.1 fica

$$f_i(\mathbf{x} + c_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}(m_i - m_i^M). \tag{3.21}$$

Vale ressaltar que a operação de propagação, lado esquerdo da equação 3.21, ocorre no espaço original da função de distribuição f_i.

3.1.3 Condições de Contorno

3.1.3.1 *Bounceback*

De acordo com o estudo de Viggen (2014), a condição de contorno do tipo *bounceback* tem como objetivo simular uma parede rígida no domínio do LBM, sendo ela do tipo implícita e localizada entre as células. Há dois tipos de *bounceback*: *free-slip*, que simula escorregamento livre do fluido na parede e *no-slip*, que impõe que todas as componentes de velocidade juto à parede sejam nulas. Essa condição força o desenvolvimento da camada limite viscosa junto à parede. Nesse trabalho foi usado o do tipo *no-slip*para que os efeitos de camada limite envolvidos no problema fossem capturados.

A condição de contorno *bounceback no-slip* é geralmente implementada na etapa de propagação a partir de uma inversão de funções de distribuição de partículas. A Figura 6 mostra um esquemático de exemplo do processo de funcionamento dessa condição de contorno. Ao cruzar a condição de contorno no tempo seguinte $t + \Delta t$, a célula inverte as funções de distribuição de partículas para o sentido contrário dos vetores que apontam para o *bounceback*.

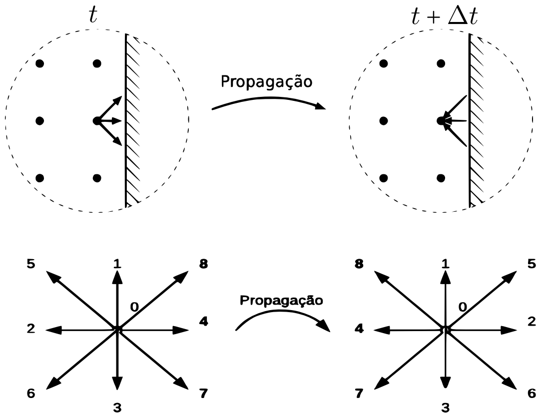


Figura 6: Esquemático de exemplo do processo de funcionamento da condição de contorno *bounceback no-slip*. Ilustração adaptada do estudo de Viggen (2014).

Em relação às equações de propagação o processo abordado fica

$$f_6(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_8(\mathbf{x}, t),\ f_8(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_6(\mathbf{x}, t),$$
$$f_2(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_4(\mathbf{x}, t),\ f_4(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_2(\mathbf{x}, t),$$
$$f_5(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_7(\mathbf{x}, t) \text{ e } f_7(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_5(\mathbf{x}, t).$$

3.1.3.2 Condição Anecóica

Consolidar uma condição do tipo anecóica num método numérico de natureza temporal é um desafio. Nesse contexto, considerando a absorção de pressão, entropia e pulsos de despredimento de vórtices, o trabalho de Kam et al. (2006) propõe uma condição de contorno explícita de absorção. Em essência, este método se baseia na adaptação do método das camadas perfeitamente casadas ("*perfectly matched layers*") para o LBM. A condição de contorno de absorção, *Absorbing Boundary Condition* (ABC), consiste na adição de uma região de amortecimento para que os valores de pressão e velocidade convirjam assintoticamente a valores que caracterizam um fluido em repouso. Nesse sentido, valores alvos para um fluido em resposo de densidade ($\rho_T = \rho_0$) e velocidade ($\boldsymbol{u_T} = 0$) são usados para calcular uma função de distribuição de amortecimento f_i^T. Essa função de distribuição é definida da mesma forma que f_i^M, porém com os valores alvos de densidade e velocidade, impostos na forma

$$f_i^T = \rho_0 \varepsilon_i. \tag{3.22}$$

Como essa técnica é explícita, o operador de colisão Ω_i é adaptado e recebe um novo termo de colisão, tal que

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau}(f_i - f_i^M) - \sigma(f_i^M - f_i^T), \tag{3.23}$$

sendo $\sigma = \sigma_T(\delta/D)^2$ é o coeficiente de absorção, σ_T é uma constante com valor de $0,3$, δ é a distância medida do começo da região de contorno no sentido da convergência assintótica e D é o tamanho total da região de contorno no sentido da convergência assintótica assim como ilustra a Figura 7.

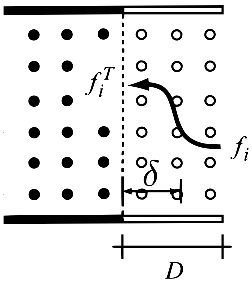


Figura 7: Esquemático de exemplo do processo de funcionamento da condição de contorno anecóica. Ilustração adaptada do estudo de Silva (2008).

O operador de colisão da equação 3.23 funciona bem para o modelo SRT, porém como nesse estudo será usado o modelo MRT algumas adaptações precisam ser realizadas, pois a operação de colisão ocorre no espaço dos momentos nesse modelo. Assim como é feito nas equações 3.17 deve-se aplicar o mesmo procedimento na função de distribuição f_i^T originando o termo m_i^T. Além disso é preciso inserir esse termo no operador de colisão da equação 3.20 resultando em

$$\Omega_i = -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}(m_i - m_i^M) - \sigma\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}(m_i^M - m_i^T). \tag{3.24}$$

Simplificando, a equação 3.24 fica

$$\Omega_i = -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}[m_i - m_i^M(\sigma - 1) - m_i^T]. \tag{3.25}$$

Adicionando esse termo na equação geral 3.1 do LBM o resultado é a equação

$$f_i(\mathbf{x} + c_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}[m_i - m_i^M(\sigma - 1) - m_i^T]. \quad (3.26)$$

A equação 3.26 descreve a camada anecóica inserida ao redor do domínio computacional com o propósito de absorver toda energia acústica incidente, assim como o fluxo de massa proveniente do jato.

3.2 PALABOS

O *software* livre Palabos é um projeto feito no paradígma computacional de orientação a objetos, resultado da colaboração entre indústria e academia, focando produzir uma ferramenta de simulação computacional robusta, rápida e confiável. Junto com esse pacote computacional há implementados modelos numéricos de publicações e *benchmarks* da litetura como mostra os estudos de Jin et al. (2015), Papenkort e Voigtmann (2015), Daigle e Reece (2015), Garcia-Salaberri et al. (2015) e Paradis et al. (2015). As seguintes funcionalidades do *software* Palabos foram usadas nesse trabalho:

- modelo base:
  - MRT;
- condição de contorno:
  - *bounceback no-slip*;
- grid:
  - D3Q19;
- paralelismo:
  - MPI em vários processadores, aumentando o desempenho computacional no mínimo 20 vezes mais que o MATLAB de acordo com FlowKit (2017);
- dados de saída:
  - arquivos de dados em ASCII;
  - arquivos de dados em formato de imagem GIF;

  - arquivos de dados em formato VTK para visualização no *software* Paraview (2017).

Mesmo com várias funcionalidades citadas, o *software* Palabos (2017) precisa ter outras outras funcionalidades implementadas para que possa atender o escopo desse trabalho. Para atender esse requisito, o projeto Palabos-Acoustic (2017) foi criado como uma versão do Palabos (2017) que contém todos os modelos e implementações desenvolvidas nesse trabalho. As funcionalidades desenvolvidas nesse trabalho são:

- condições de contorno:
  - condição de contorno anecóica de Kam et al. (2006) para BGK D2Q9;
  - condição de contorno anecóica de Kam et al. (2006) para MRT D2Q9 e D3Q19;
  - condição de contorno para excitação do duto com *sweep* ou soma de harmônicos.
- geração de malha:
  - criação automática de malha com vários tamanhos e espessuras de dutos.
- dados de saída:
  - relatórios automáticos de execução;
  - dados e relatórios de execução organizados automaticamente por pastas com hora e data.

3.3 MODELO NUMÉRICO

Com os arquivos de compilação e execução corretamente configurados, pode-se modelar numericamente o problema. A Figura 8 representa a vista do corte lateral do modelo numérico tridimensional. Para a definição do domínio foi utilizado uma abordagem paramétrica, ou seja, o raio externo do duto a = 20 células foi a unidade de medida para as dimensões. As dimensões **Nx** e **Ny** são iguais e possuem 20a de comprimento. A dimensão **Nz** possui 79,5a de comprimento e foi baseada no estudo de Allam e Åbom (2006), que justifica a distância da saída do duto até a parede para minimizar os efeitos da interação do jato de saída com a parede. Todo espaço de fluido do domínio foi preenchido em cada célula com frequência de relaxação $\frac{1}{\tau} = 1,99$, $\rho = \rho_0 = 1$ e as velocidades para todos os sentidos $u_x = u_y = u_z = 0$. As bordas do duto foram preenchidas com condição anecóica de espessura igual 1,5a células.

