01. En un triedro cada diedro mide 150. ¿Cuánto mide una de las caras?

A) $\text{arc sen}\left(\sqrt{3}-3\right)$ B) $\text{arc sen}\left(2-\sqrt{3}\right)$

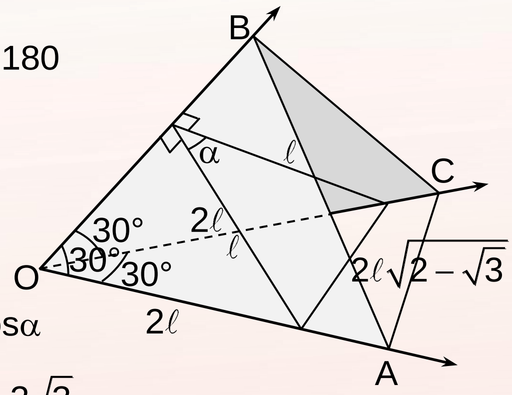
$\boxed{\text{C) } \text{arc cos}\left(3-2\sqrt{3}\right)}$

D) $\text{arc sen}\left(2+\sqrt{3}\right)$ E) $\text{arc sen}\left(3+2\sqrt{2}\right)$

Resolución:

Sea “a” la medida de una cara del ángulo triedro. Por triedros polares:

$$a+\alpha=180$$



Por ley de cosenos:

$$\left(2\ell\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2=\ell^2+\ell^2-2\ell^2\cos\alpha$$

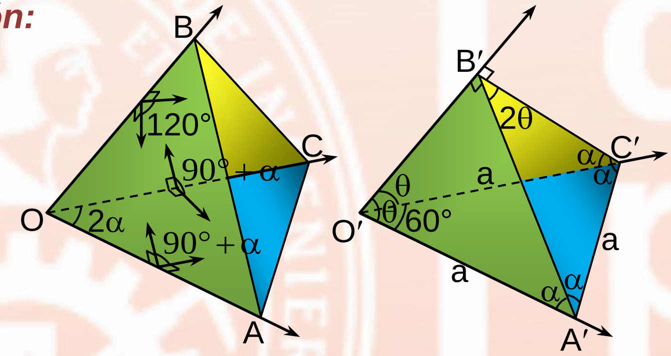
$$\cos\alpha=2\sqrt{3}-3\Rightarrow\cos a=3-2\sqrt{3}$$

$$\therefore\ a=\arccos\left(3-2\sqrt{3}\right)$$

02. Los ángulos diedros de un ángulo triedro isósceles miden $90+\alpha$, $90+\alpha$ y 120. Si la cara desigual mide 2α entonces el valor de α es

A) 15 B) 18 C) 30 $\boxed{\text{D) 45}}$ E) 60

Resolución:



Sea O′–A′B′C′ el triedro suplementario de O–ABC:

$2\alpha+2\theta=180\Rightarrow\alpha+\theta=90$

$\Delta O'A'C'$: Equilátero

Por teorema: $\Delta O'B'A'\cong\Delta C'B'A'$ (LAL)

$$2\theta=90\Rightarrow\theta=45$$

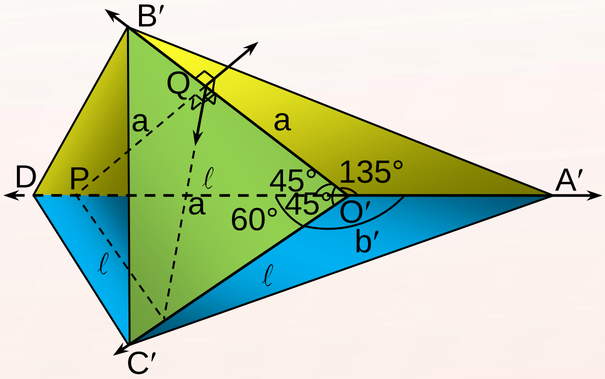
$$\therefore\ \alpha=45$$

03. Dos diedros de un triedro miden 45 y 135 y la cara opuesta al tercer diedro mide 90. ¿Cuánto mide el tercer diedro?

A) 45 $\boxed{\text{B) 60}}$ C) 75 D) 90 E) 120

Resolución:

Sea el triedro O–ABC tal que $A = 135$, $C = 45$ y $b = 90$ entonces en el triedro suplementario O′–A′B′C′ se tiene $a' = 45$, $c' = 135$ y $B' = 90$.



