

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

José Pedro de Santana Neto

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA
ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS**

Florianópolis

2017

José Pedro de Santana Neto

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA
ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS**

Dissertação submetido ao Programa
de Pós-Graduação para a obtenção do
Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.
Orientador: Andrey Ricardo da Silva,
Ph.D.

Florianópolis

2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor através do
Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da
UFSC.

de Santana Neto, José Pedro
Ferramenta Computacional para Análise da
Acústica Interna de Dutos / José Pedro de Santana
Neto ; orientador, Andrey Ricardo da Silva, 2017.
93 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós
Graduação em Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia Mecânica. 2. Aeroacústica. 3.
Ferramenta Computacional. 4. Acústica Interna de
Dutos. 5. Lattice Boltzmann. I. da Silva, Andrey
Ricardo. II. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica. III. Título.

José Pedro de Santana Neto

FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DA ACÚSTICA INTERNA DE DUTOS

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 15 de Agosto 2017.

Jonny Carlos da Silva, Dr. Eng.
Coordenador

Andrey Ricardo da Silva, Ph.D.
Orientador

Banca Examinadora:

Júlio Apolinário Cordioli, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Luis Orlando Emerich dos Santos, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Universidade Federal de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado às pessoas que possuem a estranha mania de ter fé na vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por permitir-me nesse mundo, vivendo, aprendendo e contemplando a beleza da natureza primordial de todas as coisas.

A minha amada e querida mãe Francisca, pela paciência, compreensão, tolerância, conselhos, carinho, dedicação, afeto, amizade, silêncio, sorrisos e um intenso amor. Meu primeiro aprendizado na vida mais puro e original de amor foi através dela. Meus sinceros e eternos agradecimentos.

A meu pai Luciano, mesmo não estando presente mais, me inspirou a escolha da minha formação e me ensinou a olhar o mundo com meus próprios olhos.

A meu irmão João, companheiro e amigo de sempre. Seus conselhos e seu exemplo têm me ensinado muito a ser uma pessoa melhor.

A minha amada e querida namorada Simone, pelo companheirismo, amizade, carinho, afeto, conselhos, paciência e sobretudo muito amor. Infinitamente agradecido por tudo.

A meu padrinho Inácio, meu tio Antônio, minha madrinha Nevinha, minhas tias Titia e Tia Marli por seus profundos conselhos sobre a vida, apoio, carinho e amor. A toda minha família pelo apoio, confiança e compressão.

A meus amigos de Brasília Thiago, Leandro, Vilmey, Yan e Henrique pelo companheirismo indescritível de muitos anos e apoio de sempre.

A meu orientador professor Andrey, pelo exemplo, inspiração, conselhos, apoio, confiança e investimento de longas conversas. Esse trabalho necessariamente foi fruto de longas horas de esforço e trabalho em conjunto.

Aos professores Júlio e Arcanjo (Chefe), pelos valiosos ensinamentos e exemplos de profissionais-cientistas.

Aos meus amigos de Florianópolis Wagner, Danilo, Matheus, Luisa, André Spillere, André Loch, Zargos, Gil, Caetano, Giordano e o pessoal do GOJ e outros que esqueci de citar pela compreensão, apoio e motivação.

A equipe do LVA e da pós-graduação em Engenharia Mecânica pelo suporte e aprendizado na produção científica.

E as pessoas que passaram na minha vida e influenciaram de alguma forma nesse trabalho. Meus agradecimentos.

Muitos acham que o som é um corpo rígido vibrando, mas o som é fluido assim como a vida.

(José Pedro de Santana Neto, 2017)

RESUMO

A análise da irradiação sonora de dutos que transportam escoamentos ainda é um desafio, tendo em vista a complexa interação entre o som e o campo fluido dinâmico, a qual transforma de maneira significativa o comportamento desses sistemas. Neste contexto, abordagens analíticas ou experimentais podem se tornar inviáveis devido à grande complexidade matemática ou aos altos custos de bancada. Para contornar esse problema, faz-se o uso de métodos numéricos. Nesse trabalho é desenvolvido e validado uma ferramenta computacional para análise do coeficiente de reflexão de modos normais em dutos na presença de escoamentos de baixa compressibilidade, limitados pelo número de Mach = 0,2. Para tanto, utilizou-se o método de *lattice* Boltzmann, a partir do qual foram implementadas diferentes condições de contorno necessárias para a captura dos fenômenos fundamentais envolvidos no problema. Para a implementação computacional foi utilizado o *software* livre Palabos e nele foi constituído um modelo numérico tridimensional de um duto não flangeado. Nesse modelo numérico foram abordados condições sem escoamento, com escoamento de exaustão e com escoamento succionado para validar a ferramenta computacional, resultando em boas concordâncias com a literatura vigente, além de propiciar mais informações sobre regimes de sucção no que diz respeito a interação de vórtices com o campo acústico.

Palavras-chave: Aeroacústica. Ferramenta Computacional. Acústica Interna de Dutos. Método de *lattice* Boltzmann. Palabos. Coeficiente de Reflexão.

ABSTRACT

The analysis of the sound irradiation of ducts that transport flows is still a challenge, considering the complex interaction between the sound and the dynamic fluid field, which significantly transforms the behavior of these systems. In this context, analytical or experimental approaches may become impractical due to the great mathematical complexity or high experimental costs. To overcome this problem, numerical methods are used. In this work, a computational tool for analysis of the reflection coefficient of normal modes in ducts in the presence of low compressibility flows, limited by the number of Mach = 0, 2, is developed and validated. In order to do so, the lattice Boltzmann method was used, that different boundary conditions were implemented to capture the fundamental phenomena involved in the problem. For the computational implementation, the free software Palabos was used and a three-dimensional numerical model of a non-flanged duct was used. In this numerical model, conditions with no flow, exhaust flow and suction flow were approached to validate the computational tool, resulting in good agreements with the current literature, providing more informations about suction regimes with respect to the interaction of vortices with the acoustic field.

Keywords: Aeroacoustics. Computational Tool. Internal Acoustics of Pipelines. Lattice Boltzmann Method. Palabos. Coefficient of Reflection.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Magnitudes do coeficiente de reflexão $ R_r $	31
Figura 2	Coeficientes de correção de terminação l/a	32
Figura 3	Coeficiente de reflexão $ R_r $ com escoamento sugado	36
Figura 4	Coeficiente de correção da terminação l/a	37
Figura 5	Esquemático do D3Q19	45
Figura 6	Funcionamento do <i>bounceback no-slip</i>	47
Figura 7	Funcionamento da condição de contorno anecóica	49
Figura 8	Esquemático do modelo numérico	51
Figura 9	Resultados de impedância na condição anecóica	58
Figura 10	Coeficiente de reflexão $ R $ na condição anecóica	59
Figura 11	Resultados de $ R_r $ e l/a sem escoamento	60
Figura 12	Resultados de $ R_r $ e l/a com escoamento de exaustão ($M = 0,07$ e $Re = 1930,23$)	62
Figura 13	Resultados de $ R_r $ e l/a com escoamento de exaustão ($M = 0,10$ e $Re = 2757,42$)	63
Figura 14	Resultados de $ R_r $ e l/a com escoamento de exaustão ($M = 0,15$ e $Re = 2057,71$)	64
Figura 15	Resultados de $ R_r $ e l/a com escoamento de exaustão ($M = 0,2$ e $Re = 5514,82$)	65
Figura 16	Coeficiente de reflexão $ R_r $ com escoamento de exaustão em relação ao número de Strouhal (St)	66
Figura 17	Coeficiente de reflexão R_r com escoamento de exaustão em relação ao número de Mach (M) no Strouhal $St = \pi/2$	67
Figura 18	Resultados de $ R_r $ e l/a em relação ao número de Mach para baixas frequências com escoamento sugado	68
Figura 19	Coeficiente de reflexão $ R_r $ com escoamentos sugados ..	69
Figura 20	Coeficiente de correção da terminação l/a com escoamentos sugados	69
Figura 21	Coeficiente de reflexão $ R_r $ com escoamento sugado em relação ao número de Strouhal (St)	70
Figura 22	$ R_e $ com escoamento sugado em relação ao número de Strouhal (St)	71
Figura 23	Coeficiente de reflexão R_r com escoamento de exaustão em relação ao número de Mach (M) no Strouhal $St = \pi/2$	71

Figura 24 Intensidade turbulenta para $M = 0,07$	72
Figura 25 Comparação da média da potência acústica por unidade de volume ao longo de um período de oscilação para $M = 0,07$ e números de Strouhal $St = \pi/2$ e $St = 6,8$	73
Figura 26 Potência acústica instantânea por unidade de volume para $M = 0,07$ e $St = \pi/2$	75
Figura 27 Potência acústica instantânea por unidade de volume para $M = 0,07$ e $St = 6,8$	76
Figura 28 Comparação da média da potência acústica por unidade de volume ao longo de um período entre $M = 0,1$ e $M = 0,07$ para $St = \pi/2$	77
Figura 29 Energia acústica para $M = 0,07$ e $St = \pi/2$	79
Figura 30 Fluxograma de um modelo numérico no Palabos.....	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Modelos $D_n Q_b$	44
Tabela 2	Tamanho do raio, números de elementos representativos para $ka = 1,8$ e correlações.....	61
Tabela 3	Potência acústica calculada ao longo de um período de onda para $M = 0,07$ e diferentes números de Strouhal.....	73
Tabela 4	Potência acústica calculada ao longo de um período de onda para $St = \pi/2$ e diferentes números de Mach.....	77

LISTA DE ABREVIACÕES

LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
FW-H	Superfície de Ffowcs-Williams e Hawkins
LBM	<i>Lattice Boltzmann Method</i>
BGK	Bhatnagar–Gross–Krook
SRT	<i>single-relaxation-time</i>
MRT	<i>multiple-relaxation-time</i>
ABC	<i>Absorbing Boundary Condition</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$\ R_r\ $	Magnitude do coeficiente de reflexão
l	Coeficiente de correção da terminação
a	Raio do duto
k	Número de onda
ω	Frequência angular em radianos
R_r	Coeficiente de reflexão na terminação do duto
Z_r	Impedância de radiação
Z_0	Impedância característica do meio
ρ_0	Densidade média do meio
c_0	Velocidade do som
j	Unidade imaginária
k	Número de onda
ω	Frequência angular em radianos
$ R_r $	Magnitude do coeficiente de reflexão na terminação do duto
ka	Número de Helmholtz
M	Número de Mach
Kp	Fator de perda de carga
St	Número de Strouhal
f_i	Função de distribuição LBM na direção i
i	Direção de propagação LBM
c_i	Velocidades de propagação na direção i
\mathbf{x}	Localização espacial de uma célula LBM
t	Localização temporal de uma célula LBM
Δt	Incremento discreto de tempo
Ω_i	Operador de colisão LBM
τ	Período de colisão LBM
f_i^M	Função de distribuição de Maxwell ou de equilíbrio
ρ	Densidade local do fluido
ε_i	Pesos de velocidades para cada direção de propagação i
\mathbf{u}	Velocidade local do fluido
c_s	Velocidade do som
p	Pressão local do fluido

ν	Viscosidade cinemática do fluido
f^*	Frequência física
f	Frequência em LBM
f_i^T	Função de distribuição de amortecimento
$\langle P \rangle$	Potência acústica
ξ	Potência acústica instantânea por unidade de volume
\mathbf{u}_{ac}	Velocidade de partícula
ω	Rotacional do escoamento
$ R_e $	Coefficiente de reflexão de energia acústica

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
1.1 CONTEXTO	25
1.2 PROBLEMA	26
1.3 OBJETIVOS	27
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	27
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	29
2.1 MODELOS ANALÍTICOS EXATOS	29
2.2 MODELOS ANALÍTICOS APROXIMADOS	32
2.3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS	33
2.3.1 Escoamento de Exaustão	33
2.3.2 Escoamento Sugado	35
2.4 MODELOS NUMÉRICOS	36
3 METODOLOGIA	39
3.1 O MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN	40
3.1.1 Modelo BGK	41
3.1.2 Múltiplos Tempos de Relaxação	45
3.1.3 Condições de Contorno	47
3.1.3.1 <i>Bounceback</i>	47
3.1.3.2 Condição Anecóica	48
3.2 PALABOS	49
3.3 MODELO NUMÉRICO	50
3.3.1 Verificação da Condição Anecóica	52
3.4 PÓS-PROCESSAMENTO	53
3.5 INTEGRAL DE ENERGIA DE HOWE	54
4 RESULTADOS	57
4.1 ANÁLISE DA CONDIÇÃO ANECÓICA	58
4.2 DUTO SEM ESCOAMENTO	60
4.3 DUTO COM ESCOAMENTO SUBSÔNICO DE EXAUSTÃO	62
4.4 DUTO COM ESCOAMENTO SUGADO	67
5 CONCLUSÕES	81
5.1 TRABALHOS FUTUROS	82
REFERÊNCIAS	85
APÊNDICE A – Manual de Funcionamento do Palabos	
Acoustic	93

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO

Sistemas de fluxo de massa (exaustão e sucção) podem se tornar uma considerável fonte de ruído. Escapamentos, sistemas de ventilação, buzinas, motores aeronáuticos e aspiradores de pó são exemplos desses sistemas que estão altamente presentes no dia-a-dia. Cada vez mais, a sociedade vem desenvolvendo consciência crítica dos danos que os ruídos desses tipos de sistemas podem acarretar à saúde da população. Tal fato é tão preponderante que, como é apresentado por Munjal (1987), desde os anos da década de 1920 há registros de esforços para entender e caracterizar esses tipos sistemas, afim de colaborar com a manutenção e desenvolvimento de ambientes saudáveis no contexto acústico.

Há vários elementos estruturais que podem compor sistemas de exaustão, mas os dutos circulares se caracterizam como fundamentais e bastante presentes. De acordo também com Munjal (1987), o corpo de estudos e conhecimentos da acústica interna de dutos está bem estabelecido, mas verifica-se na literatura vários questionamentos sobre o funcionamento da dinâmica acústica de um duto na presença de escapamentos. Em vista disso, caracterizar a acústica interna de dutos é de extrema importância visto as várias tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão sem um amparo técnico bem estabelecido da literatura no ponto de vista da aeroacústica.

Em geral, quando o campo acústico interno é constituído por ondas planas (modos normais), o campo de pressão interno pode ser caracterizado pela condição de contorno na saída do duto. Neste caso, pode-se utilizar os seguintes parâmetros para análise:

- a magnitude do coeficiente de reflexão $\|R_r\|$, razão entre as componentes refletida e incidente da onda no duto;
- coeficiente de correção da terminação do duto l , normalizado pelo raio a do mesmo. Tal parâmetro representa o comprimento adicional para o cálculo do comprimento efetivo do duto. Em outras palavras, o fator l é a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual se deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida.

Com o uso desses dois parâmetros, pode-se prever de maneira mais precisa o campo acústico interno de dutos e, consequentemente, delinear de maneira mais acertiva as estratégias para a redução de ruído.

1.2 PROBLEMA

Com relação aos parâmetros acima discutidos, a solução exata para o problema de um duto circular não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948). A solução assume que a espessura das paredes do duto são infinitamente finas e o fluido é invíscido. A partir destas simplificações, as expressões exatas para R_r e l são obtidas utilizando-se a técnica de Wiener-Hopf. Vale ressaltar também que o mesmo modelo prevê a diretividade do som irradiado pelo duto assim como é feito pelos parâmetros abordados.

Apesar da utilidade do modelo de Levine e Schwinger, em boa parte das aplicações práticas, dutos circulares transportam escoamentos médios. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto como condição de contorno de velocidade de partícula nessa região.

É importante ressaltar que modelos exatos para os parâmetros de radiação de dutos se limitam a condições de contorno simples envolvendo um duto sem flange ou com flange infinito. No entanto, observa-se na prática situações com geometrias bastante distintas daquelas previstas pelos modelos analíticos disponíveis. Além disso, a presença de escoamentos, o que é comum nestes sistemas, muda consideravelmente o comportamento acústico do coeficiente de reflexão.

No que diz respeito a escoamentos, há de se considerar que escoamentos de exaustão e sucção possuem fenomenologias distintas. A influência de escoamentos de exaustão no campo acústico interno de dutos com geometrias simples possuem um mapeamento na literatura consolidado, porém isso não se aplica a escoamentos de sucção. Escoamentos de sucção possuem peculiaridades que ainda devem ser consideradas e investigadas nos cálculos de R_r e l como, por exemplo, o surgimento da “*vena contracta*” na terminação do duto e sua influência no campo acústico interno.

Por conta da complexidade analítica em abordar o problema da radiação de dutos em condições geométricas reais, faz-se necessário a utilização de técnicas numéricas como alternativa na investigação desses fenômenos.

1.3 OBJETIVOS

Considerando a problemática discutida acima, o objetivo principal desse trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional para análise do coeficiente de reflexão para modos normais em dutos na presença de escoamentos de baixo número de Mach ($M \leq 0,2$).

Tem-se como objetivos específicos:

- implementar um esquema computacional tridimensional para a avaliação do coeficiente de reflexão em dutos a partir do método de *lattice* Boltzmann;
- construir condições de contorno necessárias, afim de representar o problema da reflexão de onda em dutos na presença de baixos números de Mach;
- implementar, validar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com e sem escoamento de exaustão e com ondas planas;
- implementar e analisar o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento sugado e com ondas planas.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho está organizado em capítulos a partir da seguinte estrutura:

- Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica envolvendo os métodos analíticos exatos e aproximados para a radiação de modos normais em dutos. Uma revisão acerca dos métodos computacionais na abordagem do problema de radiação também é apresentada neste capítulo;
- Capítulo 3 apresenta o método de *lattice* Boltzmann utilizado neste trabalho e descreve o esquema numérico desenvolvido para as simulações;

- Capítulo 4 apresenta os resultados da implementação computacional, validações do modelo e análises com diferentes condições de escoamento;
- Capítulo 5 apresenta as conclusões e evoluções futuras do trabalho. Segue no final referências bibliográficas, apêndices e anexos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica dos tópicos concernentes à acústica interna de dutos circulares, limitando-se a modos normais. Os tópicos estão separados em modelos analíticos exatos, modelos analíticos aproximados, trabalhos experimentais, modelos numéricos e trabalhos relacionados ao desenvolvimento e aplicação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica.

