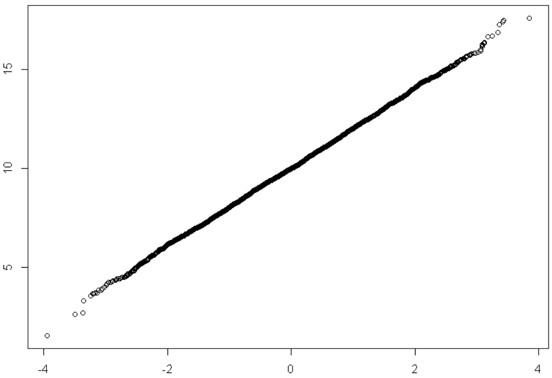
QCM N° 1 : Test

Pour tous les QCM, il y a au moins une réponse juste

Exercice 1. Le QQ-plot suivant peut être le QQ-plot de :



☐ Deux échantillons suivant des lois $\mathcal{U}(0,1)$

☐ Un échantillon suivant une loi $\mathcal{U}(-4,4)$ et un échantillon suivant une loi $\mathcal{N}(20,4)$

☐ Un échantillon suivant une loi $\mathcal{N}(0,1)$ et un échantillon suivant une loi $\mathcal{N}(10,2)$

☐ Deux échantillons suivant des lois $\mathcal{N}(20,4)$

Correction:

☐ Deux échantillons suivant des lois $\mathcal{U}(0,1)$

☐ Un échantillon suivant une loi $\mathcal{U}(-4,4)$ et un échantillon suivant une loi $\mathcal{N}(10,2)$

☒ Un échantillon suivant une loi $\mathcal{N}(0,1)$ et un échantillon suivant une loi $\mathcal{N}(10,2)$

☐ Deux échantillons suivant des lois $\mathcal{N}(20,4)$

Exercice 2. Soit Z une variable distribuée suivant une loi normale centrée réduite, et Φ la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0,1)$.
$\mathbb{P}(-0.155 < Z < 1.60) =$

☐ $\Phi(-0.155) - \Phi(1.6)$

☐ $-\Phi(-0.155) + \Phi(1.6)$

☐ $\Phi(1.6) - 1 - \Phi(0.155)$

☐ $\Phi(1.6) + \Phi(0.155) - 1$

Correction:

☐ $\Phi(-0.155) - \Phi(1.6)$

☒ $-\Phi(-0.155) + \Phi(1.6)$

☐ $\Phi(1.6) - 1 - \Phi(0.155)$

☒ $\Phi(1.6) + \Phi(0.155) - 1$

Exercice 3. Soit $X \sim \mathcal{N}(15, 3^2)$ et $\Phi_{\mu,\sigma}$ la fonction de répartition d'une loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\mathbb{P}(|X| < 45) =$

☐ $2\Phi_{15,3^2}(45) - 1$

☐ $2\Phi_{0,1}(2.8) - 1$

☐ $\Phi_{0,1}(10) - \Phi_{0,1}(-10)$

☐ $\Phi_{0,1}(10) - 1 - \Phi_{0,1}(20)$

Correction:

☒ $2\Phi_{15,3^2}(45) - 1$

☐ $2\Phi_{0,1}(2.8) - 1$

☐ $\Phi_{0,1}(10) - \Phi_{0,1}(-10)$

☐ $\Phi_{0,1}(10) - 1 - \Phi_{0,1}(20)$

Exercice 4. Soit Z une variable distribuée suivant une loi normale centrée réduite, et Φ la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0,1)$.
$\mathbb{P}(Z > -1 \text{ et } Z < 2) =$

☐ 0

☐ $\Phi(2) + \Phi(1) - 1$

☐ 1

☐ $(1 - \Phi(-1)) + \Phi(2)$

Correction:

☐ 0

☒ $\Phi(2) + \Phi(1) - 1$

☐ 1

☐ $(1 - \Phi(-1)) + \Phi(2)$

Exercice 5. Soit $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, Φ sa fonction de répartition, $q \in \mathbb{R}$ et $p \in [0;1]$.
Quelle(s) affirmation(s) est(sont) impossibles :

