



INFORME DE GUÍA PRÁCTICA

I. PORTADA

Tema: CÁLCULO DE PROBABILIDAD ELEMENTAL Y COMBINATORIA.
Unidad de Organización Curricular: BÁSICA
Nivel y Paralelo: Tercero A
Alumnos participantes:
Damián Chachalo
Erick López.
Jonathan Jirón.
Boris Vinces.
Asignatura: Probabilidad y Estadística
Docente: Ing. Paola Proaño, Mg.

II. INFORME DE GUÍA PRÁCTICA

2.1 Objetivos

General:

- Desarrollar habilidades para el análisis e interpretación de los resultados obtenidos con la ayuda de las herramientas de la estadística descriptiva, la teoría de las probabilidades, pruebas de hipótesis sobre una muestra y dos muestras, y el análisis de regresiones simples

Específicos:

- Manejar apropiadamente información estadística de fenómenos masivos, para datos no agrupados y agrupados. (Tablas de distribución de frecuencias)
- Operar los principios y leyes de la teoría elemental de probabilidades para fenómenos aleatorios, y análisis combinatorio.
- Aplicar apropiadamente distribuciones probabilísticas de carácter discreto y continuo, muestreo y pruebas de hipótesis
- Correlacionar y proyectar mediante una regresión fenómenos estadísticos como técnicas de inferencia estadística.

2.2 Modalidad

Presencial

2.3 Tiempo de duración

Presenciales: 3

No presenciales: 0

2.4 Instrucciones

1. Seleccionar un tema de su interés.
2. Desarrollar el tema de modo que sea experimental (simulación tipo phet)
3. Utilizar GeoGebra/ Matlab/Colab/Java.
4. Formar grupos de 4 personas

2.5 Listado de equipos, materiales y recursos

Listado de equipos y materiales generales empleados en la guía práctica:

- Inteligencia artificial, TAC
- Computador, Cuadernos, esferos, lápiz, borrador, Aula virtual e Internet

TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y Conocimiento) empleados en la guía práctica:

- Plataformas educativas
- Simuladores y laboratorios virtuales



- Aplicaciones educativas
 Recursos audiovisuales
 Gamificación
 Inteligencia Artificial
Otros (Especifique): _____

2.6 Actividades por desarrollar

Pasos:

1. Seleccionar un tema de su interés.
2. Desarrollar el tema de modo que sea experimental (simulación tipo phet)
3. Utilizar GeoGebra/ Matlab/Colab/Java.
4. Formar grupos de 4 personas

2.7 Resultados obtenidos.

Se realizó una simulación para modelar el funcionamiento de un sistema de colas en un banco, utilizando parámetros ajustables que permiten simular diferentes escenarios. Los parámetros configurables incluyen el número de cajeros (de 1 a 10), la tasa de llegada de clientes (clientes por minuto), el tiempo total de la jornada y el rango de tiempo de servicio por cliente.

Parámetros del Sistema:

- **Número de cajeros:** De 1 a 10 cajeros disponibles para atender a los clientes.
- **Tasa de llegada de clientes:** Determinada por una tasa de llegada (clientes por minuto), que se ajusta a través de un deslizador interactivo.
- **Tiempo de servicio por cliente:** Un rango entre un tiempo mínimo y un tiempo máximo que indica el tiempo que cada cajero tarda en atender a un cliente.
- **Tiempo total de la jornada:** La duración de la jornada simulada, en minutos (por ejemplo, de 60 a 720 minutos).

Funcionamiento del Programa:

El programa simula la llegada aleatoria de clientes con base en la tasa de llegada seleccionada. Cada cliente llega en un momento aleatorio durante la jornada y se coloca en la cola de espera. Los cajeros atienden a los clientes según el orden de llegada, comenzando con el primero disponible. Cuando un cajero termina de atender a un cliente, está disponible para atender al siguiente en la fila.

En cada minuto de la jornada, se realizan varias acciones:

1. **Llegada de clientes:** Se genera un nuevo cliente si un número aleatorio (basado en la tasa de llegada) es menor que un umbral.
2. **Atención por los cajeros:** Los cajeros disponibles atienden a los clientes en la fila, asignándoles un tiempo de servicio aleatorio dentro del rango configurado.
3. **Avance del tiempo:** Cada cajero avanza en su tiempo de atención hasta que termine de atender al cliente, registrando el inicio y fin del servicio.