2.1 MODELOS ANALÍTICOS EXATOS

A propagação de modos normais (ondas planas) é um problema clássico em acústica e continua tendo importância significativa tendo em vista o advento de novas tecnologias relacionadas a sistemas de exaustão e sucção. Os dutos são bastante presentes nesses sistemas e, para ondas planas que se propagam no eixo axial z , o campo acústico interno é modelado na forma

$$p(z, \omega) = Ae^{ikz} + Be^{-ikz}, \quad (2.1)$$

sendo z uma posição axial dentro do duto, A e B constantes no domínio da frequência representando as ondas incidentes e refletidas respectivamente, número de onda $k = \frac{\omega}{c_0}$, velocidade do som c_0 e ω a frequência angular em radianos. Dessa forma o coeficiente de reflexão R_z pode ser determinado na forma

$$R_z = \frac{B(\omega)}{A(\omega)}. \quad (2.2)$$

Levando em consideração a terminação do duto, o coeficiente de reflexão nessa região pode ser determinado a partir da formulação apresentada por Dalmont et al. (2001) na forma

$$R_r = R_z e^{2ikz}. \quad (2.3)$$

Segundo Dalmont et al. (2001) o coeficiente de reflexão na terminação R_r pode ser obtido na forma

$$R_r = -|R_r|e^{2ikl}, \quad (2.4)$$

sendo $|R_r|$ o módulo do coeficiente de reflexão na terminação e l o coeficiente de correção da terminação do duto. Com esses dois parâmetros é

possível caracterizar o fenômeno da acústica interna de dutos. Pode-se também obter $|R_r|$ segundo a relação de impedâncias

$$|R_r| = \left| \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0} \right|, \quad (2.5)$$

sendo Z_r a impedância de radiação e Z_0 a impedância característica do meio, definida por $Z_0 = \rho_0 c_0$, tal que ρ_0 e c_0 são, respectivamente, as constantes de densidade média do meio e velocidade do som. E para obter o coeficiente de correção da terminação do duto basta isolar l na Equação 2.4 resultando na equação

$$l = \frac{1}{k} \arctan\left(\frac{Z_r}{Z_0 j}\right) \quad (2.6)$$

sendo o número de onda $k = \frac{\omega}{c_0}$ e ω a frequência angular em radianos. Nesse sentido, pode-se interpretar l como a quantidade adicional medida a partir da abertura do duto a qual deve propagar a onda incidente antes de ser refletida para o interior do duto com fase invertida. Como cada duto possui um l diferente, para fins de comparação, é preciso tornar essa métrica numa medida adimensional através da normalização pelo raio a do duto, originando l/a . Vale ressaltar que, no contexto de dutos circulares, $|R_r|$ e l/a são comumente avaliados em relação ao número de Helmholtz (ka), ou seja, o produto entre o número de onda (k) e o raio do duto (a).

Em relação aos parâmetros discutidos acima, a solução exata para o coeficiente de reflexão e correção da terminação, obtida através da técnica de Wiener-Hopf, para o problema de um duto não flangeado na ausência de escoamento foi proposta por Levine e Schwinger (1948). Esse modelo assume um duto semi-infinito com paredes infinitamente finas, fluido invíscido e presença somente de ondas planas.

Porém em boa parte das aplicações práticas dutos transportam escoamentos fluidodinâmicos. Para tais circunstâncias, Munt (1990) propôs um modelo analítico exato, também baseado na técnica de Wiener-Hopf, em que se considera a presença de um escoamento subsônico no interior do duto. Considera-se nesse modelo as premissas de que o escoamento é uniforme, invíscido e que a camada cisalhante do jato é infinitamente fina. Além disso, o modelo considera a condição de Kutta na borda do duto para lidar com a singularidade da velocidade de partícula nesta região. As Figuras 1 e 2 apresentam as comparações entre casos com e sem escoamento para um duto não flangeado em termos de $\|R_r\|$ e l/a .

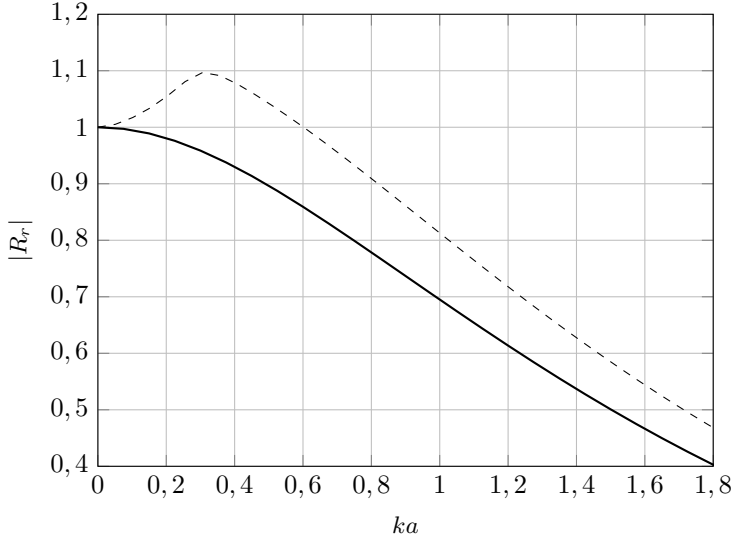


Figura 1: Resultados analíticos exatos para magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ ao final de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de Mach = 0,15 de Munt (1990).

Como é mostrado na Figura 1, a magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ aumenta consideravelmente na presença de um escoamento subsônico. Além disso, pode-se perceber que, em algumas frequências, $|R_r|$ torna-se maior do que a unidade, implicando que a amplitude da onda refletida torna-se maior do que a da onda incidente. Este fenômeno ocorre, sobretudo, pela interação entre o escoamento e o campo acústico na borda do duto, a qual transforma energia cinética rotacional em energia acústica, como discutido por Peters et al. (1993). Além disso vale ressaltar que o maior valor de $|R_r|$ está associado com a frequência de desprendimento de vórtices na saída do duto.

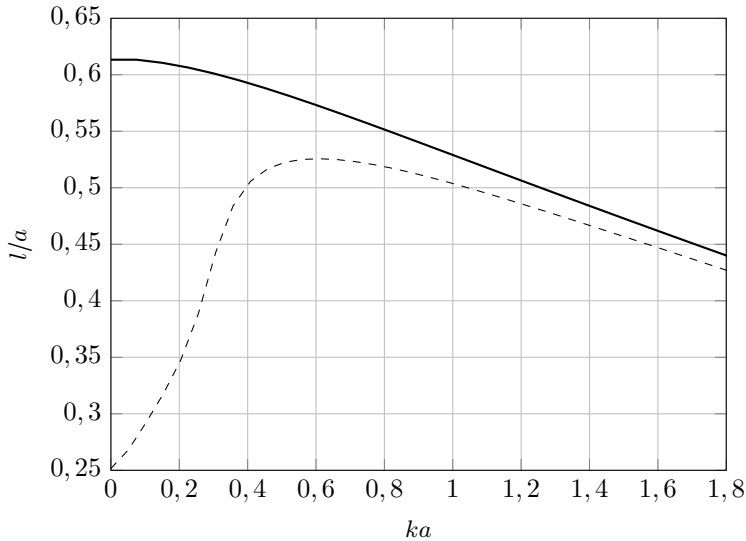


Figura 2: Resultados analíticos exatos para o coeficiente de correção da terminação normalizado pelo raio l/a de um duto não flangeado. A linha contínua apresenta o resultado sem escoamento de Levine e Schwinger (1948) e a linha tracejada apresenta o resultado com escoamento de Mach = 0,15 de Munt (1990).

De acordo com a Figura 2, a correção normalizada da terminação l/a torna-se consideravelmente menor do que aquela obtida na ausência de escoamento, sobretudo para baixos números de Helmholtz (ka). Em outras palavras, para baixas frequências e na presença de um escoamento a onda acústica é refletida em uma região mais próxima da abertura, em comparação à situação sem escoamento. Isso acontece porque o efeito de inércia provocado pela massa de fluido na saída do duto é diminuída pela presença de escoamento. De fato, este fenômeno pode ser observado pela diminuição da parte imaginária da impedância de radiação nas baixas frequências, como observado por Peters et al. (1993).

2.2 MODELOS ANALÍTICOS APROXIMADOS

No que diz respeito a modelos analíticos aproximados, o trabalho de Carrier (1955) foi um dos primeiros a abordar o cálculo do coeficiente

de reflexão e correção da terminação com escoamento de exaustão num duto não flangeado. Para tal foi considerado um gás perfeito invíscido com o tipo de escoamento uniforme (*plug*). Nessa abordagem usou-se a técnica de Wiener-Hopf com o método de Prandtl-Glauert e a premissa de um duto semi-infinito com paredes infinitamente finas. Esse modelo é limitado a Machs subsônicos ($M < 0,4$) e ondas planas, ou seja, valores de $ka < 1,8$.

Mani (1973) deu continuidade a mesma abordagem de Carrier (1955) com escoamento de exaustão para Machs subsônicos ($M < 0,3$) e ondas planas, porém considerando deslocamento transversais de partículas na interface entre o ar em repouso externo e o jato de saída do duto como condição de contorno do problema. Esse tipo de solução mostra diversos fenômenos antes não previstos com os outros modelos citados como efeitos de convecção, zonas de silêncio relativo e refração.

Também na mesma linha de desenvolvimento de Carrier (1955), Savkar (1975) desenvolveu um modelo de modos de alta ordem ($ka < 4,59$) com escoamento de exaustão e sucção do tipo uniforme (*plug*), para $M < 0,4$ e com variação de temperatura. A continuidade do deslocamento das partículas acústicas transversais também foi considerada na interface entre o ar em repouso externo e o jato de saída do duto, possibilitando assim análises de fenômenos de convectivos. Como metodologia para construção desse modelo foram aplicadas as técnicas de Wiener-Hopf e a aproximação matemática do trabalho de Carrier (1955).

Já o trabalho de Hirschberg e Hoeijmakers (2014) propõe uma expressão analítica aproximada do coeficiente de reflexão para baixas frequências ($ka < 1$), baixos números de Mach ($M < 0,2$) e jatos quentes. Esse modelo considera os efeitos de convecção e temperatura e foi consolidado a partir da aproximação proposta pelo trabalho de Howe (1979).

2.3 TRABALHOS EXPERIMENTAIS

2.3.1 Escoamento de Exaustão

No que diz respeito a escoamentos de exaustão o trabalho de Alfredson e Davies (1970) investigou os coeficientes de reflexão e correção da terminação e o fator de amortecimento de ondas acústicas. Para tal foi utilizado um duto excitado com um pulso de pressão, submetido a escoamentos subsônicos ($M < 0,2$) e dados extraídos com a técnica

dos dois microfones ajustada para valores de $ka < 1$. A principal conclusão desse trabalho é o fato da magnitude do coeficiente de reflexão ser maior nos casos com escoamento.

O trabalho de Peters et al. (1993) investigou os coeficientes de reflexão e de dissipação de ondas acústicas devido aos efeitos térmicos e de viscosidade na presença e ausência de cornetas. A técnica de dois microfones foi utilizada para extração dos dados num regime de baixas frequências ($ka < 1,5$) e valores subsônicos do número de Mach ($M < 0,2$). Por fim, o autor argumenta que a inserção de uma corneta no final do duto aumenta o coeficiente de reflexão por conta do aumento da instabilidade da camada limite na parede da corneta.

O trabalho de Allam e Åbom (2006) utilizou um sistema superdeterminado de medição para investigação do coeficiente de reflexão de um duto não flangeado. Para minimizar a relação sinal ruído e assim obter com mais acurácia o coeficiente de correção da terminação do duto, surgiu-se como motivação o desenvolvimento de um sistema em que há mais microfones do que incógnitas a serem calculadas, em outras palavras, estendeu-se a metodologia de medição de 2 microfones para um sistema superdeterminado envolvendo 6 microfones. Há de se considerar também que a parte imaginária do número de onda, parte associada com a dissipação de energia por viscosidade, não é conhecida na presença de escoamento e por isso foi incluída como incógnita. Em linhas gerais esse trabalho permitiu a validação experimental do trabalho de Munt (1990) e a consolidação de um sistema confiável de medição para esse tipo de problema.

English (2010) investigou também de forma experimental os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com diferentes espessuras, através da técnica de extração de autoespectro e espectro cruzado em pares de microfones calibrados para o intervalo $0 < ka < 0,7$. Focando para números de Mach entre 0 e 0,3, seus resultados mostram que os coeficientes de reflexão estão com valores acima dos que são encontrados pelo modelo exato de Munt (1990) e a partir dos resultados experimentais de Allam e Åbom (2006). O autor explica esse fato relatando que as premissas de camada limite viscosa e parede de duto infinitamente finas assumidas pelo modelo de Munt subestimam a transferencia de energia cinética rotacional do jato em energia acústica. No entanto, o autor não discute porque os resultados anteriores, obtidos por Allam e Åbom (2006), apresentam maior concordância com o modelo de Munt.

Já o trabalho de Tiikoja et al. (2014) focou na influência da temperatura no coeficiente de reflexão de dutos não flangeados. Para tal

fim, utilizaram a técnica de 2 microfones num sistema com 3 microfones, ajustados num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$) e Machs de até 0,3 e 0,12 para jatos frios e quentes respectivamente. Tendo como referências as curvas validadas de jatos frios de Munt (1990), foi observado que para jatos quentes as curvas dos coeficientes de reflexão e de terminação sofrem um aumento de amplitude e um deslocamento do pico máximo em direção às baixas frequências. Em outras palavras, com o aumento da temperatura o gás obtém maior energia cinética e os efeitos de vorticidade na terminação do duto ficam mais intensos com relação a temperaturas mais baixas.

2.3.2 Escoamento Sugado

Em relação a trabalhos experimentais, Ingard e Singhal (1975) foram os primeiros a investigar o coeficiente de reflexão em um duto com seção transversal retangular, considerando, desta vez, um escoamento sugado com $M = 0,4$. O método de medição se baseou na técnica de dois microfones e os mesmos foram ajustados para números de Helmholtz (ka) menores que 0,5. Em vista desse contexto experimental, o autor desenvolveu uma fórmula semi-empírica para baixas frequências do coeficiente de reflexão e é dada por

$$|R_r| = |R_0| \left[\frac{(1 - M)}{(1 + M)} \right]^n, \quad (2.7)$$

sendo que n é uma constante no valor aproximado de 1,33 e $|R_0|$ é o módulo do coeficiente de reflexão sem escoamento obtido a partir do modelo de Levine e Schwinger (1948).

Na mesma linha de investigação, Davies (1987) investigou o coeficiente de reflexão para baixas frequências ($0,01 < ka < 0,25$) e Machs subsônicos ($M < 0,3$), porém com dutos circulares não-flangeados, flangeados e com difusores na borda. O autor destaca que a disposição geométrica da terminação do duto, quando submetida a fenômenos de escoamentos succionados, desenvolve uma “*vena contracta*”, que pode ser estimada e associada com o fator de perda de garga Kp . Em vista dos procedimentos desse trabalho, o autor compara os resultados com o estudo de Ingard e Singhal (1975) e sugere que o termo n da equação 2.7 tenha o valor aproximado de 0,9 para casos de dutos circulares.

Mesmo na ausência de uma investigação sistemática focando o coeficiente de correção da terminação, o trabalho de Davies (1987)

também sugere uma equação para o qual é proposto na seguinte expressão

$$l/a = l_0(1 - M^2), \quad (2.8)$$

sendo l_0 o coeficiente de correção da terminação sem escoamento obtido a partir do trabalho de Levine e Schwinger (1948).

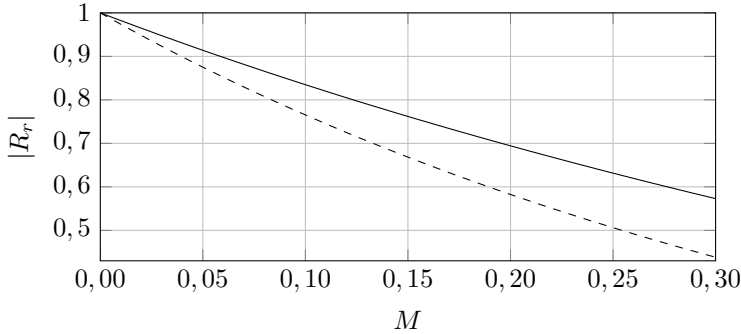


Figura 3: Resultado da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ em relação ao Mach para baixas frequências com escoamento sugado. A linha contínua apresenta o cálculo obtido a partir do trabalho de Davies (1987) e a linha tracejada apresenta o resultado obtido a partir do trabalho de Ingard e Singhal (1975).

A Figura 3 mostra o gráfico resultante da equação 2.7 para os estudos de Ingard e Singhal (1975) e Davies (1987). Pode-se perceber que $|R_r|$ decai de acordo com o aumento do Mach, em outras palavras, para baixas frequências, a onda plana possui maior facilidade de se radiar para o meio externo a medida que o Mach é aumentado.

A Figura 4 mostra o gráfico resultante da equação 2.8 e pode-se perceber que l/a decai de acordo com o aumento do Mach, ou seja, para baixas frequências, o comprimento efetivo acustico do duto diminui a medida que o Mach do escoamento succionado é aumentado. Mesmo com esses coeficientes modelados com apoio de dados experimentais a literatura carece de informações sobre esses parâmetros para frequências mais altas ($ka > 0,25$).

2.4 MODELOS NUMÉRICOS

Já em relação a trabalhos envolvendo métodos numéricos, Selamet et al. (2001) analisaram os coeficientes de reflexão e de terminação

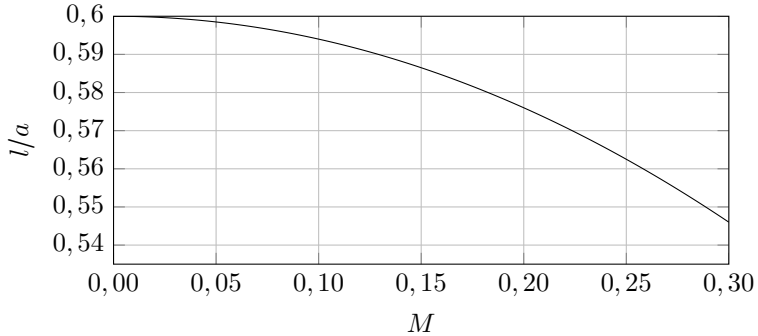


Figura 4: Resultado do coeficiente de correção da terminação l/a em relação ao Mach para baixas frequências ($ka < 0,25$), de acordo com Davies (1987).

de dutos circulares com diferentes geometrias sem escoamento num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$). Para isso utilizaram método dos elementos de contorno e observaram que para diferentes razões de comprimento por raio de dutos não-flangeados, o comportamento acústico interno se diferencia muito pouco; no geral o coeficiente de reflexão, para dutos estendidos obliquamente a partir de uma parede rígida e infinita, decresce para altos números de ka com relação aos estendidos de forma perpendicular; há uma redução significativa do coeficiente de reflexão para altos números de ka em dutos terminados em forma de sino; dutos terminados com cavidade anular adiciona picos nos coeficientes de reflexão com relação aos não-flangeados.

