Análisis de Señales

Señales exponenciales y sinusoidales

Dr. José Ramón Iglesias
DSP-ASIC BUILDER GROUP
Director Semillero TRIAC
Ingenieria Electronica
Universidad Popular del Cesar

Agenda

Señales continuas exponencial compleja y sinusoidal

Definicion

La señal continua exponencial compleja es de la forma

$$x(t) = Ce^{at},$$

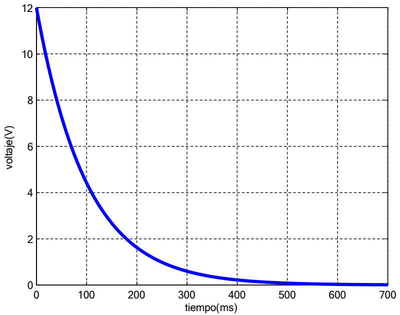


Figura: Descarga de un condensador.

Señales exponencial reales

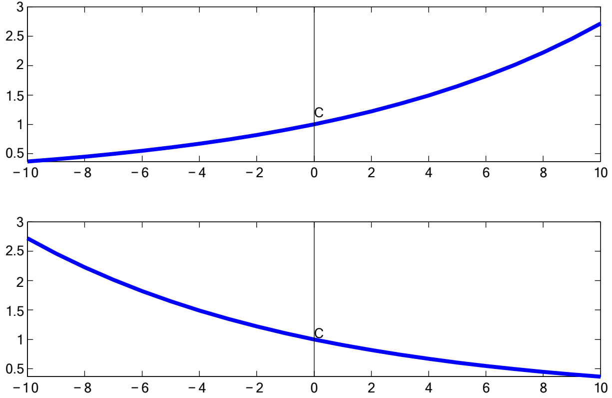


Figura: Exponencial real continua $x(t) = Ce^{at}$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Se obtiene considerando el campo puramente imaginario

$$x(t) = e^{j\omega_0 t}$$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Se obtiene considerando el campo puramente imaginario

$$x(t) = e^{j\omega_o t}$$

Esta señal será periódica con periodo T si

$$e^{j\omega_o t} = e^{j\omega_o (t+T)} = e^{j\omega_o t} e^{j\omega_o T}$$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Se obtiene considerando el campo puramente imaginario

$$x(t) = e^{j\omega_o t}$$

Esta señal será periódica con periodo T si

$$e^{j\omega_o t} = e^{j\omega_o (t+T)} = e^{j\omega_o t} e^{j\omega_o T}$$

Para que sea periódica debemos tener

$$e^{j\omega_o T} = 1$$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Usando la relación de Euler, la exponencial compleja se puede escribir en términos de señales sinusoidales con el mismo periodo fundamental

$$e^{j\omega_0 t} = \cos\omega_0 t + j\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t$$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Usando la relación de Euler, la exponencial compleja se puede escribir en términos de señales sinusoidales con el mismo periodo fundamental

$$e^{j\omega_0 t} = \cos\omega_0 t + j\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t$$

- Si $\omega_0 = 0$, entonces $x(t) = 1$, la cual es periódica para cualquier valor de T. Si $\omega_0 \neq 0$ entonces el periodo fundamental T_0 de $x(t)$ es

$$T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|}$$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Una señal relacionada en forma muy estrecha con la exponencial periódica compleja es la *señal sinusoidal*

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

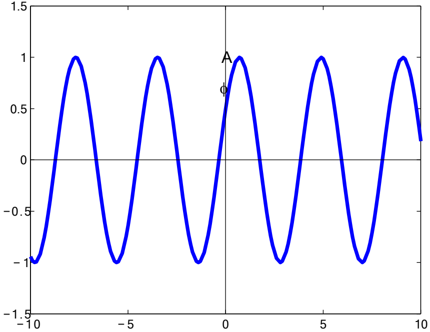


Figura: Señal sinusoidal continua $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Usando la relación de Euler, la exponencial compleja se puede escribir en términos de señales sinusoidales con el mismo periodo fundamental

$$e^{j\omega_0 t} = \cos\omega_0 t + j\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t$$

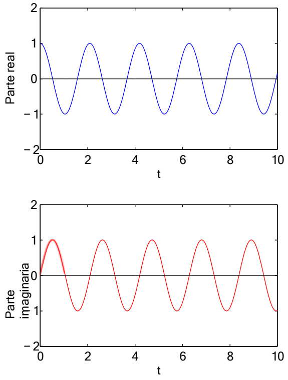


Figura: Parte imaginaria y real de una exponencial compleja

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Usando la relación de Euler

$$Ae^{j(\omega_0 t+\varphi)} = A\cos(\omega_0 t + \varphi) + jA\,\mathrm{sen}(\omega_0 t + \varphi)$$

$$Ae^{-j(\omega_0 t+\varphi)} = A\cos(\omega_0 t + \varphi) - jA\,\mathrm{sen}(\omega_0 t + \varphi)$$

La señal sinusoidal en términos de exponenciales complejas periódicas

$$2A\cos(\omega_0 t + \varphi) = Ae^{j(\omega_0 t+\varphi)} + Ae^{-j(\omega_0 t+\varphi)}$$

$$A\cos(\omega_0 t + \varphi) = A\frac{e^{j(\omega_0 t+\varphi)} + e^{-j(\omega_0 t+\varphi)}}{2}$$

$$A\cos(\omega_0 t + \varphi) = \frac{A}{2}e^{j\varphi}e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2}e^{-j\varphi}e^{-j\omega_0 t}$$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Usando la relación de Euler

$$e^{j\omega_0 t} = \cos\omega_0 t + j\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t$$

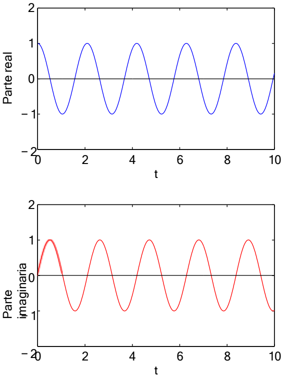


Figura: Parte imaginaria y real de una exponencial compleja

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Usando la relación de Euler

$$e^{j\omega_0 t} = \cos\omega_0 t + j\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t$$