Resultados Generados:

Al final de la jornada, el programa ofrece varias métricas clave sobre el desempeño del sistema de colas:

- **Número total de clientes atendidos:** Total de clientes que fueron atendidos con éxito durante la jornada.
- **Tiempo promedio de espera:** Indica el tiempo medio que los clientes esperan en la cola antes de ser atendidos. Este valor refleja la eficiencia del sistema.
- **Tiempo máximo de espera:** El tiempo más largo que un cliente ha esperado para ser atendido. Permite detectar picos de espera que podrían indicar congestión en el sistema.
- **Tiempo promedio de servicio:** El tiempo promedio que los cajeros tardan en atender a un cliente. Esto refleja la carga de trabajo que enfrentan los cajeros.
- **Tiempo total de ocupación de los cajeros:** El tiempo total que todos los cajeros estuvieron atendiendo a un cliente.



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL
CARRERA DE SOFTWARE
CICLO ACADÉMICO: MARZO – JULIO 2025



- **Clientes en cola al final de la jornada:** Clientes que no fueron atendidos por los cajeros al terminar la jornada.
- **Tiempo máximo de servicio:** Mayor cantidad de tiempo que un cajero se demoró atendiendo a un cliente.

Comparación con Diferentes Cantidadades de Cajeros:

Una característica importante de la simulación es la posibilidad de comparar cómo varían las métricas del sistema cuando se cambian las cantidades de cajeros disponibles. El programa permite seleccionar entre varios valores para el número de cajeros (de 1 a 10) y observar los resultados para cada uno de estos casos.

- **Evolución de la longitud de la cola:** Se genera un gráfico que muestra cómo cambia el número de clientes en la cola durante la jornada, lo que ayuda a identificar si en ciertos momentos de la jornada hay más clientes esperando que en otros, y cómo la cantidad de cajeros influye en la reducción de la longitud de la cola.
- **Histograma de tiempos de espera:** Un histograma que muestra cómo se distribuyen los tiempos de espera de los clientes. Este gráfico permite observar cómo los tiempos de espera varían con diferentes cantidades de cajeros.]

Relación con la Probabilidad y Estadística:

Este tipo de simulación está profundamente relacionado con la teoría de colas y la probabilidad. La tasa de llegada de clientes sigue una distribución probabilística. El tiempo de servicio de cada cliente se genera aleatoriamente a partir de un intervalo definido, lo que puede modelar una distribución uniforme o exponencial, dependiendo de cómo se configure el programa.

La simulación también permite obtener resultados estadísticos como:

- **Promedio y varianza** de los tiempos de espera y servicio, que ayudan a evaluar el comportamiento del sistema bajo diferentes configuraciones.
- **Análisis de cuellos de botella:** El gráfico de la evolución de la cola y el histograma permiten identificar períodos de congestión, lo cual es crucial para optimizar el número de cajeros en función de la demanda

Análisis de Resultados:

Con los resultados obtenidos de la simulación, podemos hacer las siguientes inferencias sobre el sistema de colas:

- **A mayor número de cajeros, menor tiempo de espera promedio:** Con más cajeros disponibles, los clientes son atendidos más rápidamente, lo que reduce el tiempo que pasan en la cola.
- **Alta tasa de llegada con pocos cajeros genera congestión:** Si la tasa de llegada de clientes es alta y no se asignan suficientes cajeros, se genera una congestión que provoca tiempos de espera muy largos y clientes no atendidos.
- **Ajuste de parámetros para equilibrio:** Ajustar correctamente el número de cajeros, la tasa de llegada y los tiempos de servicio es crucial para encontrar un equilibrio entre la eficiencia operativa del banco y la satisfacción del cliente.

