



UNIVERSITÉ DE
MONTPELLIER

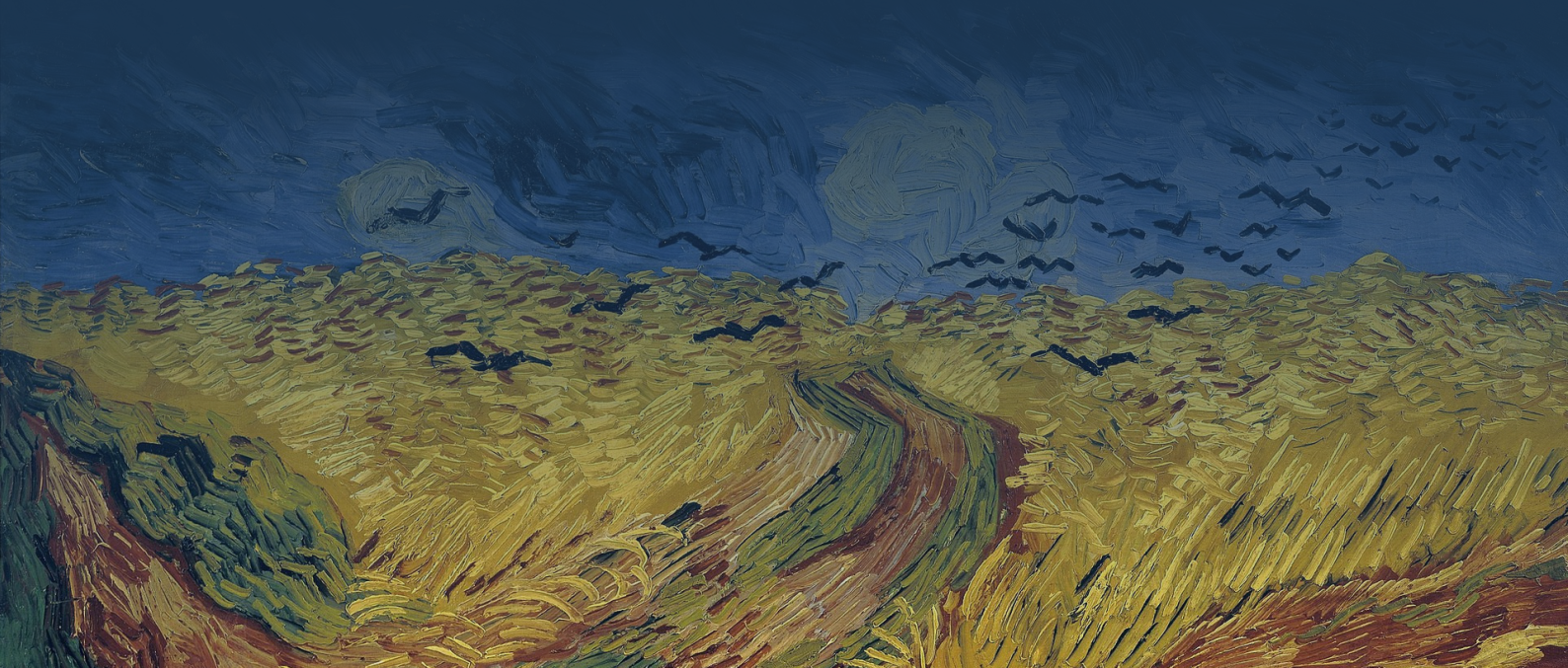


Projet d'économétrie appliquée

Comparaison de l'algorithme de Box et Jenkins aux
méthodes de prévision traditionnelles pour la prévision de
deux matières premières : le blé et le nickel

Mosse Joseph - Rubira Pierre
M1 - MBFA - ARB

Sous la direction de :
Seyte Françoise



Résumé

Sommaire

1	Analyse technique et macroéconomique du blé et du nickel	3
1.1	Présentation des deux matières premières	3
1.1.1	Le blé meunier	3
1.1.2	Le Nickel	4
1.2	Analyse macroéconomique des cours	6
1.3	Analyse technique	8
2	Analyse de la saisonnalité et de la tendance	9
2.1	Détection de saisonnalité et de tendance	9
2.1.1	Analyse graphique	9
2.1.2	Analyse de la variance et test de Fisher	10
2.2	Désaisonnalisation de l'échantillon 2016-2021 du nickel	12
2.2.1	Type de saisonnalité et sélection du schéma de décomposition	12
2.2.2	Désaisonnalisation de l'échantillon par méthode Census	12
3	Prévision par les méthodes traditionnelles	14
3.1	Échantillon 2016-2019	14
3.1.1	Prévision pour 2020	14
3.1.2	Choix de la meilleure méthode	17
3.1.3	Prévision pour 2022	18
3.2	Échantillon 2016-2021	18
3.2.1	Prévision pour 2022	18
3.2.2	Choix de la meilleure méthode	20
4	Prévision selon la méthodologie de Box & Jenkins	22
4.1	Présentation de la méthode	22
4.2	Test de racine unitaire	23
4.2.1	Echantillon 2016-2019	24
4.2.2	Echantillon 2016-2021	29
4.3	Identification, validation et prévision des processus	31
4.3.1	Echantillon 2016-2019	31
4.3.2	Echantillon 2016-2021	31
4.4	Prévision pour 2023	31
A	Analyse macro	32
B	Analyse des séries chronologiques	32
B.1	Test ARCH	32
B.2	Analyse graphique	33
B.3	Analyse de la variance	34
B.3.1	Tableau de Buys-Ballot	34
B.3.2	ANOVA	34
B.4	Désaisonnalisation de l'échantillon (2016-2021) du Nickel	36

C	Prévision traditionnelle	37
C.1	Échantillon 2016-2019	37
C.1.1	Extrapolation d'une droite de tendance	37
C.1.2	Lissage exponentiel double	39
C.1.3	Lissage exponentiel de Holt-Winters	40
C.2	Échantillon 2016-2021	41
C.2.1	Extrapolation d'une droite de tendance	41
C.2.2	Lissage exponentiel double	45
C.2.3	Lissage exponentiel de Holt-Winters	46
D	Prévision selon la méthodologie de Box-Jenkins	47
D.1	Test de racine unitaire	47
D.1.1	Echantillon 2016-2019	47
D.2	Identification, validation, prévision	51

Introduction

1 Analyse technique et macroéconomique du blé et du nickel

1.1 Présentation des deux matières premières

1.1.1 Le blé meunier

Le travail porte tout d'abord le cours du contrat à terme de blé de meunerie, qui est coté en euros sur le marché des futures à la bourse de Paris (Euronext). Le contrat est basé sur du blé d'origine de l'Union Européenne et la taille d'un lot est de 50 tonnes.

Le blé meunier est une variété de blé tendre (*Triticum aestivum*) est la variété de blé la plus couramment cultivée dans les régions tempérées du monde. Le blé meunier est particulièrement apprécié pour sa concentration élevée en gluten, ce dernier donne à la pâte de blé une texture élastique et une capacité à lever. La farine faite à partir du blé meunier est majoritairement utilisée pour la fabrication du pain, pâtisseries et d'autres denrées à base de farine. Célèbre comptine du patrimoine français : meunier tu dors tirée d'une chanson de Léon Raiter et de Fernand Pothier composée au XXème siècle.

Au niveau de l'agriculture mondiale, la culture du blé est l'une des céréales les plus largement cultivées avec le riz et le maïs. Parmi les principaux producteurs de blé : la Chine, l'Inde, la Russie, les États-Unis d'Amérique.¹.

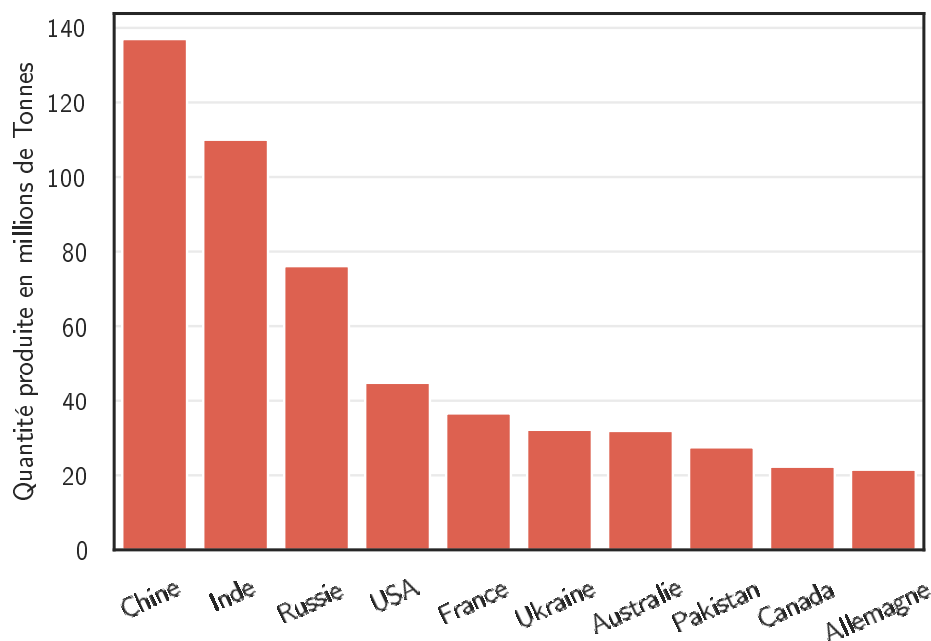


Figure 1: Principaux pays producteurs de blé (2021)

Ici une période s'étalant de 2003 à 2022 est choisie afin de dresser des statistiques descriptives sur le cours du contrat à terme sur le blé meunier.

¹FAO. *Production: Crops and livestock products*. 2021. URL: <https://www.fao.org/faostat/en/#data/QCL>.

Table 1: Statistiques descriptives sur le cours du blé de 2003 à 2022

Moyenne	Écart-Type	Minimum	Maximum	Médiane	Q1	Q3
185,26 €	57,65 €	101,50 €	400,75 €	180,37 €	148,88 €	209,88 €

Le prix moyen d'un contrat à terme sur le blé sur les 20 ans est de 185,26 € pour une écart-type de 57 €. Sur la période, le prix minimum 101,50 € date du mois d'avril 2005. En contrepartie, le prix maximum de 400,75 € a été atteint en avril 2022, l'étendue entre 2003 et 2022 est donc de 299,25 €.

Table 2: Statistiques sur les rendement mensuels du cours du blé de 2003 à 2022

Moyenne	Écart-Type	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
0,43 %	7,41%	-24,35%	30,94%	0,09	2,10

Il est aussi intéressant d'analyser les rendements (logarithmiques) du cours. En effet, la moyenne des rendements est quasiment égale à 0 sur les 20 ans, les rendements positifs et négatifs se compensent donc entre eux. Avec 7% de volatilité mensuel, le cours est assez peu volatile. De plus le Skewness étant proche de 0 et le kurtosis proche de 3, la distribution des rendements semble normale, cela semble être confirmé graphiquement par l'histogramme de répartition des rendements.

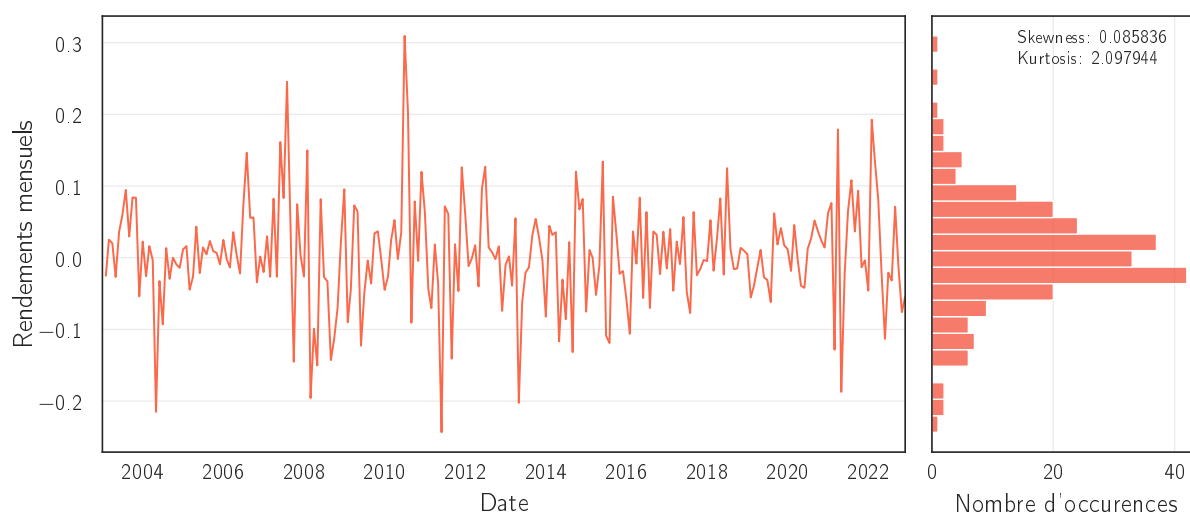


Figure 2: Distribution des rendements du cours du blé de 2003 à 2022

1.1.2 Le Nickel

Le second cours matière première choisie dans le cadre de l'analyse est le cours du contrat à terme du nickel côté en Dollars au *London Metal Exchange*. Le sous-jacent doit être du nickel d'une pureté d'au minimum 99,80% et la taille du lot est de 6 tonnes².

Découvert en 1751, le nickel est un élément chimique métallique qui est représenté par

²London Metal Exchange. *LME Nickel - Contrat specification* : London Metal Exchange. URL: <https://www.lme.com/en/Metals/Non-ferrous/LME-Nickel/Contract-specifications>.

le symbole chimique Ni. Il est fréquemment associé au cobalt dans les dépôts miniers, particulièrement apprécié pour ses propriétés physiques et chimiques, en particulier pour sa résistance à la corrosion ou bien sa conductivité électrique/ thermique.

Aujourd'hui le nickel est utilisé dans un nombre important d'industries, en particulier dans la production d'acier, de batteries, de composants électroniques, mais aussi dans la frappe de monnaie, la confection de bijoux ou bien dans la chimie³.

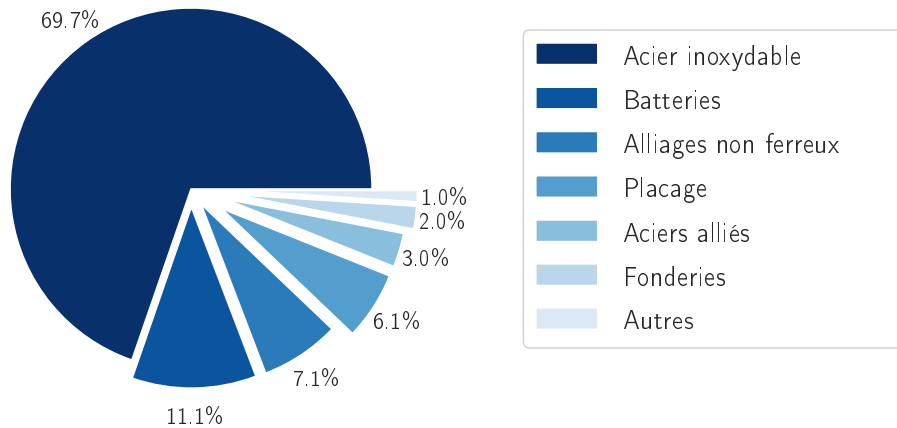


Figure 3: Principales utilisations du nickel

Il est important de souligner qu'il existe un risque potentiel de conflits d'utilisation à long terme, notamment en raison de l'augmentation considérable de l'utilisation du nickel dans les technologies liées à la transition énergétique, en particulier dans la production de batteries. Cette utilisation accrue pourrait épuiser les ressources en nickel et engendrer des conflits géopolitiques.