☐ $\Phi(q) \simeq -1.96$

☐ $\Phi(0.19) \simeq 0.385$

☐ $\Phi^{-1}(p) \simeq -0.25$

☐ $\Phi(q) \simeq 2.27$

Correction:

- ☒ $\Phi(q) \simeq -1.96$
- ☒ $\Phi(0.19) \simeq 0.385$
- ☐ $\Phi^{-1}(p) \simeq -0.25$
- ☒ $\Phi(q) \simeq 2.27$

Exercice 6. Soit Z une variable distribuée suivant une loi normale centrée réduite, et b solution de l'équation $\mathbb{P}(Z < b) = 0.75$. Alors b est aussi solution de l'équation :

- ☐ $\mathbb{P}(Z > b) = 0.75$
- ☐ $\mathbb{P}(Z > b) = -0.75$
- ☐ $\mathbb{P}(Z < b) = 0.25$
- ☐ $\mathbb{P}(Z > b) = 0.25$

Correction:

- ☐ $\mathbb{P}(Z > b) = 0.75$
- ☐ $\mathbb{P}(Z > b) = -0.75$
- ☐ $\mathbb{P}(Z < b) = 0.25$
- ☒ $\mathbb{P}(Z > b) = 0.25$

Exercice 7. Soient $x_1, \dots, x_n$ quelques observations. Pour des raisons de commodités, on a changé les unités menant à de nouvelles observations

$$y_i = ax_i + b, \qquad i = 1, \dots, n.$$

Quelle(s) réponse(s) est(sont) exacte(s) ?

- ☐ $\bar{y}_n = |a|\bar{x}_n$
- ☐ $\bar{y}_n = a^2\bar{x}_n + b$
- ☐ $\sigma_y^2 = |a|\sigma_x^2$
- ☐ $\sigma_x = \frac{1}{|a|}\sigma_y$

Correction:

- ☐ $\bar{y}_n = |a|\bar{x}_n$
- ☐ $\bar{y}_n = a^2\bar{x}_n + b$
- ☐ $\sigma_y^2 = |a|\sigma_x^2$
- ☒ $\sigma_x = \frac{1}{|a|}\sigma_y$

Exercice 8. En reprenant les notations du cours, quelle(s) réponse(s) est(sont) exacte(s) ?

- ☐ $\bar{x}_n$ est aléatoire
- ☐ x_{i_1} est aléatoire
- ☐ n est aléatoire
- ☐ x_1 est aléatoire

Correction:

- ☒ $\bar{x}_n$ est aléatoire
- ☒ x_{i_1} est aléatoire
- ☐ n est aléatoire
- ☐ x_1 est aléatoire

Exercice 9.

Table 1 – Distribution du nombre d'heures passées devant un écran par semaine.

Nb d'heures.	Nb. de personnes (%)
0–5	8
5–10	26
10–25	40
25–30	22
30–60	4
Total	100

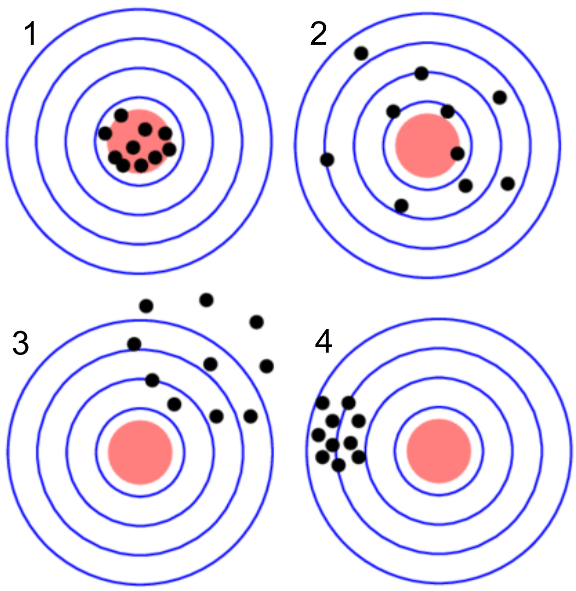
Que peut-on dire des quantiles approchés ?