Vista de la interfaz:



Simulación de colas en un banco



Comparación de Escenarios

Selección de diferentes números de cajeros

4 x 3 x

x v

Resultados de la comparación

Con 4 cajeros:

- Clientes atendidos: 248
- Tiempo promedio de espera: 1.21 min
- Tiempo máximo de espera: 9 min
- Tiempo promedio de servicio: 6.12 min
- Tiempo total de ocupación de los cajeros: 1524 min
- Clientes en cola al final de la jornada: 0
- Tiempo máximo de servicio: 10 min

Con 3 cajeros:

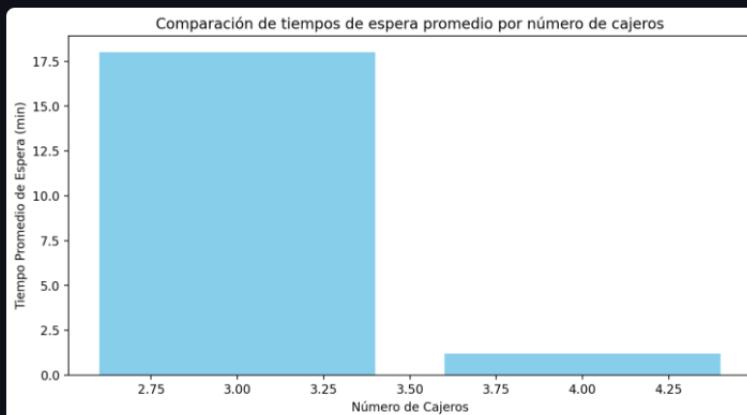
- Clientes atendidos: 240
- Tiempo promedio de espera: 18.02 min
- Tiempo máximo de espera: 33 min
- Tiempo promedio de servicio: 5.79 min
- Tiempo total de ocupación de los cajeros: 1400 min
- Clientes en cola al final de la jornada: 0
- Tiempo máximo de servicio: 10 min



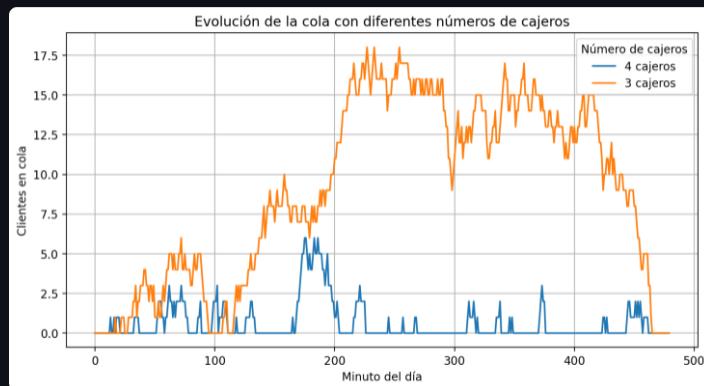
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL
CARRERA DE SOFTWARE
CICLO ACADÉMICO: MARZO – JULIO 2025



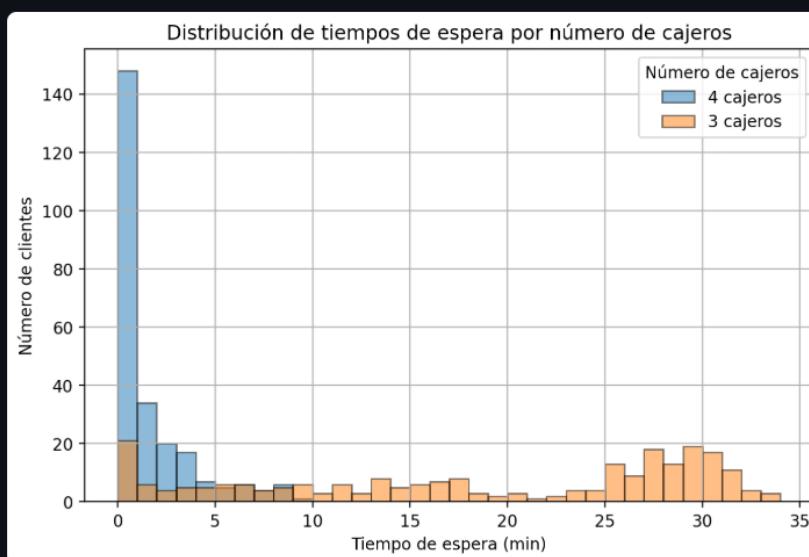
Comparación de tiempos de espera promedio