Com relação ao duto, o mesmo possui o tamanho $\mathbf{L} = 18a$ e é delimitado pela condição de contorno *bounceback no-slip*, diâmetro externo medindo 2a e parede com expessura de 0,1a. No começo do duto há uma condição anecóica com espessura igual a 1,5a, que é responsável pela dissipação da onda no sentido contrário a saída. Ao lado da condição anecóica há uma condição de contorno de excitação do duto com espessura de 0,05a, responsável por excitar os modos axiais e impor escoamento.

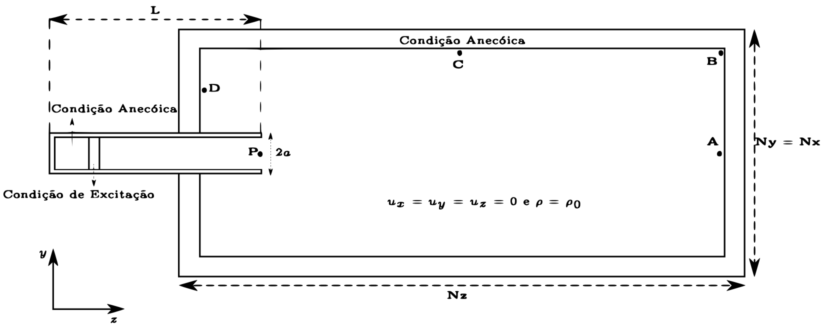


Figura 8: Esquemático do modelo numérico: vista do corte lateral do modelo em 3D.

Focando propiciar energia suficiente nos modos axiais com onda plana, a condição de excitação foi desenvolvida através de uma soma de ondas estacionárias, na faixa de frequência $0 < ka \leq 2{,}5$. Dessa forma, os valores de densidade e velocidade dessa região foram mudados em cada incremento de tempo da seguinte forma para:

- regime transiente ($0 \leq t < t_{transiente}$):

$$\rho(t) = \rho_0;$$
$$u_z(t) = Mc_s;$$
$$u_y(t) = 0;$$
$$u_x(t) = 0.$$

- regime estacionário ($t_{transiente} \leq t \leq t_{total} - t_{propagada}$):

$$\rho(t) = \rho_0 + A \sum_{n=1}^{N} sin\left(\frac{nka_{max}c_s t}{Na}\right);$$
$$u_z(t) = Mc_s + \frac{Ac_s}{\rho_0} \sum_{n=1}^{N} sin\left(\frac{nka_{max}c_s t}{Na}\right);$$
$$u_y(t) = 0;$$
$$u_x(t) = 0.$$

tal que $ka_{max} = 2{,}5$, N é o número total de ondas estacionárias dentro do intervalo $0 < ka \leq 2{,}5$, n é uma onda estacionária pertencente a esse mesmo intervalo de frequências, $t_{transiente}$ é baseado e adaptado do estudo de Yong et al. (2013) na forma $t_{transiente} = 2\mathbf{Nz}/Mc_s$, $t_{propagada}$ é definido como $t_{propagada} = \mathbf{Nz}/c_s$ e é o tempo que a onda demora para percorrer o domínio completo na direção axial do duto, $t_{total} = t_{transiente} + t_{propagada} + 12000$ é o tempo total da simulação e A é amplitude máxima definida como densidade e é calculada a partir de uma pressão física na forma

$$A = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{\mathrm{NPS}/20}}{c^* \rho_0^* c_s}, \tag{3.27}$$

tal que $c^* = 343\ m/s$ é a velocidade do som em unidades físicas, $\rho_0^* = 1{,}22\ kg/m^3$ é a densidade física do ar em unidades físicas e NPS é o nível de pressão sonora no valor de 80 dB.

No intuito de avaliar a condição anecóica nas fronteiras do domínio através do cálculo e análise do coeficiente de reflexão, os pontos **A**, **B**, **C** e **D** representados na Figura 8 são pontos de medição de pressão e velocidades uma célula ao lado das condições anecóicas. O localização dos pontos segue as seguintes coordenadas:

- ponto **A**: $(\frac{\mathbf{Nx}}{2}, \frac{\mathbf{Ny}}{2}, \mathbf{Nz} - 31)$;
- ponto **B**: $(\frac{\mathbf{Nx}}{2}, \mathbf{Ny} - 31, \mathbf{Nz} - 31)$;
- ponto **C**: $(\frac{\mathbf{Nx}}{2}, \mathbf{Ny} - 31, \frac{\mathbf{Nz}}{2})$;
- ponto **D**: $(\frac{\mathbf{Nx}}{2}, \frac{3\mathbf{Ny}}{4}, 12a + 31)$.

Já o ponto **P** representa a média espacial, feita no plano transversal do duto, dos valores de pressão e velocidade na terminação. Essas médias espaciais são extraídas e calculadas ao longo do tempo para se obter os parâmetros de caracterização da acústica interna do duto: coeficiente de reflexão R_r e coeficiente de correção da terminação l/a.

Para a execução do modelo numérico foi escolhido um *hardware* com as seguintes características:

- arquitetura: x86_64;
- CPU(s): 8;
- modelo do processador: Intel(R) Xeon(R) CPU E5620 @2.40GHz;
- memória RAM: 139 GB.

3.4 PÓS-PROCESSAMENTO

Com os arquivos de dados temporais dos pontos **A**, **B**, **C**, **D** e da média espacial **P** salvos em disco rígido, um *script* de pós-processamento da plataforma MATLAB (2017)/Octave (2017) é executado. Os seguintes procedimentos são realizados no *script*:

1. os vetores temporais de pressão e velocidade no eixo axial são obtidos através da leitura de arquivos **.dat**;

2. uma janela Hann na forma

$$w(n) = sin^2\left(\frac{\pi n}{N-1}\right), \tag{3.28}$$

   tal que N é o tamanho da janela e n é a posição do vetor unidimensional é definida e usada para multiplar os sinais de velocidade e pressão no domínio do tempo;

3. a transformada rápida de Fourier, *Fast Fourier Transform* (FFT), é aplicada nos vetores de velocidade e pressão no domínio do tempo;

4. a impedância de radiação Z_r é calculada através da divisão entre os vetores de pressões por de velocidades no domínio da frequência da seguinte forma:

$$Z_r = \frac{p(f)}{u_z(f)}; \tag{3.29}$$

5. a magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ é calculado de acordo com a equação 2.1;

6. o coeficiente de correção da terminação l/a é calculado de acordo com a equação 2.2;

Para minimizar os efeitos não lineares de ondas evanescentes na terminação do duto, um fator de correção $c = -0,2367$ é adicionado na parte real do coeficiente de correção da terminação l/a.

Para fins de comparação dos resultados obtidos nesse estudo com resultados da literatura foi usado o coeficiente de correlação de Pearson na forma

$$r = \left| \frac{\sum_{n=1}^{N}(x_n - \overline{x})(y_n - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{n=1}^{N}(x_n - \overline{x})}\sqrt{\sum_{n=1}^{N}(y_n - \overline{y})}} \right| \times 100, \tag{3.30}$$

tal que r está em porcentagem e varia no intervalo [0, 100] sendo que quanto maior o valor mais correlacionado o resultado estará, N é o número total de pontos, x_n e y_n são valores de dois conjuntos de pontos na posição n a serem comparados e $\overline{x}$ e $\overline{y}$ são as médias definidas nas formas

$$\overline{x} = \frac{\sum_{n=1}^{N} x_n}{N} \text{ e} \tag{3.31}$$

$$\overline{y} = \frac{\sum_{n=1}^{N} y_n}{N}. \tag{3.32}$$

4 RESULTADOS

Em vista da teoria vigente na literatura e pelo que foi exposto no ponto de vista metodológico, obteve-se resultados nos seguintes contextos:

- análise da condição anecóica: a partir dos históricos temporais de pressão e velocidade de partícula nas fronteiras do modelo numérico, foram feitas análises críticas de reflexão acústica;
- duto sem escoamento: a partir dos históricos temporais de pressão e velocidade de partícula na terminação do duto, foram feitas validações e análises críticas dos parâmetros caracterizadores da acústica interna do duto sem escoamento;
- duto com escoamento de exaustão: a partir dos históricos temporais de pressão e velocidade de partícula na terminação do duto, foram feitas validações e análises críticas dos parâmetros caracterizadores da acústica interna do duto com escoamento de exaustão para regimes subsônicos ($M \leq 0{,}2$);
- duto com escoamento sugado: a partir dos históricos temporais de pressão e velocidade de partícula na terminação do duto, foram feitas validações, análises críticas e investigação dos parâmetros caracterizadores da acústica interna do duto com escoamento succionado para regimes subsônicos ($M \leq 0{,}2$).