Concernant l'occurrence du nickel, il est relativement répandu sur le globe, les ressources terrestres étant estimées à 300 millions de tonnes avec 60% correspondant à des dépôts de latérite (roche rouge) et 40% à des gisements de sulfure. Quand aux réserves, elles sont estimées à 100 millions de tonnes et se situent principalement en Indonésie, en Australie, au Brésil, et en Russie. Enfin, concernant la production de nickel dans le monde, la production en 2022 de nickel était de 3,3 millions de tonnes avec quasiment la moitié produite par l'Indonésie⁴.

Comme pour le cours du blé, des statistiques sont faites sur une longue période (de 2006 à 2022) pour le cours du contrat sur le nickel.

Table 3: Statistiques descriptives sur le cours du nickel de 2006 à 2022

Moyenne	Écart-Type	Minimum	Maximum	Médiane	Q1	Q3
18 161,44 \$	7 636,12 \$	8 435,00 \$	49 675,00 \$	16 332,50 \$	12 742,50 \$	21 219,75 \$

³Nickel Institute. *About nickel and its applications*. 2021. URL: <https://nickelinstitute.org/en/about-nickel-and-its-applications/>.

⁴United States Geological Survey. *Mineral Commodity Summaries - Nickel Statistics and Information*. 2023. URL: <https://pubs.usgs.gov/periodicals/mcs2023/mcs2023-nickel.pdf>.

En moyenne le cours du contrat de nickel sur les 17 ans est de 18 161,44 \$. Son plus bas prix date de mai 2016 tandis que le maximum qu'ait atteint le cours date de avril 2007, l'étendue sur la période est de 41 240\$.

Table 4: Statistiques sur les rendements du cours du nickel de 2006 à 2022

Moyenne	Écart-Type	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
0,33 %	10,03%	-26,93%	27,93%	-0,23	0,17

Ici la volatilité mensuelle du contrat est modérée à 10%. Le skewness de -0,23 suggère que la distribution est légèrement asymétrique négative, les rendements sont donc plus souvent négatifs cependant le skewness est quand meme proche de 0, et le kurtosis inférieur à 3. Ces résultats peuvent laisser à penser que les rendements sont distribués de manière normale.

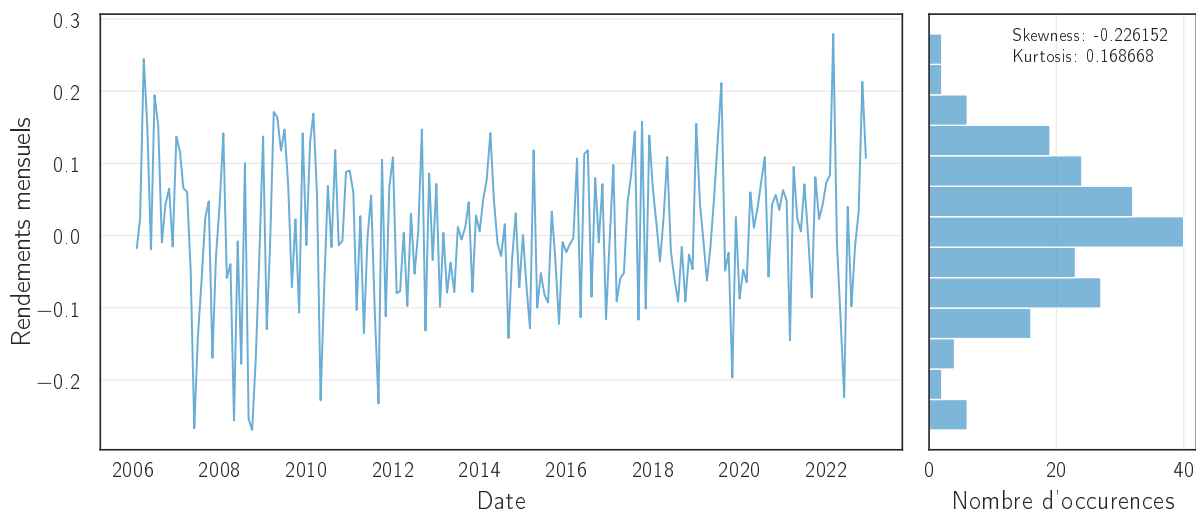


Figure 4: Distribution des rendements du cours du nickel de 2006 à 2022

1.2 Analyse macroéconomique des cours

Un contrat à terme, est un contrat à terme par lequel deux parties s'engagent à acheter ou vendre une quantité déterminée d'un actif sous-jacent (une action ou un indice boursier par exemple ici des matières premières), à une date d'échéance et à un prix convenus à l'avance. Un contrat future est contrat à terme standardisé, il est échangé sur les marchés réglementés comme Euronext dans le cas du blé. Les contrats *futures* permettent aux parties d'anticiper les variations futures d'un actif sous-jacent et peut donc servir de couverture contre les fluctuations à venir du marché. Il permet aussi de dynamiser les performances d'un portefeuille. Le contrat à terme constitue un engagement ferme, il doit être exécuté à sa date d'échéance par ses contreparties : l'acheteur contrat doit acheter l'actif sous-jacent au prix convenu et le vendeur doit livrer l'actif.

Il est possible d'apercevoir des hausses significatives des cours lors des périodes de crise. En effet, à chaque crise, le prix des contrats augmentent, les investisseurs étant plongés dans un climat d'incertitude. Afin d'avoir plus de détails sur les fluctuations, un historique

des événements économiques ayant marqué les deux cours des matières premières est développé.

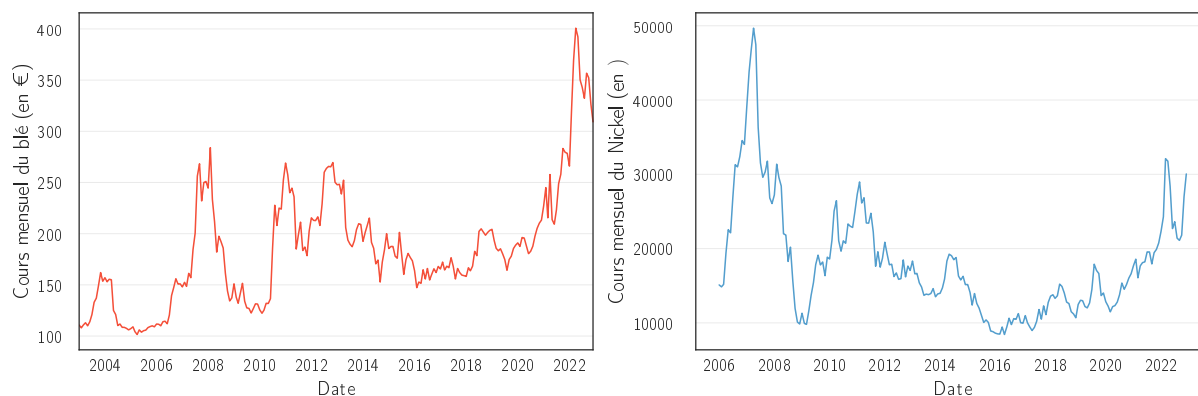


Figure 5: Cours historique des contrats à terme sur blé et nickel

- **2003 : Sécheresse**

Le blé : La France subit un fort climat de sécheresse ce qui réduit les récoltes de blé meunier de 20% par rapport à 2002. S'ajoute à cela, l'invasion des États-Unis en Irak, ces deux éléments peuvent expliquer l'augmentation du prix, la sécheresse étant le principal élément explicatif. Le cours du blé était de 110,01 € en mai 2003 et est passé à 161,56 en octobre 2003 (+46,86%).

- **2007-2008 : Crise des subprimes**

Le blé : Le 1 juin 2006 le cours était de 111,23 € dès 2007 le cours va augmenter fortement jusqu'à 281,32 € le 1 février 2008 (+152,92%).

Le Nickel : Tout comme le blé, le cours des contrats futures sur le nickel a été largement impacté par la crise des subprimes. Ce dernier est passé de 14 645 \$ en février 2006, à 49 675 \$ en avril 2007 le point culminant pendant la crise des subprimes. Soit une multiplication du cours sur 14 mois de 3,39 fois.

- **2010-2013 : Crise de la dette Européenne**

Le blé : La crise de la dette européenne a été longue sur les marchés financiers et a donc longuement impacté le cours du blé. En mai 2010 le cours était de : 132,65 € et a atteint deux points culminants : en janvier 2011 270,75 € et en novembre 2012 269,7 €. Preuve de la persistance du climat d'incertitude.

Le nickel : Comme un grand nombre de matière première, le nickel a subi l'impact de la crise de la dette souveraine, en effet le cours est passé de 9 837 \$ en avril 2009 à 28 875 \$ en février 2011, soit une augmentation de 193,53%.

- **2020-2023 : Crise liée à la pandémie de Covid-19, guerre russo-ukrainienne, et réchauffement climatique**

Le blé : La pandémie de Covid19 et les différents confinements qui lui sont associés ont provoqué des disruptions sur les chaînes de valeur mondiales et par conséquent sur les marchés aussi. De plus, les récoltes de blé sont menacées par la sécheresse due au réchauffement climatique, et le commerce du blé s'est retrouvé bouleversé par la guerre en Ukraine, faisant flamber le cours du contrat sur le blé à des prix inégalés (400 €).

Le nickel : Le nickel est surnommé le "métal du diable" de part sa volatilité. En plus des causes citées précédemment la demande est forte augmentation suite à l'engouement autour des véhicules électriques. En 2022 le cours a franchi à nouveau la barre symbolique des 24 000 \$. Le cours a quadruplé en l'espace de deux ans, il à grimpé de 10 887 \$ en mars 2020 à 42 100 \$ en mars 2022.

1.3 Analyse technique

2 Analyse de la saisonnalité et de la tendance

Les méthodes traditionnelles de prévision, reposent sur la décomposition des différentes composantes d'une série temporelle. Ici il s'agira donc ici d'analyser ces différentes composantes (c'est à dire la tendance et la saisonnalité).

Afin de pouvoir travailler sur la série, il est nécessaire de réduire les fluctuations importantes de la série. Pour cela un test ARCH est fait pour chacune des séries afin de déterminer si il y a homoscédasticité dans leur distribution. L'hypothèse nulle et alternative sont :

H_0 : Homoscédasticité

H_1 : Hétéroscédasticité

Statistique de test :

$$LM = n \times R^2 \sim \chi_{0,95}^2(p)$$

Règle de décision : La statistique du multiplicateur de Lagrange est comparée au quantile à 95% de la distribution du Khi-deux ayant pour degrés de liberté 7. Dans le cas suivant : $\chi_{0,95}^2(7) = 14,067^5$.

Table 5: Résultats du test ARCH

Échantillon	2016 -2019		2016 -2021	
	Blé	Nickel	Blé	Nickel
LM	27,31	21,41	54,10	49,96

Ici, pour toutes les séries, la statistique LM est supérieur au seuil, l'hypothèse H_0 est rejetée au risque de 5%. Les cours du blé et du nickel présentent donc de l'hétéroscédasticité. Afin d'amoindrir ces fluctuations importantes, une transformation logarithmique est faite sur chacune des séries. Les séries transformées serviront donc pour le reste du travail.

2.1 Détection de saisonnalité et de tendance

2.1.1 Analyse graphique

Dans un premier temps, une étude intuitive peut être faite. Il s'agira donc ici d'analyser graphiquement chacune des chroniques afin de déterminer de façon préliminaire, si les cours du blé et du nickel sont sujet à de la saisonnalité, et/ou à une tendance.

Pour le cours du blé, il est possible de déceler légère une tendance a la hausse de 2016 à 2019. Cette tendance s'accroît si 2020 et 2021 sont inclus. Pour ce qui est de la saisonnalité, il semble impossible de déterminer que la série possède une quelconque saisonnalité⁶.

Dans le cas du nickel, une tendance haussière se démarque (tout échantillon confondu). Quant à la saisonnalité, sur l'échantillon 2016-2019, la série ne semble pas saisonnière. Cependant sur l'échantillon 2016-2021, la série peut sembler saisonnière par périodes de

⁵Voir annexe B.1 p.32

⁶Voir figure B.1 p. 33

un an⁷.

Les deux séries semblent donc se comporter de manière similaire : faible tendance haussière, ainsi que non saisonnières.

2.1.2 Analyse de la variance et test de Fisher

Afin de confirmer les intuitions développées dans la sous partie précédente, une analyse de la variance et le test de Fisher sur la tendance et de saisonnalité doivent être menés. La détection de la saisonnalité est essentielle, car les méthodes de prévision traditionnelles ne peuvent être que menées sur des séries non saisonnières ou bien désaisonnalisées.

L'analyse de la variance est basée sur les moyennes calculées dans le tableau de Buys Ballot⁸. En effet afin d'analyser la saisonnalité, il reviendra à étudier l'influence du facteur colonne (variance des mois) et pour la tendance, l'influence du facteur ligne (variance des années). Après calculs⁹, les différentes variances sont affichées dans le tableau ci-dessous.

Table 6: Analyse de la variance

Échantillon	2016-2019		2016-2021	
	Blé	Nickel	Blé	Nickel
Variance période	0,0086	0,0129	0,0023	0,0243
Variance année	0,2746	0,3723	0,0661	0,6502
Variance résidus	0,0048	0,0286	0,0033	0,0098

Enfin grâce aux variances, le test de Fisher peut être effectué.

Test de Fisher de détection de saisonnalité

Il s'agira ici de tester l'influence du facteur colonne en comparant la variance période à la variance résiduelle, afin de déterminer si les séries sont saisonnières.

H_0 : Pas d'influence du facteur colonne (pas de saisonnalité)

H_1 : Influence du facteur colonne (saisonnalité)

Statistique de test pour un niveau $\alpha = 5\%$:

$$F_c = \frac{V_P}{V_R} \sim F_{0,95}((n-1), (n-1)(p-1))$$

Règle de décision : La statistique calculée (F_c) est ensuite comparée au quantile à 95% de la distribution F de Fisher avec comme degrés de liberté $(p-1)$ et $(n-1)(p-1)$, où n représente le nombre d'année et p le nombre de périodes. Si la statistique empirique est supérieure au quantile, alors H_0 est rejetée, la série est saisonnière. Après calculs :

⁷Voir figure B.2 p. 33

⁸Voir annexe B.3.1 p.34

⁹Voir annexe B.3.2 p.34

Table 7: Test de Fisher (saisonnalité)

Échantillon	2016 -2019		2016 -2021	
	Blé	Nickel	Blé	Nickel
F_c	0,6986	0,4505	1,7906	2,4772
$F_{0,95}$	2,0933	2,0933	1,9675	1,9675
ddl	(11;33)	(11;33)	(11;55)	(11;55)

Ici, les statistique calculée sont toutes inférieures au seuil, sauf pour l'échantillon (2016-2021) du nickel. Ainsi, l'hypothèse H_0 est acceptée au risque de 5% pour les deux échantillons du blé et pour l'échantillon (2016-2019) du nickel. En revanche elle est rejetée pour l'échantillon (2016-2021) du nickel.

Pour ses deux échantillons, la série du blé n'est donc pas saisonnière, il en est de même pour le premier échantillon de la série du nickel. Par contre, l'échantillon (2016-2021) du nickel est lui saisonnier, il faudra donc par la suite déterminer son type de saisonnalité (déterministe ou aléatoire), puis son type de schéma de décomposition (additif ou multiplicatif) et finalement désaisonnaliser la série afin de pouvoir utiliser les méthodes de prévision.