Comparación de la evolución de la cola



Comparación de la distribución del tiempo de espera





2.8 Habilidades blandas empleadas en la práctica

- Liderazgo
- Trabajo en equipo
- Comunicación asertiva
- La empatía
- Pensamiento crítico
- Flexibilidad
- La resolución de conflictos
- Adaptabilidad
- Responsabilidad

2.9 Conclusiones.

- La simulación demostró cómo pequeños cambios en la tasa de llegada o en el número de cajeros afectan considerablemente la eficiencia del servicio
- Utilizar una herramienta como Streamlit facilita la visualización y análisis del comportamiento de sistemas estocásticos en tiempo real.
- El tiempo de espera promedio es un buen indicador del equilibrio entre la demanda de clientes y la capacidad del banco para atenderlos.
- Este trabajo evidencia cómo la teoría de colas y probabilidades puede ser aplicada a problemas reales, y cómo herramientas digitales fortalecen el análisis estadístico.

2.10 Recomendaciones

- Se recomienda realizar un análisis de sensibilidad sobre la tasa de llegada y el número de cajeros, para observar cómo varía el tiempo de espera y encontrar configuraciones óptimas.
- Sería útil integrar funciones que automaticen la recolección de estadísticas y permitan simular varios escenarios seguidos para hacer comparaciones más amplias.
- Se sugiere aplicar modelos probabilísticos como la distribución exponencial o Poisson para representar con mayorrealismo la llegada de clientes y los tiempos de atención.
- Es recomendable incluir un análisis gráfico comparativo del comportamiento del sistema en diferentes condiciones para reforzar la toma de decisiones basada en datos estadísticos.

2.11 Referencias bibliográficas

- [1] A. García, "Modelos de Simulación de Sistemas de Colas", 2^a ed., Alfaomega, 2020.
- [2] Streamlit, "Streamlit documentation", <https://docs.streamlit.io/>
- [3] NumPy, "NumPy documentation", <https://numpy.org/doc/>
- [4] Matplotlib, "Matplotlib documentation", <https://matplotlib.org/stable/contents.html>



2.12 Anexos

Código:

```
import streamlit as st
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

st.set_page_config(page_title="Simulación de Colas", layout="centered")
st.title("📊 Simulación de colas en un banco")

# Parámetros de entrada interactivos
tiempo_total = st.slider("⌚ Tiempo total de la jornada (min)", 60, 720, 480, step=30)
tasa_llegada = st.slider("👤 Tasa de llegada por minuto", 0.05, 1.0, 0.5, step=0.05)
num_cajeros = st.slider("💼 Número de cajeros", 1, 10, 4)
tiempo_min_servicio = st.slider("🔧 Tiempo mínimo de servicio (min)", 1, 10, 2)
tiempo_max_servicio = st.slider("🔧 Tiempo máximo de servicio (min)", 5, 20, 10)

# Inicialización de la sesión de resultados si no existe
if 'resultados_comparacion' not in st.session_state:
    st.session_state.resultados_comparacion = {}

# Función para realizar simulación de colas
def simular_colas(tiempo_total, tasa_llegada, num_cajeros, tiempo_min_servicio,
                  tiempo_max_servicio):
    class Cliente:
        def __init__(self, llegada):
            self.llegada = llegada
            self.tiempo_servicio = np.random.randint(tiempo_min_servicio, tiempo_max_servicio + 1)
            self.inicio_servicio = None
            self.fin_servicio = None

    class Cajero:
        def __init__(self):
            self.ocupado = False
            self.cliente_actual = None
            self.tiempo_restante = 0
            self.total_ocupado = 0 # Total de tiempo que estuvo ocupado

        def atender(self, cliente, tiempo_actual):
            self.cliente_actual = cliente
            self.tiempo_restante = cliente.tiempo_servicio
            self.ocupado = True
            cliente.inicio_servicio = tiempo_actual

        def avanzar_tiempo(self, tiempo_actual):
            if self.ocupado:
                self.tiempo_restante -= 1
                self.total_ocupado += 1
                if self.tiempo_restante <= 0:
                    self.cliente_actual.fin_servicio = tiempo_actual
                    cliente_atendidos.append(self.cliente_actual)
                    self.cliente_actual = None
                    self.ocupado = False

    # Simulación
    fila = []
    cliente_atendidos = []
    cajeros = [Cajero() for _ in range(num_cajeros)]
    longitud_colas_por_minuto = []

    while len(fila) > 0 or any(not cajero.ocupado for cajero in cajeros):
        if not fila:
            llegada_nueva = np.random.exponential(1 / tasa_llegada)
            llegada_nueva = max(llegada_nueva, 0)
            fila.append(llegada_nueva)
        else:
            llegada_nueva = 0

        if len(fila) > 0:
            llegada_nueva = fila.pop(0)

        if any(not cajero.ocupado for cajero in cajeros):
            cajero_atendiendo = None
            for cajero in cajeros:
                if not cajero.ocupado:
                    cajero_atendiendo = cajero
                    break
            if cajero_atendiendo:
                cajero_atendiendo.atender(cliente_atendidos[-1], tiempo_actual)

        for cajero in cajeros:
            if cajero.ocupado:
                cajero.avanzar_tiempo(tiempo_actual)
```



