

DEVOIR MAISON

Ce devoir maison est à rendre pour le vendredi 22 décembre dernier délai. **Aucun devoir ne sera accepté après cette date.** Vous pouvez soit imprimer votre feuille et me rendre la version papier, soit m'envoyer le fichier par courrier électronique à l'adresse salmon@math.jussieu.fr, avec comme sujet de courrier : DM-nom-prénom. Dans ce cas veuillez rappeler le numéro de l'exercice au début de chaque exercice.

EXERCICE 1. Construire en utilisant la commande `seq` les listes suivantes :

- $[1, 4, 7, 10, 13, 16, 19]$
- $[i, -1, -i, 1, i, -1, -i, 1]$ où $i^2 = -1$
- $[t^3 - 1, t^5 - 2, t^7 - 3, t^9 - 4, t^{11} - 5]$

EXERCICE 2. Utiliser une procédure récursive qui prend en entrée une liste et qui renvoie le maximum de cette liste, sans utiliser la fonction `max` de Maple.

EXERCICE 3. Écrire une procédure qui prend en entrée un entier n et qui renvoie une liste de taille n de nombres tirés aléatoirement entre 0 et 9. Tester avec $n = 12$.

EXERCICE 4.

On considère le polynôme suivant :

$$P = x^3 + (1 - 3a)x^2 + (3a^2 - 2a)x + a^2 - a^3$$

- 1) Commencer par définir la fonction qui à x associe le polynôme ci-dessus.
- 2) Calculer les racines de P .
- 3) En utilisant les commandes `expand` et `collect`, développer $P(x)$ puis regrouper ses termes suivant les puissances de a .
- 4) On suppose que $a = -1$.
Calculer l'image de $1 + \sqrt{3}$ par P et donner un résultat simplifié.
- 5) Afficher la fonction P , ainsi que ses dérivées successives $P', P^{(2)}, P^{(3)}$ sur un même graphique (toujours en supposant que $a = -1$).

EXERCICE 5. Définir la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et le vecteur $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Calculer

A^2, A^{10} . Écrire une procédure qui renvoie en fonction de n le vecteur $B_n = A^n * b$. Si l'on note $B_n = \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix}$, créer la séquence p_1, \dots, p_{10} . Quel est le nom de la suite $(p_n)_{n \geq 1}$?

EXERCICE 6. Un couple de nombres premiers jumeaux est une paire de nombres premiers dont la différence est égale à 2. Construire l'ensemble des couples de nombres premiers jumeaux inférieur à 200. On représentera un couple sous la forme d'une liste à deux éléments : $[p_1, p_2]$

EXERCICE 7. Écrire une procédure *transformer* qui prend en entrée une matrice M et qui renvoie la matrice M à laquelle on a :

- divisé par 3 tous les coefficients de la ligne du milieu, si le nombre de lignes de M est impair.
- mis au carré tous les coefficients de la dernière colonne, sinon.

Utiliser l'aide si besoin (note de traduction : impair = odd en anglais).

EXERCICE 8. Une étude de fonction avec Maple.

- 1) Définir une fonction f telle que $f(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{x-2}$
- 2) (sans Maple) Quel est le domaine de définition D_f de f
- 3) Vérifier que f est continue.
- 4) Calculer les limites de f aux bornes de D_f
- 5) (sans Maple) f est-elle dérivable ? Sur quel ensemble
- 6) Calculer f' là où elle est définie.
- 7) Déterminer le signe de f'
- 8) Calculer un développement limité à l'ordre 5 en 0 de f .

EXERCICE 9. Donner une procédure qui prend en entrée un entier n et qui renvoie en sortie le nombre de zéro à la fin du nombre $n!$

Vérifier la procédure avec $n = 10, n = 15$ et $n = 20$.

Rem : on pourra par exemple aller voir la commande `ifactors` dans l'aide...