Test de Fisher de détection de tendance

De manière analogue, il revient à comparer la variance année à la variance résiduelle afin de déterminer si les séries possèdent une tendance.

H_0 : Pas d'influence du facteur ligne (pas de tendance)

H_1 : Influence du facteur ligne (tendance)

Statistique de test pour un niveau $\alpha = 5\%$:

$$F_c = \frac{V_A}{V_R} \sim F_{0,95}((p-1), (n-1)(p-1))$$

Règle de décision : Comme pour le test précédent, si la statistique calculée est supérieure au quantile à 95% de la distribution de Fisher ayant pour ddl : $(n-1)$ et $(n-1)(p-1)$, alors H_0 est rejetée, la série possède une tendance.

Table 8: Test de Fisher (tendance)

Échantillon	2016 -2019		2016 -2021	
	Blé	Nickel	Blé	Nickel
F_c	20,1576	12,9965	56,8388	66,2263
$F_{0,95}$	2,8916	2,8916	2,3828	2,3828
ddl	(3;33)	(3;33)	(5;55)	(3;55)

Ici dans tous les cas, le Fisher empirique est supérieur au Fisher théorique, H_0 est rejetée au risque de 5% pour toutes les séries.

Les deux séries et leurs échantillons possèdent donc une tendance. Il à remarquer que la probabilité de rejeter H_0 est bien plus supérieure sur les échantillons (2016-2021) que sur les échantillons (2016-2019), cela confirme l'intuition dégagée de l'analyse graphique.

2.2 Désaisonnalisation de l'échantillon 2016-2021 du nickel

Comme vu précédemment l'échantillon (2016-2021) du Nickel est saisonnier, il est donc indispensable d'étudier, puis de corriger la saisonnalité.

2.2.1 Type de saisonnalité et sélection du schéma de décomposition

Dans un premier temps le type de saisonnalité doit être défini, en effet la saisonnalité peut être déterministe ou bien aléatoire. Pour cela chaque ligne du tableau de Buys-Ballot de l'échantillon concerné est classée par ordre croissant. De plus pour faciliter la lecture, chaque mois s'est vu attribué une couleur appartenant à un gradient rouge¹⁰. Il est donc rapidement possible de remarquer que la saisonnalité n'est pas répétitive, elle est donc aléatoire. Il faudra donc désaisonnaliser la série par méthode Census.

Il est par la suite nécessaire de sélectionner le schéma de décomposition de la chronique, un test de Buys-Ballot est donc fait. Le test se base sur les résultats du tableau de Buys-ballot¹¹, le test consiste à tester la significativité de la pente du modèle suivant :

$$\sigma_i = \beta x_i + \alpha + \varepsilon_i$$

Les hypothèses du test sont :

$H_0 : \beta = 0$	Le schéma de décomposition est additif.
$H_1 : \beta \neq 0$	Le schéma de décomposition est multiplicatif.

Statistique de test :

$$t_c = \frac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}} \sim t_{0,975}(n - 2)$$

Si la statistique calculée en valeur absolue est inférieure au quantile à 97,5% de la distribution bilatérale de Student avec comme degrés de liberté $n - 2 = 4$. Après calculs¹²:

$$|t_c| = 0,7701 \qquad t_{0,975}(4) = 2,7764$$

Ici la statistique calculée est inférieure au Student lu dans la table de la distribution théorique, H_0 est donc rejetée au risque de 5%. Le schéma de décomposition de la série est un schéma additif. L'échantillon (2016-2021) du nickel peut être modélisé de la sorte :

$$x_t = E_t + S_t + R_t$$

2.2.2 Désaisonnalisation de l'échantillon par méthode Census

Maintenant que le type de saisonnalité, ainsi que le schéma de décomposition de la série sont connus, la série doit être corrigée des variations saisonnières. La désaisonnalisation vise à supprimer la composante saisonnière sans impacter les autres composantes de la série. Ici, la saisonnalité étant aléatoire, la méthode Census est utilisée.

La première itération de la méthode Census, à été développée par l'économiste J.Shiskin

¹⁰Voir tableau B.12 p.36

¹¹Voir tableau B.6 p.34

¹²Voir tableau B.13 p. 36

alors qu'il était chercheur au *Bureau of Census* . La méthode à par la suite été largement améliorée au cours du temps, pour arriver aujourd'hui à la version X-13-ARIMA. Cette méthode consiste en une itération de moyennes mobiles permettant d'estimer les différentes composantes d'une série.

Ici la méthode X-13 est utilisée et les coefficients saisonniers sont calculés¹³ et soustraits à la série de base par le logiciel **EViews** . La série désaisonnalisée sera donc utilisée pour le reste du travail.

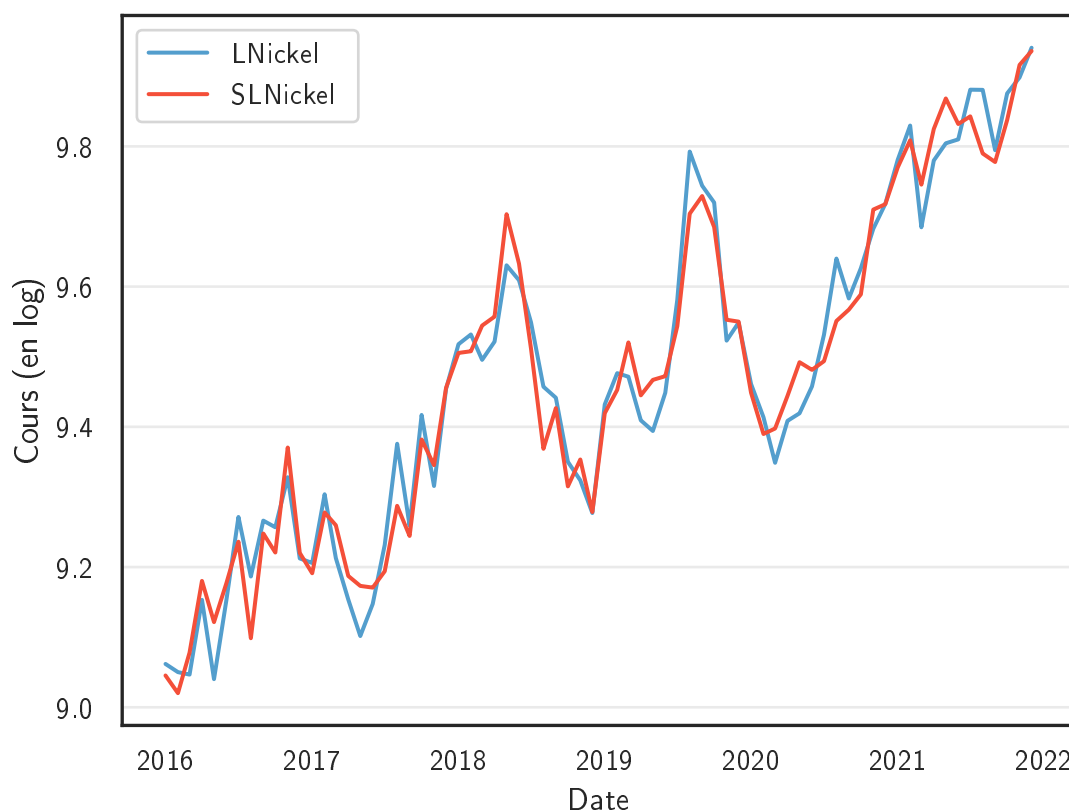


Figure 6: Désaisonnalisation par méthode Census du cours en log du nickel (2016-2021)

¹³Voir tableau B.14 p. 37

3 Prédiction par les méthodes traditionnelles

Une fois que toutes les séries ont été amplement analysées, transformées, et si besoin, corrigées des variations saisonnières, il alors est possible d'appliquer des méthodes de prédiction traditionnelles. Le choix d'une méthode de prédiction dépend du caractère déterministe (ou aléatoire) de l'extra-saisonnalité et de la saisonnalité de la série à prévoir.

Dans le cadre de l'étude du cours du blé et du nickel, il a précédemment été montré que les deux échantillons du blé, ainsi que l'échantillon 2016-2019 du nickel ne présentaient pas de saisonnalité, pour ces séries là donc, seule la nature de la composante extra-saisonnière est à prendre en compte. Concernant cette dernière, elle est déterministe pour les trois séries citées étant donné qu'elles possèdent toutes une tendance. Dans ce cas là, en théorie la méthode de prédiction à utiliser serait l'extrapolation par une droite de tendance.

Concernant l'échantillon 2019-2021 du nickel, malgré une composante saisonnière aléatoire, ce dernier possède comme les autres échantillons, une tendance. La méthode de prédiction adéquate serait donc aussi l'extrapolation d'une droite de tendance.

Cependant, afin de ne mettre aucun élément d'analyse de côté, en plus de l'extrapolation, des méthodes de prédiction par lissage exponentiel de composantes seront utilisées. Parmi ces méthodes, le lissage exponentiel double (LED) et le lissage exponentiel de Holt-Winters sont choisis.

Afin de prévoir le cours en 2023, il est nécessaire de sélectionner la méthode ayant le meilleur score de prédiction sur des données passées. Pour les deux matières premières le choix de la meilleure méthode se fera en deux grandes étapes :

1. Prédiction des cours en 2020 grâce aux échantillons 2016-2019, la prédiction minimisant le critère MSE sur 2020 sera retenue et prolongée jusqu'à fin 2022.
2. Prédiction des cours en 2022 grâce aux échantillons 2016-2021, comparaison des MSE avec les MSE de la méthode retenue pour 2020, la prédiction minimisant le critère sera retenue et utilisée pour prévoir les cours de 2023

3.1 Échantillon 2016-2019

3.1.1 Prédiction pour 2020

Extrapolation d'une droite de tendance

La prédiction par extrapolation d'une droite est la méthode la plus adéquate pour estimer les tendances déterministes, elle consiste à modéliser la série par une droite. Cette droite s'écrit telle que :

$$x_t = \beta t + \alpha + \varepsilon_t$$

Où x_t est une série temporelle non saisonnière et t le temps. Par la suite, les paramètres $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ sont estimés grâce à la méthode des MCO (Moindres Carrés Ordinaires). Avant de prévoir, il est nécessaire de procéder aux tests sur les paramètres et résidus de la régression afin de valider le modèle.

Le test est le même pour les deux séries :

$$\begin{aligned} H_0 : \beta &= 0 && \text{Non significativité du paramètre} \\ H_1 : \beta &\neq 0 && \text{Significativité du paramètre} \end{aligned}$$

Statistique de test :

$$t_c = \frac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}} \sim t_{0,975}(46)$$

Règle de décision : la statistique de student calculée en valeur absolue est comparée au quantile à 97,5%, de la distribution bilatérale de Student avec comme degrés de liberté 46. Si elle est inférieure alors la pente du modèle n'est pas significative, elle est en revanche significative si la statistique est supérieure au seuil.

Ici, les deux statistiques calculées¹⁴ sont supérieures au seuil (1,96). H_0 est donc acceptée au risque de 5%, les pentes des deux modèles sont significatives. Il en est de même pour les constantes du modèle, la probabilité critique d'accepter l'hypothèse nulle étant 0. Les paramètres du modèles sont donc significatifs. Les valeurs pour 2020 du blé et du nickel peuvent être calculées en extrapolant les droites.

Table 9: Prévision du cours du blé et du nickel en 2020 par extrapolation linéaire

Mois	Blé (€)		Nickel (\$)	
	Valeurs prévues	Valeurs réelles	Valeurs prévues	Valeurs réelles
01-2020	192,49	191,00	15312,42	12850,00
02-2020	193,34	187,50	15483,91	12255,00
03-2020	194,20	196,25	15657,33	11484,00
04-2020	195,06	195,75	15832,68	12192,00
05-2020	195,92	188,25	16010,00	12324,00
06-2020	196,79	180,50	16189,31	12805,00
07-2020	197,66	182,75	16370,62	13786,00
08-2020	198,54	187,75	16553,96	15367,00
09-2020	199,41	197,75	16739,36	14517,00
10-2020	200,30	205,25	16926,83	15156,00
11-2020	201,18	210,25	17116,41	16033,00
12-2020	202,07	213,25	17308,10	16613,00

Lissage exponentiel double (LED)

Les techniques de lissage exponentiel ont été introduites par Holt et Brown. Un lissage exponentiel double consiste à effectuer deux lissage sur une série temporelle non saisonnière. Dans un premier temps donc il est nécessaire d'effectuer un lissage exponentiel simple (LES) sur la série¹⁵. Le LES considère qu'une chronique peut être décrite comme une combinaison linéaire des valeurs passées pondérées par un poids qui décroît plus les observations sont anciennes.

Afin de matérialiser ce poids, une constante de lissage λ comprise entre 0 et 1 est utilisée.

¹⁴Voir Voir annexe C.1.1 p. 37

¹⁵Voir tableau C.4 p. 39

En fonction de sa valeur, λ donnera un poids plus ou moins important au passé. Si λ est proche de 0, alors la mémoire du phénomène est dite forte, la prévision dépend beaucoup des observations passées. En revanche, si la constante est proche de 1, alors la mémoire du phénomène est faible, le lissage est plus réactif aux observations récentes.

Dans le cas du blé et du nickel, le programme d'optimisation calcule $\lambda = 0,43$ pour le blé et $\lambda = 0,47$ pour le nickel¹⁶. Les deux constantes sont proches de 0,45, cela veut dire que pour les deux séries, la prévision par lissage apportera très légèrement plus d'importance au passé que au présent.

Table 10: Prévision du cours du blé et du nickel en 2020 par lissage exponentiel double

Mois	Blé (€)		Nickel (\$)	
	Valeurs prévues	Valeurs réelles	Valeurs prévues	Valeurs réelles
01-2020	189,45	191,00	13817,13	12850,00
02-2020	192,02	187,50	13484,34	12255,00
03-2020	194,64	196,25	13159,58	11484,00
04-2020	197,28	195,75	12842,63	12192,00
05-2020	199,97	188,25	12533,32	12324,00
06-2020	202,69	180,50	12231,45	12805,00
07-2020	205,45	182,75	11936,86	13786,00
08-2020	208,24	187,75	11649,36	15367,00
09-2020	211,07	197,75	11368,79	14517,00
10-2020	213,95	205,25	11094,98	15156,00
11-2020	216,86	210,25	10827,75	16033,00
12-2020	219,81	213,25	10566,97	16613,00

Lissage exponentiel de Holt-Winters

La prévision par lissage exponentiel de Holt-Winters est une méthode de prévision de séries chronologiques saisonnières. La méthode consiste à effectuer un LED de Holt sur la partie non saisonnière, c'est à dire la moyenne et la tendance, et un lissage exponentiel saisonnier sur la composante saisonnalité¹⁷. Ici, les deux échantillons du blé, ainsi que l'échantillon 2016-2019 du nickel étant non saisonniers, la méthode revient à un LED sur deux paramètres pour ces échantillons.

Comme pour le LED, les différentes constantes de lissage (α, β) sont calculées via une minimisation de la somme des carrés des résidus et sont trouvés dans le tableau ci dessous.

