IFT 2125 **Geña Hahn**

Introduction à l'algorithmique

Premier EXAMEN INTRA

le 30 septembre 2013

Durée: 50 minutes

Valeur: 10% de la note totale, 20% en prédoc

Directives:

- Une feuille format lettre blanche d'un côté est permise, rien d'autre.
- Répondez sur le questionnaire, dans l'espace libre qui suit chaque question. Utilisez les dos des pages comme brouillon. **L'espace alloué n'est aucune indication de la longueur de la réponse! Il est souvent beaucoup trop grand.**
- Sauf indication contraire, aucun point ne sera accordé pour une réponse, correcte ou pas, si elle n'est pas accompagnée d'une justification.
- Notez la différence entre *justifier* (argument rapide et court) et *prouver* ou *démontrer* (argument détaillé).
- Vous pouvez vous servir de résultats vus en cours, en TP ou dans des livres à condition de les énoncer précisément.
- Pour répondre à une question, vous pouvez également vous servir de résultats énoncés dans d'autres questions dans l'examen, même si vous ne les avez pas démontrés.
- Rappel: $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers non négatifs, $\mathbb{R}$ l'ensemble des réels, $\mathbb{R}^{\geq 0}$ l'ensemble des réels non négatifs et $\mathbb{R}^{>0}$ l'ensemble des réels positifs. Aussi, $\lg n = \log_2 n$ et $\ln n = \log_e n$ (où e est la base du logarithme naturel). Finalement, $\log n$ est le logarithme "générique" : la base peut être n'importe quel $b \in \mathbb{R}^{>1}$.

1. ________ /15		4. ________ /25	
2. ________ /15		5. ________ /15	
3. ________ /10		6. ________ /20	

Total: ________+________=________ /100

Nom: ________________________________ **Code permanent:** ________________

☐ **Cocher si cet examen fait partie de votre examen prédoctoral.**

1. **(15 points)** Prouvez vrai ou faux :

   $f \in O(g)$ si, et seulement si, $O(f) \subseteq O(g)$.

2. **(15 points)** Classez les Ω des fonctions suivantes en ordre non-décroissant en utilisant uniquement des $\subset$ et $=$ (donc pas de $\subseteq$).

$n \log_3 n$ $\quad$ $n \lg n$ $\quad$ $2^{n \lg n}$ $\quad$ $2^{n \log_3 n}$ $\quad$ 3^{lgn} $\quad$ $n^{\lg 3^n}$

Réponse :

$\Omega(\quad) \quad \Omega(\quad) \quad \Omega(\quad) \quad \Omega(\quad) \quad \Omega(\quad) \quad \Omega(\quad)$

3. **(10 points)** Justifiez DEUX des relations trouvées en question 2

4. (**25 points**) Prouvez que tout polynôme $p(n) = \sum_{i=0}^{k} a_i n^{k-i}$ avec $a_i \in \mathbb{R}^{\geq 0}$ est lisse.

5. (**15 points**) Soit ACM-gen le problème suivant:

DONNEES : $G = (V, E)$, un graphe (non-orienté) pondéré par $c : E \longrightarrow \mathbb{R}$
BUT : trouver un arbre couvrant minimum (ou dire pourquoi un tel arbre n'existe pas)

Expliquez comment adapter, si possible, l'algorithme de Kruskal ou celui de Prim (ou les deux) pour résoudre ce problème. Si ce n'est pas possible, dites pourquoi et proposez une autre méthode. N'oubliez pas de juistifer!

6. (**10 + 10 points**) Est-ce que les fonctions $f(n) = \frac{n^3}{\lg n}$, $n > 1$, et $g(n) = \frac{\lg n}{n^2}$ sont lisses? Prouvez votre réponse.

Boni (15 points) Prouvez que la relation $\equiv$ définie par $f \equiv g$ si $f \in \Theta(g)$ est une relation d'équivalence.

BONNE CHANCE