4.1 ANÁLISE DA CONDIÇÃO ANECÓICA

Com a finalidade de mensurar e analisar o comportamento da condição de contorno anecóica por meio de métricas numéricas e objetivas, foram calculados impedâncias e coeficientes de reflexão nas fronteiras do modelo numérico, ou seja, nos pontos **A**, **B**, **C** e **D** como é mostrado na Figura 8. As Figuras 9, 10, 11 e 12 mostram os resultados nos respectivos pontos citados.

A Figura 9 mostra os resultados de parâmetros de caracterização de reflexão no ponto **A**, ou seja, num ponto que está a frente da terminação do duto. Pode-se observar pela Figura 9a que a parte real da impedância converge para o valor de $\rho_0 c_0$ de referência na literatura, que em unidades do LBM possui o valor igual 0,57735. A parte imaginária da Figura 9a converge num valor bem abaixo, porém ainda distante de 0 como é o ideal de uma situação totalmente anecóica. A Figura 9b confirma o fato que se vê na Figura 9a, ou seja, vê-se a mesma tendência do coeficiente de reflexão na parte imaginária do gráfico de impedância, ocasionando aproxidamente 15% de reflexão. Vale ressaltar também da Figura 9b que para baixas frequências há uma alta reflexão.

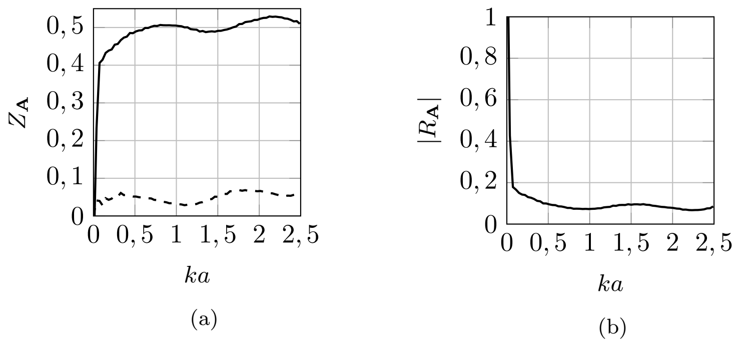


Figura 9: Resultados da impedância $Z_{\mathbf{A}}$ (9a) e módulo do coeficiente de reflexão $|R_{\mathbf{A}}|$ (9b) calculados no ponto **A**. Na Figura (9a) a linha contínua representa a parte real e a linha tracejada representa a parte imaginária.

A Figura 10 mostra os resultados de parâmetros de caracterização de reflexão no ponto **B**, ou seja, numa região de descontinuidade na direção z e y. Pode-se observar pela Figura 10a que a parte real e imaginária da impedância diverge consideravelmente de uma condição anecóica ideal. Tal fato pode ser verificado na Figura 10b que, embora o coeficiente de reflexão não convirja para 1, há a presença de reflexões principalmente em baixas frequências. Mesmo o ponto **B** tendo uma tendência distoante de uma condição anecóica ideal, considera-se tal fato como desprezível visto que há poucas regiões descontínuas dessa condição de contorno no modelo numérico.

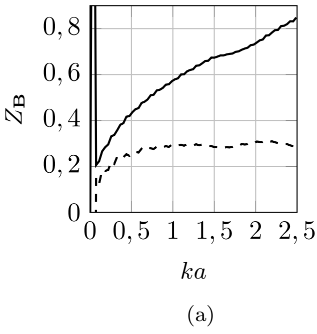
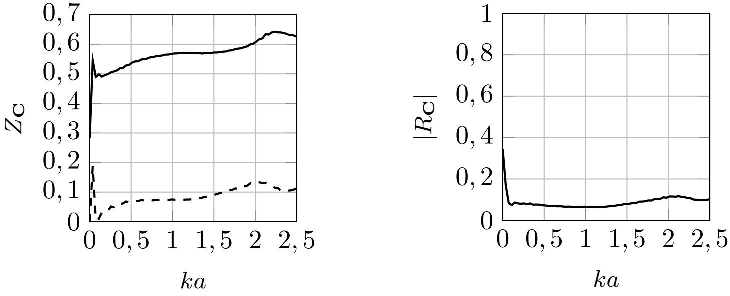


Figura 10: Resultados da impedância $Z_{\mathbf{B}}$ (10a) e módulo do coeficiente de reflexão $|R_{\mathbf{B}}|$ (10b) calculados no ponto **B**. Na Figura (10a) a linha contínua representa a parte real e a linha tracejada representa a parte imaginária.

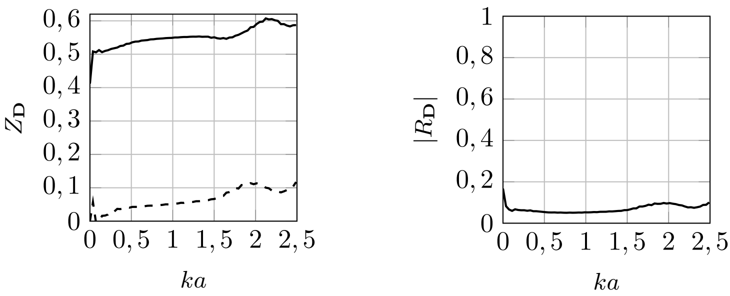
A Figura 11 mostra os resultados de parâmetros de caracterização de reflexão no ponto **C**. Pode-se observar pela Figura 11a que a parte real da impedância converge, para baixas e médias frequências, para o valor de $\rho_0 c_0$ de referência na literatura, que em unidades do LBM possui o valor igual 0,57735. A parte imaginária da Figura 11a converge num valor bem abaixo para baixas e médias frequências, porém ainda distante de 0 como é o ideal de uma situação totalmente anecóica. A Figura 11b confirma o fato que se vê na Figura 11a, ou seja, vê-se a mesma tendência do coeficiente de reflexão na parte imaginária do gráfico de impedância, ocasionando aproxidamente 15% de reflexão.

A Figura 12 mostra os resultados de parâmetros de caracterização de reflexão no ponto **D**, numa posição atrás da terminação duto. Essa região, quando não está corretamente ajustada no que diz respeito a condição anecóica, pode-se caracterizar como parede rígida refletora e distorcer o comportamento para um contexto de duto extendido a partir de uma parede rígida como mostra o estudo de Selamet et al. (2001). Contudo, tal região se comporta como aproximadamente anecóica pois possui características congruentes ao ponto **C** no que diz respeito a impedância (Figura 12a) e ao coeficiente de reflexão (Figura 12b).



(a) (b)

Figura 11: Resultados da impedância $Z_{\mathbf{C}}$ (11a) e módulo do coeficiente de reflexão $|R_{\mathbf{C}}|$ (11b) calculados no ponto **C**. Na Figura (11a) a linha contínua representa a parte real e a linha tracejada representa a parte imaginária.



(a) (b)

Figura 12: Resultados da impedância $Z_{\mathbf{D}}$ (12a) e módulo do coeficiente de reflexão $|R_{\mathbf{D}}|$ (12b) calculados no ponto **D**. Na Figura (12a) a linha contínua representa a parte real e a linha tracejada representa a parte imaginária.

Em vista do que foi exposto através de uma análise de reflexão acústica nos pontos **A**, **B**, **C** e **D**, a condição de contorno na fronteira do domínio pode ser considerada como aproximadamente anecóica.

4.2 DUTO SEM ESCOAMENTO

A primeira etapa de validação do modelo numérico abordado nesse trabalho consiste num duto sem escoamento e com fonte acústica variando nos valores de $0 \leq ka \leq 1,8$. Nessa etapa são calculados os coeficientes de reflexão e correção da terminação (ponto **P**) e comparados com os resultados de Levine e Schwinger (1948). Porém, considerando que para cada razão elemento por comprimento de onda terá um custo computacional e acurácia nos resultados, é preciso realizar uma análise de convergência para mensurar qual discretização é mais adequada. Portanto foram avaliadas quatro tipos de discretizações para representar o raio do duto: 20, 15, 10 e 5. Não foi possível realizar com raio maior que 20 devido a limitação de memória. A Figura 13 apresenta os resultados com as discretizações citadas.