Seguindo uma linha de análise semelhante, Dalmont et al. (2001) analisaram coeficientes de terminação de dutos circulares com diversas geometrias de terminação num contexto de ondas planas ($ka < 1,8$), sobretudo as que são comumente encontradas em instrumentos de sopro. As análises foram feitas comparando-se resultados experimentais com resultados numéricos obtidos a partir dos métodos dos elementos finitos e elementos de contorno. A partir do ajuste dos modelos numéricos, derivaram modelos semi-empíricos simplificados para os coeficientes de reflexão encontrados nas geometrias estudadas.

Tendo como motivação a validação do método de *lattice* Boltzmann para problemas de acústica de dutos, Silva e Scavone (2006) abordaram análises dos coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares não flangeados, sem escoamento e focando ondas planas ($ka < 1,8$). As boas correlações dos dados numéricos com os dados

vigentes da teoria de Levine e Schwinger (1948) mostram que o método é bastante útil para prever fenômenos complexos envolvendo acústica de dutos.

Complementando o trabalho anterior, Silva et al. (2009) investigaram os coeficientes de reflexão e de terminação de dutos circulares com terminações de corneta e com escoamento subsônico. Para isso implementaram o modelo usando o método de *lattice* Boltzmann com condições de contorno absorventes, axissimetria de acordo com o trabalho de Reis e Phillips (2007) e paredes curvas para a consolidação das terminações em cornetas. Com esse trabalho foram validados os resultados de Munt (1990) e Allam e Åbom (2006) além de mostrar que na presença de cornetas o coeficiente de reflexão aumenta bastante no pico associado ao número de Strouhal $St \approx \frac{\pi}{2}$. Tal fato é aderente aos vários trabalhos que abordam o escoamento de exaustão e é explicado pelo fato de valores maiores do que a unidade para a magnitude do coeficiente de reflexão podem ser encontrados tanto em dutos não-flangeados quanto cornetas. No entanto, no caso das cornetas, este aumento é consideravelmente maior devido a indução de vorticidade causada pela terminação circular. Além disso, os resultados observados sugerem que a região de Strouhal $St \approx \frac{\pi}{2}$ acontecem quando o período do campo acústico interno coincide com o tempo necessário para que um vórtice propague a distância equivalente a um raio de corneta.

Silva et al. (2012) usaram o método de elementos de contorno para analisar a influência do raio de uma terminação flangeada no comportamento do coeficiente de reflexão de dutos circulares na ausência de escoamento. Para tanto validaram o modelo com os resultados de Levine e Schwinger (1948), dutos não flangeados, e de Nomura et al. (1960), dutos flangeados circulamente. Como resultado da análise propuseram expressões aproximadas para o cálculo dos coeficientes de reflexão e de terminação.

3 METODOLOGIA

Tal como foi discutido no capítulo anterior, para a investigação do coeficiente de reflexão na presença de escoamento, faz-se necessária a utilização de esquemas numéricos que integrem na mesma estrutura a parte fluido dinâmica e acústica. Neste sentido, o método de *lattice* Boltzmann mostra-se adequado, sobretudo quando são considerados baixos números de Mach ($M < 0,2$) e baixos números de Reynolds ($Re < 5515$). Nesse sentido, há trabalhos que validam, aplicam e desenvolvem metodologias de *lattice* Boltzmann no campo de estudo da aeroacústica.

Um desses estudos é o de Crouse et al. (2006), que mostraram a eficácia do método de *lattice* Boltzmann em recuperar as equações de Navier-Stokes para baixas compressibilidades ($M < 0,3$). Há de se ressaltar que validaram também o modelo numérico de um ressonador de Helmholtz com um modelo experimental do mesmo, demonstrando assim a viabilidade da aplicação para problemas de acústica.

No que se trata de desenvolvimento de ferramentas auxiliares para tratar problemas acústicos, Kam et al. (2006) desenvolveram uma condição de contorno absorvente, baseada na técnica de camadas perfeitamente casadas (“*perfectly matched layers*”). Essencialmente, a técnica se baseia na criação de uma camada com viscosidade crescente exponencialmente na direção exterior do domínio computacional.

Marié et al. (2009) analisou e comparou esquemas de alta ordem das equações de Navier-Stokes linearizadas com o método de *lattice* Boltzmann. O objeto de estudo para comparação foi análises de dispersão e dissipação de ondas acústicas em regime isotérmico. Conclui-se com esse trabalho que para um erro de dispersão pré-definido, o método de *lattice* Boltzmann se comportou como mais rápido.

No que diz respeito a aplicação do método de *lattice* Boltzmann num problema de aeroacústica, Lew et al. (2010) desenvolveram um modelo numérico em 3D para predição de ruído em um jato turbulento subsônico. Como validação, os resultados foram comparados com resultados experimentais e cálculos numéricos feitos a base de *Large Eddy Simulation* (LES). Esse estudo demonstrou as principais vantagens de se trabalhar com o método de *lattice* Boltzmann como por exemplo o baixo custo computacional e a facilidade em inserir *nozzles* com formas complexas no domínio computacional.

Também na área de aeroacústica computacional, o trabalho de Yong et al. (2013) propõe um modelo em *lattice* Boltzmann para obter dados de diretividade da radiação sonora num duto circular submetido

a escoamento subsônico. Os resultados de diretividade foram comparados com os modelos de Levine e Schwinger (1948) e Gabard e Astley (2006), mostrando uma boa convergência principalmente nas baixas frequências.

Já no sentido de tratamento de fenômenos da acústica básica, Viggen (2013) adicionou termos fonte na equação de *lattice* Boltzmann para que o método possa permitir o surgimento de dipolos, quadrupolos e outras superposições de multipolos. Além disso, esses termos foram mapeados nos parâmetros macroscópicos através da ferramenta matemática de expansão de Chapman-Enskog. Como resultado, conseguiu reproduzir fenômenos de diretividade de monopolos, dipolos e quadrupolos.

Silva et al. (2015) abordaram também o uso do método de *lattice* Boltzmann em conjunto com a técnica de *Large Eddy Simulation* (LES) na investigação do ruído gerado na interação do escoamento de um jato com uma placa plana. Os dados de níveis de pressão sonora em campo distante foram obtidos usando uma superfície de Ffowcs-Williams e Hawkins (FW-H) e comparados com dados experimentais.

O presente Capítulo apresenta o método de *lattice* Boltzmann utilizado neste trabalho e descreve a construção de um modelo tridimensional de duto não-flangeado utilizando a plataforma de código aberto Palabos. Detalhes sobre a elaboração do modelo são discutidos detalhadamente nas seções subsequentes.

3.1 O MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN

O método de *lattice* Boltzmann possui bastante utilidade quando se trata de problemas aeroacústicos, envolvendo pequenas flutuações de pressão e fenômenos de turbulência. Isso se deve ao fato do método ter surgido de uma outra abordagem de fenômenos mecânicos aplicados a fluidos - uma abordagem microscópica de interações entre moléculas.

Uma solução para resolver problemas fluidodinâmicos através de interações entre moléculas é abordar o fenômeno físico pelo ponto de vista de distribuição de moléculas, a qual se convém chamar de partícula. Nesse caso, cada partícula é descrita a partir de uma função de distribuição, a qual indica a probabilidade de se encontrar numa dada região espacial e em um determinado instante de tempo, um conjunto de moléculas que compartilham a mesma velocidade e direção de propagação. A equação de transporte que rege a propagação das partículas e a difusão da quantidade de movimento das mesmas a par-

tir de suas colisões é a Equação de Boltzmann que, ao ser discretizada, pode ser resolvida numericamente originando assim o método de *lattice* Boltzmann ou *lattice Boltzmann Method* (LBM).

Historicamente o método de *lattice* Boltzmann se originou nos anos 90 através de trabalhos como de He e Luo (1997a), que mostraram que a forma discreta da equação de Boltzmann também recupera as equações de Navier Stokes para baixas compressibilidades (baixos números de Mach). Isto fornece uma ligação formal entre as equações macroscópicas de *lattice* Boltzmann e as equações de Navier-Stokes para baixas compressibilidades, além de possibilitar a implementação computacional desse método.

O LBM possui muitas vantagens em relação a técnicas tradicionais de fluido dinâmica computacional aplicadas a aeroacústica: resolve o campo acústico e o campo fluido dinâmico numa mesma iteração em cada incremento de tempo, extração direta do campo de pressão e fácil implementação paralela elevando assim a performance frente a outros métodos.

3.1.1 Modelo BGK

O LBM é baseado em operações de colisão e propagação de funções de distribuição de partículas com massa em função do tempo e espaço. Cada conjunto de funções de distribuição localizadas num ponto no espaço \mathbf{x} e tempo t pode ser chamada de célula e , segundo o trabalho de He e Luo (1997b), a equação de *lattice* Boltzmann, que formula o comportamento de cada célula, pode ser escrita como

$$f_i(\mathbf{x} + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)), \quad (3.1)$$

sendo i é um número inteiro que delimita direções no espaço de propagação de partículas, f_i é a função de distribuição em uma dada direção i , c_i são velocidades de propagação na direção i e Δt é o incremento de tempo.

A Equação (3.1) é dividida nas duas operações básicas: propagação e colisão. O lado esquerdo dessa equação representa a operação de propagação, na qual os valores das funções de distribuição de cada célula são movidos para cada direção de propagação para uma próxima célula no espaço em cada iteração no tempo. Feita a operação de propagação, é realizada a operação de colisão, representada pelo lado direito da equação, na qual o termo Ω_i representa o operador de colisão.

Uma das formas de calcular o operador de colisão Ω_i é usar a

formulação proposta no estudo de Bhatnagar et al. (1954). A aplicação dessa formulação consolida o modelo BGK (Bhatnagar–Gross–Krook) ou modelo de tempo de relaxação único: *single-relaxation-time* (SRT). Nesse sentido, o operador de colisão é definido por

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau}(f_i - f_i^M), \quad (3.2)$$

tal que τ é o período de colisão, período médio de colisão entre partículas, e f_i^M é a função de distribuição de Maxwell ou função de distribuição de equilíbrio.

A função de distribuição de Maxwell f_i^M pode ser calculada aplicando o princípio de máxima entropia de acordo com as restrições das leis de conservação de massa e quantidade de movimento, assim como é proposto por Wolf-Gladrow (2000). Dessa forma a função de distribuição de Maxwell é definida por

$$f_i^M = \rho \varepsilon_i \left(1 + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}_i}{c_s^2} + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}_i^2 - c_s^2 \mathbf{u}}{2c_s^4} \right), \quad (3.3)$$

sendo que ρ é a densidade local do fluido, ε_i são pesos de velocidades para cada direção de propagação i , \mathbf{u} é a velocidade local do fluido, \mathbf{c}_i é um vetor de velocidades de propagação da célula para cada direção i e c_s é a velocidade do som.

Os parâmetros macroscópicos de densidade local do fluido ρ e a velocidade local do fluido \mathbf{u} podem ser obtidos a partir dos momentos da função de distribuição f_i das seguintes maneiras

$$\rho = \sum f_i \text{ e} \quad (3.4)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum f_i \mathbf{c}_i. \quad (3.5)$$

A partir da equação de estado isoentrópica linear, a pressão local do fluido p pode ser obtida na forma

$$p = \rho c_s^2. \quad (3.6)$$

A viscosidade cinemática ν é um parâmetro que é função do período de colisão τ e pode ser obtida com a equação

$$\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right). \quad (3.7)$$

Quando as equações 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 são usadas para recuperar os atributos macroscópicos do fluido a unidade de medida não é uma unidade física. Segundo o trabalho de Silva et al. (2016), para se ter esses atributos em unidade física é preciso aplicar regras de conversão. Essas regras de conversão se baseiam em duas constantes que são definidas a partir de unidades físicas: velocidade característica definida por

$$\zeta = c^*/c_s, \quad (3.8)$$

em que c^* é a velocidade física do som, e discretização Δx definida pelo tamanho de uma célula dado em metros.

Com os parâmetros c^* e Δx pode-se realizar as seguintes conversões para unidades físicas, notadas com o superíndice $*$:

$$\mathbf{u}^* = \zeta \mathbf{u}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{x}^* = \Delta x \mathbf{x}, \quad (3.10)$$

$$t^* = \frac{\Delta x}{\zeta} t, \quad (3.11)$$

$$\nu^* = \zeta \Delta x \nu, \quad (3.12)$$

$$\rho^* = \frac{\zeta}{\Delta x} \rho, \quad (3.13)$$

$$p^* = p \zeta^2 \rho_0^* \text{ e} \quad (3.14)$$

$$f^* = f \frac{\zeta}{\Delta x}, \quad (3.15)$$

tal que f^* e f são unidades de frequências física e do LBM respectivamente.

Há várias geometrias de células, o grupo do tipo $D_n Q_b$ (n dimensões e b direções de propagação ou velocidades) é um dos mais usados e foi proposto por Qian et al. (1992). A tabela 1 mostra os parâmetros para cada um dos modelos do tipo $D_n Q_b$, seus diferentes vetores de velocidades de propagação (c_i), seus respectivos pesos ε_i e as suas constantes de velocidade do som (c_s). Esses valores são obtidos para cada geometria, de forma que se mantenham a conservação da massa e da quantidade de movimento. Portanto com esses parâmetros

já se torna possível calcular a função de Maxwell (f_i^M) para cada operação de colisão em cada iteração de tempo.

Para esse trabalho usou-se o modelo D3Q19 e a Figura 5 ilustra um esquemático desse tipo de célula e é possível visualizar espacialmente as direções de propagação. Vale ressaltar que para cada direção há o cálculo da função de Maxwell (f_i^M) e, por conseguinte, a operação de propagação das funções de distribuição para a célula adjacente no sentido de cada direção.

Tabela 1: Modelos D_nQ_b

Modelo	c_i	ε_i	c_s^2
D1Q3	0, ± 1	$2/3$, $1/6$	$1/3$
D1Q5	0, ± 1 , ± 2	$6/12$, $2/12$, $1/12$	1
D2Q7	(0, 0), $(\pm 1/2, \pm \sqrt{3}/2)$	$1/2$, $1/12$	$1/4$
D2Q9	(0, 0), $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$, $(\pm 1, \pm 1)$	$4/9$, $1/9$, $1/36$	$1/3$
D3Q15	(0, 0, 0), $(\pm 1, 0, 0)$, $(0, \pm 1, 0)$, $(0, 0, \pm 1)$, $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$	$2/9$, $1/9$, $1/72$	$1/3$
D3Q19	(0, 0, 0), $(\pm 1, 0, 0)$, $(0, \pm 1, 0)$, $(0, 0, \pm 1)$, $(\pm 1, \pm 1, 0)$, $(\pm 1, 0, \pm 1)$, $(0, \pm 1, \pm 1)$	$1/3$, $1/18$, $1/36$,	$1/3$

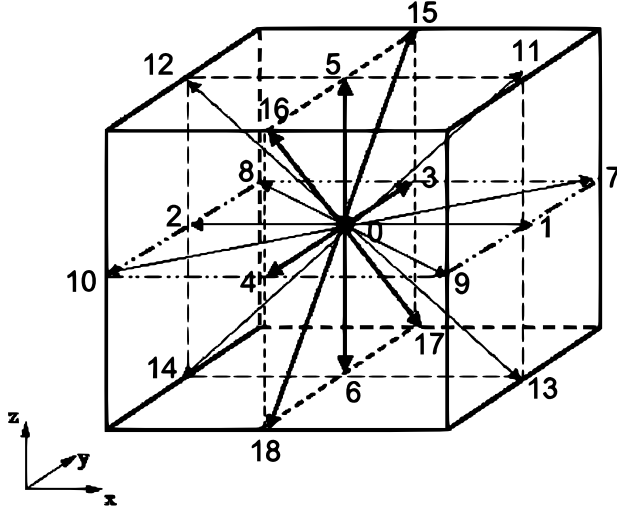


Figura 5: Esquemático do modelo D3Q19. Ilustração adaptada do estudo de Premnath et al. (2013).

3.1.2 Múltiplos Tempos de Relaxação

A Equação (3.2) retrata um operador de colisão com tempo de relaxação único para todas as direções de propagação i . Essa abordagem é funcional, porém limitada à estabilidade em baixos números de Reynolds como mostra o estudo de Lallemand e Luo (2000). Para esses tipos de problemas a abordagem de múltiplos tempos de relaxação (MRT), pode ser usada assim como é mostrado nos estudos de Viggen (2014).

Seguindo a formulação proposta por D’Humières (1994), a formulação de MRT se baseia na troca do parâmetro de único tempo de relaxação τ por uma matriz $\mathbf{\Lambda}$ de vários tempos de relaxação. Todavia a matriz $\mathbf{\Lambda}$ é construída de acordo com uma matriz \mathbf{M} que projeta as funções de distribuição f_i e f_i^M no espaço dos momentos. De acordo com Lallemand e Luo (2000), a possibilidade desse método ser mais estável é oriunda da capacidade de operar a colisão das células com um tempo de relaxação apropriado para cada um dos vários momentos, projetados a partir das funções de distribuição f_i e f_i^M . Em vista do exposto o operador de colisão da Equação (3.2) se transforma em

$$\Omega_i = -\mathbf{\Lambda}(f_i - f_i^M). \quad (3.16)$$

Porém a operação de colisão é realizada no espaço dos momentos. Logo é preciso projetar f_i e f_i^M no espaço dos momentos impondo

$$m_i = \mathbf{M} f_i \text{ e } m_i^M = \mathbf{M} f_i^M. \quad (3.17)$$

D'Humieres (1994) propôs, para o caso do modelo D3Q19, uma distribuição de valores para a matriz \mathbf{M} dada por

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A \\ B & C & C & C & C & C & C & D & D & D & D & D & D & D & D & D & D & D & D \\ E & F & F & F & F & F & F & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A & A \\ G & A & J & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & J & A & J & A & J & A \\ G & F & K & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & J & A & J & A & J & A \\ G & G & G & A & J & G & G & A & J & J & A & G & G & G & G & A & J & J & A \\ G & G & G & F & K & G & A & J & A & J & A & G & G & G & G & A & J & G & G \\ G & G & G & G & G & A & J & A & J & A & J & J & A & A & J & G & G & G & G \\ G & G & G & G & G & F & K & A & J & A & J & J & A & A & A & J & G & G & G \\ G & I & I & J & J & J & J & H & H & H & H & A & A & A & A & A & A & A & A \\ G & F & F & I & I & I & I & H & H & H & H & A & A & A & A & A & A & A & A \\ G & G & G & A & A & J & J & G & G & G & G & J & J & J & J & A & A & A & A \\ G & G & G & H & H & I & I & G & G & G & G & J & J & J & J & A & A & A & A \\ G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & J & J & A & A & A \\ G & G & G & G & G & G & G & A & A & J & J & G & G & G & G & G & G & G & G \\ G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & A & A & J & J & G & G & G & G \\ G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & G & A & J & A & J & J & A & J & A \\ G & G & G & G & G & G & G & A & J & J & A & G & G & G & J & A & A & A & A \\ G & G & G & G & G & G & G & J & A & J & A & J & A & A & J & G & G & G & G \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

sendo $A = 1$, $B = -30$, $C = -11$, $D = 8$, $E = 12$, $F = -4$, $G = 0$, $H = -2$ e $I = 2$.