Table 11: Constantes de lissage de la méthode HW ¹⁸

	Blé	Nickel
α	0,78	0,89
β	0,00	0,00

¹⁶Voir annexe C.1.2 p. 39

¹⁷Voir tableau C.7 p. 40

¹⁸Voir annexe C.1.3 p. 40

Ainsi la prévision pour 2020 peut être faite :

Table 12: Prévision du cours du blé et du nickel en 2020 par lissage de Holt-Winters

Mois	Blé (€)		Nickel (\$)	
	Valeurs prévues	Valeurs réelles	Valeurs prévues	Valeurs réelles
01-2020	187,26	191,00	14272,31	12850,00
02-2020	186,99	187,50	13306,19	12255,00
03-2020	186,72	196,25	11664,18	11484,00
04-2020	186,46	195,75	11825,33	12192,00
05-2020	186,19	188,25	12081,62	12324,00
06-2020	185,93	180,50	12792,85	12805,00
07-2020	185,66	182,75	13731,23	13786,00
08-2020	185,40	187,75	14456,35	15367,00
09-2020	185,14	197,75	14663,90	14517,00
10-2020	184,87	205,25	14916,73	15156,00
11-2020	184,61	210,25	14698,81	16033,00
12-2020	184,35	213,25	16106,49	16613,00

3.1.2 Choix de la meilleure méthode

Il désormais nécessaire de sélectionner la meilleure méthode de prévision pour chacun des cours. En effet, la meilleure méthode sera ensuite utilisée pour prévoir les cours de l'année 2022. Pour ce faire, le critère de comparaison utilisé est le MSE, ce dernier est calculé comme la moyenne des erreurs quadratiques. la prévision minimisant le MSE sera sélectionnée.

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Où n est le nombre de périodes prévues (ici 12), Y_i , les valeurs réelles et \hat{Y}_i , les valeurs prévues. Il est également possible de calculer le critère RMSE tel que : $\text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}}$, ce dernier permettant de mieux évaluer la distance moyenne entre les valeurs prévues et les données empiriques.

Table 13: Critère MSE et RMSE pour la prévision des cours du blé et du nickel en 2020

Méthode	Blé		Nickel	
	MSE	RMSE	MSE	RMSE
Extrapolation	78,19	8,84	7501793	2738,94
LED	161,02	12,69	9445216	3073,31
Holt-Winter	192,20	13,86	525124	724,65

Ici, pour le blé, la meilleure méthode de prévision d'après le critère MSE est la prévision par extrapolation d'une droite de tendance. Pour le nickel la meilleure méthode est celle du lissage de Holt-Winters. Ces deux méthodes sont sélectionnées.

3.1.3 Prévision pour 2022

Les méthodes retenues sont donc utilisées sur les échantillons 2019-2016 du blé et du nickel pour prévoir les cours de 2022. L'objectif ici étant de prévoir 2022 avec des échantillons ne comportant pas la période de crise sanitaire liée à la pandémie de Covid-19.

Table 14: Prévision du cours du blé et du nickel en 2022 avec échantillons ante-Covid-19

Mois	Blé (€)		Nickel (\$)	
	Valeurs prévues	Valeurs réelles	Valeurs prévues	Valeurs réelles
01-2022	214,01	266,00	22595,97	22328,00
02-2022	214,96	322,50	23029,39	24282,00
03-2022	215,91	369,50	23471,11	32107,00
04-2022	216,87	400,75	23921,31	31771,00
05-2022	217,83	392,25	24380,15	28392,00
06-2022	218,79	350,25	24847,78	22698,00
07-2022	219,76	343,00	25324,39	23619,00
08-2022	220,73	332,25	25810,14	21411,00
09-2022	221,71	356,75	26305,20	21107,00
10-2022	222,69	352,25	26809,76	21809,00
11-2022	223,68	326,50	27324,00	26987,00
12-2022	224,67	309,25	27848,10	30048,00
MSE	16645,29		19816354,21	

Les MSE ci dessus seront par la suite comparés aux MSE des méthodes utilisées sur les échantillons (2016-2021) afin de vérifier si la période de Covid19 a réellement eu un impact sur la prévision du cours de 2022.

3.2 Échantillon 2016-2021

La démarche emprunté ici est la même que celle de la sous-partie précédente. L'objectif est de prévoir les cours du blé et du nickel pour l'année 2022, les échantillons utilisés seront les échantillons couvrant 2016 jusqu'à 2021. Prévoir grace à ces échantillons, permet d'intégrer à la modélisation la période de crise liée à la pandémie de Covid-19. La situation conjoncturelle n'ayant pas réellement connue d'accalmie en raison du changement climatique et en particulier de la guerre en Ukraine, l'ajout de la période Covid-19 permettra potentiellement aux différentes méthodes de mieux intégrer les variations importantes.

3.2.1 Prévision pour 2022

De manière analogue, les trois méthodes traditionnelles utilisées sont l'extrapolation d'une droite de tendance, le lissage exponentiel double, et le lissage exponentiel de Holt-Winters. Elles seront par la suite comparées entre elles ainsi qu'à la prévision faite pour 2022 dans la partie précédente par le biais du critère MSE.

Extrapolation d'une droite de tendance

Les paramètres de la droite de tendance sont estimés grâce à la méthode des MCO, ils sont pour le blé et le nickel tous significativement différents de 0. Les résidus des droites sont pour les deux matières premières soumis à de l'hétéroscédasticité ainsi qu'à de l'autocorrélation, malgré cela ils sont normalement distribués. Les résidus du blé et du nickel ne suivent donc pas un bruit blanc, cependant le modèle est quand même utilisé pour prévoir 2022, les paramètres étant tout de même significatifs¹⁹.

Lissage exponentiel double (LED)

Les constantes de lissage pour les séries de blé et de nickel sont calculées et minimisent la somme des carrés des écarts prévisionnels. Pour le blé $\lambda = 0,37$, cela veut dire que la mémoire du phénomène est forte, une plus grande pondération est appliquée aux observations passées. Pour le nickel, $\lambda = 0,5$, cela veut dire que la mémoire n'est ni forte, ni faible, la prévision accorde autant d'importance au passé que au présent²⁰.

Lissage exponentiel de Holt-Winters

Ici, le lissage de Holt-Winters pour le blé revient à un led sur deux paramètres : la moyenne et la tendance. Les constantes de lissages sont calculées de la même façon que pour un LED²¹:

$$\alpha = 0,73 \qquad \beta = 0$$

En revanche, l'échantillon 2016-2021 du nickel présente de la saisonnalité additive, dans ce cas là l'échantillon «brut» (non corrigé des variations saisonnières) est utilisé, et la composante saisonnière est donc lissée par un lissage exponentiel saisonnier de Winters. Les constantes de lissage sont :

$$\alpha = 0,9 \qquad \beta = 0 \qquad \gamma = 0$$

Les valeurs prévues du cours du blé en 2020 par les trois méthodes sont calculées et dans le tableau ci dessous :

¹⁹Voir annexe C.2.1 p. 41

²⁰Voir annexe C.2.2 p. 45

²¹Voir annexe C.2.3 p. 46

Table 15: Prévisions du cours du blé en 2022 par différentes méthodes de prévision

(en €) Mois	Valeurs prévues par Extrapolation	Valeurs prévues par LED	Valeurs prévues par HW	Valeurs Réelles
01-2022	234,33	292,14	280,78	266,00
02-2022	235,80	301,04	282,51	322,50
03-2022	237,28	310,20	284,25	369,50
04-2022	238,76	319,65	286,00	400,75
05-2022	240,26	329,38	287,76	392,25
06-2022	241,76	339,41	289,53	350,25
07-2022	243,28	349,75	291,31	343,00
08-2022	244,80	360,40	293,11	332,25
09-2022	246,33	371,37	294,91	356,75
10-2022	247,88	382,68	296,73	352,25
11-2022	249,43	394,33	298,55	326,50
12-2022	250,99	406,34	300,39	309,25

Il est dans un premier temps ici facilement remarquable que les modèles traditionnels ont relativement du mal à prévoir l'année 2022, hautement volatile dû à l'invasion Russe en Ukraine, le critère MSE permettra donc de discriminer la meilleure méthode.

Les valeurs du nickel sont pareillement calculées et dans le tableau ci dessous :

Table 16: Prévisions du cours du nickel en 2022 par différentes méthodes de prévision

(en \$) Mois	Valeurs prévues par Extrapolation	Valeurs prévues par LED	Valeurs prévues par HW	Valeurs Réelles
01-2022	18780,42	21472,00	21039,45	22328,00
02-2022	19149,75	22376,20	21558,85	24282,00
03-2022	17740,34	21185,63	20351,32	32107,00
04-2022	18229,36	22248,81	20923,61	31771,00
05-2022	18230,73	22740,26	20797,59	28392,00
06-2022	19132,73	24390,70	21631,74	22698,00
07-2022	20504,99	26715,48	23198,64	23619,00
08-2022	21845,07	29087,93	24336,37	21411,00
09-2022	20485,09	27877,46	23365,18	21107,00
10-2022	21129,49	29387,35	23984,39	21809,00
11-2022	20272,23	28815,69	23297,93	26987,00
12-2022	20883,14	30337,46	23608,95	30048,00

L'analyse tacite est similaire à celle de la prévision du blé, le critère MSE permettra de choisir la meilleure méthode. Il reste cependant à remarquer que pour les deux matières premières, l'extrapolation d'une droite de tendance semble être la moins bonne méthode.

3.2.2 Choix de la meilleure méthode

Afin de sélectionner les meilleures de prévisions pour le blé et le nickel en 2022, les critères MSE des différentes méthodes sont comparées. La prévision minimisant le critère sera

choisie pour prévoir 2023.

Table 17: Critère MSE et RMSE pour la prévision des cours du blé et du nickel en 2022

Méthode	Blé		Nickel	
	MSE	RMSE	MSE	RMSE
LED	11427,19	106,90	57040109	7552,49
Holt-Winter	2609,42	51,08	35361885	5946,59
Extrapolation	4069,21	63,79	33115542	5754,61
Prévision (2016-2019)	16645,29	129,02	19816354	4451,56

Pour le blé, la méthode qui minimise le critère RMSE est celle du lissage exponentiel de Holt-Winters. Pour le nickel, c'est la méthode de Holt-Winters sur l'échantillon 2016-2019 qui minimise le MSE. L'ajout de la période de pandémie de Covid-19 aura été utile pour prévoir le cours du blé, mais pas le cours du nickel.

Les méthodes et échantillons choisis sont donc :

- **Blé** : Lissage exponentiel de Holt-Winter sur l'échantillon 2016-2021.
- **Nickel** : Lissage exponentiel de Holt-Winter sur l'échantillon 2016-2019.

En effet les prévisions des cours en 2022 (grâce aux méthodes sélectionnées) seront par la suite comparées à une autre famille de méthodes, les processus aléatoires (ARMA).

4 Prédiction selon la méthodologie de Box & Jenkins

4.1 Présentation de la méthode

Lors de des prévisions faites grace aux méthodes traditionnelles, il a été possible de montrer que les résidus des prévisions n'étaient pas des bruits blancs. En effet, les méthodes traditionnelle s'avèrent le plus souvent inefficaces lors de prévisions de chroniques économiques, en particulier financières. Une partie des informations est donc perdue, mal modélisée par les lissages ou extrapolations. Une autre classe de méthodes de modélisation de séries temporelles peut donc être utilisée pour modéliser le cours du blé et du nickel : les processus aléatoires ARMA.

La démocratisation de l'utilisation des processus aléatoires dans le domaine de la modélisation économique remonte aux années 1970. A cette époque, deux statisticiens, George Box et Gwilym Jenkins mettent au point une méthode itérative de prévision de séries temporelles basée sur les processus aléatoires ARMA.

La première étape de cet algorithme est de transformer la série de base, c'est à dire procéder a une transformation logarithmique en cas de forte variations, corriger les variations saisonnières en cas de saisonnalité, et finalement corriger la tendance si il y en à une. Cette étape de transformation vise donc à rendre stationnaire une série temporelle pour que ses caractéristiques se rapprochent le plus à celles d'un processus ARMA. En effet, la méthodologie de Box et Jenkins est bâtie sur la modélisation de chroniques stationnaires, or les séries économiques ou financières sont rarement la réalisation de de processus aléatoires stationnaires. Il faut donc réaliser un test de racine unitaire pour déterminer si la série est stationnaire ou non, et si elle ne l'est pas, identifier le type de non-stationnarité.

Les types de processus non-stationnaires les plus fréquents sont :

- **Les processus DS** (*Differency Stationary*) représentent la non-stationnarité aléatoire, forme la plus commune des chroniques financières.
- **Les processus TS** (*Trend Stationary*) représentent la non-stationnarité déterministe.

Si la série est un DS, il faut appliquer un filtre aux différences pour corriger la stationnarité. Au contraire si c'est un TS, la stationnarité est corrigée par la méthode des moindres carrés ordinaires.

Lorsque la série est stationnaire, vient alors l'étape d'identification. Les caractéristiques des fonctions d'autocorrélation et autocorrélation partielle de la chronique sont comparées à celles de processus ARMA théoriques, ceci permet d'identifier l'ordre du processus ARMA sous-jacent.

La troisième étape est l'étape de d'estimation, les paramètres du processus ARMA identifié sont estimés par la méthode des MCO. Pour rappel, un $\text{ARMA}(p, q)$ est une combinaison linéaire de processus autorégressif à l'ordre p $\text{AR}(p)$ et de processus moyenne mobile à l'ordre q $\text{MA}(q)$ tel que :

$$x_t = \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

Une fois que les paramètres du modèle ont été estimés, s'en suit l'étape de tests de validation du modèle. En effet, si le modèle ne répond pas aux critères attendus d'un bon modèle ARMA, alors il faut revenir à l'étape d'identification afin d'identifier si possible, un meilleur modèle. Ces critères peuvent être classés de la sorte :

- Minimisation des critères d'information construits pour les ARMA.
- Stationnarité de la partie AR et inversibilité de la partie MA.
- Significativité des paramètres estimés et du coefficient de détermination.
- Les résidus suivent un bruit blanc gaussien.
- Respect du principe de parcimonie.

Si le modèle estimé respecte la majorité des éléments de la liste, il alors est possible de passer à la cinquième et dernière étape : la prévision. Une fois la prévision faite, il est nécessaire de recolorer la chronique, c'est à dire re-transformer la chronique à son état d'origine.

Maintenant que les étapes de l'algorithme ont été explicités, ce dernier est utilisé afin de prévoir les valeurs des cours du blé et du nickel. La stratégie est sensiblement la même que celle de la partie 3, c'est à dire : une prévision pour 2022 grace aux échantillons 2016-2019, puis une prévision pour 2022 grace aux échantillons 2016-2021, les échantillons utilisés étant ceux ayant été transformés logarithmiquement et corrigés des variations saisonnières si besoin. Les meilleurs modèles seront par la suite comparés aux méthodes traditionnelles afin de déterminer la méthode à utiliser pour prévoir 2023.

4.2 Test de racine unitaire

La type de non-stationnarité revêt une grande importance lorsqu'il s'agit de traiter des données statistiques d'une série temporelle. Pour cela qu'il est primordial d'identifier si la chronique est un DS ou un TS, une mauvaise stationnarisation pouvant grandement fausser les résultats. Plusieurs tests permettent de répondre à cette problématique, ce sont les tests de recherche de racine unitaire, parmi eux, le premier à avoir été mis au point est celui de Dickey-Fuller. Pour ce travail, le test de Philip-Perron est utilisé, il s'agit d'une extension de celui de Dickey-Fuller qui permet de prendre en compte les erreurs hétéroscédastiques et/ou autocorrélées.

La stratégie de test de Philip-Perron est la même que celle du test de Dickey-Fuller augmenté, elle consiste en une estimation séquentielle de trois modèles : un AR(1) avec tendance et constante, un AR(1) avec constante, et un AR(1) simple. A chacune des étapes deux tests sont fait :

- Un test de présence de racine unitaire H_0 (l'hypothèse alternative H_1 étant stationnarité de la chronique).
- Un test d'hypothèse jointe, permettant de valider la présence de racine unitaire et de différencier TS et DS.