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL
CARRERA DE SOFTWARE
CICLO ACADÉMICO: MARZO – JULIO 2025



```
for minuto in range(tiempo_total):
    if np.random.rand() < tasa_llegada:
        fila.append(Cliente(minuto))

    for cajero in cajeros:
        if not cajero.ocupado and fila:
            cliente = fila.pop(0)
            cajero.atender(cliente, minuto)

    for cajero in cajeros:
        cajero.avanzar_tiempo(minuto)

    longitud_colas_por_minuto.append(len(fila))

# Estadísticas
total_atendidos = len(cliente_atendidos)
tiempos_espera = [c.inicio_servicio - c.llegada for c in cliente_atendidos]
tiempo_prom_espera = np.mean(tiempos_espera) if tiempos_espera else 0
tiempo_max_espera = np.max(tiempos_espera) if tiempos_espera else 0
tiempo_prom_servicio = np.mean([c.tiempo_servicio for c in cliente_atendidos]) if cliente_atendidos else 0
total_ocupado_cajeros = sum([cajero.total_ocupado for cajero in cajeros]) # Total de tiempo ocupado por los cajeros
clientes_en_colas_final = len(fila) # Clientes restantes en la cola al final de la jornada
tiempo_max_servicio = np.max([c.tiempo_servicio for c in cliente_atendidos]) if cliente_atendidos else 0

# Resultados
return {
    'total_atendidos': total_atendidos,
    'tiempo_prom_espera': tiempo_prom_espera,
    'tiempo_max_espera': tiempo_max_espera,
    'tiempo_prom_servicio': tiempo_prom_servicio,
    'total_ocupado_cajeros': total_ocupado_cajeros,
    'clientes_en_colas_final': clientes_en_colas_final,
    'tiempo_max_servicio': tiempo_max_servicio,
    'longitud_colas_por_minuto': longitud_colas_por_minuto,
    'tiempos_espera': tiempos_espera
}

# Comparación de diferentes escenarios
st.subheader("🔍 Comparación de Escenarios")
num_cajeros_opciones = st.multiselect("💡 Selecciona diferentes números de cajeros", range(1, 11), default=[num_cajeros])

# Solo borrar y recalcular resultados si se cambia la selección de cajeros
if 'num_cajeros_opciones' not in st.session_state or st.session_state.num_cajeros_opciones != num_cajeros_opciones:
    st.session_state.resultados_comparacion = {}
    for cajeros_opcion in num_cajeros_opciones:
        st.session_state.resultados_comparacion[cajeros_opcion] = simular_colas(
            tiempo_total, tasa_llegada, cajeros_opcion, tiempo_min_servicio, tiempo_max_servicio)

    st.session_state.num_cajeros_opciones = num_cajeros_opciones

# Mostrar resultados de comparación
st.subheader("📋 Resultados de la comparación")
for cajeros_opcion, resultados in st.session_state.resultados_comparacion.items():
    st.write(f"### Con {cajeros_opcion} cajeros:")

    for resultado in resultados:
        st.write(f"Tiempo promedio de espera: {resultado['tiempo_prom_espera']}")
```



