TP Filtrage Numérique

1. Objectifs du TP

- Calcul de la transformée en Z et la transformée en Z inverse des systèmes
- Analyse d'un filtre numérique RII
- Analyse d'un filtre numérique RIF
- Conception d'un filtre numérique de type Butterworth)
  - ⇨ Avec MATLAB

2. Manip

Manip 1 Calcul de TZ, TZI et pôles/zéros de X(z))

- Calculer la TZ des systèmes suivants utilisant les instructions Matlab **« syms »** et **« ztrans ».**

$x(n) = n$, $x(n) = n + 2$, $x(n) = n - 3$, $x(n) = n^2$,

$x(n) = 2(2)^n + 4(1/2)^n$

- Calculer la TZI des systèmes suivants utilisant les instructions Matlab **« syms »** et **« iztrans ».**

$X(z) = \dfrac{2z}{2z-1}$, $X(z) = \dfrac{(1-0.13)\,z}{(z-1)\,(z-0.13)}$ $X(z) = \dfrac{6-9z^{-1}}{1-2.5z^{-1}+z^{-2}}$

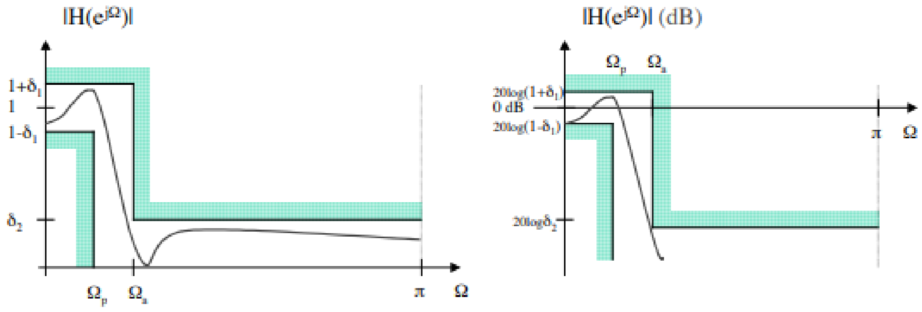
- Tracer le diagramme pôles/zéros de la FT en z suivante utilisant la commande Matlab **« zplane »** : $X(z) = \dfrac{1-1.618^{-1}+z^{-2}}{1-1.5161\,z^{-1}+0.87\,z^{-2}}$

Le filtre est-il stable ?

Manip 2: Analyse d'un filtre numérique RII passe-bas du second ordre

Le filtre numérique est spécifié par le gabarit en dB avec comme paramètres :

$$\begin{aligned} Fp &= 1kHz, \quad Fs = 3kHz, \quad Fe = 10kHz \\ \Delta_1 &= 20\log(1+\delta_1) = 1dB \\ \Delta_2 &= 20\log(\delta_2) = -20dB \end{aligned}$$



a) Gabarit fréquentiel linéaire b) Gabarit fréquentiel en dB

La fonction de transfert est donnée par :

$$H(z) = \frac{0.079(z+1)^2}{z^2 - 1.2z + 0.516}$$

1. Tracez la réponse impulsionnelle et indicielle du filtre (impulsion de dirac et échelon unité) utilisant les instructions Matlab **« filter », « stem », nb_echantillons=32**

2. Tracez la gabarit fréquentiel du filtre en linéaire puis en dB utilisant les instructions Matlab « **freqz(b,a,n) » avec n=256** et **« axis([0 pi -60 2]) »; « grid »**

3. Tracez la phase du filtre

4. Tracez dans le plan complexe les pôles et les zéros du filtre. Le filtre est-il stable ?

Manip 3: Analyse d'un filtre numérique RIF passe-bas du second ordre

On a 2 filre RIF passe-bas du second ordre

Le gabarit des filtres étant défini comme à manip 2.

