1 Paramètres du modèle

1.1 Intervalle de confiance

Intervalle de confiance des β_i :

$$1 - \alpha = Prob\left[t_{\alpha/2}(n-k) \leq \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_i}} \leq t_{1-\alpha/2}(n-k)\right]$$
$$IC_{1-\alpha}^{\beta_i} = \left[\hat{\beta}_i - t_{1-\alpha/2}(n-k) \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_i}; \hat{\beta}_i - t_{\alpha/2}(n-k) \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_i}\right]$$

Intervalle de confiance des β_i avec la terminologie Eviews :

$$IC_{1-\alpha}^{\beta_i} = \left[\text{Coefficient}_i - t_{1-\alpha/2}(n-k) \cdot \text{Std. Error}_i; \text{Coefficient}_i - t_{\alpha/2}(n-k) \cdot \text{Std. Error}_i\right]$$

Application :
Ici $n-k = 248$. Le degrès de liberté du la loi de Student est $\nu = 248 > 30$, celle ci converge donc vers la loi normale centrée réduite $T(248) \rightsquigarrow N(0,1)$.
D'ou : $t_{.975}(248) = U_{.975} = 1.96$

$$IC_{95\%}^{\beta_0} = [40.0587; 70.5573] \quad = [55.3080 - 1.96 * 7.8026; 55.3080 + 1.96 * 7.8026]$$
$$IC_{95\%}^{\beta_1} = [0.0481; 0.05360] \quad = [0.05084 - 1.96 * 0.0014; 0.05084 + 1.96 * 0.0014]$$
$$IC_{95\%}^{\beta_2} = [0.0023; 0.0024] \quad = [0.0024 - 1.96 * 0; 0.0024 + 1.96 * 0]$$
$$IC_{95\%}^{\beta_3} = [0.0182; 0.02330] \quad = [0.02072 - 1.96 * 0.0013; 0.02072 + 1.96 * 0.0013]$$

1.2 Test de signification

Testons a présent la significativité des paramètres
Spécification du test :
$\mathrm{H}_0 : \beta_i = 0$ Le paramètre n'est pas significatif
$\mathrm{H}_1 : \beta_i \neq 0$ Le paramètre est significatif
Statistique de test :

$$t_{c_i} = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\sigma}_{\beta_i}}$$

RDD :
Si $|t_{c_i}| < t_{.95}(n-k)$ On accepte H_0 au risque de α
Si $|t_{c_i}| \geq t_{.95}(n-k)$ On rejette H_0 au risque de α
Application :
On peut directement lire le student calculé sur Eviews : t_c = t-Statistic. Avec $t_{.975}(248) = U_{.975} = 1.96$

$$t_{c_0} = 7.1088 \qquad t_{c_1} = 35.9897 \qquad t_{c_2} = 64.4521 \qquad t_{c_3} = 16.0143$$

Décision :
$|t_{c_i} < t_{.975}(248)| \ \ \forall i \in [0;3]$ On rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$. Tous les paramètres estimés sont significatifs.

2 Analyse de la variance

L'équation de la variance est telle que :

$$\sum_t \left(Y_t - \overline{Y}\right)^2 = \sum_t \left(\hat{Y} - \overline{Y}\right)^2 + \sum_t e_t^2$$
$$SCT = SCE + SCR$$

2.1 Table d'ANOVA

Source de variation	Somme des carrés	Degré de liberté	Carrés Moyens
X	$SCE = \sum_t (\hat{Y}_t - \overline{Y})^2$	$k - 1 = 3$	$SCE/3$
Résidu	$SCR = \sum_t e_t^2$	$n - k = 248$	$SCR/248$
Total	$SCT = \sum_t (Y_t - \overline{Y})^2$	$n - 1 = 251$	

2.2 Test de signification du coefficient de détermination

3 Tests d'autocorrélation

3.1 Test de Durbin Watson

On pose :

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t+1} + \eta_t \qquad \eta_t \sim \text{BB}$$

Spécification du test :
H_0 : $\rho = 0$ Abscence d'autocorrélation d'odre 1
H_1 : $\rho \neq 0$ Autocorrélation d'odre 1
Statistique de test :

$$\text{DW} = \frac{\sum(\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t)^2}{\sum e_t^2}$$

RDD :

$0; d_1$	$d_1; d_2$	2	$4 - d_2; 4 - d_1$	$4 - d_1; 4$
autocorrelation positive d'ordre 1	Zone de doute $\leftarrow$	Abscence d'autocorrelation (H0 vrai)	Zone de doute $\rightarrow$	autocorrelation négative d'ordre 1

