Cas 3 du lemme des puissances de b

Preuve corrigée :

Posons $g(b^{k_0}) = c/(a^{k_0})$ et $g(b^k) = f(b^k)/(a^k)$ pour $k > k_0$.

$$T(b^k) = a^k \times [g(b^{k_0}) + g(b^{k_0+1}) + \cdots + g(b^k)].$$

- *Si* $\varepsilon \geq 0$ *et* $f(n) \in O(n^{\log_b a}(\log n)^{\varepsilon})$ *alors* $T(n) \in O(n^{\log_b a}(\log n)^{\varepsilon+1} \mid n \text{ est puissance de } b)$.

$$T(b^k) \leq c \cdot a^k + a^k \left[\frac{f(b^{k_0+1})}{a^{k_0+1}} + \cdots + \frac{f(b^i)}{a^i} + \cdots + \frac{f(b^k)}{a^k}\right]$$

$$\lesssim \frac{(b^i)^{\log_b a}(\log b^i)^{\varepsilon}}{a^i} = (\log b^i)^{\varepsilon}$$

$$= \left[\sum_{i=k_0+1}^{k} (i \log b)^{\varepsilon}\right]$$

il n'y a donc plus de a^k à l'intérieur de ces crochets

comme au tableau

$$\in O((\log n)^{\varepsilon+1})$$