4.2.1 Echantillon 2016-2019

Dans un premier temps, la stratégie de test de racine unitaire est fait sur les échantillons 2016-2019 des cours du blé et du nickel.

• Test de racine unitaire sur le cours blé

Le modèle 3 est estimé, c'est un AR(1) avec tendance et constante :

$$x_t = c + bt + \phi_1 x_{t-1} + a_t$$

L'hypothèse de présence de racine unitaire est testée.

- Hypothèse :

$H_0 : \phi_1 = 1$	Présence de racine unitaire.
$H_1 : \phi_1 < 1$	Stationnarité du processus.

- Statistique de test :

$$t_c = \frac{\tilde{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\tilde{\phi}_1}}$$

- **Règle de décision :** Pour un niveau de test à 5%, la statistique de student calculée est ensuite comparée à la statistique de student ajustée de la table de Dickey-Fuller (annexe). Si la statistique calculée est supérieure au seuil, alors l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire est acceptée.

- Application :

$$t_c = -2,67$$

D'autre part, la statistique de student ajustée lue dans la table de Dickey-Fuller est $t_{ajs} = -3,51$. La statistique calculée est donc supérieure au seuil critique, l'hypothèse H_0 est acceptée au risque de 5%, il y a présence de racine unitaire.

Afin de distinguer TS de DS, il faut à présent tester l'hypothèse jointe H_0^3

- Hypothèse :

$H_0^3 : (c; b; \phi_1) = (c; 0; 1)$
$H_1^3 : \text{Au moins un des paramètres est différent.}$

- Statistique de test :

$$F_3 = \frac{(SCR_c^3 - SCR_3)/2}{SCR_3/(n-3)}$$

Où SCR_3 est la somme des carrés des résidus du modèle 3 et SCR_c^3 la somme des carrés des résidus du modèle 3 contraint sous l'hypothèse H_0^3 tel que : $SCR_c^3 = \sum_t (x_t - x_{t-1} - \hat{c})^2$.

- **Règle de décision :** La statistique de Fisher calculée est par la suite comparée à la statistique de Fisher tabulée de Dickey-Fuller. Si F_3 est inférieur au seuil critique lu dans la table pour un niveau de test à 5%, alors H_0^3 est acceptée.

- **Application :**

$$F_3 = \frac{(0,100994 - 0,087023)/2}{0,087023/(47 - 3)} = 3,53$$

La statistique lue dans la table de Dickey-Fuller est $\Phi_3 = 6,73$; or F_3 est inférieure à Φ_3 . L'hypothèse H_0^3 Est donc acceptée au risque de 5%.

En suivant le diagramme de stratégie de test de racine unitaire, il est désormais nécessaire de tester l'hypothèse jointe H_0^2 .

- **Hypothèse :**

$$H_0^2 : (c; b; \phi_1) = (0; 0; 1)$$

$$H_1^2 : \text{Au moins un des paramètres est différent.}$$

- **Statistique de test :**

$$F_2 = \frac{(SCR_c - SCR_3)/3}{SCR_3/(n - 3)}$$

Où SCR_c est la somme des carrés des résidus du modèle 3 contraint sous l'hypothèse H_0^2 , il s'agira donc ici de la somme des carrés de la différence première du cours en log du blé.

- **Règle de décision :** Si la statistique F_2 est inférieure à la statistique lue dans la table de Dickey-Fuller pour un niveau de test de 5%, alors H_0^2 est acceptée.

- **Application :**

$$F_2 = \frac{(0,101423 - 0,087023)/3}{0,087023/(47 - 3)} = 2,43$$

De plus, la statistique de Fisher lue dans la table de Dickey-Fuller $\Phi_2 = 5,13$ est supérieure à la statistique calculée. L'hypothèse H_0^2 est donc acceptée au risque de 5%.

Pour le moment, d'après le diagramme, le cours du blé ne peut pas être un TS. Il est maintenant nécessaire d'estimer le modèle 2, qui est identique au modèle 3 à l'exception de l'absence de tendance.

$$x_t = c + \phi_1 x_{t-1} + a_t$$

De manière séquentielle, comme pour le modèle 3, l'hypothèse de présence de racine unitaire est testée.

- **Hypothèse :**

$$H_0 : \phi_1 = 1$$

Présence de racine unitaire.

$$H_1 : |\phi_1| < 1$$

Stationnarité du processus.

- **Statistique de test :**

$$t_c = \frac{\tilde{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\tilde{\phi}_1}}$$

- **Règle de décision :** La statistique de student calculée est comparée à la statistique de student tabulée de Dickey-Fuller pour un niveau de test à 5%. Si la statistique calculée est supérieure au seuil critique, alors l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire est acceptée.

- **Application :**

$$t_c = -1,73 > t_{ajs} = -2,93$$

L'hypothèse H_0 est donc acceptée au risque de 5%, il y a présence de racine unitaire.

Un test d'hypothèse jointe H_0^1 est ensuite fait afin de valider la présence de racine unitaire et tester la nullité de la constante c .

- **Hypothèse :**

$$H_0^1 : (c; \phi_1) = (0; 1)$$

$$H_1^1 : \text{Au moins un des paramètres est différent.}$$

- **Statistique de test :**

$$F_1 = \frac{(SCR_c - SCR_2)/2}{SCR_2/(n-2)}$$

Où SCR_2 est la somme des carrés des résidus du modèle 2 non contraint.

- **Règle de décision :** Si la statistique F_2 est inférieure à la statistique lue dans la table de Dickey-Fuller pour un niveau de test de 5%, alors H_0^2 est acceptée.

- **Application :**

$$F_1 = \frac{(0,101423 - 0,094683)/2}{0,094683/(47-2)} = 1,60$$

Cette statistique est inférieure à la statistique de Fisher lue dans la table de Dickey-Fuller $\Phi_1 = 4,86$. L'hypothèse H_0^2 est donc acceptée au risque de 5%.

D'après le diagramme, il faut maintenant tester la nullité de la moyenne du cours du blé. En effet, si il s'avère que la moyenne n'est pas nulle alors le processus sous-jacent est un DS.

- **Hypothèse :**

$$H_0 : \mu = 0$$

$$H_1 : \mu \neq 0$$

- **Règle de décision :** La statistique calculé est un student et elle est comparée à la distribution bilatérale de la loi de Student qui converge vers une loi normale centrée réduite. Si la statistique calculée est inférieure à 1,96, alors H_0 est acceptée au risque de 5%.

- **Application :** Ici $t_c = 400 > 1,96$, l'hypothèse de nullité de la moyenne est donc rejetée au risque de 5%.

La moyenne du cours du blé n'étant pas nulle, il est possible de conclure que le processus générateur de la chronique est un DS sans dérive $\Delta x_t = a_t$. Pour le rendre stationnaire il est donc nécessaire d'appliquer un filtre aux différences premières. Soit x_t le cours en log du blé :

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$$

• **Test de racine unitaire sur le cours nickel**

La même stratégie (annexe) est utilisée afin de déterminer si le cours du nickel est stationnaire, et dans le cas contraire, identifier le type de non-stationnarité. Dans un premier temps, le modèle 3 est estimé, c'est un AR(1) avec tendance et constante. A partir de ce modèle l'hypothèse de présence de racine unitaire est ensuite testée.

- **Hypothèse :**

$$\begin{array}{ll} H_0 : \phi_1 = 1 & \text{Présence de racine unitaire.} \\ H_1 : |\phi_1| < 1 & \text{Stationnarité du processus.} \end{array}$$

- **Statistique de test :**

$$t_c = \frac{\tilde{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\tilde{\phi}_1}} = -3,04$$

- **Règle de décision :** La statistique calculée est comparée au seuil critique lu dans la table de Dickey-Fuller (annexe). Si la statistique calculée est supérieure à ce seuil, alors l'hypothèse de présence de racine unitaire est acceptée.

- **Application :** La statistique de student ajustée lue dans la table de Dickey-Fuller est $t_{ajs} = -3,51$. Or $t_c > t_{ajs}$, H_0 est acceptée au risque de 5%, il y a une racine unitaire.

Il est maintenant nécessaire de tester l'hypothèse jointe pour différencier TS de DS.

- **Hypothèse :**

$$\begin{array}{l} H_0^3 : (c; b; \phi_1) = (c; 0; 1) \\ H_1^3 : \text{Au moins un des paramètres est différent.} \end{array}$$

- **Statistique de test :**

$$F_3 = \frac{(SCR_c^3 - SCR_3)/2}{SCR_3/(n-3)} = 4,44$$

- **Règle de décision :** La statistique calculée est comparée à celle lue dans la table de Dickey-Fuller. Si F_3 est inférieure à celle lue pour un niveau de 5%, alors H_0^3 est acceptée.

- **Application :** La statistique lue dans la table de Dickey-Fuller est $\Phi_3 = 6,73$; or $F_3 < \Phi_3$. L'hypothèse H_0^3 est acceptée au risque de 5%.

L'hypothèse jointe H_0^2 est testée.

- **Hypothèse :**

$$\begin{array}{l} H_0^2 : (c; b; \phi_1) = (0; 0; 1) \\ H_1^2 : \text{Au moins un des paramètres est différent.} \end{array}$$

- **Statistique de test :**

$$F_2 = \frac{(SCR_c - SCR_3)/3}{SCR_3/(n-3)} = 3,19$$

-
- **Règle de décision** : Si la statistique $F_2 < \Phi_2$ pour un niveau de test de 5%, alors H_0^2 est acceptée.

- **Application** : $F_2 < \Phi_2 = 5,13$. Alors H_0^2 est acceptée au risque de 5%.

Le cours du nickel ne peut pas être considéré comme un TS. Par conséquent, il faut estimer le modèle 2. Il convient ensuite de tester l'hypothèse de présence de racine unitaire

- **Hypothèse** :

$$\begin{array}{ll} H_0 : \phi_1 = 1 & \text{Présence de racine unitaire.} \\ H_1 : |\phi_1| < 1 & \text{Stationnarité du processus.} \end{array}$$

- **Statistique de test** :

$$t_c = \frac{\tilde{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\tilde{\phi}_1}} = -1,81$$

- **Règle de décision** : Si pour un niveau de test à 5%, le student calculé est supérieur au student ajusté de Dickey-Fuller alors H_0 est acceptée.

- **Application** : $t_c > t_{ajs} = -2.93$. Alors H_0 est acceptée au risque de 5%.

Afin de valider la présence de racine unitaire ainsi que tester la significativité de la constante, le test d'hypothèse jointe H_0^1 est fait.

- **Hypothèse** :

$$\begin{array}{l} H_0^1 : (c; \phi_1) = (0; 1) \\ H_1^1 : \text{Au moins un des paramètres est différent.} \end{array}$$

- **Statistique de test** :

$$F_1 = \frac{(SCR_c - SCR_2)/2}{SCR_2/(n-2)} = 2,16$$

- **Règle de décision** : Si la statistique $F_1 < \Phi_1$ pour un niveau de test de 5%, alors H_0^1 est acceptée.

- **Application** : $F_1 < \Phi_1 = 4,86$. Alors H_0^1 est acceptée au risque de 5%.

Un test de nullité de la moyenne du cours du nickel est fait :

- **Hypothèse** :

$$H_0 : \mu = 0 \qquad H_1 : \mu \neq 0$$

- **Règle de décision** : Si $t_c < U_{0,95}$, alors H_0 est acceptée au risque de 5%.

- **Application** : Ici $t_c = 340 > 1,96$. Donc H_0 est rejetée au risque de 5%.

La moyenne du cours du nickel n'est donc pas nulle, d'après le diagramme de stratégie de test de racine unitaire, le processus sous-jacent est un DS sans dérive. Un filtre aux différences premières est appliqué pour le rendre stationnaire.

4.2.2 Echantillon 2016-2021

Le même procédé que dans la partie précédente est utilisé pour déterminer si les échantillons incluant la période Covid-19 sont stationnaires ou non, et dans le cas échéant quel est type de non stationnarité.

Les séries étant les mêmes que celles testées précédemment seulement rallongées de deux ans, cela laisse à penser que les processus générateurs des échantillons 2016-2021 soient aussi des DS sans dérive. Pour éviter toute redondance, les deux tests seront donc synthétisés en un seul.

Le modèle 3 est estimé, puis test de racine unitaire H_0 est fait.

- **Hypothèse :**

H_0 : Présence de racine unitaire. H_1 : Stationnarité du processus.

- **Statistique de test :**

Blé		Nickel
$t_c = -2,66$	$>$	$t_c = -2,73$
$t_{ajs} = -3,47$	$>$	$t_{ajs} = -3,47$

- **Règle de décision :** H_0 acceptée au risque de 5% pour les deux. Il y a racine unitaire dans les deux cas.

Test d'hypothèse jointe H_0^3 .

- **Hypothèse :**

$$H_0^3 : (c; b; \phi_1) = (c; 0; 1)$$

- **Statistique de test :**

Blé		Nickel
$F_3 = 4,27$	$<$	$F_3 = 3,13$
$\Phi_3 = 6,49$	$<$	$\Phi_3 = 6,49$

- **Règle de décision :** $F_3 < \Phi_3$, alors H_0^3 est acceptée au risque de 5% pour les deux échantillons, il y a racine unitaire et le paramètre de pente est nulle.

Test d'hypothèse jointe H_0^2 .

- **Hypothèse :**

$$H_0^2 : (c; b; \phi_1) = (0; 0; 1)$$

- **Statistique de test :**

Blé		Nickel
$F_2 = 3,29$	$<$	$F_2 = 2,86$
$\Phi_2 = 4,88$	$<$	$\Phi_2 = 4,88$

- **Règle de décision :** $F_2 < \Phi_2$, alors H_0^2 est acceptée au risque de 5% pour les deux échantillons, la constante du modèle n'est pas significative.

Le modèle 2 est estimé, par la suite, un test de racine unitaire H_0 est fait.

- **Hypothèse :**

H_0 : Présence de racine unitaire. H_1 : Stationnarité du processus.

- **Statistique de test :**

Blé		Nickel	
$t_c = -2,66$	$>$	$t_c = -2,73$	$>$
$t_{ajs} = -3,47$		$t_{ajs} = -3,47$	

- **Règle de décision :** H_0 acceptée au risque de 5% pour les deux. Il y a racine unitaire dans les deux cas.

Test d'hypothèse jointe H_0^1 .

- **Hypothèse :**

$H_0^1 : (c; \phi_1) = (0; 1)$

- **Statistique de test :**

Blé		Nickel	
$F_1 = 0,77$	$<$	$F_1 = 1,26$	$<$
$\Phi_1 = 4,71$		$\Phi_1 = 4,71$	

- **Règle de décision :** $F_1 < \Phi_1$, alors H_0^1 acceptée au risque de 5% pour les deux échantillons, la constante du modèle n'est pas significative

Test de nullité de la moyenne

- **Hypothèse :**

$H_0 : \mu = 0$ $H_0 : \mu \neq 0$

- **Statistique de test :**

Blé	Nickel
$t_c = 287,06$	$t_c = 267,5$

- **Règle de décision :** $t_c > 1,96$, Pour les deux échantillons, H_0 est rejetée au risque de 5%, la moyenne n'est pas significative.

Le résultat est donc le même que celui trouvé précédemment, les processus générateurs du cours du blé et du nickel sur la période 2016-2021 ne sont pas stationnaires sont des DS sans dérive. Il faut appliquer un filtre aux différences premières afin de rendre stationnaire les séries.