- Podemos expresar una sinusoidal en términos de la señal exponencial compleja

$$A\cos(\omega_0 t + \varphi) = ARe\;\; e^{j(\omega_0)t+\varphi}$$

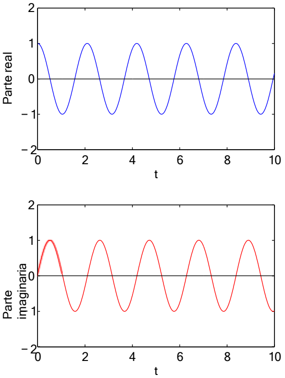


Figura: Parte imaginaria y real de una exponencial compleja

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Usando la relación de Euler

$$e^{j\omega_0 t} = \cos\omega_0 t + j\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t$$

- Podemos expresar una sinusoidal en términos de la señal exponencial compleja

$$A\cos(\omega_0 t + \varphi) = A\mathrm{Re}\ e^{j(\omega_0)t+\varphi}$$

- Para la parte imaginaria

$$A\,\mathrm{sen}(\omega_0 t + \varphi) = A\,\mathrm{Im}\ e^{j(\omega_0)t+\varphi}$$

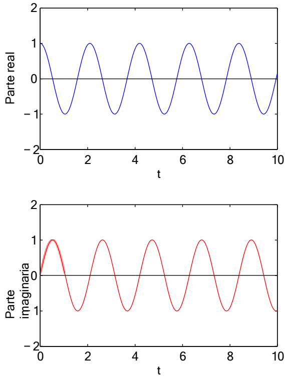


Figura: Parte imaginaria y real de una exponencial compleja

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

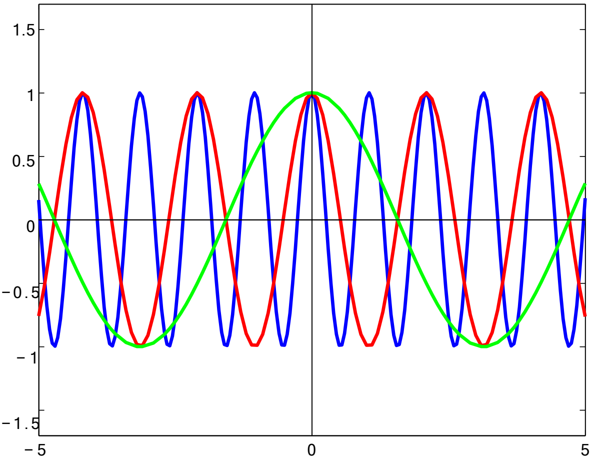


Figura: Relación entre la frecuencia fundamental y el periodo; $T_1 < T_2 < T_3$, $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$

Señales periódicas exponencial compleja y sinusoidal

Definicion

$$T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|}$$

El periodo fundamental T_0 de una señal sinusoidal continua o una exponencial compleja periódica es inversamente proporcional a $|\omega_0|$, a la cual nos referimos como *frecuencia fundamental*

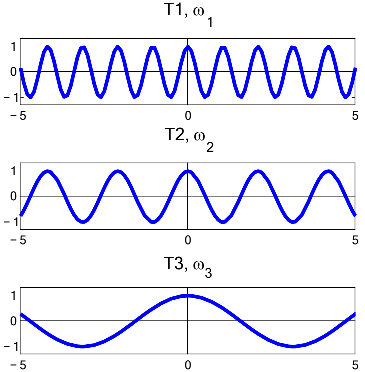


Figura: Relación entre la frecuencia fundamental y el periodo; $T_1 < T_2 < T_3$, $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$

Conjuntos de exponenciales complejas *relacionadas armónicamente*

Son conjuntos de exponenciales periódicas , las cuales son periódicas, con un periodo común T_0. Para que sea periódica con periodo T_0

$$e^{j\omega T_0} = 1,$$

Conjuntos de exponenciales complejas *relacionadas armónicamente*

Son conjuntos de exponenciales periódicas , las cuales son periódicas, con un periodo común T_0. Para que sea periódica con periodo T_0

$$e^{j\omega T_0} = 1,$$

lo cual implica que ωT_0 sea un múltiplo de 2π

$$\omega T_0 = 2\pi k,$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Conjuntos de exponenciales complejas *relacionadas armónicamente*

Son conjuntos de exponenciales periódicas , las cuales son periódicas, con un periodo común T_0. Para que sea periódica con periodo T_0

$$e^{j\omega T_0} = 1,$$

lo cual implica que ωT_0 sea un múltiplo de 2π

$$\omega T_0 = 2\pi k,$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

- Por lo tanto

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} k$$

Conjuntos de exponenciales complejas *relacionadas armónicamente*

$$\varphi_k(t) = e^{jk\omega_0 t} \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Para $k = 0$, $\varphi_k(t)$ es una constante, mientras que para cualquier otro valor de k, $\varphi_k(t)$ es periodica´ con frecuencia fundamental $|k|\omega_0$ y periodo fundamental

$$\frac{2\pi}{|k|\omega_0} = \frac{T_0}{|k|}$$

Señales exponencial complejas generales

En una exponencial compleja Ce^{at} donde C se expresa en forma polar y a en forma rectangular

$$C = |C|e^{j\vartheta}$$

y

$$a = r + j\omega_0$$

Señales exponencial complejas generales

En una exponencial compleja Ce^{at} donde C se expresa en forma polar y a en forma rectangular

$$C = |C|e^{j\vartheta}$$

y

$$a = r + j\omega_0$$

Entonces

$$Ce^{at} = |C|e^{j\vartheta}e^{(r+j\omega_0)t} = |C|e^{rt}e^{j(\omega_0 t+\vartheta)}$$

Señales exponencial complejas generales

En una exponencial compleja Ce^{at} donde C se expresa en forma polar y a en forma rectangular

$$C = |C|e^{j\vartheta}$$

y

$$a = r + j\omega_0$$

Entonces

$$Ce^{at} = |C|e^{j\vartheta}e^{(r+j\omega_0)t} = |C|e^{rt}e^{j(\omega_0 t+\vartheta)}$$

Usando la relación de Euler

$$Ce^{at} = |C|e^{rt}\cos(\omega_0 t + \theta) + j|C|e^{rt}\,\mathrm{sen}(\omega_0 t + \theta)$$