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL
CARRERA DE SOFTWARE
CICLO ACADÉMICO: MARZO – JULIO 2025



```
st.write(f" • Clientes atendidos: **{resultados['total_atendidos']}**")  
st.write(f" • Tiempo promedio de espera: **{resultados['tiempo_prom_espera']:.2f} min**")  
st.write(f" • Tiempo máximo de espera: **{resultados['tiempo_max_espera']} min**")  
st.write(f" • Tiempo promedio de servicio: **{resultados['tiempo_prom_servicio']:.2f} min**")  
st.write(f" • Tiempo total de ocupación de los cajeros: **{resultados['total_ocupado_cajeros']} min**")  
st.write(f" • Clientes en cola al final de la jornada: **{resultados['clientes_en_colas_final']}**")  
st.write(f" • Tiempo máximo de servicio: **{resultados['tiempo_max_servicio']} min**")  
st.write("-----")  
  
# Gráfico de comparación de tiempos promedio de espera por número de cajeros  
st.subheader("📈 Comparación de tiempos de espera promedio")  
fig_comparacion, ax_comparacion = plt.subplots(figsize=(10, 5))  
ax_comparacion.bar(st.session_state.resultados_comparacion.keys(),  
                   [resultados['tiempo_prom_espera'] for resultados in  
                    st.session_state.resultados_comparacion.values()],  
                   color='skyblue')  
ax_comparacion.set_xlabel("Número de Cajeros")  
ax_comparacion.set_ylabel("Tiempo Promedio de Espera (min)")  
ax_comparacion.set_title("Comparación de tiempos de espera promedio por número de cajeros")  
st.pyplot(fig_comparacion)  
  
# Gráfico de comparación de la evolución de la cola  
st.subheader("📈 Comparación de la evolución de la cola")  
fig_evolucion, ax_evolucion = plt.subplots(figsize=(10, 5))  
for cajeros_opcion, resultados in st.session_state.resultados_comparacion.items():  
    ax_evolucion.plot(resultados['longitud_colas_por_minuto'], label=f"{cajeros_opcion} cajeros")  
  
    ax_evolucion.set_xlabel("Minuto del día")  
    ax_evolucion.set_ylabel("Clientes en cola")  
    ax_evolucion.set_title("Evolución de la cola con diferentes números de cajeros")  
    ax_evolucion.legend(title="Número de cajeros")  
    ax_evolucion.grid(True)  
st.pyplot(fig_evolucion)  
  
# Histograma de comparación de tiempos de espera  
st.subheader("🕒 Comparación de la distribución del tiempo de espera")  
fig_histograma, ax_histograma = plt.subplots(figsize=(8, 5))  
for cajeros_opcion, resultados in st.session_state.resultados_comparacion.items():  
    ax_histograma.hist(resultados['tiempos_espera'], bins=range(0,  
                                                               max(resultados['tiempos_espera'])+2),  
                      alpha=0.5, label=f"{cajeros_opcion} cajeros", edgecolor="black")  
  
    ax_histograma.set_xlabel("Tiempo de espera (min)")  
    ax_histograma.set_ylabel("Número de clientes")  
    ax_histograma.set_title("Distribución de tiempos de espera por número de cajeros")  
    ax_histograma.legend(title="Número de cajeros")  
    ax_histograma.grid(True)  
st.pyplot(fig_histograma)
```

Secuencia de pasos:

1. Seleccionamos el tiempo total de la jornada.



Simulación de colas en un banco

⌚ Tiempo total de la jornada (min)

210

60

720

- Ahora establecemos una tasa de llegada por minuto.

👤 Tasa de llegada por minuto

0.50

0.05

1.00

- Ahora establecemos un número de cajeros en el lugar.

💼 Número de cajeros

4

1

10

- Seleccionamos un tiempo mínimo de servicio.

⌚ Tiempo mínimo de servicio (min)

2

1

10

- Seleccionamos un tiempo máximo de servicio.

⌚ Tiempo máximo de servicio (min)

10

5

20

- Seleccionamos otra cantidad de cajeros para comparar.

Comparación de Escenarios

📊 Selecciona diferentes números de cajeros

4 × 5 ×



Capturas de Simulación.