Considerando que a matriz \mathbf{S} é dada por

$$\mathbf{S} = \mathbf{M} \mathbf{\Lambda} \mathbf{M}^{-1}, \quad (3.19)$$

o operador de colisão fica

$$\mathbf{S}_i = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} (m_i - m_i^M). \quad (3.20)$$

Inserindo a Equação (3.20) na Equação (3.1) fica

$$f_i(\mathbf{x} + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} (m_i - m_i^M). \quad (3.21)$$

Vale ressaltar que a operação de propagação, lado esquerdo da Equação (3.21), ocorre no espaço original da função de distribuição f_i .

3.1.3 Condições de Contorno

3.1.3.1 Bounceback

De acordo com o estudo de Viggen (2014), a condição de contorno do tipo *bounceback* tem como objetivo simular uma parede rígida no domínio do LBM, sendo ela do tipo implícita e localizada entre as células. Há dois tipos de *bounceback*: *free-slip*, que simula escorregamento livre do fluido na parede e *no-slip*, que impõe que todas as componentes de velocidade junto à parede sejam nulas. Essa condição força o desenvolvimento da camada limite viscosa junto à parede. Nesse trabalho foi usado a condição do tipo *no-slip*, afim de capturar os efeitos de camada limite viscosa.

A condição de contorno *bounceback no-slip* é geralmente implementada na etapa de propagação a partir de uma inversão de funções de distribuição de partículas. A Figura 6 mostra um esquemático de exemplo do processo de funcionamento dessa condição de contorno. Ao cruzar a condição de contorno no tempo seguinte $t + \Delta t$, a célula inverte as funções de distribuição de partículas para o sentido contrário dos vetores que apontam para o *bounceback*.

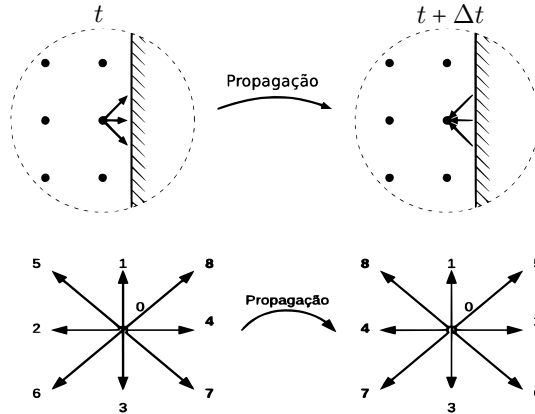


Figura 6: Esquemático de exemplo do processo de funcionamento da condição de contorno *bounceback no-slip*. Ilustração adaptada do estudo de Viggen (2014).

Em relação às equações de propagação o processo abordado fica

$$\begin{aligned} f_6(\mathbf{x}, t + \Delta t) &= f_8(\mathbf{x}, t), \quad f_8(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_6(\mathbf{x}, t), \\ f_2(\mathbf{x}, t + \Delta t) &= f_4(\mathbf{x}, t), \quad f_4(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_2(\mathbf{x}, t), \\ f_5(\mathbf{x}, t + \Delta t) &= f_7(\mathbf{x}, t) \quad \text{e} \quad f_7(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_5(\mathbf{x}, t). \end{aligned}$$

3.1.3.2 Condição Anecóica

Consolidar uma condição do tipo anecóica num método numérico de natureza temporal é um desafio em todos os métodos numéricos. Nesse contexto, considerando a absorção de ondas de pressão, entropia e pulsos de desprendimento de vórtices, o trabalho de Kam et al. (2006) propõe uma condição de contorno explícita de absorção. Em essência, este método se baseia na adaptação do método das camadas perfeitamente casadas (“*perfectly matched layers*”) para o LBM. A condição de contorno de absorção, *Absorbing Boundary Condition* (ABC), consiste na adição de uma região de amortecimento para que os valores de pressão e velocidade converjam assintoticamente a valores que caracterizam um fluido em repouso. Nesse sentido, valores alvos para um fluido em repouso de densidade ($\rho_T = \rho_0$) e velocidade ($\mathbf{u}_T = 0$) são usados para calcular uma função de distribuição de amortecimento f_i^T . Essa função de distribuição é definida da mesma forma que f_i^M , porém com os valores alvos de densidade e velocidade, impostos na forma

$$f_i^T = \rho_0 \varepsilon_i. \quad (3.22)$$

Como essa técnica é explícita, o operador de colisão Ω_i da Equação (3.2) é adaptado e recebe um novo termo fonte, tal que

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau}(f_i - f_i^M) - \sigma(f_i^M - f_i^T), \quad (3.23)$$

sendo $\sigma = \sigma_T(\delta/D)^2$ o coeficiente de absorção, σ_T uma constante com valor de 0,3, δ é a distância medida do começo da região de contorno no sentido da convergência assintótica e D é o tamanho total da região de contorno no sentido da convergência assintótica assim como ilustra a Figura 7.

O operador de colisão da Equação (3.23) funciona bem para o modelo SRT, porém como nesse estudo será usado o modelo MRT, algumas adaptações precisam ser realizadas, pois a operação de colisão

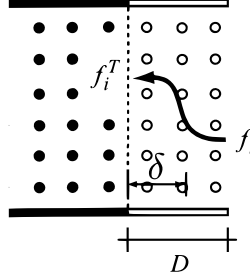


Figura 7: Esquemático de exemplo do processo de funcionamento da condição de contorno anecóica. Ilustração adaptada do estudo de Silva (2008).

ocorre no espaço dos momentos nesse modelo. Assim como é feito nas Equações (3.17) deve-se aplicar o mesmo procedimento na função de distribuição f_i^T originando o termo m_i^T . Além disso é preciso inserir esse termo no operador de colisão da Equação (3.20) resultando em

$$\Omega_i = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(m_i - m_i^M) - \sigma \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(m_i^M - m_i^T). \quad (3.24)$$

Simplificando, a Equação (3.24) fica

$$\Omega_i = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}[m_i - m_i^M(\sigma - 1) - m_i^T]. \quad (3.25)$$

Adicionando esse termo na Equação geral (3.1) do LBM, o resultado é a equação

$$f_i(\mathbf{x} + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}[m_i - m_i^M(\sigma - 1) - m_i^T]. \quad (3.26)$$

A Equação (3.26) equivale a Equação (3.1) porém com um termo fonte adicional representando a camada anecóica. Vale ressaltar que esse termo fonte é nulo no domínio fluidodinamico e diferente de zero na camada absorvente.

3.2 PALABOS

O *software* livre Palabos é um projeto feito na linguagem C++ no paradigma computacional de orientação a objetos, resultado da colaboração entre indústria e academia, focando produzir uma ferramenta de simulação computacional robusta, rápida e confiável. Junto com

esse pacote computacional há implementados modelos numéricos de publicações e *benchmarks* da literatura, como mostra os estudos de Jin et al. (2015), Papenkort e Voigtmann (2015), Daigle e Reece (2015), Garcia-Salaberri et al. (2015) e Paradis et al. (2015).

As funcionalidades do *software* Palabos usadas nesse trabalho são: modelo base (MRT); condição de contorno (*bounceback no-slip*); *grid* (D3Q19); paralelismo (MPI em vários processadores); dados de saída (ASCII, GIF e VTK para visualização no *software* Paraview (2017)).

Mesmo com várias funcionalidades citadas, o *software* Palabos precisa ter outras funcionalidades implementadas para que possa atender o escopo desse trabalho. Para atender esse requisito, o projeto Palabos-Acoustic (2017) foi criado como uma versão do Palabos que contém todos os modelos e implementações desenvolvidas nesse trabalho. As funcionalidades desenvolvidas nesse trabalho são: condição de contorno anecóica de Kam et al. (2006) para BGK D2Q9 e MRT D2Q9 e D3Q19; condição de contorno para excitação do duto com *sweep* de acordo com o estudo de Silva et al. (2009) ou excitação por soma de harmônicos.

3.3 MODELO NUMÉRICO

Com os arquivos de compilação e execução corretamente configurados, pode-se modelar numericamente o problema. A Figura 8 representa a vista do corte lateral do modelo numérico tridimensional com o eixo de coordenadas localizado no ponto $(\frac{N_x}{2}, 0, 0)$. Para a definição do domínio foi utilizado uma abordagem paramétrica, ou seja, o raio externo do duto $a = 20$ células foi a unidade de medida para as dimensões. As dimensões N_x e N_y são iguais e possuem $20a$ de comprimento (razão de aspecto não mantida no esquema para economia do espaço em folha). A dimensão N_z possui $79,5a$ de comprimento e foi baseado no estudo de Silva et al. (2009), que justifica a distância da saída do duto até a parede para capturar corretamente os efeitos de inércia e elasticidade produzidos pelo fluido estagnante ao redor do duto. Todo espaço de fluido do domínio foi preenchido em cada célula com frequência de relaxação $\frac{1}{\tau} = 1,99$, $\rho = \rho_0 = 1$ e as velocidades para todos os sentidos $u_x = u_y = u_z = 0$. As bordas do duto foram preenchidas com condição anecóica de espessura igual $1,5a$ células. Além disso vale ressaltar que, considerando a viscosidade do ar como $15,11 \cdot 10^{-6}$ e números de Reynolds e Mach máximos do modelo numérico iguais a

5514,82 e 0,2 respectivamente, o tamanho de uma célula (Δx) equivale a $3,03610^{-5}$ metros. Nesse sentido, valor do raio a do duto é igual a 0,61 milímetros.

Com relação ao duto, o mesmo possui o tamanho $L = 18a$ e é delimitado pela condição de contorno *bounceback no-slip*. O diâmetro externo mede $2a$ e parede com espessura de $0,1a$. No começo do duto há uma condição anecóica com espessura igual a $1,5a$, que é responsável pela absorção da onda refletida na abertura do duto. Ao lado da condição anecóica há uma condição de contorno de excitação do duto com espessura de $0,05a$, responsável por excitar os modos axiais e impor escoamento.

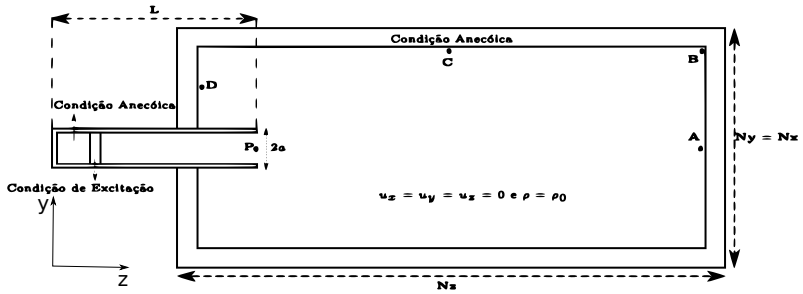


Figura 8: Esquemático do modelo numérico: vista do corte lateral do modelo em 3D.

Focando propiciar energia suficiente nos modos axiais com onda plana, a condição de excitação foi desenvolvida através de uma soma de ondas estacionárias, na faixa de frequência $0 < ka \leq 2,5$. Dessa forma, os valores de densidade e velocidade dessa região foram mudados em cada incremento de tempo da seguinte forma:

- regime transiente ($0 \leq t < t_{transiente}$):

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \rho_0; \\ u_z(t) &= M c_s; \\ u_y(t) &= 0; \\ u_x(t) &= 0.\end{aligned}$$

- regime estacionário ($t_{transiente} \leq t \leq t_{total} - t_{propagada}$):

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \rho_0 + A \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{nka_{max}c_s t}{Na}\right); \\ u_z(t) &= Mc_s + \frac{Ac_s}{\rho_0} \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{nka_{max}c_s t}{Na}\right); \\ u_y(t) &= 0; \\ u_x(t) &= 0.\end{aligned}$$

tal que $ka_{max} = 2,5$, N é o número total de componentes harmônicos dentro do intervalo $0 < ka \leq 2,5$, n é a n -ésima componente harmônica dentro desse intervalo. $t_{transiente}$ é o número de incrementos de tempo necessários para atingir o regime estacionário. Este valor se baseou no estudo de Yong et al. (2013) na forma $t_{transiente} = 2N\mathbf{z}/Mc_s$, $t_{propagada}$ é definido como $t_{propagada} = N\mathbf{z}/c_s$ e é o tempo que a onda demora para percorrer o domínio completo na direção axial do duto, $t_{total} = t_{transiente} + t_{propagada} + 12000$ é o tempo total da simulação e A é definida em termos de densidade. Esta é calculada por

$$A = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{NPS/20}}{c^* \rho_0^* c_s}, \quad (3.27)$$

tal que $c^* = 343 \text{ m/s}$ é a velocidade do som em unidades físicas, $\rho_0^* = 1,22 \text{ kg/m}^3$ é a densidade física do ar em unidades físicas e NPS é o nível de pressão sonora no valor de 80 dB.

3.3.1 Verificação da Condição Anecóica

No intuito de avaliar a condição anecóica nas fronteiras do domínio através do cálculo e análise do coeficiente de reflexão, os pontos **A**, **B**, **C** e **D** representados na Figura 8 são utilizados para medição de pressão e velocidade de partícula acústica na fronteira com a terminação anecóica. O local dos pontos é definido pelas seguintes coordenadas:

- ponto **A**: $(\frac{N\mathbf{x}}{2}, \frac{N\mathbf{y}}{2}, N\mathbf{z} - 31)$;
- ponto **B**: $(\frac{N\mathbf{x}}{2}, N\mathbf{y} - 31, N\mathbf{z} - 31)$;
- ponto **C**: $(\frac{N\mathbf{x}}{2}, N\mathbf{y} - 31, \frac{N\mathbf{z}}{2})$;
- ponto **D**: $(\frac{N\mathbf{x}}{2}, \frac{3N\mathbf{y}}{4}, 12a + 31)$.

Já o ponto **P** representa a média espacial, feita no plano transversal do duto, dos valores de pressão e velocidade de partícula na terminação. Essas médias espaciais são extraídas e calculadas ao longo do tempo para se obter os parâmetros de caracterização da acústica interna do duto: coeficiente de reflexão R_r e coeficiente de correção da terminação l/a .

Para a execução da simulação numérica foi escolhido um *hardware* com as seguintes características:

- arquitetura: x86_64;
- CPU(s): 8;
- modelo do processador: Intel(R) Xeon(R) CPU E5620 @2.40GHz;
- memória RAM: 139 GB.

3.4 PÓS-PROCESSAMENTO

Com os arquivos de dados temporais dos pontos **A**, **B**, **C**, **D** e da média espacial **P** salvos em disco rígido, um *script* de pós-processamento da plataforma MATLAB (2017)/Octave (2017) é executado. Os seguintes procedimentos são realizados no *script*:

1. os vetores temporais de pressão e velocidade no eixo axial são obtidos através da leitura de arquivos **.dat**;
2. uma janela Hanning na forma

$$w(n) = \sin^2\left(\frac{\pi n}{N-1}\right), \quad (3.28)$$

tal que N é o tamanho da janela e n é a posição do vetor unidimensional é definida e usada para multiplicar os sinais de velocidade e pressão no domínio do tempo;

3. a transformada discreta de Fourier, utilizando o algoritmo de transformada rápida, *Fast Fourier Transform* (FFT), foi utilizada para transformar os históricos temporais de pressão e velocidade de partícula para o domínio da frequência;
4. a impedância de radiação Z_r é calculada através da divisão entre os vetores de pressões por de velocidades no domínio da frequência

da seguinte forma:

$$Z_r = \frac{p(f)}{u_z(f)}; \quad (3.29)$$

5. a magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ é calculado de acordo com a Equação (2.5);
6. o coeficiente de correção da terminação l/a é calculado de acordo com a Equação (2.6);

Para minimizar os efeitos não lineares de ondas evanescentes na terminação do duto e o efeito da espessura do duto (equivalente a duas células), um fator de correção $c = -0,2367$ é adicionado na parte real do coeficiente de correção da terminação l/a .

Para fins de comparação dos resultados obtidos nesse estudo com resultados da literatura foi usado o coeficiente de correlação de Pearson na forma

$$r = \left| \frac{\sum_{j=1}^J (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^J (x_j - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{j=1}^J (y_j - \bar{y})^2}} \right| \times 100, \quad (3.30)$$

tal que r é um percentual, sendo que quanto maior o valor mais correlacionado o resultado do modelo numérico estará com modelos da literatura. J é o número total de pontos, x_j e y_j são valores de dois conjuntos de pontos na posição j a serem comparados e \bar{x} e \bar{y} são as médias definidas nas formas

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^J x_j}{J} \text{ e} \quad (3.31)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^J y_j}{J}. \quad (3.32)$$

3.5 INTEGRAL DE ENERGIA DE HOWE

Em vista da literatura vigente, fenômenos aeroacústicos envolvendo baixos números de Reynolds são muito peculiares pelo fato do campo acústico ser alterado pela transferência de energia cinética vorticial em energia acústica e vice-versa. Para investigar tal fenomenologia, a integral de energia de Howe apresenta-se como uma ferramenta apelativa.

De acordo com o estudo de Howe (1984) a integral de energia de Howe é uma descrição formal da transferência da energia cinética vorticial para o campo acústico e vice-versa num contexto de baixos números de Mach ($M \ll 1$) e escoamentos isoentrópicos. Tal formulação é expressa por

$$\langle P \rangle = -\rho_0 \int_V \langle \xi \rangle dV, \quad (3.33)$$

tal que $\langle P \rangle$ é a potência acústica média ao longo de um ciclo de oscilação em torno de um volume V , ρ_0 é a densidade média do fluido e ξ é a potência acústica instantânea por unidade de volume gerada a partir da energia cinética vorticial. Potência acústica instantânea por unidade de volume é expressa por

$$\xi = \mathbf{u}_{ac} \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}), \quad (3.34)$$

tal que \mathbf{u}_{ac} é a velocidade de partícula, $\boldsymbol{\omega}$ é o rotacional do escoamento e \mathbf{u} é a velocidade do escoamento. Para o uso da integral de energia de Howe, foi implementada uma classe dentro do núcleo do *software* Palabos, sendo ativada e instanciada no final de cada simulação do modelo numérico.