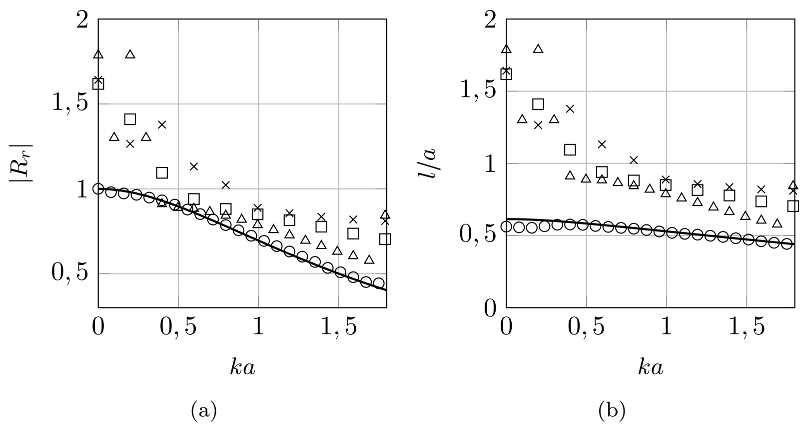


Figura 13: Resultados de $|R_r|$ (13a) e l/a (13b) para duto sem escoamento. As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Levine e Schwinger (1948) e os pontos ○, △, □ e × apresentam os resultados para 20, 15, 10 e 5 elementos de discretização para representar o raio do duto respectivamente.

É possível percebecer da Figura 13 que a medida que a discretização vai aumentando mais o modelo numérico converge para o valor da literatura do modelo analítico. É possível perceber que a melhor discretização é a de 20 elementos para descrever o tamanho do raio. Vale ressaltar que a tabela 2 apresenta esse fato com vistas no tamanho do raio (a), número de elementos representativos (γ) para $ka = 1,8$ e as correlações r_r para coeficiente de reflexão e r_l para correção da terminação.

Tabela 2: Tamanho do Raio, Números de Elementos Representativos para $ka = 1,8$ e Correlações

a	γ	r_r	r_l
20	70	99,95 %	96,23 %
15	52	86,08 %	86,84 %
10	35	70,65 %	68,43 %
5	17	61,23 %	48,06 %

Para a discretização com melhor correlação com resultados da literatura ($a = 20$) há comportamentos de $|R_r|$ e l/a corretamente aderentes a fenomenologia puramente acústica. O Figura 13a apresenta um alto coeficiente de reflexão para baixas frequências e o mesmo vai decando a medida que a frequência aumenta. Esse fato é devido a inércia do gás na terminação do duto que é muito mais preponderante nas baixas frequências do que nas altas. A Figura 13b reflete a mesma atuação da inércia sobre as ondas acústicas, resultando num alto coeficiente de correção da terminação para baixas frequências e a diminuição do mesmo a medida que a frequência aumenta.

4.3 DUTO COM ESCOAMENTO DE EXAUSTÃO

Visto que o modelo numérico abordado está validado num contexto sem escoamento com uma discretização de elementos significativa ($a = 20$), há a necessidade de validá-lo com escoamento de exaustão usando os resultados na literatura desenvolvidos por Munt (1990). Para isso foram escolhidos os números de Mach 0,07, 0,10, 0,15 e 0,20 para atender o requisito de análises com escoamento de exaustão para $M \leq 0,2$. Além disso faz-se necessário análises do comportamento do coeficiente de reflexão em relação ao número de Strouhal visto que a natureza de fluxo de massa rotacional eclode mudanças consideráveis nessa métrica.

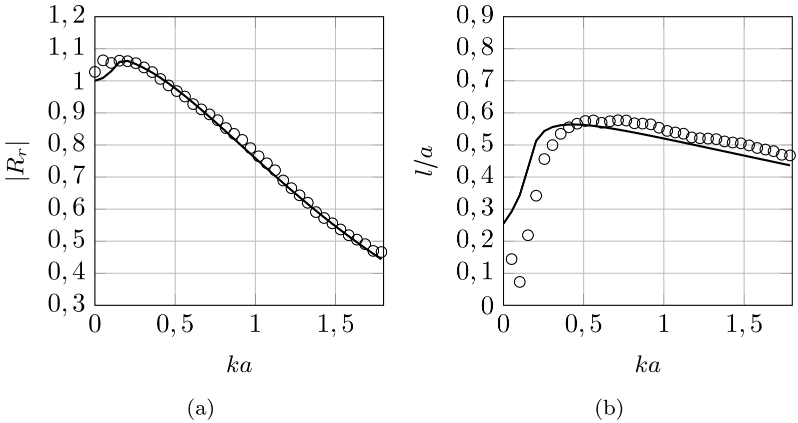


Figura 14: Resultados de $|R_r|$ (14a) e l/a (14b) com escoamento de exaustão (M = 0,07 e Re = 1930,23). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

A Figura 14 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (14a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (14b), calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento de exaustão: número de Mach M = 0,07 e número de Reynolds Re = 1930,23. As correlações entre os resultados foram de 99,83 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (14a) e 87,76 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (14b). Apesar do gráfico 14b apresentar boa correlação com os resultados analíticos exatos do estudo de Munt (1990), há uma divergência para baixas frequências que pode ser explicada pela limitação do método de medição que não considera processos de convecção do fluido.

A Figura 15 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (15a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (15b), calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento de exaustão: número de Mach M = 0,10 e número de Reynolds Re = 2757,42. As correlações entre os resultados foram de 99,85 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (15a) e 95,02 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (15b). Apesar do gráfico 15b apresentar boa correlação com os resultados analíticos exatos do estudo de Munt (1990), há uma divergência nas baixas frequências ocasioanda pela mesma razão já comentada na Figura 14.

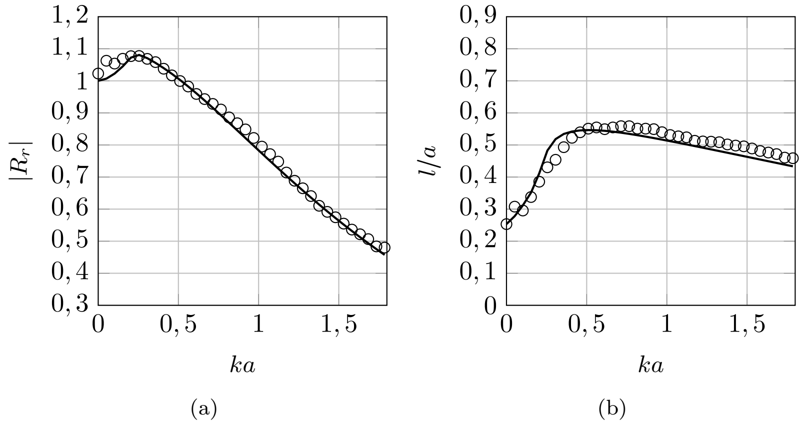


Figura 15: Resultados de $|R_r|$ (15a) e l/a (15b) com escoamento de exaustão (M = 0,10 e Re = 2757,42). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

A Figura 16 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (16a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (16b), calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento de exaustão: número de Mach M = 0,15 e número de Reynolds Re = 2057,71. As correlações entre os resultados foram de 99,80 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (16a) e 94,28 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (16b). Apesar do gráfico 16b apresentar boa correlação com os resultados analíticos exatos do estudo de Munt (1990), há uma divergência nas baixas frequências ocasioanda pela mesma razão já comentada nas Figuras 14 e 15. Vale ressaltar que apesar do número de Mach dos resultados da Figura 16 ser maior que dos resultados da Figura 15, o número de Reynolds é menor, nesse sentido, subtende-se que os coeficientes de reflexão e de correção da terminação são insensíveis ao número de Reynolds. Tal fato é ratificado pelo fato das correlações serem congruentes entre si: 99,85 % e 99,80 % para $|R_r|$ e 95,02 % e 94,28 % para l/a.

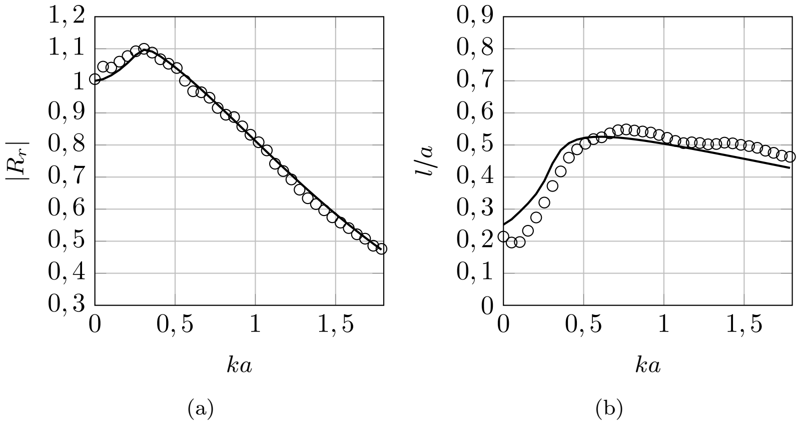


Figura 16: Resultados de $|R_r|$ (16a) e l/a (16b) com escoamento de exaustão (M = 0,15 e Re = 2057,71). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

A Figura 17 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (17a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (17b), calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento de exaustão: número de Mach M = 0,20 e número de Reynolds Re = 5514,82. As correlações entre os resultados foram de 98,02 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (17a) e 79,84 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (17b). Há uma divergência no gráfico 17b para baixas frequências e é ocasionado pelas mesmas razões abordadas nas Figuras 14, 15 e 16. Também pode-se observar na Figura 17a uma divergência na região de frequências $0,5 \leq ka \leq 1,8$, isso se deve a um erro numérico inerente ao limite de estabilidade no valor de Mach $M = 0,20$, para $M > 0,20$ o modelo é totalmente instável.