4.3 Identification, validation et prévision des processus

La seconde étape de l'algorithme de Box et Jenkins est l'étape d'identification. En effet dès lors qu'une séries chronologiques a été rendue stationnaire, il est nécessaire d'identifier le processus ARMA le plus apte à s'assimiler aux données empiriques. Pour cela l'identification d'un processus ARMA se fait par la comparaison des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle de la série à celles de processus ARMA théoriques. En somme, un processus ARMA sera choisi si les FAC et FAP de ce dernier sont semblables à celle observées sur les cours du blé et du nickel (en différences premières).

4.3.1 Echantillon 2016-2019

Pour le blé, l'étude du corrélogramme (annexe) révèle des coefficients significatif au premier retard de la FAC et de la PAC. Cette configuration pourrait donc faire penser à celle d'un ARMA(1,1). Il serait judicieux de considérer la possibilité que le processus puisse être identifié comme un AR(1) ou MA(1). Afin de discriminer le modèle le plus pertinent 36 simulations de modèles ARMA sont faites (les ordres des processus allant de 0 à 5, par respect du principe de parcimonie). Le modèle choisi est celui qui est le plus apte à répondre à ces trois problématiques :

1. Minimisation du critère d'Akaike.
2. Significativité des paramètre(s) du modèle.
3. Qualité des résidus (non autocorrélation, homoscedasticité, normalité).

Grace à la table (annexe), il est rapidement possible de déterminer que le modèle répondant aux problématiques précédentes est un AR(1). En effet, le modèle minimise le critère d'Akaike, son paramètre est significatif et les résidus suivent un bruit blanc gaussien. Le modèle est donc utilisé afin de prévoir l'année 2022.

$$\Delta x_t = \phi_1 \Delta x_{t-1}$$

D'après cette modélisation, le cours du blé en différences premières dépend du cours en différences premières du mois précédent.

4.3.2 Echantillon 2016-2021

4.4 Prévision pour 2023

Conclusion

faire par sous périodes

A Analyse macro

B Analyse des séries chronologiques

B.1 Test ARCH

Table B.1: Test ARCH pour la série Blé

Heteroskedasticity Test: ARCH		Echantillon		2016-2019
F-statistic	9.401617	Prob. F(7,33)		0.0000
Obs*R-squared	27.30724	Prob. Chi-Square(7)		0.0003
Heteroskedasticity Test: ARCH		Echantillon		2016-2021
F-statistic	40.42172	Prob. F(7,57)		0.0000
Obs*R-squared	54.10140	Prob. Chi-Square(7)		0.0000

Table B.2: Test ARCH pour la série Nickel

Heteroskedasticity Test: ARCH		Echantillon		2016-2019
F-statistic	5.151741	Prob. F(7,33)		0.0005
Obs*R-squared	21.40896	Prob. Chi-Square(7)		0.0032
Heteroskedasticity Test: ARCH		Echantillon		2016-2021
F-statistic	27.04986	Prob. F(7,57)		0.0000
Obs*R-squared	49.96036	Prob. Chi-Square(7)		0.0000

B.2 Analyse graphique

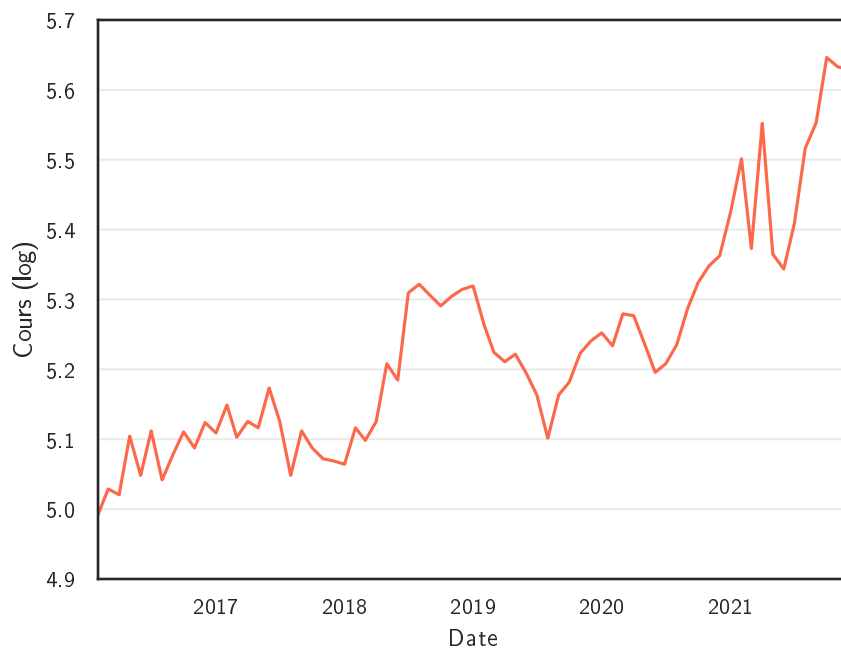


Figure B.1: Cours du blé (en logarithme)

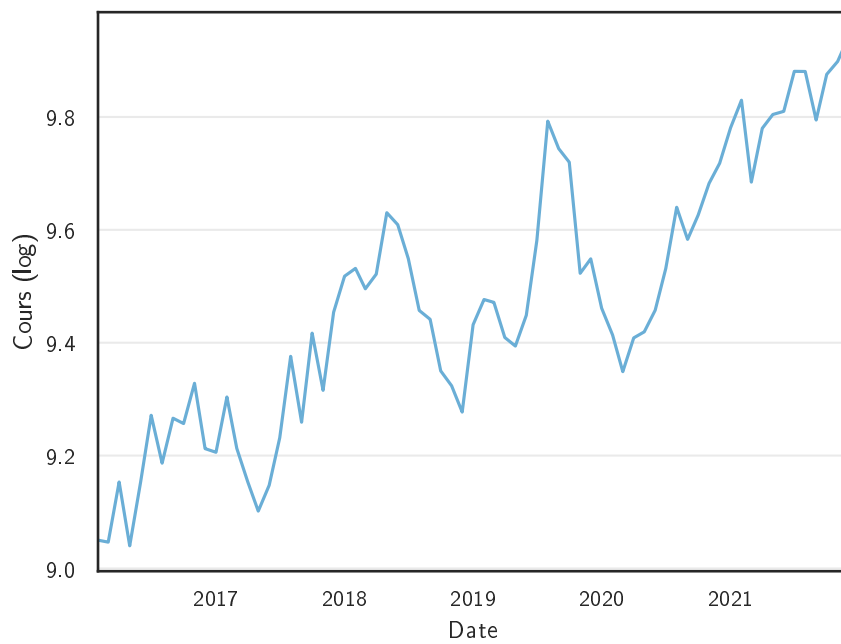


Figure B.2: Cours du nickel (en logarithme)

B.3 Analyse de la variance

B.3.1 Tableau de Buys-Ballot

Table B.3: Tableau de Buys-Ballot du blé (2016-2019)

	Jan.	Fév.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Jui.	Août	Sep.	Oct.	Nov.	Déc.	x_i	σ_i
2016	5.0983	4.9921	5.0288	5.0206	5.1044	5.0483	5.1120	5.0418	5.0783	5.1105	5.0876	5.1240	5.0706	0.0428
2017	5.1090	5.1489	5.1029	5.1255	5.1165	5.1733	5.1255	5.0483	5.1120	5.0876	5.0720	5.0689	5.1075	0.0350
2018	5.0642	5.1165	5.0983	5.1255	5.2081	5.1846	5.3095	5.3218	5.3058	5.2908	5.3045	5.3144	5.2203	0.0986
2019	5.3193	5.2640	5.2244	5.2109	5.2217	5.1943	5.1634	5.1014	5.1634	5.1818	5.2231	5.2404	5.2090	0.0552
$x_{\cdot j}$	5.1477	5.1304	5.1136	5.1206	5.1627	5.1501	5.1776	5.1283	5.1649	5.1677	5.1718	5.1869	$x_{\cdot\cdot}$	$\sigma_{\cdot\cdot}$
$\sigma_{\cdot j}$	0.1160	0.1118	0.0813	0.0779	0.0608	0.0685	0.0906	0.1317	0.1003	0.0914	0.1115	0.1111	5.1519	0.0881

Table B.4: Tableau de Buys-Ballot du blé (2016-2021)

	Jan.	Fév.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Jui.	Août	Sep.	Oct.	Nov.	Déc.	x_i	σ_i
2016	5.0983	4.9921	5.0288	5.0206	5.1044	5.0483	5.1120	5.0418	5.0783	5.1105	5.0876	5.1240	5.0706	0.0428
2017	5.1090	5.1489	5.1029	5.1255	5.1165	5.1733	5.1255	5.0483	5.1120	5.0876	5.0720	5.0689	5.1075	0.0350
2018	5.0642	5.1165	5.0983	5.1255	5.2081	5.1846	5.3095	5.3218	5.3058	5.2908	5.3045	5.3144	5.2203	0.0986
2019	5.3193	5.2640	5.2244	5.2109	5.2217	5.1943	5.1634	5.1014	5.1634	5.1818	5.2231	5.2404	5.2090	0.0552
2020	5.4250	5.5013	5.3730	5.5520	5.3648	5.3435	5.4083	5.5164	5.5530	5.6463	5.6330	5.6294	5.4955	0.1105
2021	5.2338	5.2794	5.2768	5.2378	5.1957	5.2081	5.2351	5.2870	5.3242	5.3483	5.3625	5.4250	5.2845	0.0691
$x_{\cdot j}$	5.2083	5.2170	5.1840	5.2120	5.2019	5.1920	5.2256	5.2194	5.2561	5.2775	5.2805	5.3003	$x_{\cdot\cdot}$	$\sigma_{\cdot\cdot}$
$\sigma_{\cdot j}$	0.1433	0.1745	0.1296	0.1832	0.0936	0.0941	0.1160	0.1887	0.1768	0.2070	0.2076	0.2060	5.2312	0.1552

Table B.5: Tableau de Buys-Ballot du nickel (2016-2019)

	Jan.	Fév.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Jui.	Août	Sep.	Oct.	Nov.	Déc.	x_i	σ_i
2016	9.0618	9.0502	9.0466	9.1532	9.0401	9.1532	9.2714	9.1866	9.2662	9.2567	9.3281	9.2123	9.1689	0.1013
2017	9.2058	9.3038	9.2128	9.1538	9.1016	9.1474	9.2316	9.3759	9.2591	9.4169	9.3156	9.4541	9.2649	0.1110
2018	9.5178	9.5317	9.4955	9.5215	9.6304	9.6091	9.5490	9.4572	9.4415	9.3501	9.3237	9.2771	9.4754	0.1105
2019	9.4319	9.4765	9.4715	9.4093	9.3941	9.4486	9.5812	9.7926	9.7439	9.7199	9.5230	9.5486	9.5451	0.1371
$x_{\cdot j}$	9.3043	9.3406	9.3066	9.3094	9.2916	9.3396	9.4083	9.4530	9.4277	9.4359	9.3726	9.3730	$x_{\cdot\cdot}$	$\sigma_{\cdot\cdot}$
$\sigma_{\cdot j}$	0.2084	0.2166	0.2154	0.1858	0.2736	0.2282	0.1822	0.2532	0.2271	0.2004	0.1004	0.1554	9.3636	0.1885

Table B.6: Tableau de Buys-Ballot du nickel (2016-2021)

	Jan.	Fév.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Jui.	Août	Sep.	Oct.	Nov.	Déc.	x_i	σ_i
2016	9.0618	9.0502	9.0466	9.1532	9.0401	9.1532	9.2714	9.1866	9.2662	9.2567	9.3281	9.2123	9.1689	0.1013
2017	9.2058	9.3038	9.2128	9.1538	9.1016	9.1474	9.2316	9.3759	9.2591	9.4169	9.3156	9.4541	9.2649	0.1110
2018	9.5178	9.5317	9.4955	9.5215	9.6304	9.6091	9.5490	9.4572	9.4415	9.3501	9.3237	9.2771	9.4754	0.1105
2019	9.4319	9.4765	9.4715	9.4093	9.3941	9.4486	9.5812	9.7926	9.7439	9.7199	9.5230	9.5486	9.5451	0.1371
2020	9.4611	9.4137	9.3487	9.4085	9.4193	9.4576	9.5314	9.6400	9.5831	9.6262	9.6824	9.7179	9.5242	0.1227
2021	9.7808	9.8297	9.6846	9.7798	9.8044	9.8099	9.8808	9.8806	9.7946	9.8755	9.8983	9.9406	9.8300	0.0691
$x_{\cdot j}$	9.4099	9.4343	9.3766	9.4044	9.3983	9.4376	9.5076	9.5555	9.5147	9.5409	9.5118	9.5251	$x_{\cdot\cdot}$	$\sigma_{\cdot\cdot}$
$\sigma_{\cdot j}$	0.2510	0.2579	0.2256	0.2369	0.2951	0.2583	0.2362	0.2635	0.2315	0.2382	0.2393	0.2738	9.4681	0.2371

B.3.2 ANOVA

Table B.7: Tableau d'analyse de la variance du blé (2016-2019)

Somme des carrés	Degrés de liberté	Désignation	Variance
0.0252	11	Variance période	0.0023
0.1984	3	Variance année	0.0661
0.1082	33	Variance résidu	0.0033

Table B.8: Tableau d'analyse de la variance du blé (2016-2021)

Somme des carrés	Degrés de liberté	Désignation	Variance
0.0951	11	Variance période	0.0086
1.3728	5	Variance année	0.2746
0.2657	55	Variance résidu	0.0048

Table B.9: Tableau d'analyse de la variance du nickel (2016-2019)

Somme des carrés	Degrés de liberté	Désignation	Variance
0.1420	11	Variance période	0.0129
1.1170	3	Variance année	0.3723
0.9454	33	Variance résidu	0.0286

Table B.10: Tableau d'analyse de la variance du nickel (2016-2021)

Somme des carrés	Degrés de liberté	Désignation	Variance
0.2675	11	Variance période	0.0243
3.2508	5	Variance année	0.6502
0.5399	55	Variance Résidus	0.0098

Table B.11: Analyse de la variance²²

Somme des carrés	Degré de liberté	Désignation	Variance
$S_p = N \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2$	$p - 1$	Variance Période	$V_p = \frac{S_p}{p-1}$
$S_A = P \sum_i (x_{i.} - x_{..})^2$	$N - 1$	Variance Année	$V_A = \frac{S_A}{N-1}$
$S_R = \sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2$	$(p - 1)(N - 1)$	Variance Résidu	$V_R = \frac{S_R}{(p-1)(N-1)}$
S_T	$N \times p - 1$	Variance Totale	$V_T = \frac{S_T}{N \times p - 1}$

²²Régis Bourbonnais & Michel Terraza. *Analyse des séries temporelles*. Dunod, 2016. DOI: 10.3917/dunod.bourb.2016.01. URL: <https://doi.org/10.3917/dunod.bourb.2016.01>.

B.4 Désaisonnalisation de l'échantillon (2016-2021) du Nickel

Table B.12: Tableau de Buys-Ballot classé du Nickel (2019-2021)

2016	Mai	Mars	Fev.	Jan.	Avr.	Juin	Aout	Dec.	Oct.	Sep.	Jui.	Nov.
2017	Mai	Juin	Avr.	Jan.	Mars	Jui.	Sep.	Fev.	Nov.	Aout	Oct.	Dec.
2018	Dec.	Nov.	Oct.	Sep.	Aout	Mars	Jan.	Avr.	Fev.	Jui.	Juin	Mai
2019	Mai	Avr.	Jan.	Juin	Mars	Fev.	Nov.	Dec.	Jui.	Oct.	Sep.	Aout
2020	Mars	Avr.	Fev.	Mai	Juin	Jan.	Jui.	Sep.	Oct.	Aout	Nov.	Dec.
2021	Mars	Avr.	Jan.	Sep.	Mai	Juin	Fev.	Oct.	Aout	Jui.	Nov.	Dec.