4 RESULTADOS

Em vista da teoria vigente na literatura e pelo que foi exposto no ponto de vista metodológico, obtiveram-se resultados e a análises nos contextos de condição anecóica, duto sem escoamento, duto com escoamento de exaustão e duto com escoamento sugado.

Para todos os resultados foi utilizada uma fonte acústica de natureza estacionária no começo do duto assim como é apresentada na Seção 3.3.

Para análises da condição anecóica, históricos temporais de pressão e velocidade de partícula nas fronteiras do modelo numérico foram obtidos e usados para calcular coeficientes de reflexão. Esse procedimento foi realizado em vários pontos da camada de absorção acústica para melhor verificação de sua integridade acústica.

No que diz respeito a análises no contexto de duto sem escoamento, os parâmetros $|R_r|$ e l/a foram calculados a partir dos históricos temporais de pressão e velocidade de partícula na terminação. Foi realizado também análise de convergência de malha para a obtenção da melhor acurácia frente a limitações computacionais.

Com uma malha definida e resultados validados no contexto sem escoamento, foram realizadas validações e análises com escoamento de exaustão. Para tanto, os parâmetros $|R_r|$ e l/a foram calculados a partir dos históricos temporais de pressão e velocidade de partícula na terminação para regimes subsônicos ($M \leq 0,2$). Isso possibilitou análises de $|R_r|$ com relação ao número de Strouhal e explorar criticamente a amplificação acústica originada a partir de um fenômeno fluidodinâmico.

Em vista das fenomenologias fluidodinâmica e acústica validadas e analisadas no contexto de escoamento de exaustão, foram realizadas validações e análises para a situação de escoamento de sucção. Para tal fim, os parâmetros $|R_r|$ e l/a foram calculados a partir dos históricos temporais de pressão e velocidade de partícula na terminação para regimes subsônicos ($M \leq 0,2$). Por carência de estudos que abordam o fenômeno de escoamento sugado, vale ressaltar que o colóquio de Howe foi utilizado para a investigação dos comportamentos de $|R_r|$ frente a diferentes números de Mach.

4.1 ANÁLISE DA CONDIÇÃO ANECÓICA

Com a finalidade de mensurar e analisar o comportamento da condição de contorno anecóica por meio de métricas numéricas e objetivas, foram calculados impedâncias e coeficientes de reflexão nas fronteiras do modelo numérico, ou seja, nos pontos **A**, **B**, **C** e **D** como é mostrado na Figura 8. As Figuras 9 e 10 apresentam esses resultados respectivamente.

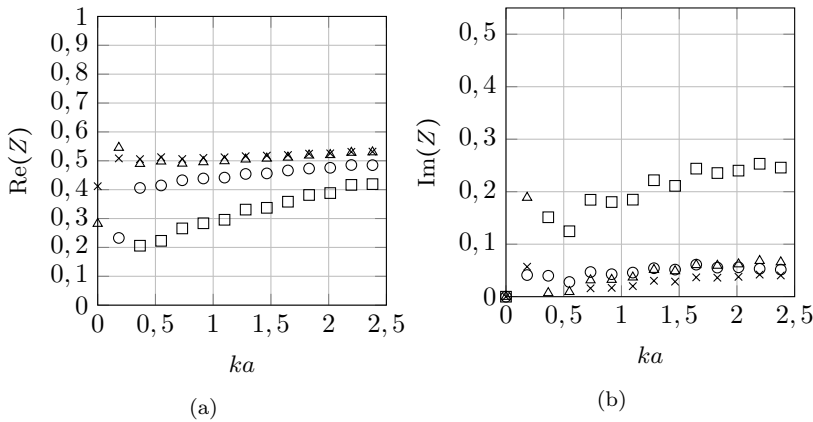


Figura 9: Resultados da impedância Z em termos de parte real (9a) e parte imaginária (9b) na condição anecóica localizada nas fronteiras do modelo numérico. Os pontos com \circ , \square , \triangle e \times apresentam os resultados para os pontos **A**, **B**, **C** e **D** respectivamente.

A Figura 9 apresenta os resultados da impedância Z em termos de parte real (9a) e parte imaginária (9b) na condição anecóica localizada nas fronteiras do modelo numérico. Pode-se observar pela Figura 9a que a parte real da impedância converge para o valor de $\rho_0 c_0$ de referência na literatura para os pontos **A**, **C** e **D**, que em unidades do LBM possui o valor igual 0,57735. Porém, para o ponto **B**, numa região de descontinuidade na direção z e y , diverge consideravelmente de uma condição anecóica ideal. Já a Figura 9b, nos pontos **A**, **C** e **D**, mostra que a parte imaginária da impedância possui valores próximos de 0, que é o ideal de uma situação totalmente anecóica. Porém o ponto **B** diverge consideravelmente e possui valores mais altos na parte imaginária de Z .

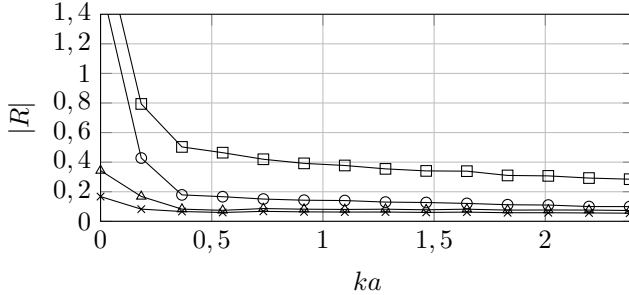


Figura 10: Resultados do coeficiente de reflexão $|R|$ na condição anecóica localizada nas fronteiras do modelo numérico. Os pontos com \bigcirc , \square , \triangle e \times apresentam os resultados para os pontos **A**, **B**, **C** e **D** respectivamente.

A Figura 10 apresenta os resultados do coeficiente de reflexão $|R|$ na condição anecóica localizada nas fronteiras do modelo numérico. Pode-se observar que, para os pontos **A**, **C** e **D**, o coeficiente de reflexão é abaixo de 20% para $ka > 0,4$, somente nas baixas frequências $ka < 0,4$ há uma divergência, que pode ser atribuída a escolha dos parâmetros da condição anecóica como por exemplo espessura e coeficiente de absorção. Já o ponto **B** diverge de uma condição anecóica ideal, pois R possui o valor de média 40% na média, pode-se atribuir esse fato pela localização desse ponto numa região de descontinuidade da camada de absorção acústica.

Em vista do que foi exposto, a camada de absorção acústica localizada nas fronteiras do domínio numérico possui um comportamento anecóico considerável. Mesmo no ponto **B** possuir divergências, essa camada possui um comportamento aproximadamente anecóico em todo o restante dos pontos. Vale ressaltar também que, segundo o estudo de Allam e Åbom (2006), mesmo com paredes totalmente rígidas e refletoras, a acústica interna não é influenciada pelas reflexões do ambiente quando a terminação está a uma distância maior ou igual a de aproximadamente $79,5a$ da parede, sendo a o raio do duto.

4.2 DUTO SEM ESCOAMENTO

A primeira etapa de validação do modelo numérico abordado nesse trabalho consiste num duto sem escoamento e com fonte acústica variando nos valores de $0 \leq ka \leq 1,8$. Nessa etapa são calculados os coeficientes de reflexão e correção da terminação (ponto **P**) e comparados com os resultados de Levine e Schwinger (1948). Porém, considerando que para cada razão de elemento por comprimento de onda terá um custo computacional e acurácia nos resultados, é preciso realizar uma análise de convergência para mensurar qual discretização é mais adequada. Portanto foram avaliadas quatro tipos de discretização para representar o raio do duto: 20, 15, 10 e 5 células. Não foi possível realizar com raio maior que 20 devido a limitação de memória. A Figura 11 apresenta os resultados com as discretizações citadas.

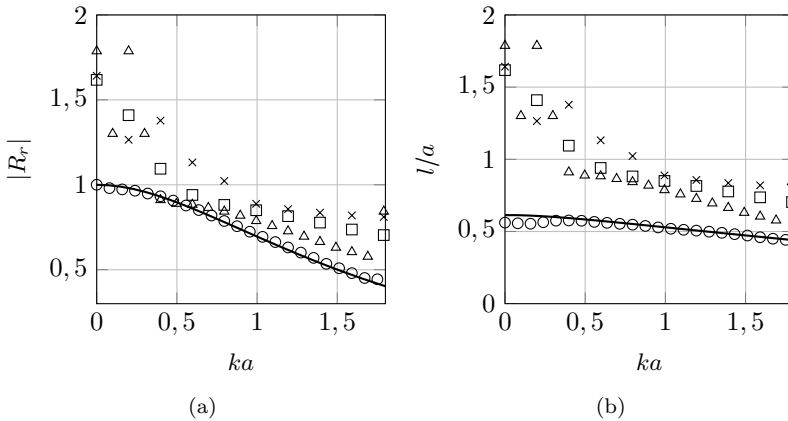


Figura 11: Resultados de $|R_r|$ (11a) e l/a (11b) para duto sem escoamento. As linhas contínuas representam os resultados do modelo analítico exato de Levine e Schwinger (1948) e os pontos \bigcirc , \triangle , \square e \times apresentam os resultados para 20, 15, 10 e 5 elementos de discretização para representar o raio do duto respectivamente.

É possível perceber da Figura 11 que a medida que a discretização vai aumentando mais o modelo numérico converge para o valor da literatura do modelo analítico. É possível perceber que a melhor discretização é a de 20 elementos para descrever o tamanho do raio. Vale ressaltar que a tabela 2 apresenta esse fato com vistas no tamanho do raio (a), número de elementos representativos (γ) para $ka = 1,8$ e as

correlações r_r , obtidas da Equação 3.30, para coeficiente de reflexão e r_l para correção da terminação.

Tabela 2: Tamanho do raio, números de elementos representativos para $ka = 1, 8$ e correlações.

a	γ	r_r	r_l
20	70	99,95 %	96,23 %
15	52	86,08 %	86,84 %
10	35	70,65 %	68,43 %
5	17	61,23 %	48,06 %

A partir de uma discretização de $a = 20$ os resultados numéricos passam a ser razoavelmente aderentes com os da literatura. A Figura 11a apresenta um alto coeficiente de reflexão para baixas frequências e o mesmo vai decaindo a medida em que a frequência aumenta. A Figura 11b reflete a mesma atuação da inércia sobre as ondas acústicas, resultando num alto coeficiente de correção da terminação para baixas frequências e a diminuição do mesmo a medida que a frequência aumenta.

4.3 DUTO COM ESCOAMENTO SUBSÔNICO DE EXAUSTÃO

Visto que o modelo numérico abordado está validado num contexto sem escoamento com uma discretização de elementos significativa ($a = 20$), há a necessidade de validá-lo com escoamento de exaustão usando os resultados na literatura desenvolvidos por Munt (1990). Para isso foram escolhidos os números de Mach 0,07, 0,10, 0,15 e 0,20 para atender o requisito de análises com escoamento de exaustão para $M \leq 0,2$.

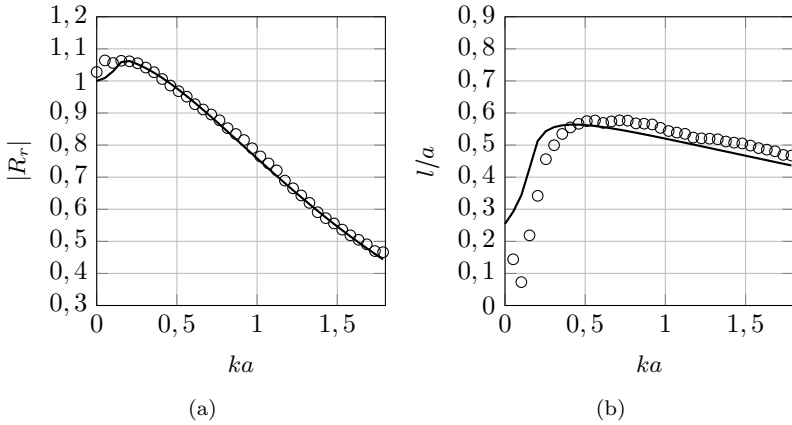


Figura 12: Resultados de $|R_r|$ (12a) e l/a (12b) com escoamento de exaustão ($M = 0,07$ e $Re = 1930,23$). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

A Figura 12 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (12a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (12b), calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento de exaustão: número de Mach $M = 0,07$ e número de Reynolds $Re = 1930,23$. As correlações entre os resultados foram de 99,83 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (12a) e 87,76 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (12b). Apesar da Figura 12b apresentar boa correlação com os resultados analíticos exatos do estudo de Munt (1990), há uma divergência para baixas frequências que pode ser explicada pelo fato da parede do duto ter a espessura de 10% do raio do duto, o contrário da parede com espessura nula do modelo. Tal fato é abordado nos trabalhos de Ando (1969), Peters et al. (1993) e English

(2010), que apresentam mudanças significativas de l/a tendo em vista espessuras maiores do que o modelo de Munt (1990).

A Figura 13 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (13a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (13b), calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento de exaustão: número de Mach $M = 0,10$ e número de Reynolds $Re = 2757,42$. As correlações entre os resultados foram de 99,85 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (13a) e 95,02 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (13b). Apesar da Figura 13b apresentar boa correlação com os resultados analíticos exatos do estudo de Munt (1990), há uma divergência nas baixas frequências ocasionada pela mesma razão já comentada na Figura 12. Pode-se ressaltar ainda que o pico da Figura 13a é maior que o da Figura 12a e se localiza numa região de mais alta frequência.

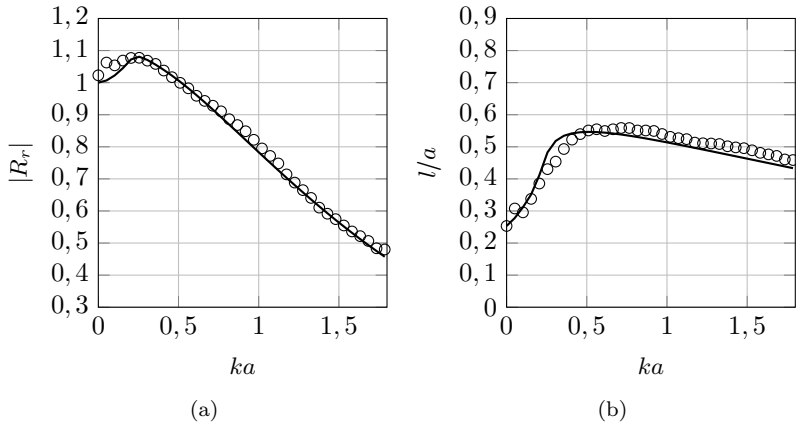


Figura 13: Resultados de $|R_r|$ (13a) e l/a (13b) com escoamento de exaustão ($M = 0,10$ e $Re = 2757,42$). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

A Figura 14 apresenta os resultados de $|R_r|$ (14a) e l/a (14b) nas mesmas condições das Figuras 12 e 13, porém para o número de Mach $M = 0,15$ e número de Reynolds $Re = 2057,71$. As correlações entre os resultados foram de 99,80 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (14a) e 94,28 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (14b). A Figura 14b apresenta as mesmas divergências ocorridas nas Figuras 12b e 13b, eclodidas pelas mesmas razões. Vale ressaltar que apesar do número de Mach dos resultados da Figura 14 serem maiores do que dos resultados da Figura 13, o número de Reynolds é menor, ou seja, com objetivo de verificar a influência do número de Reynolds a viscosidade do fluido foi alterada, inserindo a frequência de colisão como 1,98. Nesse sentido, subte-se que os coeficientes de reflexão e de correção da terminação são insensíveis ao número de Reynolds. Tal fato é ratificado pelo fato das correlações serem congruentes entre si: 99,85 % e 99,80 % para $|R_r|$ e 95,02 % e 94,28 % para l/a .

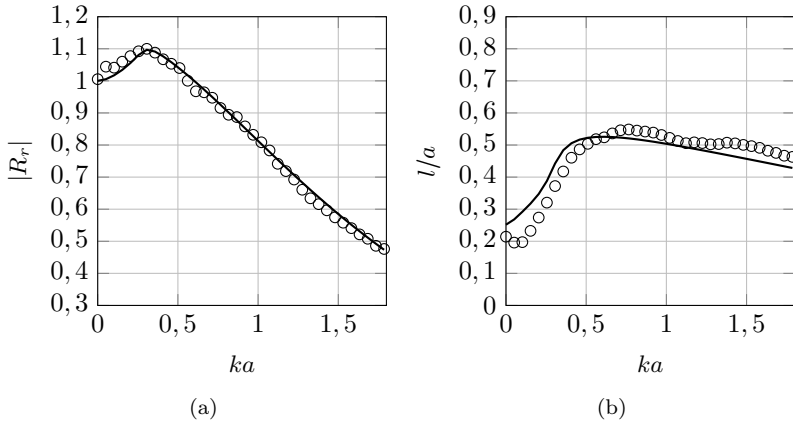


Figura 14: Resultados de $|R_r|$ (14a) e l/a (14b) com escoamento de exaustão ($M = 0,15$ e $Re = 2057,71$). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

A Figura 15 apresenta os resultados de $|R_r|$ (15a) e l/a (15b) nas mesmas condições das Figuras 12, 13 e 14, porém para o número de Mach $M = 0,20$ e número de Reynolds $Re = 5514,82$. As correlações entre os resultados foram de 98,02 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (15a) e 79,84 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (15b). Pode-se observar na Figura 15a uma divergência na região de frequências $0,5 \leq ka \leq 1,8$, isso se deve a um erro numérico inerente ao limite de estabilidade no valor de Mach $M = 0,20$, para $M > 0,20$ o modelo é totalmente instável. Há também uma divergência no gráfico 15b para baixas frequências e é ocasionado pelas mesmas razões abordadas nas Figuras 12, 13 e 14.

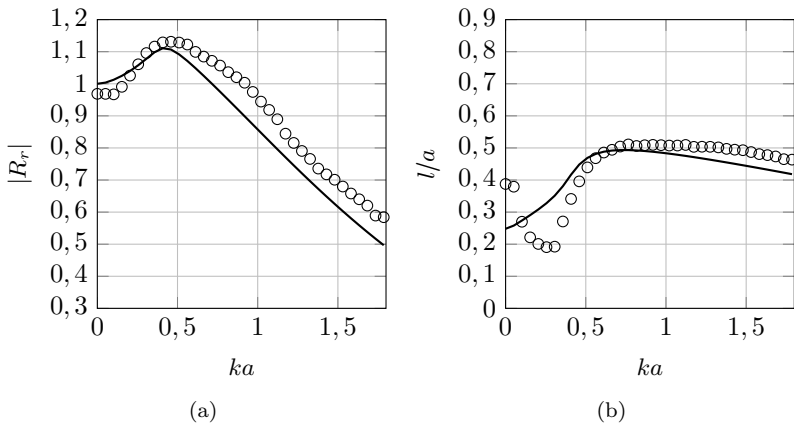


Figura 15: Resultados de $|R_r|$ (15a) e l/a (15b) com escoamento de exaustão ($M = 0,20$ e $Re = 5514,82$). As linhas contínuas representam os resultados do estudo de Munt (1990) e os pontos circulares representam os resultados do modelo numérico.