Señales exponencial complejas generales

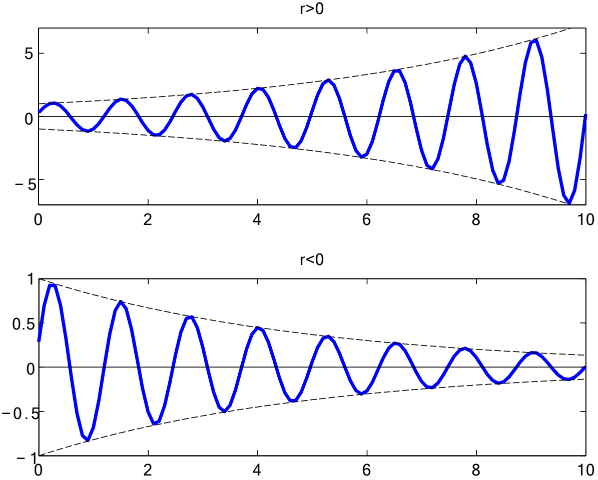


Figura: Señales sinusoidal creciente y decreciente $x(t) = Ce^{rt}\cos(\omega_0 t + \theta)$

Señales discretas exponencial compleja y sinusoidal

En tiempo discreto la señal o secuencia exponencial compleja está definida por

$$x[n] = Ca^n,$$

donde C y a son, en general, números complejos.

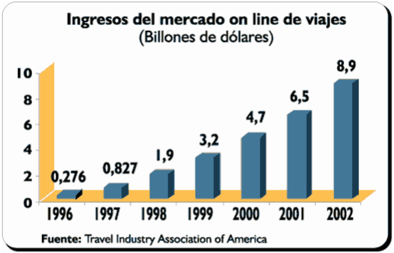


Figura: Ingresos del mercado online de viajes

Señales discretas exponencial compleja y sinusoidal

En tiempo discreto la señal o secuencia exponencial compleja está definida por

$$x[n] = Ca^n,$$

donde C y a son, en general, números complejos.

Se puede escribir como

$$x[n] = Ce^{\beta n},$$

donde

$$a = e^{\beta}$$

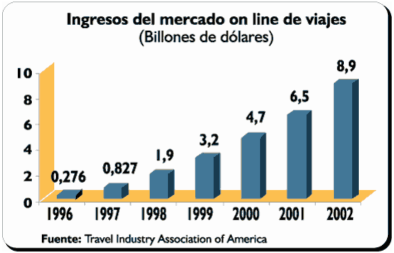


Figura: Ingresos del mercado online de viajes

Señales exponenciales reales

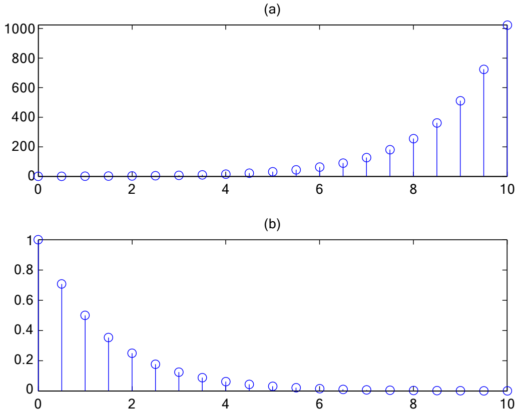


Figura: Señal exponencial real $x[n] = Ca^n$ (a)$a > 1$; (b)$0 < a < 1$

Señales exponenciales reales

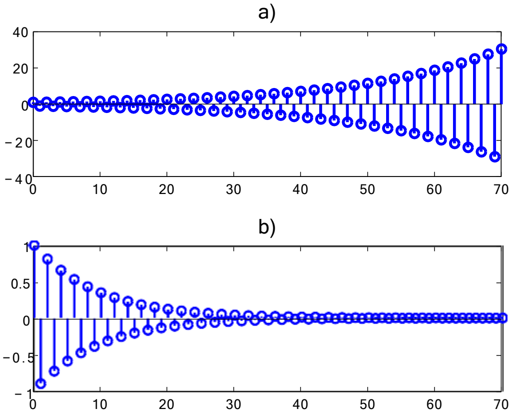


Figura: Señal exponencial real $x[n] = Ca^n$ (a)$a < -1$; (b)$-1 < a < 0$

Señales sinusoidales

Si β es puramente imaginaria

$$x[n] = e^{\beta n} = e^{j\omega_0 n}$$

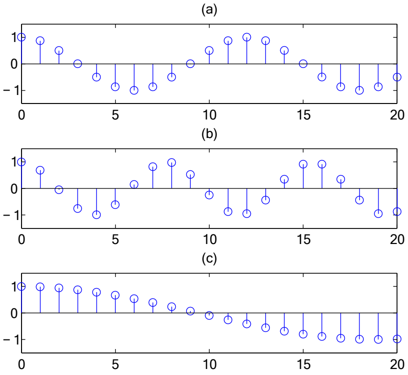


Figura: Señales sinusoidales discretas. $(a)\cos(2\pi n/12)$; $(b)\cos(8\pi n/31)$; $(c)\cos(n/6)$

Señales sinusoidales

Si β es puramente imaginaria

$$x[n] = e^{\beta n} = e^{j\omega_0 n}$$

- Esta señal está relacionada en forma muy estrecha con una señal sinusoidal

$$x[n] = A\cos(\omega_0 n + \varphi)$$

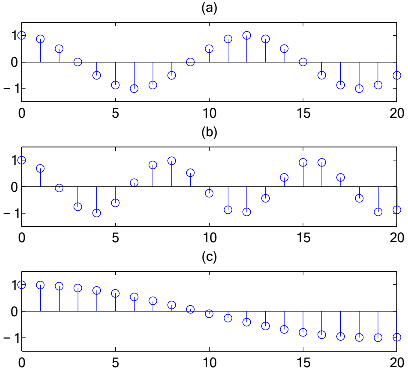


Figura: Señales sinusoidales discretas. $(a)\cos(2\pi n/12)$; $(b)\cos(8\pi n/31)$; $(c)\cos(n/6)$