- ☐ $Q1 \in [5; 10]$
- ☐ $Q3 = 24.3$
- ☐ $Med = 16$
- ☐ Aucune des réponse n'est exacte

Correction:

- ☒ $Q1 \in [5; 10]$
- ☐ $Q3 = 24.3$
- ☒ $Med = 16$
- ☐ Aucune des réponse n'est exacte

Exercice 10. Concernant l'image ci-dessous :



Si l'on considère que l'estimateur représenté par les points noirs est à faible biais et à variance faible sur la cible 1 que peut-on dire sur les autres cibles ?

- ☐ L'estimateur de la cible 2 est à fort biais et à forte variance
- ☐ L'estimateur de la cible 3 est à faible biais et à forte variance

- ☐ L'estimateur de la cible 4 est à faible biais et à forte variance
- ☐ L'estimateur de la cible 2 est à faible biais et à forte variance

Correction:

- ☐ L'estimateur de la cible 2 est à fort biais et à forte variance
- ☐ L'estimateur de la cible 3 est à faible biais et à forte variance
- ☐ L'estimateur de la cible 4 est à faible biais et à forte variance
- ☒ L'estimateur de la cible 2 est à faible biais et à forte variance

Exercice 11. On considère une population de 7 individus. On s'intéresse à un tirage aléatoire simple de 4 individus. Le nombre d'échantillons possible est égal à :

- ☐ $\binom{7}{3}$
- ☐ 70
- ☐ $\frac{7!}{3!}$
- ☐ $\binom{7}{4}$

Correction:

- ☒ $\binom{7}{3}$
- ☐ 70
- ☐ $\frac{7!}{3!}$
- ☒ $\binom{7}{4}$

Exercice 12. Soient $x_1, \ldots, x_n$ des variables aléatoires indépendantes, distribuées suivant la même loi, d'espérance μ et de variance σ^2 ; Alors, si n est grand ($n \geqslant 30$), la variable

$$Z = \frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

suit approximativement une loi :

- ☐ $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- ☐ $\mathcal{N}(0, 1)$
- ☐ $\mathcal{U}(0, 1)$
- ☐ $\mathcal{U}(\mu, \sigma^2)$

Correction:

- ☐ $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- ☒ $\mathcal{N}(0, 1)$
- ☐ $\mathcal{U}(0, 1)$
- ☐ $\mathcal{U}(\mu, \sigma^2)$

Exercice 13. Considérons l'intervalle de confiance suivant de la moyenne empirique $\bar{x}_n$:

$$\left[\bar{x}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Sachant que $\Phi(1) \simeq 0.84$, cela nous donne un intervalle de confiance de $\bar{x}_n$ au niveau :

- ☐ 84%
- ☐ 32%
- ☐ 68%
- ☐ 95%

Correction:

- ☐ 84%
- ☐ 32%
- ☒ 68%
- ☐ 95%

Exercice 14. A propos de la variance de la moyenne empirique, en supposant que les x_{i_k} sont indépendants, $\mathbb{V}ar(\bar{x}_n) =$

- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(x_{i_1})$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(x_{i_1})/n$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(x_{i_1})/n^2$
- ☐ Aucune des réponse n'est exacte

Correction:

- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(x_{i_1})$
- ☒ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(x_{i_1})/n$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(x_{i_1})/n^2$
- ☐ Aucune des réponse n'est exacte

Exercice 15. L'écart quadratique moyen d'un estimateur $\hat{x}_n$ d'un paramètre μ est donné par : $\mathbb{E}(\hat{x}_n - \mu)^2 =$

- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n) + \mathbb{B}(\hat{x}_n)^2$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n) - \mathbb{B}(\hat{x}_n)^2$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n)^2 - \mathbb{B}(\hat{x}_n)$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n)^2 + \mathbb{B}(\hat{x}_n)$

Correction:

- ☒ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n) + \mathbb{B}(\hat{x}_n)^2$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n) - \mathbb{B}(\hat{x}_n)^2$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n)^2 - \mathbb{B}(\hat{x}_n)$
- ☐ $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\hat{x}_n)^2 + \mathbb{B}(\hat{x}_n)$