Observa-se dos resultados das Figuras 12, 13, 14 e 15 que $|R_r|$ possui um valor de pico que excede o valor unitário. Esse fenômeno ocorre, sobretudo, pela interação do escoamento com a borda do duto, a qual transforma energia cinética rotacional em energia acústica, assim como é discutido pela literatura vigente. Além disso percebe-se também que l/a para baixas frequências começa num valor menor que 0,6 e aumenta com a frequência, ou seja, a onda acústica é refletida em uma região mais próxima da abertura em relação ao caso sem escoamento. Isso acontece porque o efeito de inércia provocado pela massa de fluido na saída do duto é diminuída pela presença de escoamento assim como

mostra a literatura vigente.

O aumento do coeficiente de reflexão para valores maiores que a unidade está associado a um acoplamento entre a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência do campo acústico. Tal fato é confirmado pela Figura 16 que apresenta os resultados de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$, calculados no ponto **P** na terminação do duto com vários escoamentos de exaustão, em relação ao número de Strouhal $St = \frac{2af}{U}$, sendo a o raio do duto, f a frequência da fonte e U a velocidade do escoamento. Em outras palavras, quando o número de Strouhal (St) atinge o valor de $\frac{\pi}{2}$, o tempo necessário para o vórtice desprendido na saída do duto propagar a distância de um diâmetro é igual ao período do campo acústico no interior do duto, causando assim o ponto máximo do coeficiente de reflexão.

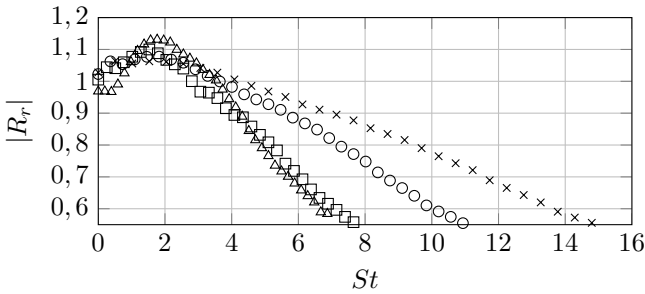


Figura 16: Resultado de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ em relação ao número de Strouhal (St) calculados no ponto **P** na terminação do duto com vários escoamentos de exaustão. Os pontos com \times , \circ , \square e \triangle apresentam os resultados para os números de Mach $M = 0,07$, $M = 0,10$, $M = 0,15$ e $M = 0,20$ respectivamente.

Fixando o valor de Strouhal $St = \frac{\pi}{2}$ e analisando $|R_r|$ em relação aos números de Mach pode-se obter o comportamento do pico máximo de $|R_r|$. A Figura 17 apresenta esse resultado, mostrando um comportamento monotônico, ou seja, $|R_r|$ cresce de forma monotônica a medida que o número de Mach aumenta. Tal fato é importante de se considerar pois no caso de escoamento sugado, esta tendência não ocorre.

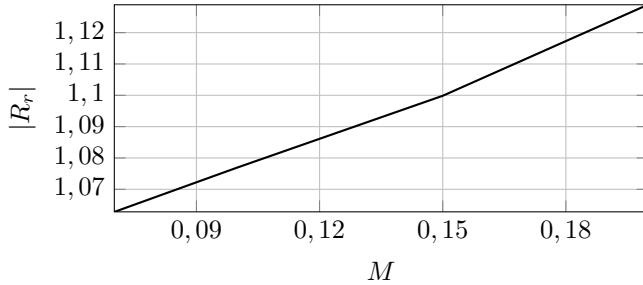


Figura 17: Resultado de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ fixados no Strouhal $St = \pi/2$ em relação ao número de Mach (M) para escoamentos de exaustão.

4.4 DUTO COM ESCOAMENTO SUGADO

Visto que o modelo numérico abordado está validado e analisado em um contexto sem escoamento e com escoamento de exaustão, há a necessidade de validá-lo com escoamento de sucção usando como referência os resultados propostos por Ingard e Singhal (1975) e Davies (1987). Para isso foram escolhidos os números de Mach 0,05, 0,07, 0,10, 0,15 e 0,20 para atender o requisito de análises com escoamento succionado para $M \leq 0,2$.

A Figura 18 apresenta os resultados da magnitude do coeficiente de reflexão $|R_r|$ (18a) e do coeficiente de correção da terminação l/a (18b) em relação ao número de Mach com escoamento sugado. O resultado analítico funciona para frequências com $ka < 0,25$ e o resultado numérico foi calculado para $ka = 0,1079$. Os resultados numéricos foram calculados no ponto **P** na terminação do duto com escoamento sugado com números de Reynolds $Re \leq 5514,82$. As correlações entre os resultados foram de 98,35 % e 95,45 % para o coeficiente de reflexão $|R_r|$ (18a) nos resultados de Davies (1987) e Ingard e Singhal (1975) respectivamente e 62,53 % para o coeficiente de correção da terminação l/a (18b). No que diz respeito a Figura 18a, observa-se uma correlação maior com os resultados de Davies (1987) e tal fato pode ser explicado devido a esse estudo abordar dutos com seção transversal circular em vez de retangular, como aborda o estudo de Ingard e Singhal (1975). Já na Figura 18b os resultados divergem consideravelmente. Isso pode ser explicado devido ao resultado da literatura ser obtido de forma indireta a partir de duas expressões dadas pelo estudo de Howe (1981). Em ou-

tras palavras, há dúvidas sobre a acurácia e validade pois o autor não apresenta uma validação do comportamento de l/a para esse contexto.

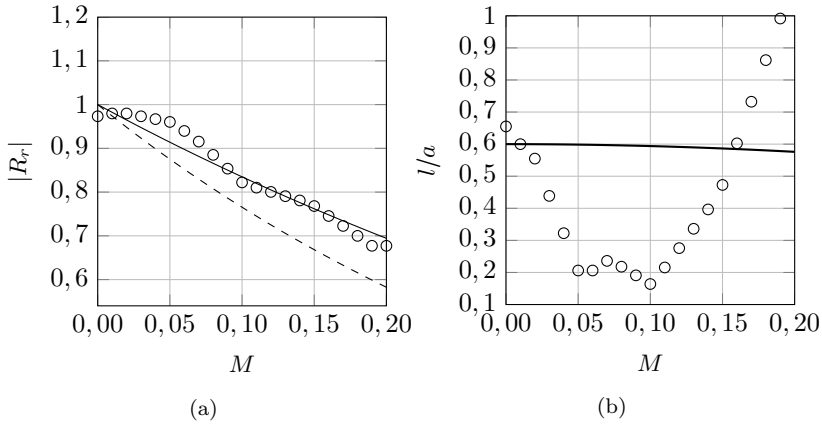


Figura 18: Resultados de $|R_r|$ (18a) e l/a (18b) em relação ao Mach para $ka < 0,25$ com escoamento sugado. As linhas contínuas representam os resultados da Equação 2.7 para o trabalho de Davies (1987), as linhas tracejadas representam os resultados dessa mesma equação porém com os parâmetros do trabalho de Ingard e Singhal (1975) e os pontos circulares representam os resultados para $ka = 0,1079$ calculados pelo modelo numérico.

A Figura 19 apresenta resultados de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ calculados no ponto **P** na terminação do duto com vários escoamentos sugados. Pode-se perceber que há uma amplificação com $|R_r| > 1$ para faixa de frequência $ka < 0,7$. Esse fenômeno ocorre devido a interação dos vórtices na terminação do duto com o campo acústico.

A Figura 20 apresenta resultados do coeficiente de correção da terminação l/a calculados no ponto **P** na terminação do duto para diferentes números de Mach com escoamento sugado. É possível perceber que l/a possui comportamento coincidente para diferentes números de Mach. Somente a curva de $M = 0,2$ para $ka < 0,2$ observa-se uma divergência devido a um erro numérico ocasionado pelo limite de estabilidade que o modelo começa a ter quando o número de Mach se aproxima ao limiar de compressibilidade do método, correspondendo a $M = 0,2$. Os resultados corroboram com o estudo de Davies (1987) que argumenta que l/a é insensível a variação do número de Mach.

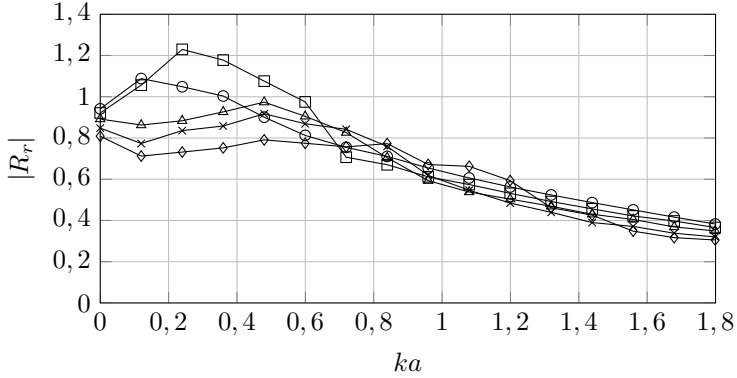


Figura 19: Resultados de $|R_r|$ em função de ka para vários números de Mach de escoamento sugado. Os pontos com \bigcirc , \square , \triangle , \times e \diamond apresentam os resultados para $M = 0,05$ e $Re = 1378,73$, $M = 0,07$ e $Re = 1930,23$, $M = 0,1$ e $Re = 2757,42$, $M = 0,15$ e $Re = 2057,71$ e $M = 0,20$ e $Re = 5514,82$ respectivamente.

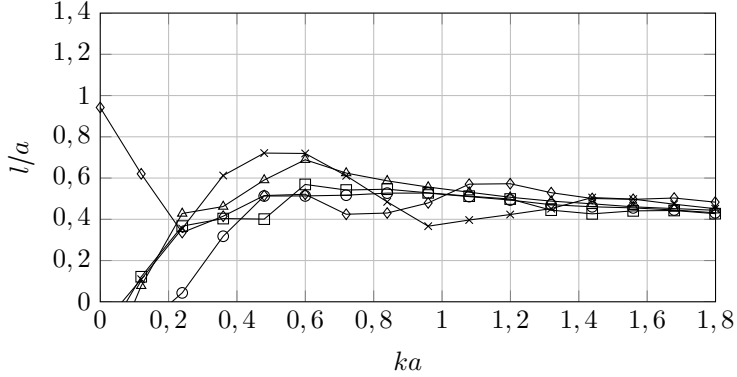


Figura 20: Resultados de l/a em função de ka para diferentes números de Mach com escoamento sugado. com vários escoamentos sugados. Os pontos com \bigcirc , \square , \triangle , \times e \diamond apresentam os resultados para $M = 0,05$ e $Re = 1378,73$, $M = 0,07$ e $Re = 1930,23$, $M = 0,1$ e $Re = 2757,42$, $M = 0,15$ e $Re = 2057,71$ e $M = 0,20$ e $Re = 5514,82$ respectivamente.

A Figura 21 apresenta resultados de magnitudes do coeficiente de reflexão $|R_r|$ em relação ao número de Strouhal (St) calculados no ponto **P** na terminação do duto com vários escoamentos sugados. Pode-se perceber que os picos de amplificação de $|R_r|$ se alinham em $St \sim \pi/2$.

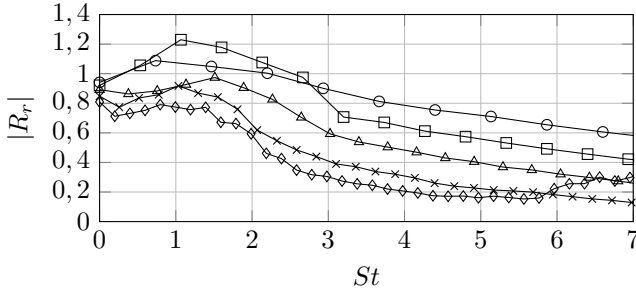


Figura 21: Resultado de $|R_r|$ em relação ao número de Strouhal (St) com vários escoamentos sugados. Os pontos com \circ , \square , \triangle , \times e \diamond apresentam os resultados para $M = 0,05$ e $Re = 1378,73$, $M = 0,07$ e $Re = 1930,23$, $M = 0,1$ e $Re = 2757,42$, $M = 0,15$ e $Re = 2057,71$ e $M = 0,20$ e $Re = 5514,82$ respectivamente.

A Figura 22 apresenta resultados do coeficiente de reflexão de energia acústica $|R_e|$ em relação ao número de Strouhal (St). O coeficiente de reflexão de energia acústica é definido como

$$|R_e| = |R_r|^2 ((1 - M)(1 + M))^2, \quad (4.1)$$

sendo $|R_r|$ o coeficiente de reflexão na terminação e M o número de Mach. Pode-se observar que há uma amplificação de $|R_e|$ para $M = 0,07$, ou seja, a amplificação do coeficiente de energia acústica assume o valor maior que o valor unitário. Semelhantemente ao caso do escoamento de exaustão, a máxima amplificação ocorre quando o tempo necessário para que o vórtice despreendido no interior do duto se propague uma distância igual a $2a/\pi$ seja igual ao período de oscilação da fonte, assumindo, de acordo com o estudo de Freymuth (1966), que a velocidade de propagação do vórtice é $\sim U/2$, sendo U a velocidade média do escoamento.

Fixando o valor de Strouhal $St = \frac{\pi}{2}$ e analisando $|R_r|$ em relação aos números de Mach pode-se obter o comportamento do pico máximo de $|R_r|$ para cada número de Mach. A Figura 23 apresenta esse resultado, mostrando um comportamento não monotônico, ou seja, $|R_r|$ se comporta de forma não regular a medida que o número de Mach

aumenta. Tal fato é importante de se considerar pois difere significativamente do escoamento de exaustão. Vale ressaltar também que há um máximo em $M \sim 0,07$ e à medida que se aumenta o Mach além desse valor, $|R_r|$ passa a diminuir.

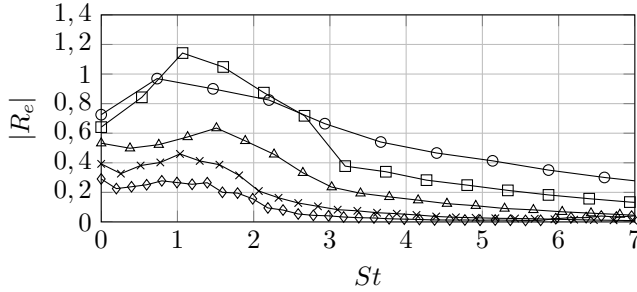


Figura 22: Resultado de $|R_e|$ em relação ao número de Strouhal (St) com vários escoamentos sugados. Os pontos com \bigcirc , \square , \triangle , \times e \diamond apresentam os resultados para $M = 0,05$ e $Re = 1378,73$, $M = 0,07$ e $Re = 1930,23$, $M = 0,1$ e $Re = 2757,42$, $M = 0,15$ e $Re = 2057,71$ e $M = 0,20$ e $Re = 5514,82$ respectivamente.

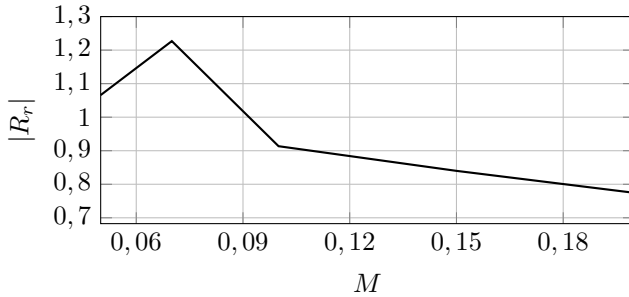


Figura 23: Resultado de magnitudes do coeficiente de reflexão R_r fixados no Strouhal $St \sim \pi/2$ em relação ao número de Mach (M) para escoamentos sugados. Os resultados foram calculados no ponto **P** na terminação do duto.

Em vista do que foi exposto, há duas perguntas concernentes aos resultados das Figuras 22 e 23 respectivamente:

- Por que ocorre uma amplificação da magnitude do coeficiente de reflexão na região de $St \sim \pi/2$ para qualquer valor do número de Mach, como se observa na Figura 22?
- Por que a magnitude do coeficiente de reflexão apresenta um comportamento não monotônico em função do número de Mach, fixando-se o número de Strouhal em $St \sim \pi/2$?

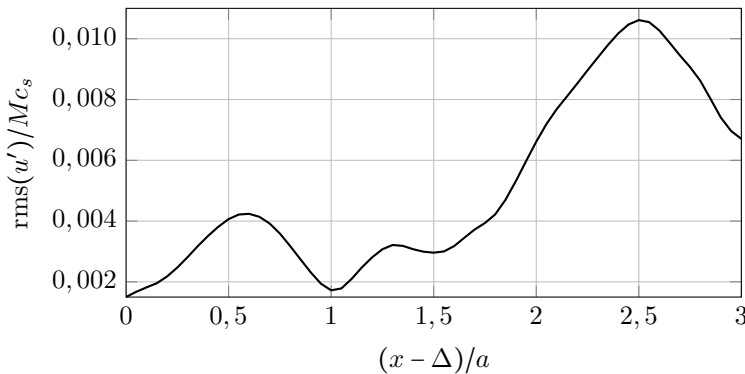


Figura 24: Intensidade turbulenta calculada na camada limite para $M = 0,07$ em relação a distância da terminação para o interior do duto.

Com relação a primeira pergunta, pode-se investigar o citado mecanismo de geração de som via desprendimento de vórtices pelo cálculo da intensidade turbulenta. A Figura 24 apresenta a intensidade turbulenta ($\text{rms}(u')/Mc_s$) para $M = 0,07$ calculada ao longo da camada limite localizada a 5 células da parede do duto, começando da terminação e indo para o interior do mesmo. Pode-se verificar que o primeiro pico ocorre em $(x - \Delta)/a \sim 0,65$ o que corresponde a uma distância aproximada de $2a/\pi$, substanciando a hipótese de que a máxima amplificação ($St \sim \pi/2$) ocorre quando o tempo para que um vórtice desprendido na entrada do duto propague uma distância igual a $2a/\pi$ corresponda ao período de oscilação da fonte sonora. Na mesma figura, observa-se um outro pico com maior amplitude na região de $(x - \Delta)/a \sim 2,5$. No entanto, apesar de a intensidade turbulenta apresentar-se maior nessa região, acredita-se que essa corresponde a uma região de turbulência

com baixa coerência espaço-temporal e, portanto, com baixa capacidade de produzir som.