Señales sinusoidales

Como antes, la relación de Euler nos permite relacionar las exponenciales complejas y sinusoidales

$$e^{j\omega_0 n} = \cos(\omega_0 n) + j\,\mathrm{sen}(\omega_0 n)$$

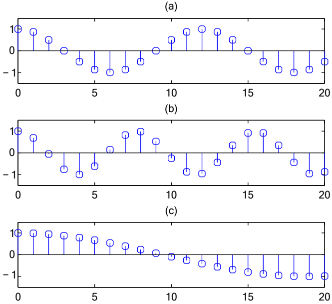


Figura: Señales sinusoidales discretas. (a) $\cos(2\pi n/12)$; (b) $\cos(8\pi n/31)$; (c) $\cos(n/6)$

Señales sinusoidales

Como antes, la relación de Euler nos permite relacionar las exponenciales complejas y sinusoidales

$$e^{j\omega_0 n} = \cos(\omega_0 n) + j\,\mathrm{sen}(\omega_0 n)$$

- y

$$A\cos(\omega_0 n + \varphi) = \frac{A}{2} e^{j\varphi} e^{j\omega_0 n} + \frac{A}{2} e^{-j\varphi} e^{-j\omega_0 n}$$

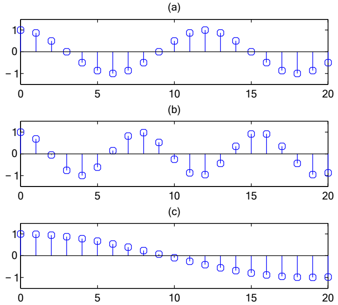


Figura: Señales sinusoidales discretas. (a) $\cos(2\pi n/12)$; (b) $\cos(8\pi n/31)$; (c) $\cos(n/6)$

Señales exponencial complejas generales

Si escribimos C y a en forma polar, a saber

$$C = |C|e^{j\vartheta}$$

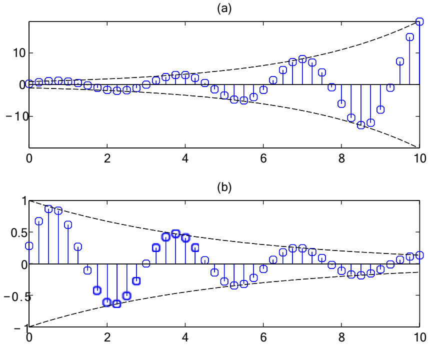


Figura: (a)Señales sinusoidales crecientes discretas; (b) sinusoidal decreciente discreta.

Señales exponencial complejas generales

Si escribimos C y a en forma polar, a saber

$$C = |C|e^{j\vartheta}$$

- y

$$a = |a|e^{j\omega_0}$$

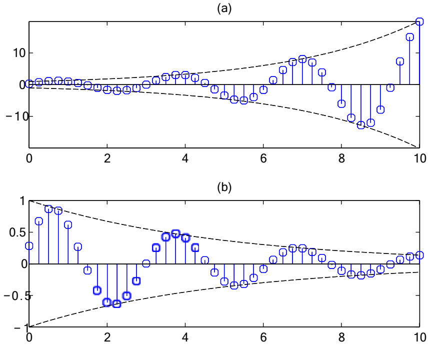


Figura: (a)Señales sinusoidales crecientes discretas; (b) sinusoidal decreciente discreta.

Señales exponencial complejas generales

Si escribimos C y a en forma polar, a saber

$$C = |C|e^{j\vartheta}$$

- y

$$a = |a|e^{j\omega 0}$$

- entonces

$$Ca^n = |C||a|^n \cos(\omega_0 n + \theta)$$

$$+j|C||a|^n \operatorname{sen}(\omega_0 n + \theta)$$

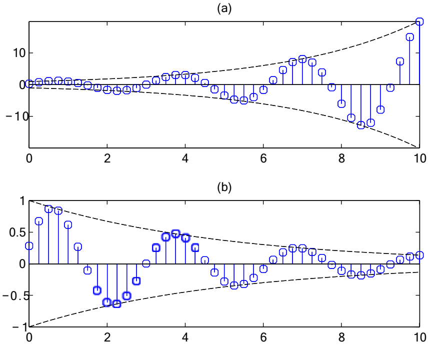


Figura: (a)Señales sinusoidales crecientes discretas; (b) sinusoidal decreciente discreta.

Propiedades de periodicidad de exponenciales discretas

Propiedad 1

Considere la exponencial compleja discreta con frecuencia $\omega_0 + 2\pi$

$$e^{j(\omega_0+2\pi)n} = e^{j2\pi n}e^{j\omega_0 n} = e^{j\omega_0 n}$$

Propiedades de periodicidad de exponenciales discretas

Propiedad 1

Considere la exponencial compleja discreta con frecuencia $\omega_0 + 2\pi$

$$e^{j(\omega_0+2\pi)n} = e^{j2\pi n} e^{j\omega_0 n} = e^{j\omega_0 n}$$

La exponencial con frecuencia $\omega_0 + 2\pi$ es la misma que aquella con frecuencia ω_0.

Propiedades de periodicidad de exponenciales discretas

Propiedad 1

Considere la exponencial compleja discreta con frecuencia $\omega_0 + 2\pi$

$$e^{j(\omega_0+2\pi)n} = e^{j2\pi n}e^{j\omega_0 n} = e^{j\omega_0 n}$$

La exponencial con frecuencia $\omega_0 + 2\pi$ es la misma que aquella con frecuencia ω_0.

Para $\omega_0 = \pi$ o cualquier otro multiplo impar de π

$$e^{j\pi n} = (e^{j\pi})^n = (-1)^n$$

De manera que la señal oscila rápidamente, cambiado el signo en cada punto de tiempo.