Comparación de Escenarios

Selección de diferentes números de cajeros

4 x 5 x

Resultados de la comparación

Con 4 cajeros:

- ◆ Clientes atendidos: 98
- ◆ Tiempo promedio de espera: 0.40 min
- ◆ Tiempo máximo de espera: 4 min
- ◆ Tiempo promedio de servicio: 5.96 min
- ◆ Tiempo total de ocupación de los cajeros: 584 min
- ◆ Clientes en cola al final de la jornada: 0
- ◆ Tiempo máximo de servicio: 10 min

Con 5 cajeros:

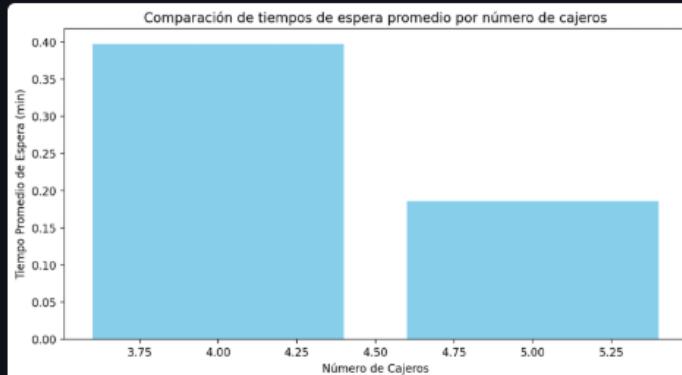
- ◆ Clientes atendidos: 102
- ◆ Tiempo promedio de espera: 0.19 min
- ◆ Tiempo máximo de espera: 3 min
- ◆ Tiempo promedio de servicio: 6.10 min
- ◆ Tiempo total de ocupación de los cajeros: 626 min
- ◆ Clientes en cola al final de la jornada: 0
- ◆ Tiempo máximo de servicio: 10 min



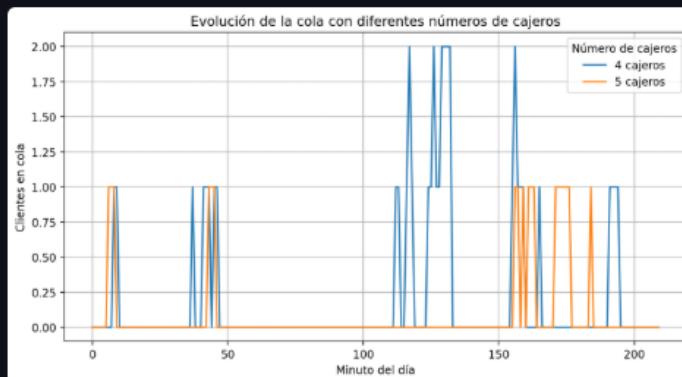
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL
CARRERA DE SOFTWARE
CICLO ACADÉMICO: MARZO – JULIO 2025



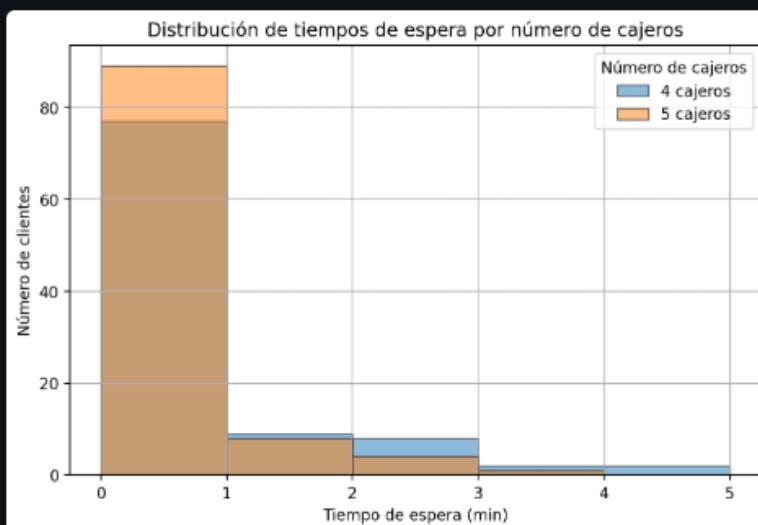
Comparación de tiempos de espera promedio



Comparación de la evolución de la cola



Comparación de la distribución del tiempo de espera



Enlace del proyecto

<https://simulacioncolas.streamlit.app>