Usando a integral de energia de Howe explicitada na Equação (3.33) é possível calcular a potência acústica média gerada ao longo de um ciclo de oscilação da fonte na região interna do duto entre a terminação e $2a/\pi$. Para analisar a amplificação ocorrida para o Mach succionado $M = 0,07$ foi calculado a potência sonora para dois números de Strouhal: $\pi/2$ e 6,8, que são os pontos de alta e baixa amplificação de $|R_e|$, apresentados na Figura 22 para o valor de número de Mach $M = 0,07$. A Tabela 3 mostra os resultados do procedimento citado e é possível observar que para $St = \pi/2$ há geração e para $St = 6,8$ há absorção média de energia acústica.

Tabela 3: Potência acústica calculada ao longo de um período de onda para $M = 0,07$ e diferentes números de Strouhal.

St	$\langle P \rangle$
$\pi/2$	4,6173e-06
6,8	-6,6410e-09

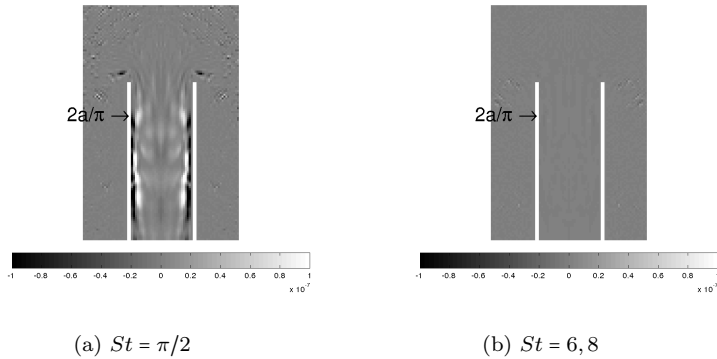


Figura 25: Comparação da média da potência acústica por unidade de volume ao longo de um período de oscilação para $M = 0,07$ e números de Strouhal $St = \pi/2$ (25a) e $St = 6,8$ (25b). As regiões tendendo para o branco e as regiões tendendo para o preto equivalem a regiões de geração e absorção de energia acústica, respectivamente.

Também pode-se calcular a média da potência acústica por unidade de volume ao longo de um período de oscilação através da Equação (3.34). A Figura 25 apresenta os resultados desse cálculo para $M = 0,07$ e números de Strouhal $St = \pi/2$ e $St = 6,8$. É possível observar na Figura 25a a geração de energia acústica na região de $2a/\pi$, como também outras regiões com geração e absorção de energia acústica não relacionadas ao fenômeno abordado de desprendimento de vórtices. Quanto a Figura 25b observa-se um comportamento homogêneo ao longo de toda região de análise.

Novamente, com o uso da Equação (3.34), pode-se calcular a densidade de potência instantânea (potência por unidade de volume) para vários instantes ao longo de um ciclo de oscilação, como mostram as Figuras 26 e 27. As regiões de geração e absorção de energia acústica são as áreas tendendo para o branco e o preto, respectivamente. A Figura 26 apresenta esse cálculo para $M = 0,07$ e $St = \pi/2$. É visível zonas de geração e absorção de energia acústica ao longo de cada instante. Já a Figura 27 apresenta a energia acústica instantânea para $M = 0,07$ e $St = 6,8$. No entanto, as regiões de geração e absorção de energia são bem menos intensas quando comparadas aos da Figura 26 para um mesmo valor de Mach.

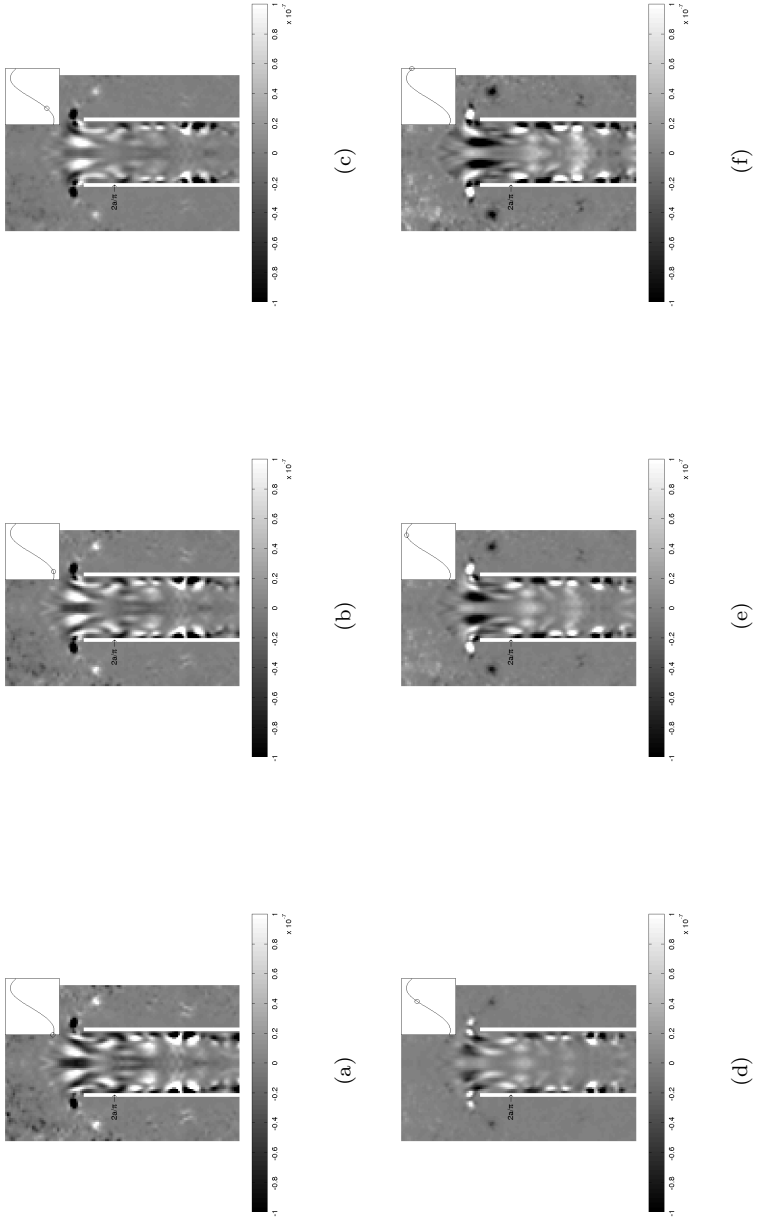


Figura 26: Potência acústica instantânea por unidade de volume no interior do duto para $M = 0,07$ e $St = \pi/2$.

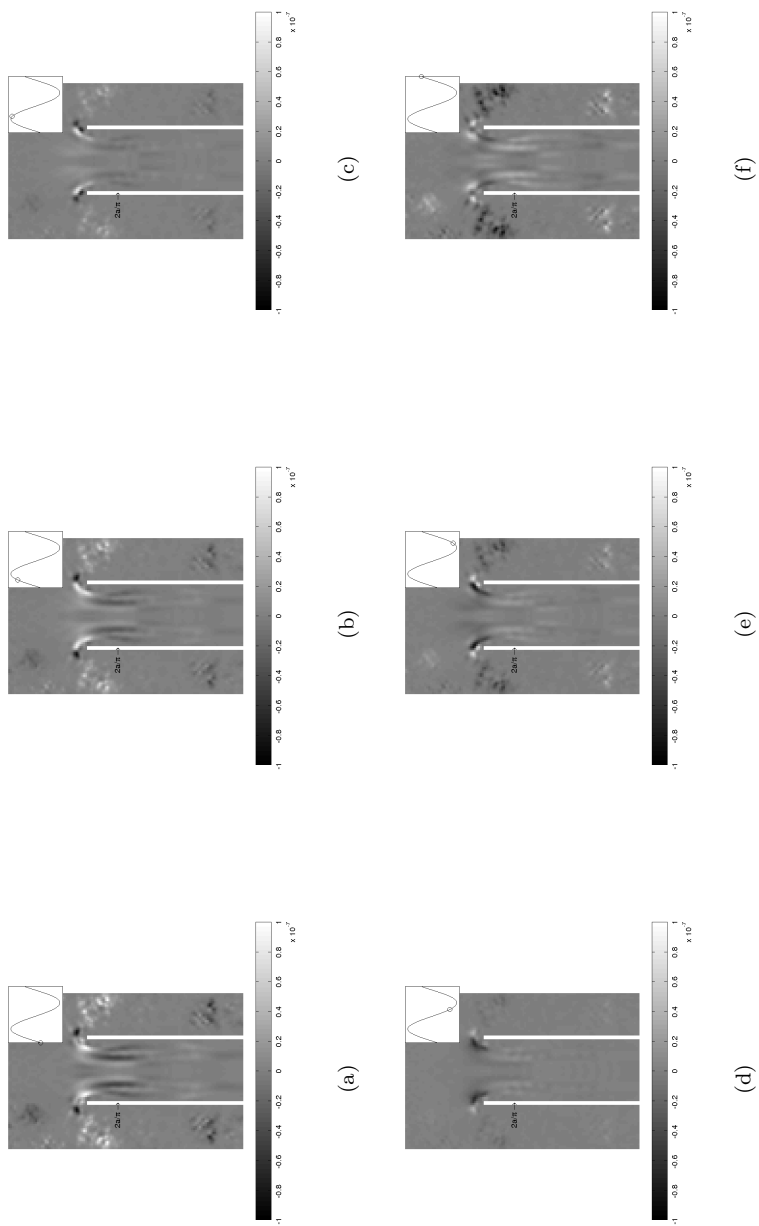


Figura 27: Potência acústica instantânea por unidade de volume no interior do duto para $M = 0,07$ e $St = 6, 8$.

Em vista do que foi exposto e concernente a primeira pergunta, o fenômeno da amplificação de $|R_e|$ para $M = 0,07$ e $St \sim \pi/2$, constatado na Figura 22, ocorre devido ao surgimento de zonas de geração de energia acústica dentro do duto próximas a região $2a/\pi$. Tal fenômeno não ocorre quando $St \neq \pi/2$.

Com relação a segunda pergunta, pode-se investigar o efeito de $|R_r|$ fixado em $St \sim \pi/2$ com relação aos números de Mach através da integral de energia de Howe apresentada na Equação (3.33). Em vista disso, a potência acústica média gerada ao longo de um período para $M = 0,07$ e $M = 0,1$, calculada na região entre a terminação e $2a/\pi$ para o interior do duto, é apresentada na Tabela 4. Pode-se perceber que o fenômeno da amplificação é atenuado quando o número de Mach é maior que 0,07.

Tabela 4: Potência acústica calculada ao longo de um período de onda para $St = \pi/2$ e diferentes números de Mach.

M	$\langle P \rangle$
0,07	4,6173e-06
0,1	6,1312e-07

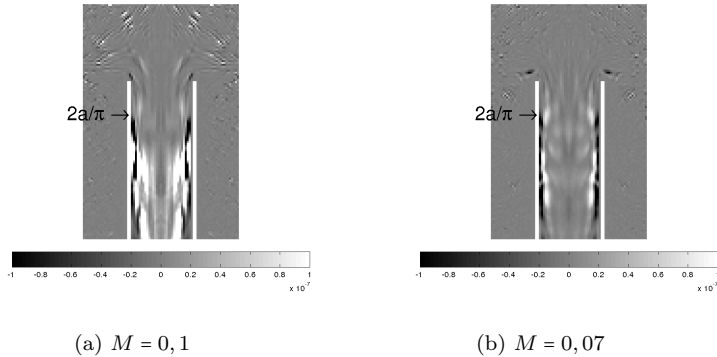


Figura 28: Comparação da média da potência acústica por unidade de volume ao longo de um período entre $M = 0,1$ (28a) e $M = 0,07$ (28b) para $St = \pi/2$.

Usando a Equação (3.34), pode-se obter a média da potência acústica por unidade de volume ao longo de um período de oscilação. A Figura 28 mostra a comparação desse parâmetro em mapas de valores, sendo zonas de geração e absorção de energia acústica as regiões brancas e pretas respectivamente. Pode-se observar que 28a possui uma energia menor na região de $2a/\pi$ de distância, ou seja, há mais energia acústica sendo gerada para $M = 0,07$ do que $M = 0,1$. Pode-se observar também que, para outras regiões do duto, 28a possui mais zonas de geração de energia acústica do que 28b, entretanto subentende-se que esse fenômeno não está relacionado diretamente com a fenomenologia abordada nos resultados da Figura 23.

Pode-se também, com o uso da Equação (3.34), calcular a potência acústica instantânea por unidade de volume em cada instante de tempo num mapa de valores. A Figura 29 apresenta esse cálculo para $M = 0,10$ e $St = \pi/2$ e é possível observar zonas de geração e absorção de energia acústica ao longo de cada instante. Vale ressaltar que nas Figuras 29e e 29f apresentam um fenômeno que é ausente nos resultados da Figura 26 para $M = 0,07$: o surgimento de uma zona de absorção acústica na região de $2a/\pi$ de distância em relação a terminação. Tal fato ocasiona uma redução significativa na média da potência acústica apresentada na Tabela 4, dando origem ao comportamento não monotônico apresentado na Figura 23, a partir de $M = 0,07$.

Em vista do que foi apresentado e concernente a segunda pergunta, infere-se que o valor máximo de $|R_r|$ para $St \sim \pi/2$, constatado na Figura 23, ocorre devido ao surgimento de zonas de absorção de energia acústica dentro do duto próximas a região $2a/\pi$, apresentadas nas Figuras 29e e 29f. Tal fenômeno ocorre a partir do número de $M = 0,10$ e subentende-se que se intensifica a medida que o número Mach aumenta, ocasionando no declínio do módulo do coeficiente reflexão na terminação quando $St = \pi/2$.

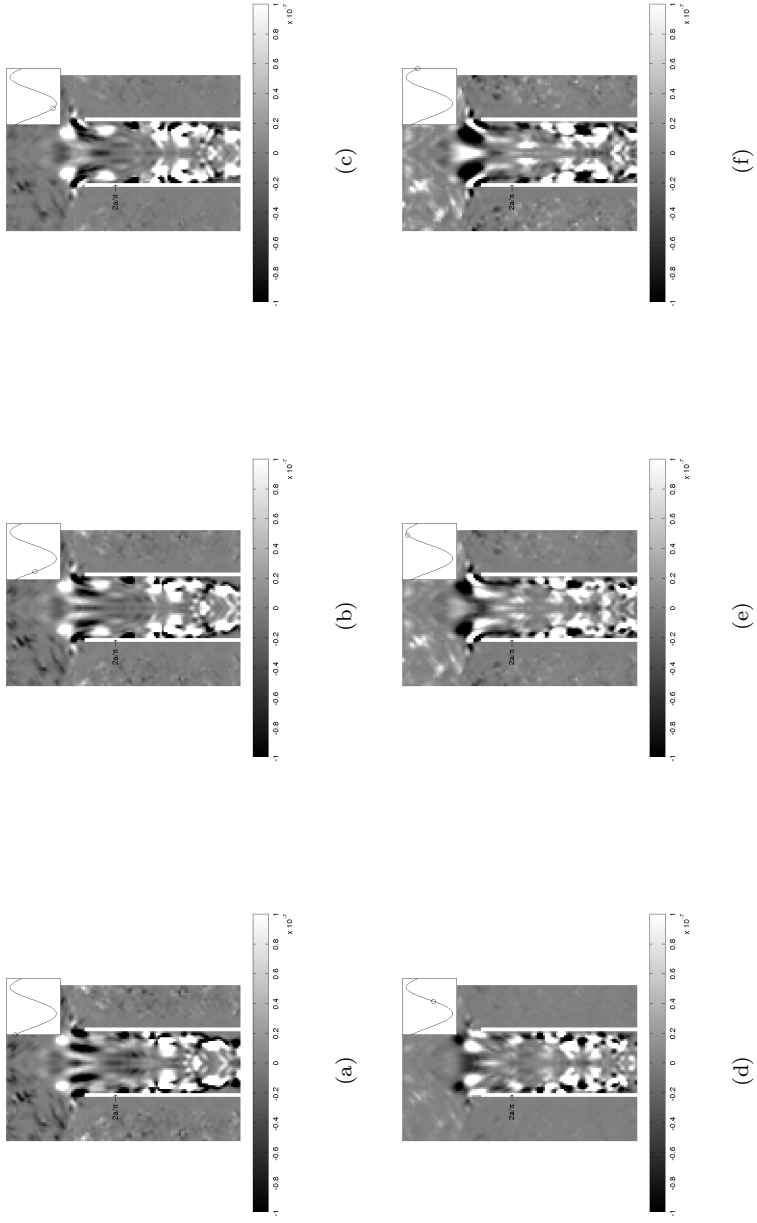


Figura 29: Energia acústica no interior do duto para $M = 0,1$ e $St = \pi/2$.

5 CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi desenvolvida uma ferramenta computacional para análise do coeficiente de reflexão para modos normais em dutos na presença de escoamentos de baixo número de Mach ($M \leq 0,2$).

Foi implementado um esquema computacional para avaliação do coeficiente de reflexão em dutos a partir do método de *lattice* Boltzmann. Esse esquema foi desenvolvido em C++ orientado a objetos dentro do *software* Palabos e fez uso do modelo MRT, condição de contorno de paredes rígidas e condição de contorno de absorção de energia acústica adaptada ao MRT. Os resultados mostraram que o esquema computacional funciona de acordo com os resultados da literatura e que a condição de absorção de energia acústica se comporta aproximadamente como impedância característica do meio.

Condições de contorno necessárias foram construídas, afim de representar o problema da reflexão de onda em dutos na presença de baixos números de Mach. As condições de contorno foram aplicadas num modelo numérico tridimensional de um duto não flangeado com espessura de paredes de 10% do tamanho do raio do duto. Além disso foram adaptadas as distâncias necessárias dos limites do domínio numérico em relação ao duto para que haja conservação da massa e que a condição de contorno de absorção possa se comportar de forma adequada. Os resultados mostraram que o modelo numérico é estável e representa o comportamento físico esperado num regime de baixos números de Mach.

Foi implementado, validado e analisado o comportamento acústico interno de dutos não flangeados com e sem escoamento de exaustão e com ondas planas. Os coeficientes de reflexão e de correção da terminação foram extraídos do modelo numérico com rotinas de pós-processamento. Os mesmos foram comparados e analisados e possuem uma correlação em média de 90% com os resultados da literatura, demonstrando boa concordância com os fenômenos físicos abordados na literatura. Houve algumas divergências no coeficiente de correção da terminação num regime de exaustão e podem ser explicadas pelo fato da parede do duto ter espessura cerca de 10% do tamanho do raio do duto, ou seja, tamanho diferente da espessura infinitamente fina que o modelo analítico assume.