Propiedades de periodicidad de exponenciales discretas

Propiedad 2

Para que la señal $e^{j\omega_0 n}$ sea periódica con periodo $N > 0$, debemos tener

$$e^{j\omega_0(n+N)} = e^{j\omega_0 n}$$

Propiedades de periodicidad de exponenciales discretas

Propiedad 2

Para que la señal $e^{j\omega_0 n}$ sea periódica con periodo $N > 0$, debemos tener

$$e^{j\omega_0(n+N)} = e^{j\omega_0 n}$$

o, de manera equivalente

$$e^{j\omega_0 N} = 1$$

Propiedades de periodicidad de exponenciales discretas

Propiedad 2

Para que la señal $e^{j\omega_0 n}$ sea periódica con periodo $N > 0$, debemos tener

$$e^{j\omega_0 (n+N)} = e^{j\omega_0 n}$$

o, de manera equivalente

$$e^{j\omega_0 N} = 1$$

Para que se cumpla $\omega_0 N$ debe ser un múltiplo de 2π. Debe haber un entero m tal que

$$\omega_0 N = 2\pi m$$

Propiedades de periodicidad de exponenciales discretas

Propiedad 2

Para que la sen˜al $e^{j\omega_0 n}$ sea periódica con periodo $N > 0$, debemos tener

$$e^{j\omega_0(n+N)} = e^{j\omega_0 n}$$

o, de manera equivalente

$$e^{j\omega_0 N} = 1$$

Para que se cumpla $\omega_0 N$ debe ser un múltiplo de 2π. Debe haber un entero m tal que

$$\omega_0 N = 2\pi m$$

o equivalente

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{m}{N}$$

Secuencia de sinusoidales discretas para diferentes frecuencias

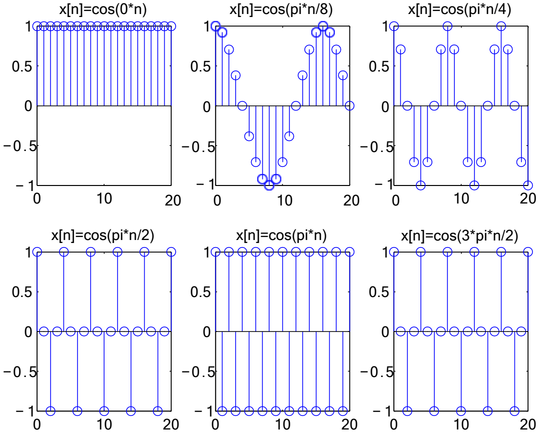


Figura: Secuencia de sinusoidales discretas para diferentes frecuencias

Secuencia de sinusoidales discretas para diferentes frecuencias

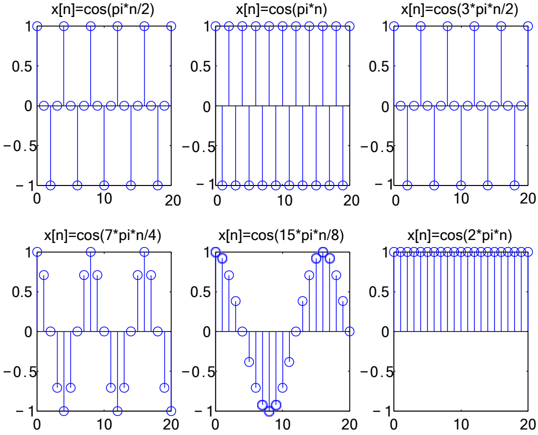


Figura: Secuencia de sinusoidales discretas para diferentes frecuencias

Propiedades

Continuas $e^{j\omega_0 t}$

Señales para distintos valores de ω_0.

Discretas $e^{j\omega_0 n}$

Señales idénticas para valores de ω_0 separadas por múltiplo de 2π.

Propiedades

Continuas $e^{j\omega_0 t}$

Señales para distintos valores de ω_0.

Periódica para cualquier elección de ω_0.

Discretas $e^{j\omega_0 n}$

Señales idénticas para valores de ω_0 separadas por múltiplo de 2π.

Periódica sólo si $\omega_0 = 2\pi m/N$ para algunos enteros $N > 0$ y m.

Propiedades

Continuas $e^{j\omega_0 t}$	Discretas $e^{j\omega_0 n}$
Señales para distintos valores de ω_0.	Señales idénticas para valores de ω_0 separadas por múltiplo de 2π.
Periódica para cualquier elección de ω_0.	Periódica sólo si $\omega_0 = 2\pi m/N$ para algunos enteros $N > 0$ y m.
Frecuencia fundamental ω_0.	Frecuencia fundamental ω_0/m (se supone que m y N no tienen ningún factor en común).

Propiedades

Continuas $e^{j\omega_0 t}$

Señales para distintos valores de ω_0.

Periódica para cualquier elección de ω_0.

Frecuencia fundamental ω_0.

Periodo fundamental

$$\omega_0 = 0 : \text{indefinido}$$

$$\omega_0 \neq 0 : \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Discretas $e^{j\omega_0 n}$

Señales idénticas para valores de ω_0 separadas por múltiplo de 2π.

Periódica sólo si $\omega_0 = 2\pi m/N$ para algunos enteros $N > 0$ y m.

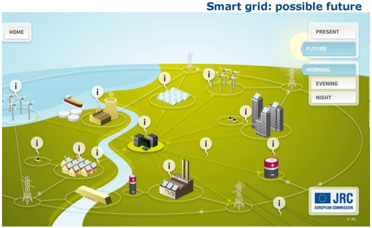
Frecuencia fundamental ω_0/m (se supone que m y N no tienen ningún factor en común).