Table B.13: Estimation par les MCO du test de Buys-Ballot sur le Nickel (2019-2021)

Dependent Variable: σ_i				
Method: Least Squares				
Included observations: 6				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
x_i	-0.035433	0.046008	-0.770138	0.4842
C	0.444098	0.435722	1.019224	0.3657
R-squared	0.129131	Mean dependent var		0.108617
Adjusted R-squared	-0.088586	S.D. dependent var		0.022952
S.E. of regression	0.023947	Akaike info criterion		-4.364743
Sum squared resid	0.002294	Schwarz criterion		-4.434157
Log likelihood	15.09423	Hannan-Quinn criter.		-4.642611
F-statistic	0.593113	Durbin-Watson stat		1.361545
Prob(F-statistic)	0.484180			

Table B.14: Coefficients saisonniers prévisionnels pour 2022 du nickel

D 10.A Final seasonal component forecasts From 2022.Jan to 2022.Dec						
Observations	12					
Jan Jul	Feb Aug	Mar Sep	Apr Oct	May Nov	Jun Dec	AVGE
0.0100	0.0196	-0.0668	-0.0496	-0.0595	-0.0211	
0.0382	0.0916	0.01734	0.0384	-0.0130	0.0068	

C Prévision traditionnelle

C.1 Échantillon 2016-2019

C.1.1 Extrapolation d'une droite de tendance

Table C.1: Estimation par les MCO de l'échantillon 2016-2019 du blé

Dependent Variable: LBLE_19				
Method: Least Squares				
Sample: 2016M01 2019M12				
Included observations: 48				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
@TREND	0.004416	0.000674	6.548293	0.0000
C	5.048073	0.018398	274.3878	0.0000
R-squared	0.482449	Mean dependent var		5.151855
Adjusted R-squared	0.471198	S.D. dependent var		0.089014
S.E. of regression	0.064730	Akaike info criterion		-2.596423
Sum squared resid	0.192736	Schwarz criterion		-2.518457
Log likelihood	64.31416	Hannan-Quinn criter.		-2.566960
F-statistic	42.88014	Durbin-Watson stat		0.524474
Prob(F-statistic)	0.000000			

Table C.2: Estimation par les MCO de l'échantillon 2016-2019 du nickel

Dependent Variable: LNICHEL_19				
Method: Least Squares				
Sample: 2016M01 2019M12				
Included observations: 48				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
@TREND	0.011137	0.001153	9.657298	0.0000
C	9.101828	0.031460	289.3131	0.0000
R-squared	0.669691	Mean dependent var		9.363555
Adjusted R-squared	0.662510	S.D. dependent var		0.190534
S.E. of regression	0.110688	Akaike info criterion		-1.523421
Sum squared resid	0.563589	Schwarz criterion		-1.445454
Log likelihood	38.56209	Hannan-Quinn criter.		-1.493957
F-statistic	93.26340	Durbin-Watson stat		0.674312
Prob(F-statistic)	0.000000			

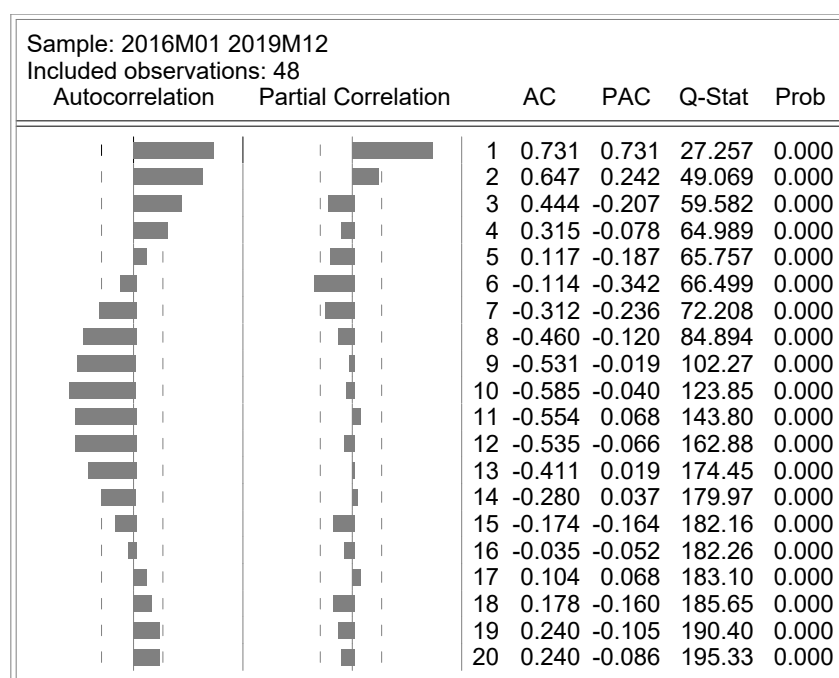


Figure C.1: Corrélogramme des résidus des MCO de l'échantillon 2016-2019 du blé

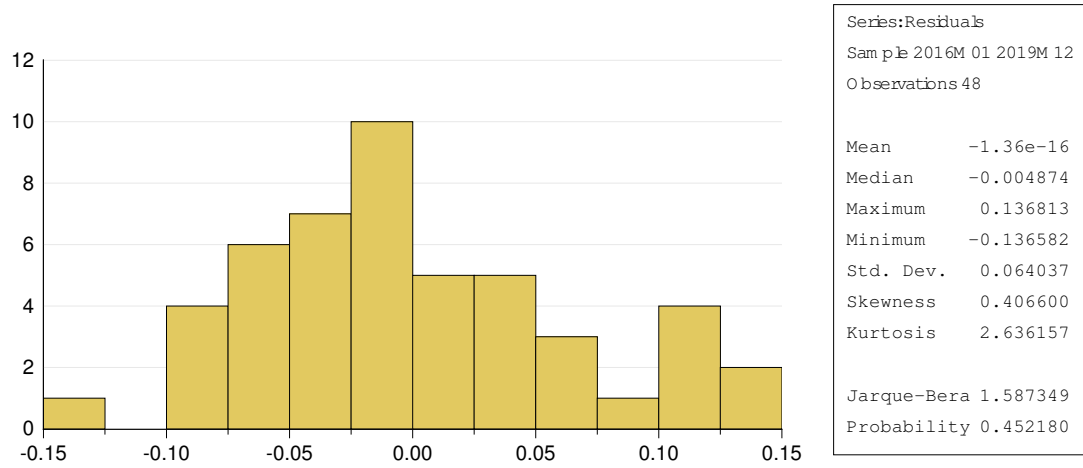


Figure C.2: Histogramme des résidus des MCO de l'échantillon 2016-2019 du blé

Table C.3: Test ARCH sur les résidus des MCO de l'échantillon 2016-2019 du blé

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	3.103962	Prob. F(7,33)	0.0125
Obs*R-squared	16.27762	Prob. Chi-Square(7)	0.0227
Test Equation:			
Dependent Variable: RESID^2			
Method: Least Squares			
Sample (adjusted): 2016M08 2019M12			
Included observations: 41 after adjustments			

C.1.2 Lissage exponentiel double

Table C.4: Détail des calculs du lissage exponentiel double²³

$\hat{x}_t = \lambda x_{t-1} + (1 - \lambda)\hat{x}_{t-1}$	Calcul du LES
$\hat{\hat{x}}_t = \lambda \hat{x}_t + (1 - \lambda)\hat{\hat{x}}_{t-1}$	Calcul du LED
$a_t = 2\hat{x}_t - \hat{\hat{x}}_t$	
$b_t = \frac{1}{\lambda}(\hat{x}_t - \hat{\hat{x}}_t)$	Avec $\bar{\lambda} = \frac{1 - \lambda}{\lambda}$
$x_{t-1,t}^p = a_t + b_t$	Calcul des valeurs prévues pour $t = 2, \dots, n + 1$
$x_{n,n+h}^p = a_{n+1} + b_{n+1} \times h$	Calcul des valeurs prévues pour $h = 2, 3, \dots$

²³Terraza, *Analyse des séries temporelles*.

Table C.5: Constante de lissage LED blé (2016-2019)

Sample: 2016M01 2019M12		
Included observations: 48		
Method: Double Exponential		
Original Series: LBLE_19		
Forecast Series: LBLE_19_LED		
Parameters:	Alpha	0.4280
Sum of Squared Residuals		0.104149
Root Mean Squared Error		0.046581

Table C.6: Constante de lissage LED nickel (2016-2019)

Sample: 2016M01 2019M12		
Included observations: 48		
Method: Double Exponential		
Original Series: LNICHEL_19		
Forecast Series: LNICHEL_19_LED		
Parameters:	Alpha	0.4700
Sum of Squared Residuals		0.467077
Root Mean Squared Error		0.098645

C.1.3 Lissage exponentiel de Holt-Winters

Table C.7: Détail des calculs du lissage de Holt et Winters pour schéma additif ²⁴

$a_t = \alpha(x_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$	Lissage de la moyenne
$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$	Lissage de la tendance
$S_t = \gamma(x_t - a_t) + (1 - \gamma)S_{t-p}$	Lissage de la Saisonnalité
$\hat{x}_{t+h} = (a_t + h \cdot b_t) + S_{t-p+h}$	$1 \leq h \leq p$
$\hat{x}_{t+h} = (a_t + h \cdot b_t) + S_{t-2p+h}$	$p + 1 \leq h \leq 2p$

²⁴Terraza, *Analyse des séries temporelles*.

Table C.8: Constantes de lissage HW blé (2016-2019)

Sample: 2016M01 2019M12		
Included observations: 48		
Method: Holt-Winters No Seasonal		
Original Series: LBLE_19		
Forecast Series: LBLE_19_HW		
Parameters:	Alpha	0.7800
	Beta	0.0000
Sum of Squared Residuals		0.095621
Root Mean Squared Error		0.044633

Table C.9: Constantes de lissage HW nickel (2016-2019)

Sample: 2016M01 2019M12		
Included observations: 48		
Method: Holt-Winters No Seasonal		
Original Series: LNICHEL_19		
Forecast Series: LNICHEL_19_HW		
Parameters:	Alpha	0.8900
	Beta	0.0000
Sum of Squared Residuals		0.378752
Root Mean Squared Error		0.088829

C.2 Échantillon 2016-2021

C.2.1 Extrapolation d'une droite de tendance

Table C.10: Estimation par les MCO de l'échantillon 2016-2021 du blé

Dependent Variable: LBLE_21				
Method: Least Squares				
Sample: 2016M01 2021M12				
Included observations: 72				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
@TREND	0.006244	0.000471	13.24514	0.0000
C	5.007174	0.019392	258.2090	0.0000
R-squared	0.714791	Mean dependent var		5.228833
Adjusted R-squared	0.710716	S.D. dependent var		0.154562
S.E. of regression	0.083132	Akaike info criterion		-2.109399
Sum squared resid	0.483760	Schwarz criterion		-2.046159
Log likelihood	77.93838	Hannan-Quinn criter.		-2.084223
F-statistic	175.4338	Durbin-Watson stat		0.473428
Prob(F-statistic)	0.000000			

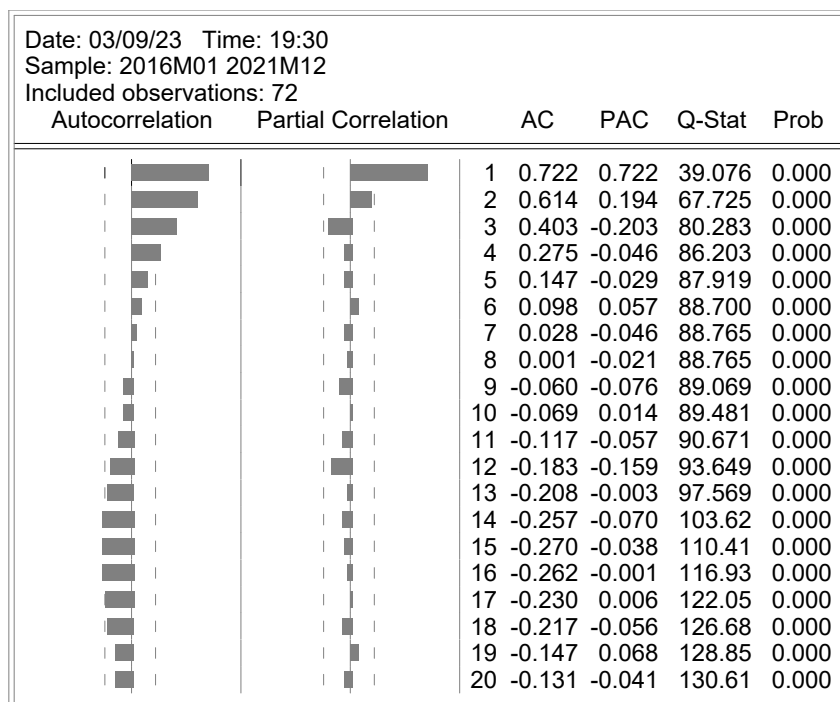


Figure C.3: Corrélograme des résidus des MCO de l'échantillon 2016-2021 du blé

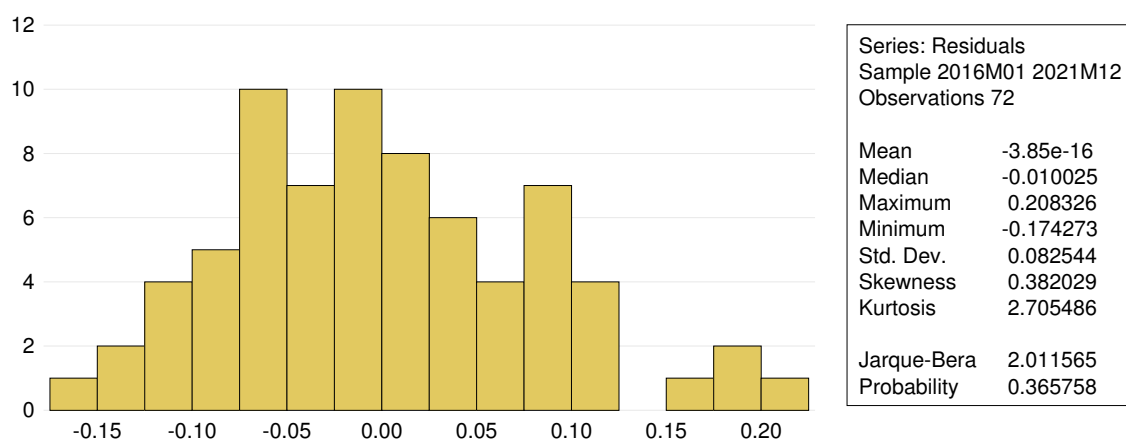


Figure C.4: Histogramme des résidus des MCO de l'échantillon 2016-2021 du blé

Table C.11: Test ARCH sur les résidus des MCO de l'échantillon 2016-2021 du blé

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	8.190606	Prob. F(7,57)	0.0000
Obs*R-squared	32.59501	Prob. Chi-Square(7)	0.0000
Test Equation:			
Dependent Variable: RESID^2			
Method: Least Squares			
Sample (adjusted): 2016M08 2021M12			
Included observations: 65 after adjustments			