Observa-se dos resultados das Figuras 14, 15, 16 e 17 que $|R_r|$ possui um valor de pico que excede o valor unitário. Esse fenômeno ocorre, sobretudo, pela interação do escoamento com a borda do duto, a qual transforma energia cinética rotacional em energia acústica, assim como é discutido pela literatura vigente. Além disso percebe-se também que l/a para baixas frequências começa num valor menor que $0,6$ e vai aumentando quando se aumenta a frequência, ou seja, a onda acústica é refletida em uma região mais próxima da abertura. Isso acontece porque o efeito de inércia provocado pela massa de fluido na saída do duto é diminuída pela presença de escoamento assim como mostra a literatura vigente.

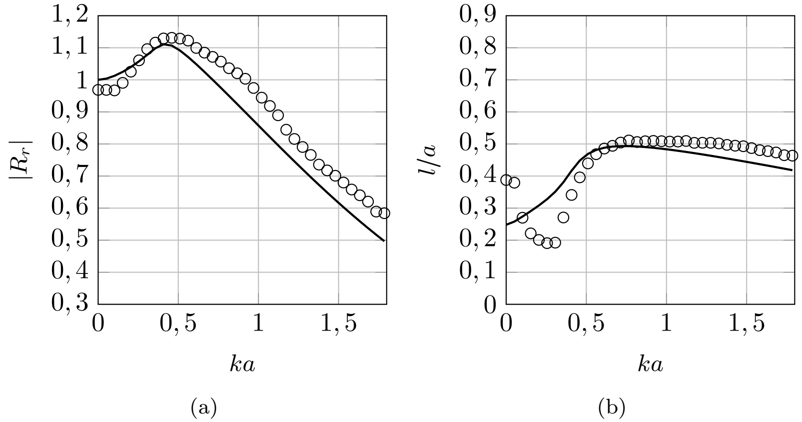


Figura 17: Resultados de $|R_r|$ (17a) e l/a (17b) com escoamento de exaustão (M = 0,20 e Re = 5514,82). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

Assim como é discutida na literatura, a fenomenologia de $|R_r|$ abordada num contexto de exaustão está relacionada com a frequência de desprendimento de vórtices na saída do duto. Em outras palavras, quando o número de Strouhal (St) atinge o valor de $\frac{\pi}{2}$, o tempo necessário para o vórtice desprendido na saída do duto propagar a distância de um diâmetro é igual ao período do campo acústico no interior do duto, causando assim o ponto máximo do coeficiente de reflexão. Tal fato é confirmado pela Figura 18 que apresenta os resultados de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ em relação ao número de Strouhal (St), calculados no ponto $\mathbf{P}$ na terminação do duto com vários escoamentos de exaustão.

Fixando o valor de Strouhal $St = \frac{\pi}{2}$ e analisando $|R_r|$ em relação aos números de Mach pode-se obter o comportamento do pico máximo de $|R_r|$ para cada número de Mach. A Figura 19 apresenta esse resultado, mostrando um comportamento monotônico, ou seja, $|R_r|$ cresce de forma regular a medida que o número de Mach aumenta. Tal fato é importante de se considerar pois para outros tipos de escoamento essa tendência pode não ocorrer.

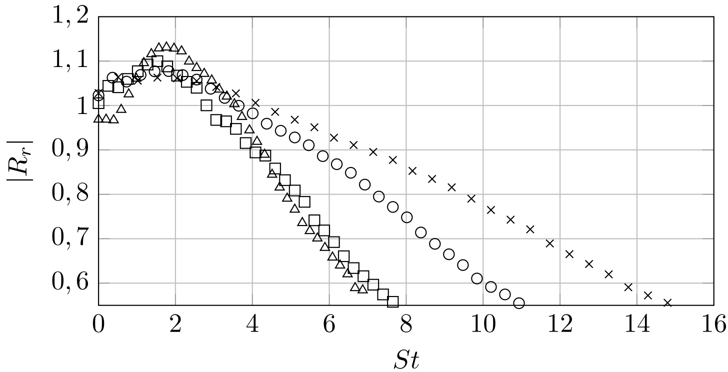


Figura 18: Resultado de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ em relação ao número de Strouhal (St) calculados no ponto **P** na terminação do duto com vários escoamentos de exaustão. Os pontos com $\times$, $\bigcirc$, $\square$ e $\triangle$ apresentam os resultados para os números de Mach M = 0,07, M = 0,10, M = 0,15 e M = 0,20 respectivamente.

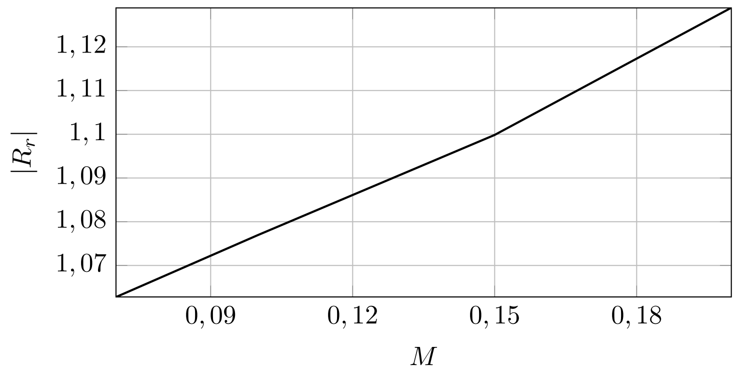


Figura 19: Resultado de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ fixados no Strouhal $St = \pi/2$ em relação ao número de Mach (M) para escoamentos de exaustão.

4.4 DUTO COM ESCOAMENTO SUGADO

Visto que o modelo numérico abordado está validado e analisado num contexto sem escoamento e com escoamento de exaustão, há a necessidade de validá-lo com escoamento de succção usando os resultados na literatura desenvolvidos por Ingard e Singhal (1975) e Davies (1987). Para isso foram escolhidos os números de Mach 0,05, 0,07, 0,10, 0,15 e 0,20 para atender o requisito de análises com escoamento succionado para $M \leq 0,2$. Além disso faz-se necessário análises do comportamento do coeficiente de reflexão em relação ao número de Strouhal visto que a natureza de fluxo de massa rotacional eclode mudanças consideráveis nessa métrica.

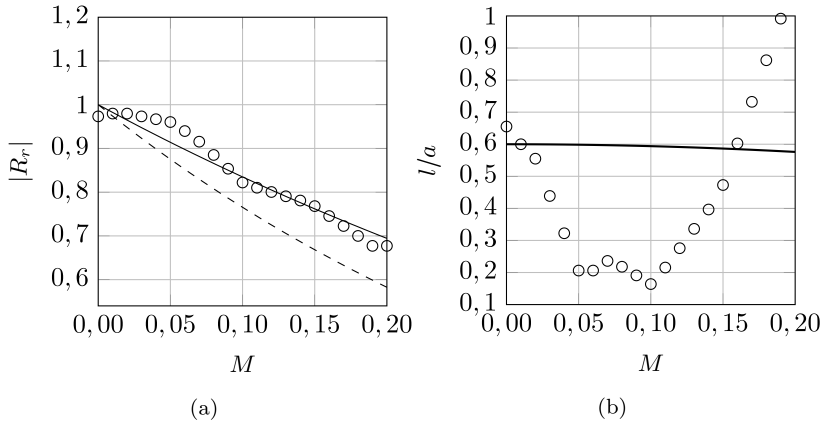


Figura 20: Resultados de $|R_r|$ (20a) e l/a (20b) em relação ao Mach para $ka < 0,25$ com escoamento sugado. As linhas contínuas representam os resultados de Davies (1987), as linhas tracejadas representam os resutados de Ingard e Singhal (1975) e os pontos circulares representam os resultados para $ka = 0,1079$ calculados pelo modelo numérico.