En la figura: $QP = QO' = QC' = a$

$\Rightarrow O'P = PC' = C'O' = \ell$

$\Delta PO'C'$: Equilátero $\Rightarrow b' = 120$

$\therefore B = 60$

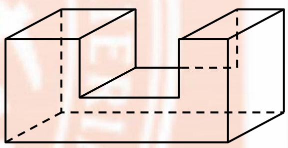
04. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. La unión de un poliedro, con todos los puntos interiores al poliedro, constituye un sólido.
II. Dos caras de un poliedro pueden ser coplanares.
III. El teorema de Euler se cumple para todos los poliedros.

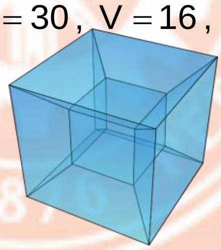
$\boxed{\text{A) VVF}}$ B) VVV C) VFF
D) FVV E) FVF

Resolución:

I. (V)
II. (V)

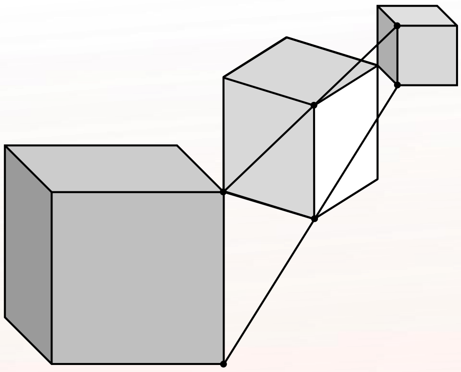


III. (F) $C = 30$, $V = 16$, $A = 32$



Curso: GEOMETRÍA

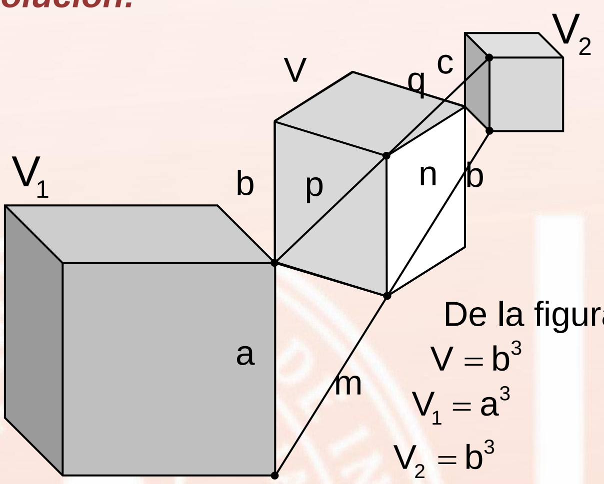
05. En la figura mostrada los volúmenes de los sólidos determinados por los hexaedros regulares son V_1, V y V_2 donde $V_1 < V < V_2$. Calcule el valor de V en términos de V_1 y V_2.



A) $\dfrac{V_1 + V_2}{2}$ B) $\dfrac{V_1 V_2}{V_1 + V_2}$ C) $\boxed{\sqrt{V_1 V_2}}$

D) $\sqrt{V_1^2 + V_2^2}$ E) $2\sqrt{V_1 V_2}$

Resolución:



De la figura:

$V = b^3$

$V_1 = a^3$

$V_2 = b^3$

Teorema de Thales:

$$\frac{b}{a} = \frac{n}{m} = \frac{q}{p} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{b^3}{a^3} = \frac{c^3}{b^3}$$

$$\frac{V}{V_1} = \frac{V_2}{V}$$

$$\therefore V = \sqrt{V_1 V_2}$$