Table C.12: Estimation par les MCO de l'échantillon 2016-2021 du nickel

Dependent Variable: SLNICKEL_21				
Method: Least Squares				
Sample: 2016M01 2021M12				
Included observations: 72				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
@TREND	0.009946	0.000625	15.91309	0.0000
C	9.114432	0.025711	354.5001	0.0000
R-squared	0.783434	Mean dependent var		9.467514
Adjusted R-squared	0.780340	S.D. dependent var		0.235170
S.E. of regression	0.110219	Akaike info criterion		-1.545304
Sum squared resid	0.850382	Schwarz criterion		-1.482063
Log likelihood	57.63093	Hannan-Quinn criter.		-1.520127
F-statistic	253.2265	Durbin-Watson stat		0.466778
Prob(F-statistic)	0.000000			

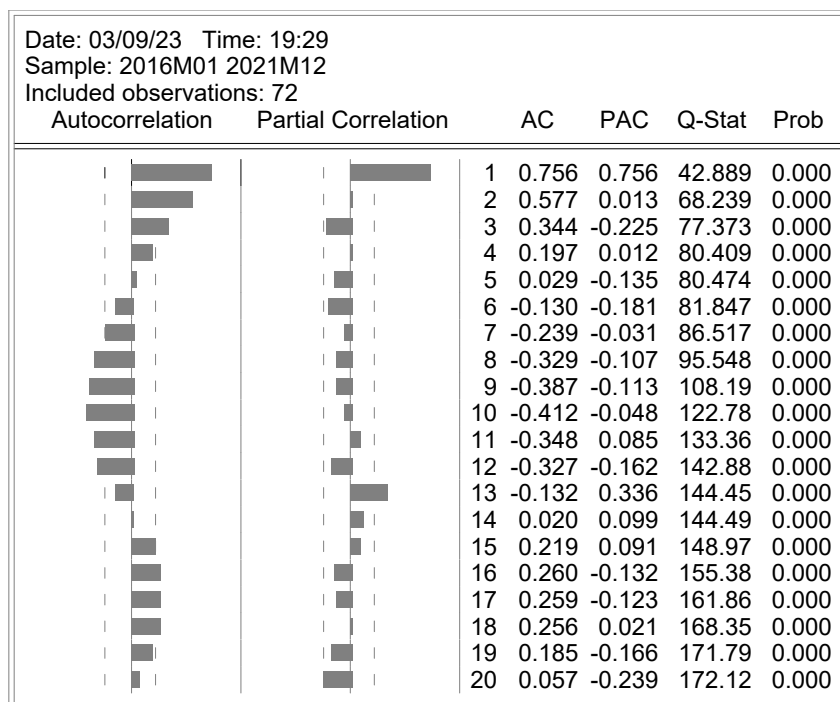


Figure C.5: Corrélogramme des résidus des MCO de l'échantillon 2016-2021 du nickel

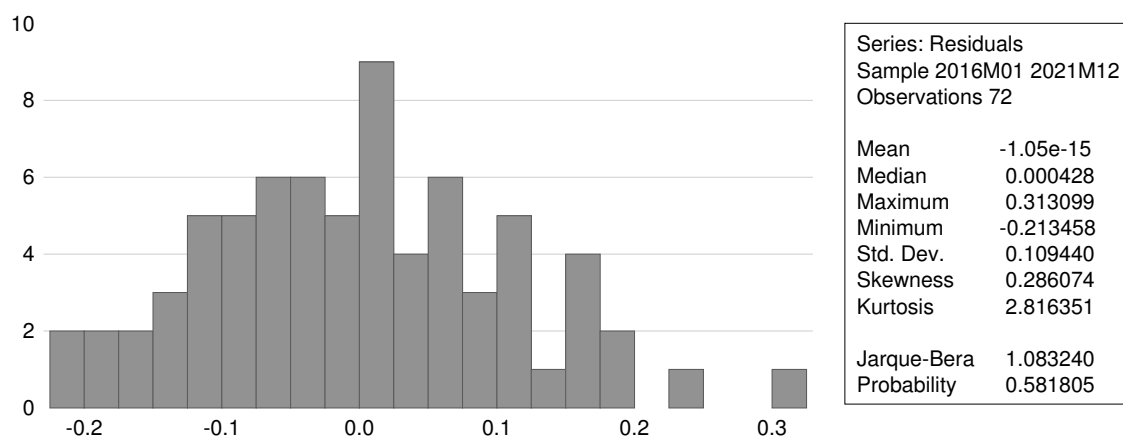


Figure C.6: Histogramme des résidus des MCO de l'échantillon 2016-2021 du nickel

Table C.13: Test ARCH sur les résidus des MCO de l'échantillon 2016-2021 du nickel

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	4.383482	Prob. F(7,57)	0.0006
Obs*R-squared	22.74618	Prob. Chi-Square(7)	0.0019
Test Equation:			
Dependent Variable: RESID^2			
Method: Least Squares			
Sample (adjusted): 2016M08 2021M12			
Included observations: 65 after adjustments			

C.2.2 Lissage exponentiel double

Table C.14: Constante de lissage LED blé (2016-2021)

Sample: 2016M01 2021M12		
Included observations: 72		
Method: Double Exponential		
Original Series: LBLE_21		
Forecast Series: LBLE_21_LED		
Parameters:	Alpha	0.3720
Sum of Squared Residuals		0.236817
Root Mean Squared Error		0.057351
End of Period Levels:	Mean	5.647243
	Trend	0.029996

Table C.15: Constante de lissage LED nickel (2016-2021)

Sample: 2016M01 2021M12		
Included observations: 72		
Method: Double Exponential		
Original Series: SLNICKEL_21		
Forecast Series: SLNICKEL_21_LED		
Parameters:	Alpha	0.5040
Sum of Squared Residuals		0.472073
Root Mean Squared Error		0.080973
End of Period Levels:	Mean	9.932757
	Trend	0.031719

C.2.3 Lissage exponentiel de Holt-Winters

Table C.16: Constantes de lissage HW blé (2016-2021)

Sample: 2016M01 2021M12		
Included observations: 72		
Method: Holt-Winters No Seasonal		
Original Series: LBLE_21		
Forecast Series: LBLE_21_HW		
Parameters:	Alpha	0.7300
	Beta	0.0000
Sum of Squared Residuals		0.209799
Root Mean Squared Error		0.053980

Table C.17: Constantes de lissage HW nickel (2016-2021)

Sample: 2016M01 2021M12		
Included observations: 72		
Method: Holt-Winters Additive Seasonal		
Original Series: LNICHEL_21		
Forecast Series: LNICHEL_21_HW		
Parameters:	Alpha	0.9000
	Beta	0.0000
	Gamma	0.0000
Sum of Squared Residuals		0.381191
Root Mean Squared Error		0.072762

D Prévision selon la méthodologie de Box-Jenkins

D.1 Test de racine unitaire

D.1.1 Echantillon 2016-2019

Bl 

Table D.1: Estimation du modèle 3 pour le bl  (2016-2019)

Null Hypothesis: LBLE_19 has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Bandwidth: 2 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel				
			Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic			-2.671980	0.2524
Test critical values:	1% level		-4.165756	
	5% level		-3.508508	
	10% level		-3.184230	
Phillips-Perron Test Equation				
Dependent Variable: D(LBLE_19)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 2016M02 2019M12				
Included observations: 47 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LBLE_19(-1)	-0.268617	0.101366	-2.649965	0.0111
C	1.355316	0.511357	2.650430	0.0111
@TREND("2016M01")	0.001295	0.000658	1.967975	0.0554
R-squared	0.138331	Mean dependent var		0.003023
Adjusted R-squared	0.099164	S.D. dependent var		0.046856
S.E. of regression	0.044473	Akaike info criterion		-3.326190
Sum squared resid	0.087023	Schwarz criterion		-3.208095
Log likelihood	81.16545	Hannan-Quinn criter.		-3.281750
F-statistic	3.531847	Durbin-Watson stat		2.151360
Prob(F-statistic)	0.037800			

Table D.2: Estimation du modèle 3 contraint sous H_0^3 pour le blé (2016-2019)

Dependent Variable: D(LBLE_19)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 2016M02 2019M12				
Included observations: 47 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003023	0.006835	0.442306	0.6603
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.003023
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.046856
S.E. of regression	0.046856	Akaike info criterion		-3.262412
Sum squared resid	0.100994	Schwarz criterion		-3.223047
Log likelihood	77.66668	Hannan-Quinn criter.		-3.247599
Durbin-Watson stat	2.480204			

Table D.3: Estimation du modèle 2 pour le blé (2016-2019)

Null Hypothesis: LBLE_19 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Bandwidth: 0 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel				
			Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic			-1.731845	0.4090
Test critical values:	1% level		-3.577723	
	5% level		-2.925169	
	10% level		-2.600658	
Phillips-Perron Test Equation				
Dependent Variable: D(LBLE_19)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 2016M02 2019M12				
Included observations: 47 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LBLE_19(-1)	-0.131600	0.075988	-1.731845	0.0902
C	0.680760	0.391395	1.739315	0.0888
R-squared	0.062486	Mean dependent var		0.003023
Adjusted R-squared	0.041652	S.D. dependent var		0.046856
S.E. of regression	0.045870	Akaike info criterion		-3.284382
Sum squared resid	0.094683	Schwarz criterion		-3.205653
Log likelihood	79.18298	Hannan-Quinn criter.		-3.254756
F-statistic	2.999285	Durbin-Watson stat		2.300599
Prob(F-statistic)	0.090152			

Table D.4: Test de nullité de la moyenne du cours du blé (2016-2019)

Hypothesis Testing for LBLE_19		
Sample (adjusted): 2016M01 2019M12		
Included observations: 48 after adjustments		
Test of Hypothesis: Mean = 0.000000		
Sample Mean = 5.151855		
Sample Std. Dev. = 0.089014		
Method	Value	Probability
t-statistic	400.9849	0.0000

Nickel

Table D.5: Estimation du modèle 3 pour le nickel (2016-2019)

Null Hypothesis: LNICKEl_19 has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Bandwidth: 3 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel				
			Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic			-3.039752	0.1327
Test critical values:	1% level		-4.165756	
	5% level		-3.508508	
	10% level		-3.184230	
Phillips-Perron Test Equation				
Dependent Variable: D(LNICKEl_19)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 2016M02 2019M12				
Included observations: 47 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNICKEl_19(-1)	-0.336008	0.113566	-2.958712	0.0050
C	3.071503	1.032301	2.975396	0.0047
@TREND("2016M01")	0.003490	0.001579	2.210577	0.0323
R-squared	0.167930	Mean dependent var		0.010357
Adjusted R-squared	0.130108	S.D. dependent var		0.090890
S.E. of regression	0.084771	Akaike info criterion		-2.036017
Sum squared resid	0.316192	Schwarz criterion		-1.917923
Log likelihood	50.84641	Hannan-Quinn criter.		-1.991578
F-statistic	4.440073	Durbin-Watson stat		1.929226
Prob(F-statistic)	0.017519			

Table D.6: Estimation du modèle 3 contraint sous H_0^3 pour le nickel (2016-2019)

Dependent Variable: D(LNICKEL_19)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 2016M02 2019M12				
Included observations: 47 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.010357	0.013258	0.781171	0.4387
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.010357
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.090890
S.E. of regression	0.090890	Akaike info criterion		-1.937285
Sum squared resid	0.380006	Schwarz criterion		-1.897920
Log likelihood	46.52620	Hannan-Quinn criter.		-1.922472
Durbin-Watson stat	2.247985			

Table D.7: Estimation du modèle 2 pour le blé (2016-2019)

Null Hypothesis: LNICKEL_19 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Bandwidth: 5 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel				
			Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic			-1.805265	0.3735
Test critical values:	1% level		-3.577723	
	5% level		-2.925169	
	10% level		-2.600658	
Phillips-Perron Test Equation				
Dependent Variable: D(LNICKEL_19)				
Method: Least Squares				
Date: 03/12/23 Time: 19:06				
Included observations: 47 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNICKEL_19(-1)	-0.131039	0.068346	-1.917289	0.0616
C	1.236833	0.639823	1.933087	0.0595
R-squared	0.075520	Mean dependent var		0.010357
Adjusted R-squared	0.054976	S.D. dependent var		0.090890
S.E. of regression	0.088356	Akaike info criterion		-1.973256
Sum squared resid	0.351308	Schwarz criterion		-1.894526
Log likelihood	48.37151	Hannan-Quinn criter.		-1.943629
F-statistic	3.675998	Durbin-Watson stat		2.131965
Prob(F-statistic)	0.061563			

Table D.8: Test de nullité de la moyenne du cours du nickel (2016-2019)

Hypothesis Testing for LNICHEL_19		
Sample (adjusted): 2016M01 2019M12		
Included observations: 48 after adjustments		
Test of Hypothesis: Mean = 0.000000		
Sample Mean = 9.363555		
Sample Std. Dev. = 0.190534		
Method	Value	Probability
t-statistic	340.4783	0.0000

D.2 Identification, validation, prévision

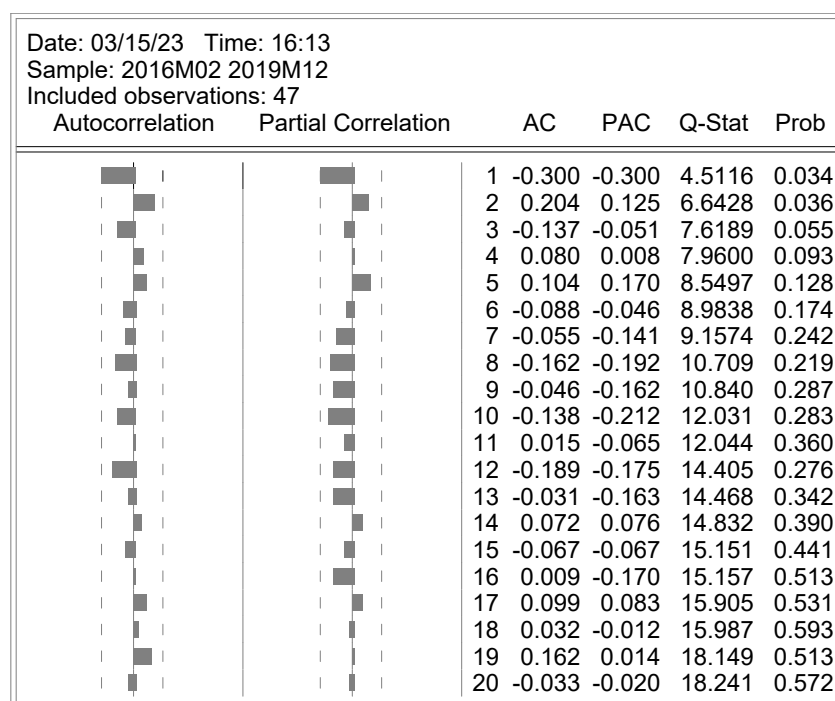


Figure D.1: Corréllograme du cours du blé en différences premières (2016-2019)

References

- Exchange, London Metal. *LME Nickel - Contrat specification : London Metal Exchange*. URL: <https://www.lme.com/en/Metals/Non-ferrous/LME-Nickel/Contract-specifications>.
- FAO. *Production: Crops and livestock products*. 2021. URL: <https://www.fao.org/faostat/en/#data/QCL>.
- Institute, Nickel. *About nickel and its applications*. 2021. URL: <https://nickelinstitute.org/en/about-nickel-and-its-applications/>.
- Survey, United States Geological. *Mineral Commodity Summaries - Nickel Statistics and Information*. 2023. URL: <https://pubs.usgs.gov/periodicals/mcs2023/mcs2023-nickel.pdf>.

Terraza, Régis Bourbonnais & Michel. *Analyse des séries temporelles*. Dunod, 2016. DOI: 10.3917/dunod.bourb.2016.01. URL: <https://doi.org/10.3917/dunod.bourb.2016.01>.