IFT 2125 H12 **Geña Hahn**

Introduction à l'algorithmique

Premier EXAMEN INTRA

le 9 février 2012

Durée: 50 minutes

Valeur: 10% de la note totale

Directives:

- Aucune documentation n'est permise.
- Répondez sur le questionnaire, dans l'espace libre qui suit chaque question. Utilisez les dos des pages comme brouillon. **L'espace alloué n'est aucune indication de la longueur de la réponse! Il est souvent beaucoup trop grand.**
- Sauf indication contraire, aucun point ne sera accordé pour une réponse, correcte ou pas, si elle n'est pas accompagnée d'une justification.
- Notez la différence entre *justifier* (argument rapide et court) et *prouver* ou *démontrer* (argument détaillé).
- Vous pouvez vous servir de résultats vus en cours, en TP ou dans des livres à condition de les énoncer précisément.
- Pour répondre à une question, vous pouvez également vous servir de résultats énoncés dans d'autres questions dans l'examen, même si vous ne les avez pas démontrés.
- Rappel: $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers non négatifs, $\mathbb{R}$ l'ensemble des réels, $\mathbb{R}^{\geq 0}$ l'ensemble des réels non négatifs et $\mathbb{R}^{>0}$ l'ensemble des réels positifs. Aussi, $\lg n = \log_2 n$ et $\ln n = \log_e n$ (où e est la base du logarithme naturel). Finalement, $\log n$ est le logarithme "générique" : la base peut être n'importe quel $b \in \mathbb{R}^{>1}$.

1. ________	/15	4. ________	/15
2. ________	/15	5. ________	/20
3. ________	/10	6. ________	/15

Total: ________ /90

Nom: ______________________________ **Code permanent:** ______________

1. **(15 points)** Prouvez que $n! \in \Theta(n \lg n)$

2. **(15 points)** Classez les Ω des fonctions suivantes en ordre non-décroissant en utilisant uniquement des $\subset$ et $=$ (donc pas de $\subseteq$). Pour la facilité de lecture, on écrit simplement les valeurs (i.e. $n \lg n$ plutot que $f_i(n) = n \lg n$).

   n^2 $\quad$ $n \lg n^3$ $\quad$ $2^{3n \lg n}$ $\quad$ n^n $\quad$ $n!$ $\quad$ 2^{2^n}

   Réponse :

   $\Omega(\qquad)$ $\Omega(\qquad)$ $\Omega(\qquad)$ $\Omega(\qquad)$ $\Omega(\qquad)$ $\Omega(\qquad)$

3. (**10 points**) Justifiez DEUX des relations trouvées en question 2

4. (**15 points**) Soit A un algorithme de recherche par comparaison d'une clé dans une liste de n clés et soit $t(n)$ le nombre de comparaisons faites par A sur cette liste dans un pire cas. Prouvez que $t(n) \in \Omega(\lg n)$.

5. (**20 points**) Est-ce que les fonctions $f(n) = 5n^4 - 100n^2 - 10^{10}n + 1$ et $g(n) = n^{\lg n}$ sont lisses? Prouvez vos réponses.

6. (**15 points**) Certains disent : *puisque l'algorithme de Kruskal (ou celui de Prim) trouve un arbre couvrant minimum, on a automatiquement les distances entre les sommets du graphe pondéré donné et il est inutile de se fatiguer avec l'algorithme de Dijkstra, plus compliqué.* Que réponderiez-vous?

BONNE
CHANCE