Application :

$$\text{DW} = 1.2092 \qquad d_1 = 1.00 \; ; \; d_2 = 1.68$$

Décision :
DW$\in [d_1; d_1]$ Zone de doute

3.2 Test d'autocorrélation des résidus d'ordre supérieur a 1

Modèle :

$$\varepsilon_t = \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \ldots + \phi_k \varepsilon_{t-k} + \eta_t \qquad \eta_t \sim \text{BB}$$

Spécification du test :
$\text{H}_0 : \phi_1 = \phi_2 = \ldots = \phi_k = 0$: Non autocorrélation des résidus d'ordre 1 à k.
H_1 : Au moins un $\phi_i \neq 0$: Autocorrélation d'ordre i
Statistique de test :

$$\text{Q}_{\text{stat}} = n(n+2)\sum_{k=1}^{K} \frac{r_k^2}{n-k} \sim \chi^2(K)$$

Où K est le nombre de retards
RDD
Si $\text{Q}_{\text{stat}} < \chi^2_{.95}(K)$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Si $\text{Q}_{\text{stat}} \geq \chi^2_{.95}(K)$ On rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Application :
Grace au corrélograme (ACF) on obtient les r_k. Avec $K = 2$ retards on a :

$$\text{Q}_{\text{stat}} = 252 * (252+2)\left[\frac{0.386^2}{252-1} + \frac{0.247^2}{252-2}\right] = 53.521 \qquad (1)$$

Décision :
$\text{Q}_{\text{stat}} > \chi^2(2) = 5.991$ On rejette H_0 au risque de 5%, il y a autocorrélation des résidus a l'ordre 2.

4 Tests de normalité

4.1 Test de Jarque-Bera

Spécification du test :
H_0 : La distribution des résidus est normale.
H_1 : La distribution des résidus est non normale
Statistique de test :

$$\mathrm{JB} = \frac{n}{6}\mathrm{SKEW} + \frac{n}{24}(\mathrm{KURT}-3)^2 \sim \chi^2(2)$$

RDD :
Si $\mathrm{JB} < \chi^2_{.95}(2)$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Si $\mathrm{JB} \geq \chi^2_{.95}(2)$ On rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Décision :
$\mathrm{JB} = 4.2806 < \chi^2(2) = 5.9915$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$, il y a distribution normale des résidus.

4.2 Tests de de Skewness et Kurtosis

4.2.1 Test de Skewness (symétrie)

Spécification du test :
H_0 : Symétrie normale
H_1 : Symétrie anormale
Statistique de test :

$$\frac{\beta_1^{1/2}}{\sqrt{6/n}} = \frac{\mathrm{SKEW}}{\sqrt{6/n}} \sim N(0,1)$$

RDD :
Si $\left|\frac{\beta_1^{1/2}}{\sqrt{6/n}}\right| < 1.96$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Si $\left|\frac{\beta_1^{1/2}}{\sqrt{6/n}}\right| \geq 1.96$ On rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Application : $\mathrm{SKEW} = -0.2102165$

$$\frac{\mathrm{SKEW}}{\sqrt{6/n}} = \frac{-0.2102}{\sqrt{6/252}} = -1.3622$$

Décision :
$\left|\frac{\beta_1^{1/2}}{\sqrt{6/n}}\right| = 1.3622 < 1.96$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$, il y a symétrie normale des résidus.

4.2.2 Test de Kurtosis (applatissement)

Spécification du test :
H_0 : Applatissemnt normal
H_1 : Exès de kurtosis
Statistique de test :

$$\frac{\beta_2 - 3}{\sqrt{24/n}} = \frac{\text{KURT}}{\sqrt{24/n}} \sim N(0,1)$$

RDD :
Si $\left|\frac{\beta_2}{\sqrt{24/n}}\right| < 1.96$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Si $\left|\frac{\beta_2}{\sqrt{24/n}}\right| \geq 1.96$ On rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Application : SKEW = 2.5195

$$\frac{\text{KURT}}{\sqrt{24/n}} = \frac{2.5195}{\sqrt{24/252}} = -1.557$$

Décision :
$\left|\frac{\beta_2}{\sqrt{24/n}}\right| = 1.557 < 1.96$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$, il y a applatissement normal des résidus.