A Figura 20 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (20a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (20b) em relação ao Mach para baixas frequências com escoamento sugado. Esses resultados foram calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento sugado com números de Reynolds $Re \leq 5514,82$. As correlações entre os resultados foram de 98,35 % e 95,45 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (20a) nos resultados de Davies (1987) e Ingard e Singhal (1975) respectivamente e 62,53 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (20b). No que diz respeito a Figura 20a, observa-se uma correlação maior com os resultados de Davies (1987) e tal fato pode ser explicado devido a esse estudo abordar dutos com seção transversal circular em vez de retangular, como aborda o estudo de Ingard e Singhal (1975). Já na Figura 20b os resultados divergem consideravelmente e isso pode ser explicado pelo método de medição não considerar processos de convecção do fluido e, além disso, vale ressaltar que o resultado da litetura é uma sugestão do autor, em outras palavras, falta estudos para ratificar ou retificar o comportamento mais acurado de l/a para esse contexto.

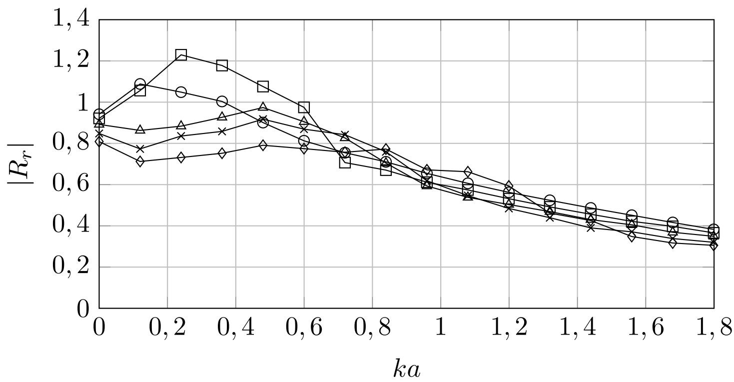


Figura 21: Resultados de $|R_r|$ com vários escoamentos sugados. Os pontos com ○, □, △, × e ◇ apresentam os resultados para M = 0,05 e Re = 1378,73, M = 0,07 e Re = 1930,23, M = 0,1 e Re = 2757,42, M = 0,15 e Re = 2057,71 e M = 0,20 e Re = 5514,82 respectivamente.

A Figura 21 apresenta resultados de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ calculados no ponto $\mathbf{P}$ na terminação do duto com vários escoamentos sugados. Pode-se perceber que há uma amplificação com $|R_r| > 1$ para faixa de frequência $ka < 0,7$, esse fenômeno ocorre devido a interação dos vórtices na terminação do duto com o campo acústico.

A Figura 22 apresenta resultados do coeficiente de correção da terminação l/a calculados no ponto $\mathbf{P}$ na terminação do duto com vários escoamentos sugados. É possível perceber que l/a possui comportamento convergente para diferentes números de Mach, somente a curva de $M = 0,2$ para $ka < 0,2$ divergiu porém é um erro numérico pois o modelo possui instabilidades nessa região de número de Mach ou maior. Tal fato corrobora com o estudo de Davies (1987) que argumenta que l/a é insensível a variação do número de Mach.

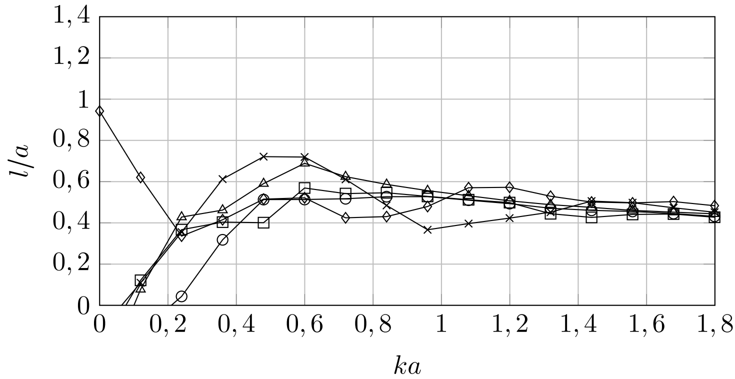


Figura 22: Resultados de l/a com vários escoamentos sugados. Os pontos com ○, □, △, × e ◇ apresentam os resultados para M = 0,05 e Re = 1378,73, M = 0,07 e Re = 1930,23, M = 0,1 e Re = 2757,42, M = 0,15 e Re = 2057,71 e M = 0,20 e Re = 5514,82 respectivamente.

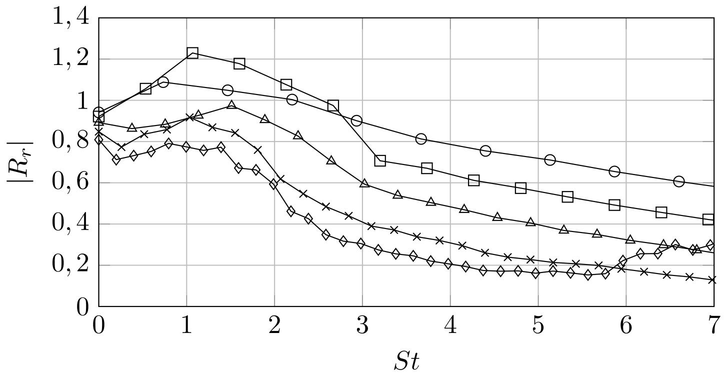


Figura 23: Resultado de $|R_r|$ em relação ao número de Strouhal (St) com vários escoamentos sugados. Os pontos com ○, □, △, × e ◇ apresentam os resultados para M = 0,05 e Re = 1378,73, M = 0,07 e Re = 1930,23, M = 0,1 e Re = 2757,42, M = 0,15 e Re = 2057,71 e M = 0,20 e Re = 5514,82 respectivamente.

A Figura 23 apresenta resultados de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ em relação ao número de Strouhal (St) calculados no ponto **P** na terminação do duto com vários escoamentos sugados. Pode-se perceber que os picos de amplificação de $|R_r|$ se alinham em $St \sim \pi/2$.

Esse fato ocorre por essa amplificação estar relacionada a frequência de desprendimentos de vórtices na saída do duto, ou seja, a energia rotacional do fluido é transformada em energia acústica pois o tempo de desprendimento de vórtices é aproximadamente igual ao período da onda acústica.

Fixando o valor de Strouhal $St = \frac{\pi}{2}$ e analisando $|R_r|$ em relação aos números de Mach pode-se obter o comportamento do pico máximo de $|R_r|$ para cada número de Mach. A Figura 24 apresenta esse resultado, mostrando um comportamento não monotônico, ou seja, $|R_r|$ se comporta de forma não regular a medida que o número de Mach aumenta. Tal fato é importante de se considerar pois difere significativamente do escoamento de exaustão. Vale ressaltar também que há um máximo em $M \sim 0,07$, esse fenômeno pode ser explicado pela natureza do desprendimento de vórtices numa vena contracta.

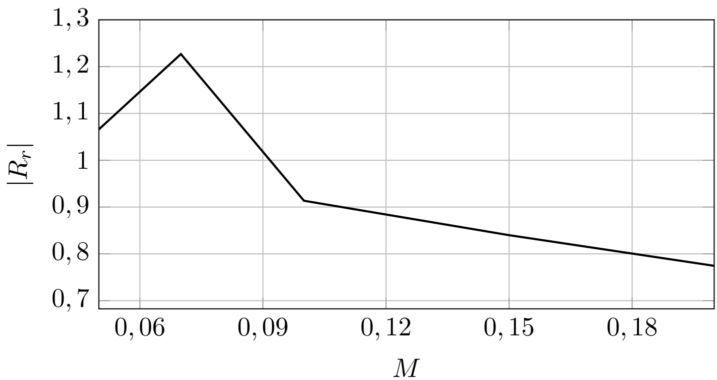


Figura 24: Resultado de magnitudes do coeficiente de reflexão R_r fixados no Strouhal $St \sim \pi/2$ em relação ao número de Mach (M) para escoamentos sugados. Os resultados foram calculados no ponto **P** na terminação do duto.

5 CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi desenvolvida uma ferramenta computacional para análise do coeficiente de reflexão para modos normais em dutos na presença de escoamentos de baixo número de Mach ($M \leq 0,2$).

Foi implementado um esquema computacional para avaliação do coeficiente de reflexão em dutos a partir do método de *lattice* Boltzmann. Esse esquema foi desenvolvido em C++ orientado a objetos dentro do *software* Palabos e fez uso do modelo MRT, condição de contorno de paredes rígidas e condição de contorno de absorção de energia acústica adaptada ao MRT. Os resultados mostraram que o esquema computacional funciona de acordo com os resultados da literatura e que a condição de absorção de energia acústica se comporta aproximadamente como impedância do meio.