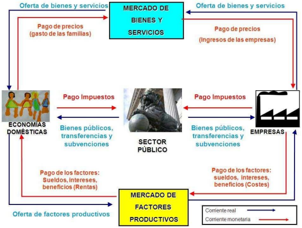
Periodo fundamental

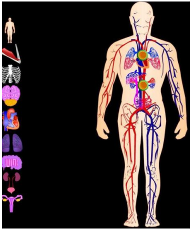
$$\omega_0 = 0 : \text{indefinido}$$

$$\omega_0 \neq 0 : m\frac{2\pi}{\omega_0}$$

Ejemplos sencillos de sistemas







Ejemplos sencillos de sistemas

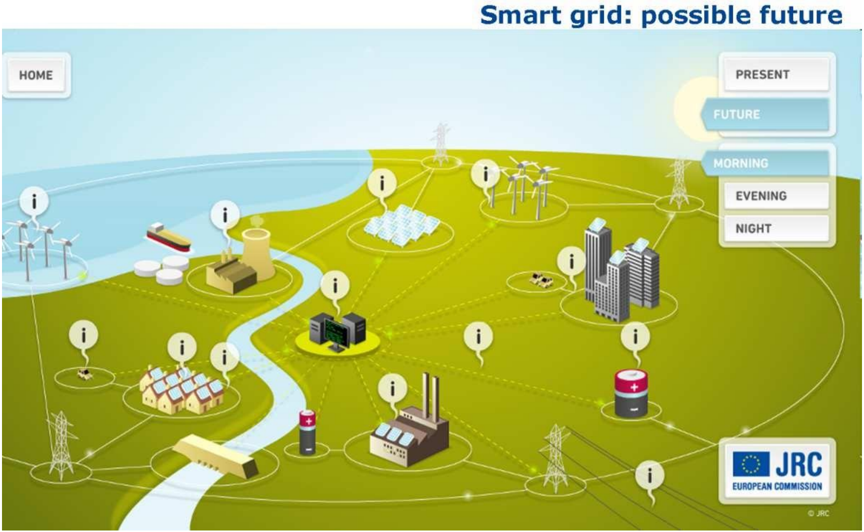


Figura: Sistema de transmisión eléctrica.http://ses.jrc.ec.europa.eu//

Ejemplos sencillos de sistemas

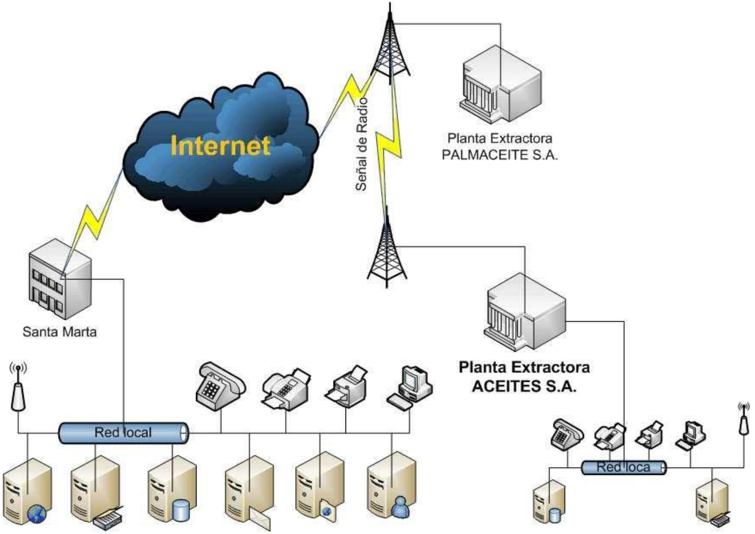


Figura: Sistema de comunicaciones. Fuente:www.aceitesa.com

Ejemplos sencillos de sistemas

Figura: Refinación de petróleo. Fuente:www.acuna-sa.cl

Ejemplos sencillos de sistemas

Figura: Diagrama circular económico. Fuente:e-ducativa.catedu.es

Ejemplos sencillos de sistemas

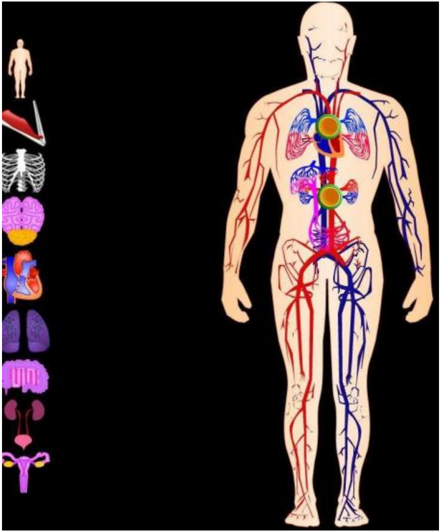


Figura: Cuerpo humano. cuerpohumano23.blogspot.com

Ejemplos sencillos de sistemas

Considere un circuito RC. Si consideramos a $v_S(t)$ como la señal de entrada y a $v_C(t)$ como señal de salida. La caída de voltaje a través del resistor

$$i(t) = \frac{v_S(t) - v_C(t)}{R}$$

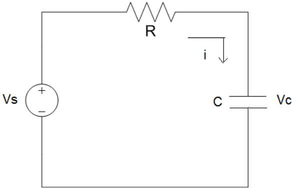


Figura: Circuito eléctrico

Ejemplos sencillos de sistemas

Considere un circuito RC. Si consideramos a $v_S(t)$ como la señal de entrada y a $v_C(t)$ como señal de salida. La caída de voltaje a través del resistor

$$i(t) = \frac{v_S(t) - v_C(t)}{R}$$

- La relación básica para un condensador, relacionando $i(t)$ con la razón del cambio del voltaje

$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

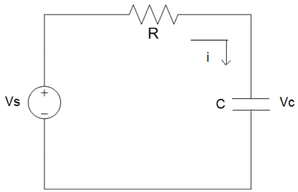


Figura: Circuito eléctrico

Ejemplos sencillos de sistemas

$$i(t) = \frac{v_S(t) - v_C(t)}{R}$$

- La relación básica para un condensador, relacionando $i(t)$ con la razón del cambio del voltaje

$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

- Igualando se obtiene una relación entrada-salida

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}v_C(t) = \frac{1}{RC}v_S(t)$$

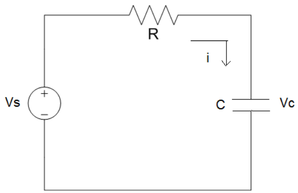


Figura: Circuito eléctrico

Propiedades básicas de los sistemas

- Sistemas con y sin memoria
- Invertibilidad y sistemas inversos
- Causalidad
- Estabilidad
- Invarianza en el tiempo
- Linealidad

Sistemas con y sin memoria

Definicion

Se dice que un sistema es *sin memoria* si su salida para cada valor de la variable independiente en un tiempo dado depende solamente de la entrada en el mismo tiempo.

$$y[n] = (2x[n] - x^2[n])^2$$

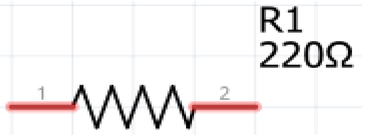
$$y[n] = x[n-1]$$

$$y[n] = x[n+1]$$

Sistemas con y sin memoria

El ejemplo más común es un sistema con un resistor:

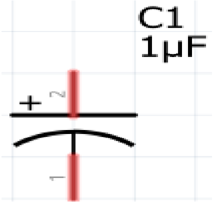
$$y(t)=Rx(t)$$



Por otra parte, si el sistema depende de los valores anteriores de la entrada, se lo considera sistema ***con memoria***.