O comportamento acústico interno de dutos não flangeados com escoamento sugado e com ondas planas foi implementado, validado e analisado. Os coeficientes de reflexão e de correção da terminação fo-

ram extraídos e pós-processados do modelo numérico num regime de escoamento sugado e comparados com os dados disponíveis na literatura. Apesar do coeficiente de correção da terminação não ter tido uma boa correlação, o coeficiente de reflexão foi calculado com 98,35% de correlação demonstrando uma boa concordância com os dados da literatura. Apesar da literatura ter somente disponíveis resultados em baixas frequências ($ka \leq 0,25$) para escoamento sugado, foram calculados e analisados coeficientes de reflexão para vários números de Mach em médias e altas frequências ($ka > 0,25$). As análises demonstraram que o coeficiente de reflexão num contexto de escoamento sugado é altamente sensível a diferentes números de Mach, havendo sobretudo amplificação para números de Strouhal $St \sim \frac{\pi}{2}$. Vale ressaltar também que a variação do coeficiente de reflexão em relação a vários Mach em $St \sim \frac{\pi}{2}$, diferentemente do que ocorre em regime de escoamento de exaustão, varia de forma não monotônica e possui um máximo em $M \sim 0,07$. Esse fenômeno pode ser explicado pela natureza do desprendimento de vórtices na “*vena contracta*”, pois a partir do Mach $M \sim 0,07$ o desprendimento de vórtices na terminação do duto começa a ter a natureza de absorção acústica.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

No que diz respeito a ferramenta computacional desenvolvida, bem como suas aplicações na extração de parâmetros de acústica interna de dutos, vale ressaltar algumas sugestões de melhoria e investigação.

A primeira sugestão é analisar os comportamentos de impedância e coeficiente de reflexão da condição de contorno anecóica perante a diferentes valores de coeficiente de absorção e espessura. Também validar e verificar os mesmos parâmetros mediante a incidência de escoamentos e ondas acústicas somados possibilita uma visão clara e robusta da validade da absorção quando se trata de fenômenos aeroacústicos.

No que diz respeito à constituição do modelo numérico, a inserção de refinamento de malha em regiões críticas como a terminação do duto poderia melhorar os resultados significativamente.

Avaliar e analisar os coeficientes de reflexão e correção da terminação, mediante a Machs $M > 0.2$ e modos de alta ordem, possibilita investigar fenômenos mais complexos e aplicados a vários casos práticos como o de naceles de aeronaves. Para tal é preciso implementar na ferramenta computacional modelos de LBM mais complexos e de ordem

mais alta.

Avaliar e analisar experimentalmente o coeficiente de correção da terminação para casos de dutos com escoamentos sugados é de suma importância para que haja uma referência válida para esse parâmetro. Também há outros mecanismos, além do que foi abordado, de absorção e geração de som dentro do duto que não foram sistematicamente avaliados no contexto de escoamentos de sucção. Validação e verificação desses mecanismos, usando ferramentas matemáticas como a integral de energia de Howe, poderia prover resultados e insumos sobre a influência dos mesmos nos coeficientes de reflexão e correção da terminação.

Por fim, o LBM demonstrou-se bastante efetivo na resolução de problemas com dutos mediante a escoamentos, todavia o há um custo computacional significativo. Para contornar esse problema, a implementação da ferramenta computacional desenvolvida nesse trabalho numa plataforma de processamento em placas gráficas (GPU) poderia ser uma alternativa viável.

REFERÊNCIAS

- ALFREDSON, R.; DAVIES, P. The radiation of sound from an engine exhaust. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 13, n. 4, p. 389–408, 1970.
- ALLAM, S.; ÅBOM, M. Investigation of damping and radiation using full plane wave decomposition in ducts. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 292, n. 3, p. 519–534, 2006.
- ANDO, Y. On the sound radiation from semi-infinite circular pipe of certain wall thickness. *Acta Acustica united with Acustica*, S. Hirzel Verlag, v. 22, n. 4, p. 219–225, 1969.
- BHATNAGAR, P. L.; GROSS, E. P.; KROOK, M. A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical review*, APS, v. 94, n. 3, p. 511, 1954.
- CARRIER, G. *Sound transmission from a tube with flow*. [S.l.], 1955.
- CROUSE, B.; FREED, D.; BALASUBRAMANIAN, G.; SENTHOORAN, S.; LEW, P.-T.; MONGEAU, L. Fundamental aeroacoustic capabilities of the lattice-boltzmann method. *AIAA paper*, v. 2571, 2006.
- DAIGLE, H.; REECE, J. S. Permeability of two-component granular materials. *Transport in Porous Media*, v. 106, n. 3, p. 523–544, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11242-014-0412-6>.
- DALMONT, J.-P.; NEDERVEEN, C.; JOLY, N. Radiation impedance of tubes with different flanges: numerical and experimental investigations. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 244, n. 3, p. 505–534, 2001.
- DAVIES, P. Plane wave reflection at flow intakes. *Journal of sound and vibration*, Academic Press, v. 115, n. 3, p. 560–564, 1987.
- D'HUMIERES, D. Generalized lattice-boltzmann equations. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, AMERICAN INST OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, v. 159, p. 450–450, 1994.

ENGLISH, E. J. *A measurement based study of the acoustics of pipe systems with flow*. Tese (Doutorado) — University of Southampton, 2010.

FREYMUTH, P. On transition in a separated laminar boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 25, n. 4, p. 683–704, 1966.

GABARD, G.; ASTLEY, R. Theoretical model for sound radiation from annular jet pipes: far-and near-field solutions. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 549, p. 315, 2006.

GARCIA-SALABERRI, P. A.; GOSTICK, J. T.; HWANG, G.; WEBER, A. Z.; VERA, M. Effective diffusivity in partially-saturated carbon-fiber gas diffusion layers: Effect of local saturation and application to macroscopic continuum models. *Journal of Power Sources*, v. 296, p. 440 – 453, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jpowsour.2015.07.034>.

HE, X.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: From the boltzmann equation to the lattice boltzmann equation. *Physical Review E*, APS, v. 56, n. 6, p. 6811, 1997.

HE, X.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: From the boltzmann equation to the lattice boltzmann equation. *Physical Review E*, APS, v. 56, n. 6, p. 6811, 1997.

HIRSCHBERG, A.; HOEIJMAKERS, M. Comments on the low frequency radiation impedance of a duct exhausting a hot gas. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ASA, v. 136, n. 2, p. EL84–EL89, 2014.

HOWE, M. Attenuation of sound in a low mach number nozzle flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 91, n. 02, p. 209–229, 1979.

HOWE, M. The role of displacement thickness fluctuations in hydroacoustics, and the jet-drive mechanism of the flue organ pipe. In: THE ROYAL SOCIETY. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. [S.l.], 1981. v. 374, n. 1759, p. 543–568.

HOWE, M. On the absorption of sound by turbulence and other hydrodynamic flows. *IMA Journal of Applied Mathematics*, Oxford University Press, v. 32, n. 1-3, p. 187–209, 1984.

INGARD, U.; SINGHAL, V. K. Effect of flow on the acoustic resonances of an open-ended duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ASA, v. 58, n. 4, p. 788–793, 1975.

JIN, Y.; UTH, M.; HERWIG, H. Structure of a turbulent flow through plane channels with smooth and rough walls: An analysis based on high resolution DNS results. *Computers and Fluids*, v. 107, p. 77 – 88, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.10.012>.

KAM, E.; SO, R.; LEUNG, R. Non-reflecting boundary for one-step lbm simulation of aeroacoustics. In: *27th AIAA Aeroacoustics Conference*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–9.

LALLEMAND, P.; LUO, L.-S. Theory of the lattice boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, galilean invariance, and stability. *Physical Review E*, APS, v. 61, n. 6, p. 6546, 2000.

LEVINE, H.; SCHWINGER, J. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Physical review*, APS, v. 73, n. 4, p. 383, 1948.

LEW, P.-T.; MONGEAU, L.; LYRINTZIS, A. Noise prediction of a subsonic turbulent round jet using the lattice-boltzmann method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 128, n. 3, p. 1118–1127, 2010.

MANI, R. Refraction of acoustic duct waveguide modes by exhaust jets. 1973.

MARIÉ, S.; RICOT, D.; SAGAUT, P. Comparison between lattice boltzmann method and navier–stokes high order schemes for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 228, n. 4, p. 1056–1070, 2009.

MATLAB, P. *MATLAB Home page*. 2017. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.

MUNJAL, M. L. *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987.

MUNT, R. Acoustic transmission properties of a jet pipe with subsonic jet flow: I. the cold jet reflection coefficient. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 142, n. 3, p. 413–436, 1990.

NOMURA, Y.; YAMAMURA, I.; INAWASHIRO, S. On the acoustic radiation from a flanged circular pipe. *Journal of the Physical Society of Japan*, The Physical Society of Japan, v. 15, n. 3, p. 510–517, 1960.

OCTAVE, P. *Octave Home page*. 2017. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/octave>.

PALABOS-ACOUSTIC, P. *Repositório do Projeto Palabos Acoustic*. 2017. Disponível em: https://github.com/josepedro/palabos_acoustic.

PAPENKORT, S.; VOIGTMANN, T. Lattice boltzmann simulations of a viscoelastic shear-thinning fluid. *arXiv.org*, arXiv:1504.06123, 2015. Disponível em: <http://http://arxiv.org/abs/1504.06123>.

PARADIS, H.; ANDERSSON, M.; SUNDÉN, B. Modeling of mass and charge transport in a solid oxide fuel cell anode structure by a 3d lattice boltzmann approach. *Heat and Mass Transfer*, p. 1–12, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s00231-015-1670-8>.

PARAVIEW, P. *Paraview Home page*. 2017. Disponível em: <http://www.paraview.org>.

PETERS, M.; HIRSCHBERG, A.; REIJNEN, A.; WIJNANDS, A. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 256, p. 499–534, 1993.

PREMNATH, K. N.; PATTISON, M. J.; BANERJEE, S. An investigation of the lattice boltzmann method for large eddy simulation of complex turbulent separated flow. *Journal of Fluids Engineering*, American Society of Mechanical Engineers, v. 135, n. 5, p. 051401, 2013.

QIAN, Y.; D'HUMIÈRES, D.; LALLEMAND, P. Lattice bgk models for navier-stokes equation. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 17, n. 6, p. 479, 1992.

REIS, T.; PHILLIPS, T. N. Modified lattice boltzmann model for axisymmetric flows. *Physical Review E*, APS, v. 75, n. 5, p. 056703, 2007.

SAVKAR, S. Radiation of cylindrical duct acoustic modes with flow mismatch. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 42, n. 3, p. 363–386, 1975.

SELAMET, A.; JI, Z.; KACH, R. Wave reflections from duct terminations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 109, n. 4, p. 1304–1311, 2001.

SILVA, A. D.; SCAVONE, G. Lattice boltzmann simulations of the acoustic radiation from waveguides. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 40, n. 3, p. 397, 2006.

SILVA, A. D.; SCAVONE, G.; LEFEBVRE, A. Sound reflection at the open end of axisymmetric ducts issuing a subsonic mean flow: A numerical study. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 327, n. 3, p. 507–528, 2009.

SILVA, A. R. D. *Numerical studies of aeroacoustic aspects of wind instruments*. Tese (Doutorado) — McGill University, 2008.

SILVA, A. R. D.; MAREZE, P. H.; LENZI, A. Approximate expressions for the reflection coefficient of ducts terminated by circular flanges. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, SciELO Brasil, v. 34, n. 2, p. 219–224, 2012.

SILVA, A. R. da; MAREZE, P.; BRANDÃO, E. Prediction of sound absorption in rigid porous media with the lattice boltzmann method. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, IOP Publishing, v. 49, n. 6, p. 065501, 2016.

SILVA, F. D. da; DESCHAMPS, C. J.; SILVA, A. R. da; SIMÕES, L. G. Assessment of jet-plate interaction noise using the lattice boltzmann method. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 2207.

TIKOJA, H.; LAVRENTJEV, J.; RÄMMAL, H.; ÅBOM, M. Experimental investigations of sound reflection from hot and subsonic flow duct termination. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 333, n. 3, p. 788–800, 2014.

VIGGEN, E. M. Acoustic multipole sources for the lattice boltzmann method. *Physical Review E*, APS, v. 87, n. 2, p. 023306, 2013.

VIGGEN, E. M. *The lattice Boltzmann method: Fundamentals and acoustics*. Tese (Doutorado), 2014.

WOLF-GLADROW, D. A. Lattice-gas cellular automata and lattice boltzmann models-introduction. *LATTICE-GAS CELLULAR*

AUTOMATA AND LATTICE BOLTZMANN MODELS, SPRINGER-
VERLAG BERLIN HEIDELBERGER PLATZ 3, D-14197 BERLIN,
GERMANY, v. 1725, p. 1–13, 2000.

YONG; SILVA, A. R. da; SCAVONE, G. P. Lattice boltzmann
simulations of sound directivity of a cylindrical pipe with mean flow.
Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, IOP Publishing,
v. 46, n. 31, p. 315501, 2013.

**APÊNDICE A – Manual de Funcionamento do Palabos
Acoustic**

Para executar o Palabos-Acoustic (2017) é preciso dos seguintes *softwares* básicos instalados como pré-requisitos:

- sistema operacional linux Ubuntu 16.04 ou CentOS 7.2;
- compilador de C++ do tipo g++ 4.8;
- biblioteca de processamento paralelo Open MPI 1.10.

Para cada novo modelo é preciso criar uma pasta com o nome do modelo contendo o arquivo de compilação **Makefile** e o código fonte do modelo numérico escrito em C++ com extensão **.cpp**. No arquivo **Makefile** é possível configurar aonde se encontra a instalação do Palabos, arquivo do modelo numérico com extensão **.cpp**, opções de depuração e opções de paralelização. No arquivo de extensão **.cpp** se encontra o código fonte do modelo numérico a ser simulado e o mesmo é composto de acordo com os procedimentos do fluxograma da Figura 30.

Como é mostrado na Figura 30, todo código de modelo numérico no Palabos possui os seguintes procedimentos:

- importar bibliotecas: nesse procedimento são importadas as bibliotecas que contêm as funções e classes que serão usadas ao longo do processamento do modelo. Normalmente são bibliotecas do próprio Palabos ou bibliotecas com funções matemáticas;
- definir variáveis globais: normalmente nessa etapa são definidas valores de pré-processamento como o tamanho do domínio, valores macroscópicos do fluido como número de Reynolds, tempo total de simulação, viscosidade cinemática e o tipo de modelo LBM;
- definir condições iniciais e de contorno: nessa etapa a malha do domínio é consolidada, valores de densidade e velocidade são atribuídas para cada célula do domínio e condições de contorno são impostas;
- criar arquivos para gravação de dados: são criados ponteiros e arquivos de diversas extensões para que os dados sejam gravados;
- alterar condição de contorno: nessa etapa o modelo numérico entra no *loop* de iterações e se necessário as condições de contorno são alteradas para, por exemplo, que um *sweep* possa ser imposto;
- colidir: nessa etapa o operador de colisão é calculado e somado com as funções de distribuição de cada célula;

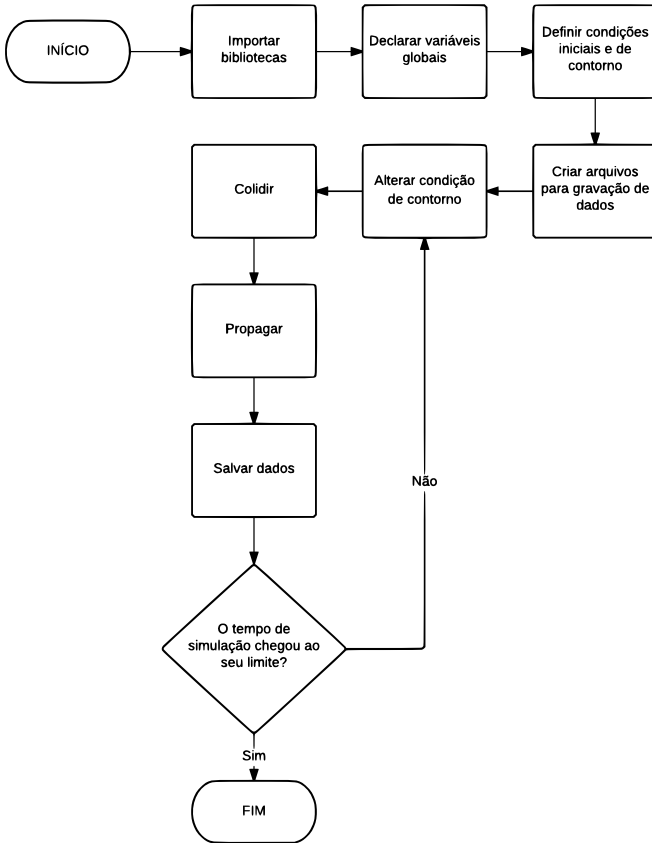


Figura 30: Fluxograma geral de um código fonte de um modelo numérico no Palabos.

- propagar: os valores das funções de distribuição são propagados para células vizinhas;
- salvar dados: os dados normalmente de pressão e velocidades são salvos para pós-processamento.

E assim o ciclo de procedimentos dentro do *loop* é executado até que o número de iterações alcance o número máximo de tempo definido no início do programa.

Para execução é preciso efetuar os seguintes comandos no terminal linux dentro da pasta do modelo numérico:

- compilação do código de extensão **.cpp** para formato binário em linguagem de máquina:

```
$ make
```

- execução do arquivo binário compilado:

```
$ mpirun -np
<numero_de_processadores>
<nome_do_arquivo_compilado>
<parametros_de_entrada>
```

aplicando para o modelo numérico desse trabalho:

```
$ mpirun -np
8
duct_radiation_optimization
20 0.15 1.99
```

tal que o raio do duto é 20 células, o mach do escoamento é 0.15 e 1.99 é a frequência de relaxação $1/\tau$. É possível também executar o Palabos com o *script* **duct_radiation_init.m** na plataforma MATLAB (2017) ou Octave (2017). Para executar basta colocar esse *script* dentro da pasta do modelo numérico e executar o seguinte comando no terminal do MATLAB (2017) ou Octave (2017) dentro dessa pasta:

```
>> duct_radiation_init 20 0.15 5042 8
```

tal que o raio do duto é 20 células, o mach do escoamento é 0.15, o número de Reynolds é 5042 e o 8 é a quantidade de processadores.