Condições de contorno necessárias foram construídas, afim de representar o problema da reflexão de onda em dutos na presença de baixos números de Mach. As condições de contorno foram aplicadas num modelo numérico tridimensional de um duto não flangeado com espessura de paredes de 10% do tamanho do raio do duto. Além disso foram adaptadas as distâncias necessárias dos limites do domínio numérico em relação ao duto para que haja conservação da massa e que a condição de contorno de absorção possa se comportar regularmente. Os resultados mostraram que o modelo numérico é estável e representa o comportamento físico esperado num regime de baixos números de Mach.

Foi implementado, validado e analisado o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com e sem escoamento de exaustão e com ondas planas. Os coeficientes de reflexão e de correção da terminação foram extraídos do modelo numérico com rotinas de pós-processamentos. Os mesmos foram comparados e analisados e possuem uma correlação em média de 90% com os resultados da litetura, demonstrando boa concordância com os fenômenos físicos abordados na litetura. Houve algumas divergências no coeficiente de correção da terminação num regime de exaustão e podem ser explicadas pelo fato do método de cálculo do pós-processamento não considerar a presença de escoamentos.

O comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento sugado e com ondas planas foi implementado, validado e analisado. Os coeficientes de reflexão e de correção da terminação foram extraídos e pós-processados do modelo numérico num regime de escoamento sugado e comparado com os dados disponíveis na litetura.

Apesar do coeficiente de correção da terminação não ter tido uma boa correlação, o coeficiente de reflexão foi calculado com 98,35% de correlação demonstrando uma boa concordância com os dados da literatura. Apesar da literatura ter somente disponíveis resultados em baixas frequências ($ka \leq 0,25$) para escoamento sugado, foram calculados e analisados coeficientes de reflexão para vários números de Mach em médias e altas frequências ($ka > 0,25$). As análises demonstraram que o coeficiente de reflexão num contexto de escoamento sugado é altamente sensível a diferentes números de Mach, havendo sobretudo amplificação acima da faixa unitária para números de Strouhal $St \sim \frac{\pi}{2}$. Esse fenômeno pode ser explicado pelo fato do campo fluido dinâmico interagir com o campo acústico através de desprendimento de vórtices. Vale ressaltar também que a variação do coeficiente de reflexão em relação a vários Machs em $St \sim \frac{\pi}{2}$, diferentemente do que ocorre em regime de escoamento de exaustão que é monotônico, varia de forma não monotônica e possui um máximo em $M \sim 0,07$. Esse fenômeno pode ser explicado pela natureza do desprendimento de vórtices numa vena contracta.

REFERÊNCIAS

ALFREDSON, R.; DAVIES, P. The radiation of sound from an engine exhaust. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 13, n. 4, p. 389–408, 1970.

ALLAM, S.; ÅBOM, M. Investigation of damping and radiation using full plane wave decomposition in ducts. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 292, n. 3, p. 519–534, 2006.

BHATNAGAR, P. L.; GROSS, E. P.; KROOK, M. A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical review*, APS, v. 94, n. 3, p. 511, 1954.

CARRIER, G. *Sound transmission from a tube with flow.* [S.l.], 1955.

CROUSE, B.; FREED, D.; BALASUBRAMANIAN, G.; SENTHOORAN, S.; LEW, P.-T.; MONGEAU, L. Fundamental aeroacoustic capabilities of the lattice-boltzmann method. *AIAA paper*, v. 2571, 2006.

DAIGLE, H.; REECE, J. S. Permeability of two-component granular materials. *Transport in Porous Media*, v. 106, n. 3, p. 523–544, 2015. Disponível em: `http://dx.doi.org/10.1007/s11242-014-0412-6`.

DALMONT, J.-P.; NEDERVEEN, C.; JOLY, N. Radiation impedance of tubes with different flanges: numerical and experimental investigations. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 244, n. 3, p. 505–534, 2001.

DAVIES, P. Plane wave reflection at flow intakes. *Journal of sound and vibration*, Academic Press, v. 115, n. 3, p. 560–564, 1987.

D'HUMIERES, D. Generalized lattice-boltzmann equations. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, AMERICAN INST OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, v. 159, p. 450–450, 1994.

ENGLISH, E. J. *A measurement based study of the acoustics of pipe systems with flow.* Tese (Doutorado) — University of Southampton, 2010.

FLOWKIT, I. *Lattice Boltzmann in various languages.* 2017. Disponível em: `http://wiki.palabos.org/numerics:codes`.

GABARD, G.; ASTLEY, R. Theoretical model for sound radiation from annular jet pipes: far-and near-field solutions. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 549, p. 315, 2006.

GARCIA-SALABERRI, P. A.; GOSTICK, J. T.; HWANG, G.; WEBER, A. Z.; VERA, M. Effective diffusivity in partially-saturated carbon-fiber gas diffusion layers: Effect of local saturation and application to macroscopic continuum models. *Journal of Power Sources*, v. 296, p. 440 – 453, 2015. Disponível em: `http://dx.doi.org/10.1016/j.jpowsour.2015.07.034`.

GRAD, H. On the kinetic theory of rarefied gases. *Communications on pure and applied mathematics*, Wiley Online Library, v. 2, n. 4, p. 331–407, 1949.

HE, X.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: From the boltzmann equation to the lattice boltzmann equation. *Physical Review E*, APS, v. 56, n. 6, p. 6811, 1997.

HE, X.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: From the boltzmann equation to the lattice boltzmann equation. *Physical Review E*, APS, v. 56, n. 6, p. 6811, 1997.

HIRSCHBERG, A.; HOEIJMAKERS, M. Comments on the low frequency radiation impedance of a duct exhausting a hot gas. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ASA, v. 136, n. 2, p. EL84–EL89, 2014.

HOWE, M. Attenuation of sound in a low mach number nozzle flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 91, n. 02, p. 209–229, 1979.

INGARD, U.; SINGHAL, V. K. Effect of flow on the acoustic resonances of an open-ended duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ASA, v. 58, n. 4, p. 788–793, 1975.

JIN, Y.; UTH, M.; HERWIG, H. Structure of a turbulent flow through plane channels with smooth and rough walls: An analysis based on high resolution DNS results. *Computers and Fluids*, v. 107, p. 77 – 88, 2015. Disponível em: `http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.10.012`.

KAM, E.; SO, R.; LEUNG, R. Non-reflecting boundary for one-step lbm simulation of aeroacoustics. In: *27th AIAA Aeroacoustics Conference*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–9.

LALLEMAND, P.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, galilean invariance, and stability. *Physical Review E*, APS, v. 61, n. 6, p. 6546, 2000.

LEVINE, H.; SCHWINGER, J. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Physical review*, APS, v. 73, n. 4, p. 383, 1948.

LEW, P.-T.; MONGEAU, L.; LYRINTZIS, A. Noise prediction of a subsonic turbulent round jet using the lattice-boltzmann method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 128, n. 3, p. 1118–1127, 2010.

MANI, R. Refraction of acoustic duct waveguide modes by exhaust jets. 1973.

MARIÉ, S.; RICOT, D.; SAGAUT, P. Comparison between lattice boltzmann method and navier–stokes high order schemes for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 228, n. 4, p. 1056–1070, 2009.

MATLAB, P. *MATLAB Home page*. 2017. Disponível em: `https://www.mathworks.com/products/matlab.html`.

MUNJAL, M. L. *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987.

MUNT, R. Acoustic transmission properties of a jet pipe with subsonic jet flow: I. the cold jet reflection coefficient. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 142, n. 3, p. 413–436, 1990.

NOMURA, Y.; YAMAMURA, I.; INAWASHIRO, S. On the acoustic radiation from a flanged circular pipe. *Journal of the Physical Society of Japan*, The Physical Society of Japan, v. 15, n. 3, p. 510–517, 1960.

OCTAVE, P. *Octave Home page*. 2017. Disponível em: `https://www.gnu.org/software/octave`.

PALABOS-ACOUSTIC, P. *Repositório do Projeto Palabos Acoustic*. 2017. Disponível em: `https://github.com/josepedro/palabos_acoustic`.

PALABOS, P. *Palabos Home page*. 2017. Disponível em: `http://www.palabos.org`.

PAPENKORT, S.; VOIGTMANN, T. Lattice boltzmann simulations of a viscoelastic shear-thinning fluid. *arXiv.org*, arXiv:1504.06123, 2015. Disponível em: http://http://arxiv.org/abs/1504.06123.

PARADIS, H.; ANDERSSON, M.; SUNDÉN, B. Modeling of mass and charge transport in a solid oxide fuel cell anode structure by a 3d lattice boltzmann approach. *Heat and Mass Transfer*, p. 1–12, 2015. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1007/s00231-015-1670-8.

PARAVIEW, P. *Paraview Home page*. 2017. Disponível em: http://www.paraview.org.

PETERS, M.; HIRSCHBERG, A.; REIJNEN, A.; WIJNANDS, A. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 256, p. 499–534, 1993.