Tal es el caso de un capacitor, cuyo valor de salida depende de lo acumulado desde el tiempo -∞ hasta t.

$$y(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$



Los ***sistemas sin memoria*** también se conocen como *instantaneos*, que son un caso particular de los sistemas *dinámicos (con* memoria).
Un sistema cuya respuesta en **t** está determinada por los anteriores **T** segundos, es decir el intervalo (**t–T**), se lo conoce como «sistema con memoria finita»

Sistemas con y sin memoria

Definicion

Se dice que un sistema es *sin memoria* si su salida para cada valor de la variable independiente en un tiempo dado depende solamente de la entrada en el mismo tiempo.

$y[n] = (2x[n] - x^2[n])^2$ sin memoria

$y[n] = x[n-1]$ con memoria

$y[n] = x[n+1]$ con memoria

Invertibilidad y sistemas inversos

Definicion

Se dice que un sistema es invertible si distintas entradas producen distintas salidas.

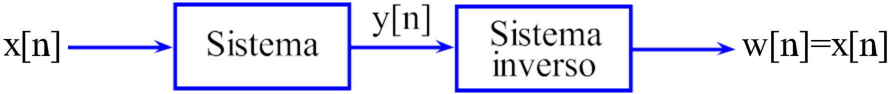


Figura: Sistema general invertible

Causalidad

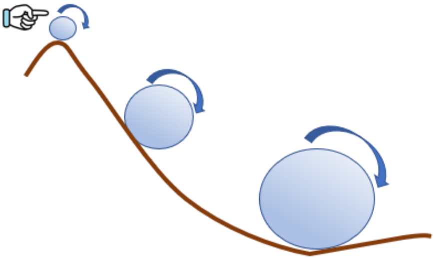
Definicion

Un sistema es **CAUSAL** (no-anticipativo o físico) si la salida y(t) en un valor arbitrario de tiempo $t=t_0$ depende solo de la entrada x(t) para $t \leq t_0$, es decir depende solo de los valores **presentes y/o pasados** de la entrada; no depende de valores futuros

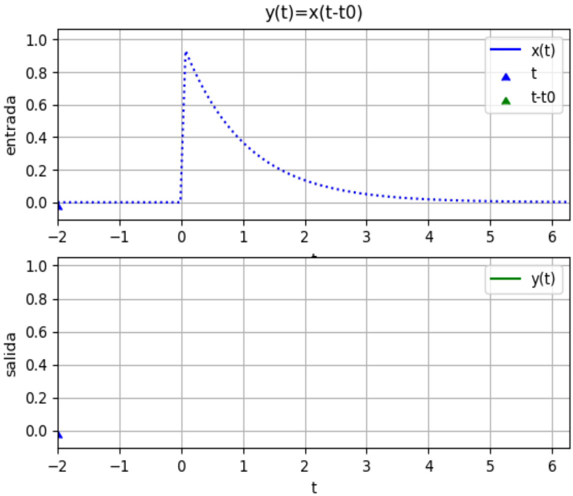
$$x(t+1)$$

$$x(t)\cos(t+1)$$

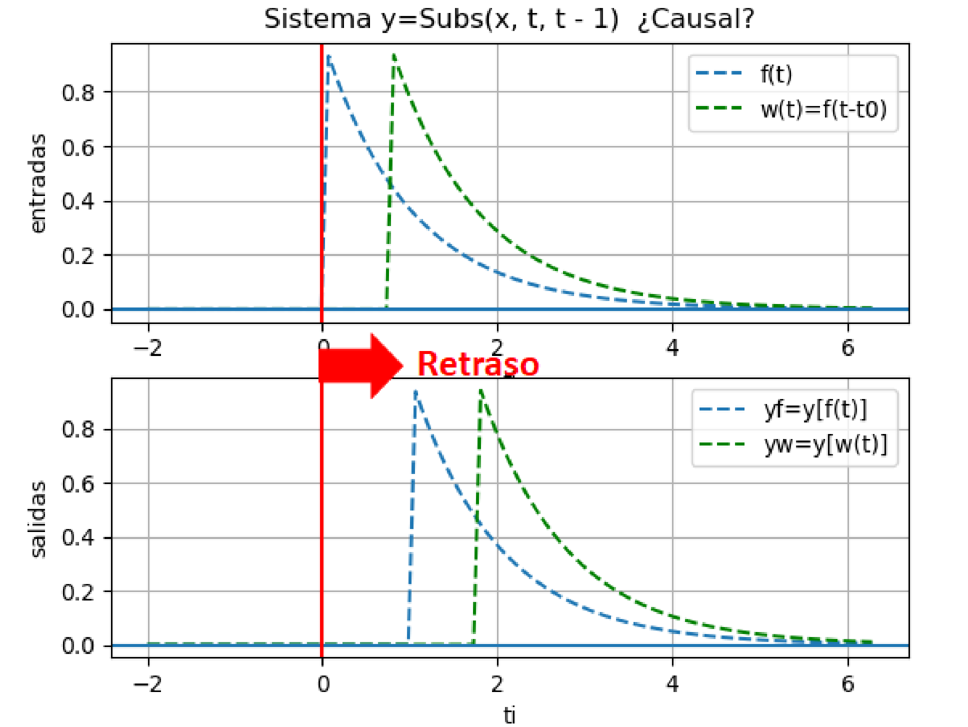
No es posible obtener una salida antes que se aplique la entrada.