5 Tests d'homoscédasticité

5.1 Test de ARCH

$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \ldots + \beta_k \varepsilon_{t-k}^2 + \eta_t \qquad \eta_t \sim N(0, \sigma_n)$$

Spécification du test :
H_0 : $beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$ homoscédasticité
H_1 : au moins un $\beta_i \neq 0$ hétéroscédasticité
Statistique de test :

$$nR^2 \sim \chi^2_{1-\alpha}(k)$$

Où k est le nombre de retards
RDD :
Si $nR^2 < \chi^2_{1-\alpha}(k)$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Si $nR^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(k)$ On rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$
Application :

$$nR^2 = 252 * \quad = \qquad \chi^2_{.95}(\quad) =$$

Décision : $nR^2 > \chi^2_{.95}$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$,

5.2 Test de Goldfeld-Quandt

Spécification du test :
H_0 : Homoscédasticité
H_1 : Hétéroscédasticité
Statistique de test :

$$F_c = \frac{\text{SCR}_2}{\text{SCR}_1} \sim F_{1-\alpha}\left(\frac{n-m-2k}{2}; \frac{n-m-2k}{2}\right)$$

RDD :
Si $F_c < F_{1-\alpha}\left(\frac{n-m-2k}{2}; \frac{n-m-2k}{2}\right)$ On accepte H_0 au risque de α
Si $F_c \geq F_{1-\alpha}\left(\frac{n-m-2k}{2}; \frac{n-m-2k}{2}\right)$ On rejette H_0 au risque de α
Où m est le nombre d'observations omises et k le nombre de paramètres estimés.
Application :
Si pour $n = 30$, on supprime $m = 8$ observations, alors pour $n = 252$ observations, on supprime : $m = \frac{258*8}{30} \approx 66$ observations.
En regressant les deux sous échantillons, on obtient :
$SCR_1 = 6848.016$ et $SCR_2 = 8914.091$ 0.7682237

$$F_c = \frac{\text{SCR}_2}{\text{SCR}_2} = \frac{8914.091}{6848.016} = 0.7682237$$
$$F_{.95}(\frac{252-66-8}{2}, \frac{252-66-8}{2}) = F_{.95}(89, 89) = 1.42$$

Décision :
$F_c < F_{lu}$ On accepte H_0 au risque de $\alpha = 5\%$, il y a homoscédasticité.

5.3 Test de White

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 X_t^2 + \eta_t$$

Spécification du test :
H_0 : $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ Homoscédasticité
H_1 : Au moins un $\alpha_i \neq 0 \quad \forall i \in (0,1,2)$ Hétéroscédasticité
Statistique de test :

$$\mathrm{W} = nR^2 \sim \chi^2(K)$$

Où K est me nombre de paramètres estimés.
RDD :
Si $nR^2 < \chi^2_{1-\alpha}(K)$ On accepte H_0 au risque de α.
Si $nR^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(K)$ On rejette H_0 au risque de α.
Application :
En termes non croisés :

$$\mathrm{W} = 0.1744 * 252 = 43.9468$$

En termes croisés :

$$\mathrm{W} = 0.1835 * 252 = 46.2424$$

Décision :

- On a estimé en termes non croisés 6 paramètres, donc $\chi^2_{.95}(6) = 12.592 < \mathrm{W}$, on rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$, il y a hétéroscédasticité.
- On a estimé en termes croisés 9 paramètres, donc $\chi^2_{.95}(9) = 16.919 < \mathrm{W}_c$, on rejette H_0 au risque de $\alpha = 5\%$, il y a hétéroscédasticité.

5.4 Test de Glejser

$$|e_t| = a_0 + a_1 + X_{kt}$$

Il y a autant de régressions que de variables explicatives
Spécification du test :
$\mathrm{H}_0 : a_1 = 0$
$\mathrm{H}_1 : a_1 \neq 0$
Statistique de test :

$$t_c = \frac{\hat{a_1}}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} \sim T(n-2)$$

RDD :
Si $|t_c| < t_{1-\alpha/2}$ On accepte H_0 au risque de α (homoscédasticité)
Si $|t_c| \geq t_{1-\alpha/2}$ On rejette H_0 au risque de α (hétéroscédasticité)

6 Robustesse du modèle

6.1 Validité du modèle

6.1.1 Test de signification des paramètres

6.2 Test de signification des coefficients de détermination

6.2.1 Test de Durbin Watson

6.3 Stabilité du modèle

6.3.1 Test d'ANACOVA

6.3.2 Test de comparaison des deux coefficients de regression

6.3.3 Test de comparaison de 2 coefficients de correlation