PREMNATH, K. N.; PATTISON, M. J.; BANERJEE, S. An investigation of the lattice boltzmann method for large eddy simulation of complex turbulent separated flow. *Journal of Fluids Engineering*, American Society of Mechanical Engineers, v. 135, n. 5, p. 051401, 2013.

QIAN, Y.; D'HUMIÈRES, D.; LALLEMAND, P. Lattice bgk models for navier-stokes equation. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 17, n. 6, p. 479, 1992.

REIS, T.; PHILLIPS, T. N. Modified lattice boltzmann model for axisymmetric flows. *Physical Review E*, APS, v. 75, n. 5, p. 056703, 2007.

SAVKAR, S. Radiation of cylindrical duct acoustic modes with flow mismatch. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 42, n. 3, p. 363–386, 1975.

SELAMET, A.; JI, Z.; KACH, R. Wave reflections from duct terminations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 109, n. 4, p. 1304–1311, 2001.

SILVA, A. D.; SCAVONE, G. Lattice boltzmann simulations of the acoustic radiation from waveguides. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 40, n. 3, p. 397, 2006.

SILVA, A. D.; SCAVONE, G.; LEFEBVRE, A. Sound reflection at the open end of axisymmetric ducts issuing a subsonic mean flow: A numerical study. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 327, n. 3, p. 507–528, 2009.

SILVA, A. R. D. *Numerical studies of aeroacoustic aspects of wind instruments*. Tese (Doutorado) — McGill University, 2008.

SILVA, A. R. D.; MAREZE, P. H.; LENZI, A. Approximate expressions for the reflection coefficient of ducts terminated by circular flanges. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, SciELO Brasil, v. 34, n. 2, p. 219–224, 2012.

SILVA, A. R. da; MAREZE, P.; BRANDÃO, E. Prediction of sound absorption in rigid porous media with the lattice boltzmann method. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 49, n. 6, p. 065501, 2016.

SILVA, F. D. da; DESCHAMPS, C. J.; SILVA, A. R. da; SIMÕES, L. G. Assessment of jet-plate interaction noise using the lattice boltzmann method. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 2207.

TIIKOJA, H.; LAVRENTJEV, J.; RÄMMAL, H.; ÅBOM, M. Experimental investigations of sound reflection from hot and subsonic flow duct termination. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 333, n. 3, p. 788–800, 2014.

VIGGEN, E. M. Acoustic multipole sources for the lattice boltzmann method. *Physical Review E*, APS, v. 87, n. 2, p. 023306, 2013.

VIGGEN, E. M. *The lattice Boltzmann method: Fundamentals and acoustics*. Tese (Doutorado), 2014.

WOLF-GLADROW, D. A. Lattice-gas cellular automata and lattice boltzmann models-introduction. *LATTICE-GAS CELLULAR AUTOMATA AND LATTICE BOLTZMANN MODELS*, SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERGER PLATZ 3, D-14197 BERLIN, GERMANY, v. 1725, p. 1–13, 2000.

YONG; SILVA, A. R. da; SCAVONE, G. P. Lattice boltzmann simulations of sound directivity of a cylindrical pipe with mean flow. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 46, n. 31, p. 315501, 2013.

APÊNDICE A – Manual de Funcionamento do Palabos Acoustic

Para executar o Palabos-Acoustic (2017) é preciso dos seguintes *softwares* básicos instalados como pré-requisitos:

- sistema operacional linux Ubuntu 16.04 ou CentOS 7.2;
- compilador de C++ do tipo g++ 4.8;
- biblioteca de processamento paralelo Open MPI 1.10.

Para cada novo modelo é preciso criar uma pasta com o nome do modelo contendo o arquivo de compilação **Makefile** e o código fonte do modelo numérico escrito em C++ com extenção **.cpp**. No arquivo **Makefile** é possível configurar aonde se encontra a instalação do Palabos, arquivo do modelo numérico com extenção **.cpp**, opções de depuração e opções de paralelização. No arquivo de extenção **.cpp** se encontra o código fonte do modelo numérico a ser simulado e o mesmo é composto de acordo com os procedimentos do fluxograma da Figura 25.

Como é mostrado na Figura 25, todo código de modelo numérico no Palabos possui os seguintes procedimentos:

- importar bibliotecas: nesse procedimento são importadas as bibliotecas que contêm as funções e classes que serão usadas ao longo do processamento do modelo. Normalmente são bibliotecas do próprio Palabos ou bibliotecas com funções matemáticas;
- definir variáveis globais: normalmente nessa etapa são definidas valores de pré-processamento como o tamanho do domínio, valores macroscópicos do fluido como número de Reynolds, tempo total de simulação, viscosidade cinemática e o tipo de modelo LBM;
- definir condições iniciais e de contorno: nessa etapa a malha do domínio é consolidada, valores de densidade e velocidade são atribuídas para cada célula do domínio e condições de contorno são impostas;
- criar arquivos para gravação de dados: são criados ponteiros e arquivos de diversas extensões para que os dados sejam gravados;
- alterar condição de contorno: nessa etapa o modelo numérico entra no *loop* de iterações e se necessário as condições de contorno são alteradas para, por exemplo, que um *sweep* possa ser imposto;
- colidir: nessa etapa o operador de colisão é calculado e somado com as funções de distribuição de cada célula;

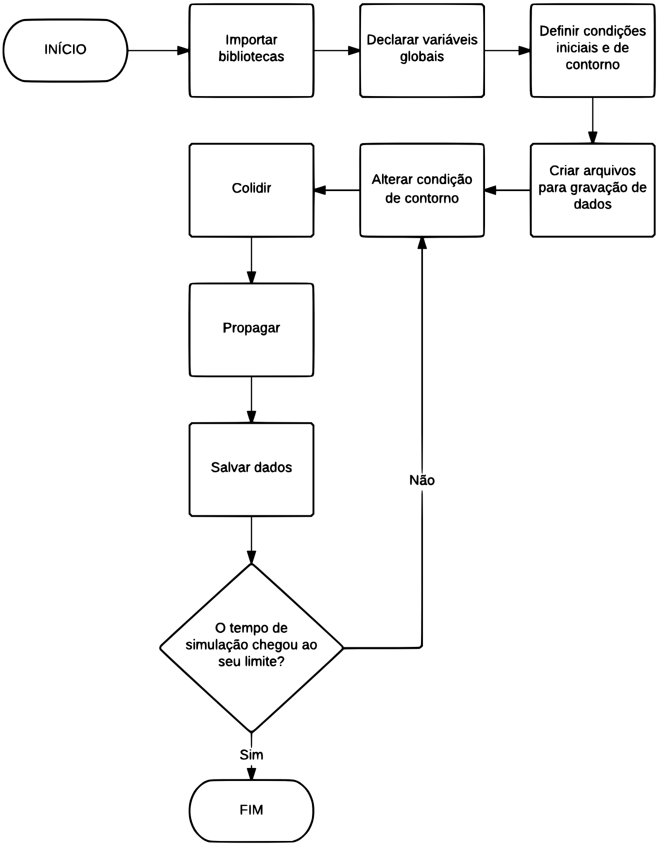


Figura 25: Fluxograma geral de um código fonte de um modelo numérico no Palabos.

- propagar: os valores das funções de distribuição são propagados para células vizinhas;

- salvar dados: os dados normalmente de pressão e velocidades são salvos para pós-processamento.

E assim o ciclo de procedimentos dentro do *loop* é executado até que o número de iterações alcance o número máximo de tempo definido no início do programa.

Para execução é preciso efetuar os seguintes comandos no terminal linux dentro da pasta do modelo numérico:

- compilação do código de extenção **.cpp** para formato binário em linguagem de máquina:

```
$ make
```

- execução do arquivo binário compilado:

```
$ mpirun -np
<numero_de_processadores>
<nome_do_arquivo_compilado>
<parametros_de_entrada>
```

aplicando para o modelo numérico desse trabalho:

```
$ mpirun -np
8
duct_radiation_optimization
20 0.15 1.99
```

tal que o raio do duto é 20 células, o mach do escoamento é 0.15 e 1.99 é a frequência de relaxação $\mathbf{1/\tau}$. É possível também executar o Palabos com o *script* **duct_radiation_init.m** na plataforma MATLAB (2017) ou Octave (2017). Para executar basta colocar esse *script* dentro da pasta do modelo numérico e executar o seguinte comando no terminal do MATLAB (2017) ou Octave (2017) dentro dessa pasta:

```
>> duct_radiation_init 20 0.15 5042 8
```

tal que o raio do duto é 20 células, o mach do escoamento é 0.15, o número de Reynolds é 5042 e o 8 é a quantidade de processadores.