Les 2 fonctions de transfert :

$$\begin{aligned} H_{11}(z) &= -0,0309396.(z^{-1}+z^{-9}) - 0,0390182.(z^{-2}+z^{-8}) + 0,0766059.(z^{-3}+z^{-7}) \\ &\quad +0,288307.(z^{-4}+z^{-6}) + 0,4.z^{-5} \end{aligned}$$

$$H_7(z) = -0,0409365.(1+z^{-6}) + 0,078369.(z^{-1}+z^{-5}) + 0,289996.(z^{-2}+z^{-4}) + 0,4.z^{-3}$$

Répondez aux questions **de manip 2** pour ces 2 filtres

Manip 4: Exemple de filtrage d'un signal bruité

Soit un filtre numérique avec H(z) :

$$H(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

```
%Parameters

Fs = 100;
tmax = 5;

%Create Initial Signals
s1 = 10*cos(2*pi*t);
s2 = 2*cos(20*pi*t + pi/4);
s3 = s1 + s2;
```

- Fs : Fréquence d'échantillonnage
- S1: Signal d'origine
- S2: Signal "haute Fréquence"
- S3 :Signal d'origine + Signal "haute-Fréquence"

1. Tracez le signal d'origine et le signal « haute fréquence » en fonction du temps t

2. Tracez le signal S3 après filtrage avec le filtre donné utilisant les instructions Matlab **« filter »**

On va faire l'étude fréquentielle du signal S3 avant filtrage et après filtrage afin de déduire la nature du filtre utilisé (passe bas ?, haut ? ..)

```
%Frequency Domain
Nsamps = tmax*Fs;
f = Fs*(0:Nsamps/2-1)/Nsamps;
```

3. Tracez la réponse fréquentielle (Amplitude) du signal S3 avant filtrage utilisant les instructions Matlab **« fft »**
4. Tracez la réponse fréquentielle (Amplitude) du signal S3 Après filtrage utilisant les instructions Matlab **« fft »)**
5. Interprétez les résultats et déduire la nature du filtre.

Manip # 5: Conception d'un filtre numérique basé sur le gabarit de Butterworth)

La fonction de transfert d'un filtre numérique de type Butterworth est donnée par :

$$\frac{a_0 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \cdots}{1 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \cdots}$$

Les spécifications du filtre :

- Orde :10
- Fréquence de coupure : 600 Hz
- Signal d'entrée : $x(t) = 2\cos(1000\pi t) + 3\cos(2000\pi t) + 5\cos(4000\pi t)$
- Nombre d'échantillons :1024

1. Déterminez la fréquence d'échantillonnage

2. Générez et tracez le signal d'entrer sous MATLAB

3. Déterminez les paramètres a=[a0, a1,…] et b=[b0, b1 …] Utilisant l'instruction Matlab **« butter »** dans le cas d'un filtre passe-bas.

   ➔ Nb : utilisez la fréquence de coupure normaliser **F_C_nolamalized=Fc/fmax**

4. Tracez le signal de sortie et d'entrée du filtre utilisant l'instruction Matlab **« filter » . Interprétez.**

5. Pour mieux observer la réponse du filtre passe-bas, tracez la réponse en fréquence du signal avant et après filtrage utilisant les instructions Matlab **« fftshift »** **« fft »** **« linspace ».**

6. Affichez le diagramme de bode (amplitude et phase du filtre) utilisant l'instruction Matlab **« freqz ».**

7. Calculez les pôles et zéros d filtre **« roots ».** Tracez dans le plan complexe les pôles et les zéros du filtre**.**

Le filtre est-il stable ?

Affichez les résultats des questions précédentes pour :

- Filtre passe-haut avec Fc=600Hz
- Filtre passe-bande : Fc1=600; Fc2=1000;
- Filtre coupe-bande : Fc1=600; Fc2=1000;

8. Interprétez

Manip # 6

Soit le programme MATLAB suivant :

```
f0=1;
A=1;
n=25;
dt=1/(50*n*f0);
t=(0:dt:8/f0);
A0=A/2;
e=A0;
B=0.16;
bruit=B*randn(size(t));
for i=1:n
an=A*sinc(i/2);
xn=an*cos(2*pi*f0*i*t);
e=xn+e;
end
e=e+bruit
fn=1/(2*dt)
fc=20;
X=10;
[CB,CA]=butter(X,fc/fn);
[H,f]=freqz(CB,CA,15000,1/dt);
ef=filter(CB,CA,e);
```

1. Tracez les résultats de ce programme. Qu'affiche ce programme ?

2. Commentez le programme ligne par ligne et interprétez.