$y(t) = x(t\text{-}1)$



Para observar mejor el sistema del ejemplo, se inicia con un desplazamiento negativo. Si **t** es en segundos, la salida depende de los valores de **x** *hace un segundo* atrás (t-1)



Sistema y=Subs(x, t, t - 1) ¿Causal?
entradas
f(t)
w(t)=f(t-t0)
Retraso
salidas
yf=y[f(t)]
yw=y[w(t)]
ti

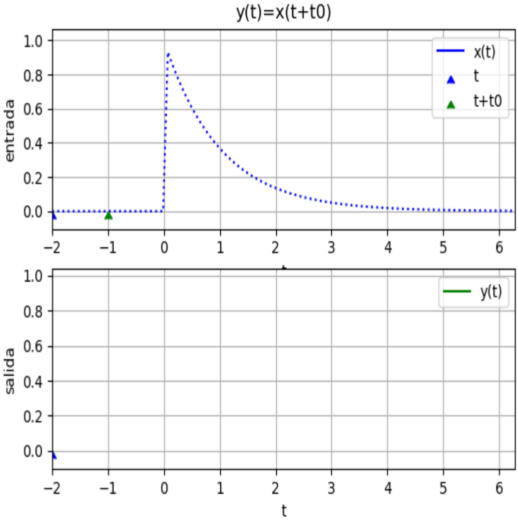
Considere los eventos de interés mundial que se transmiten con un retraso de segundos para corregir «fallos» o por seguridad, se puede aún editar lo que los espectadores en televisión pueden observar, en tiempo «casi real»

Por ejemplo:
» La cadena de televisión NBC transmitirá la ceremonia de apertura de los Juegos Olímpicos con una hora de retraso … eso permitirá a los productores «curar» la cobertura para proporcionar un contexto adecuado.»

En el caso contrario, los sistemas **NO CAUSALES** muestran una salida anticipada a la señal de entrada. ¿es posible? ¿cómo?

Desplazamiento en tiempo, adelanto

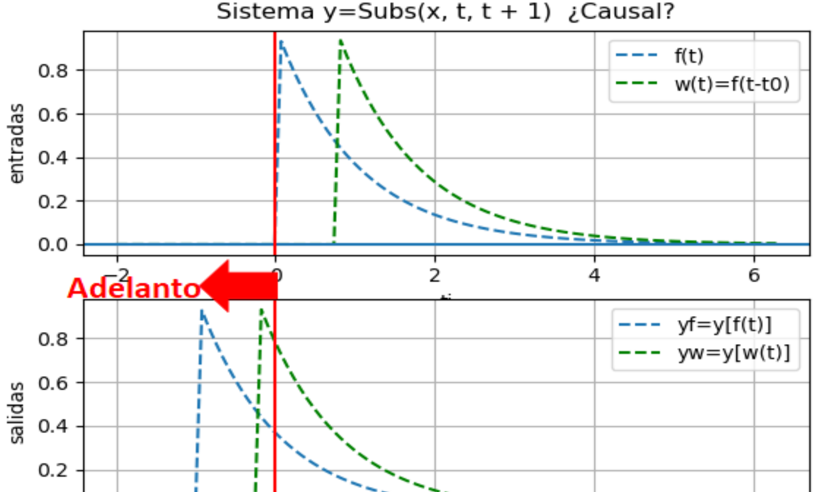
$y(t)=x(t+1)$



si t es en minutos o años, la salida depende de los valores que x(t) **tendría** un minuto o año después o (**t**+1).

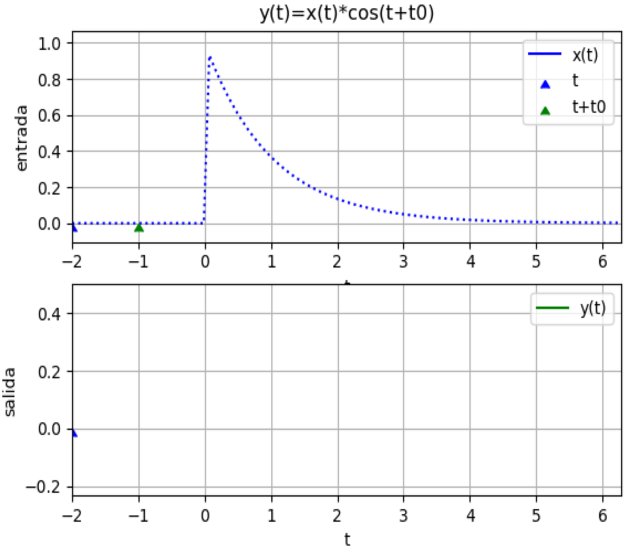
Si **t** es en días, la situación se vuelve complicada de realizar, es como decir: para determinar el valor de la variable y(t) HOY, necesitamos conocer el valor de x(**t**+1) que es MAÑANA.

Los sistemas **no-casuales** por tener variable independiente referenciada a **tiempo futuro**, **no se pueden implementar en tiempo real**. Sin embargo si los sistemas ***no causales*** se realizan con variables diferentes al tiempo, por ejemplo «espacio» se podrían implementar.



Sistema con amplitud variable en tiempo

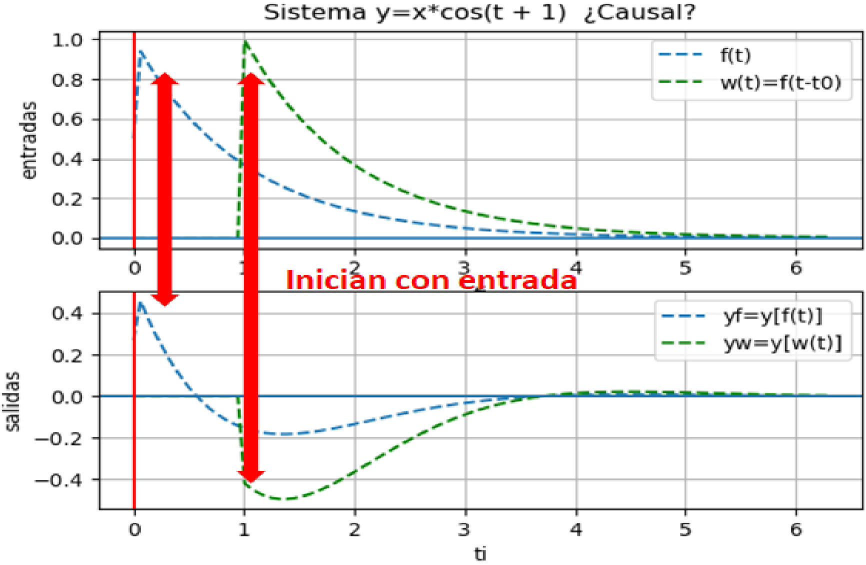
Considere el sistema dado por:



En este sistema, la salida en cualquier tiempo t es igual a la entrada en el mismo tiempo t multiplicada por un número que varia en el tiempo. Usando q(t) = cos(t+1) que es una función variante en el tiempo, el sistema puede escribirse como

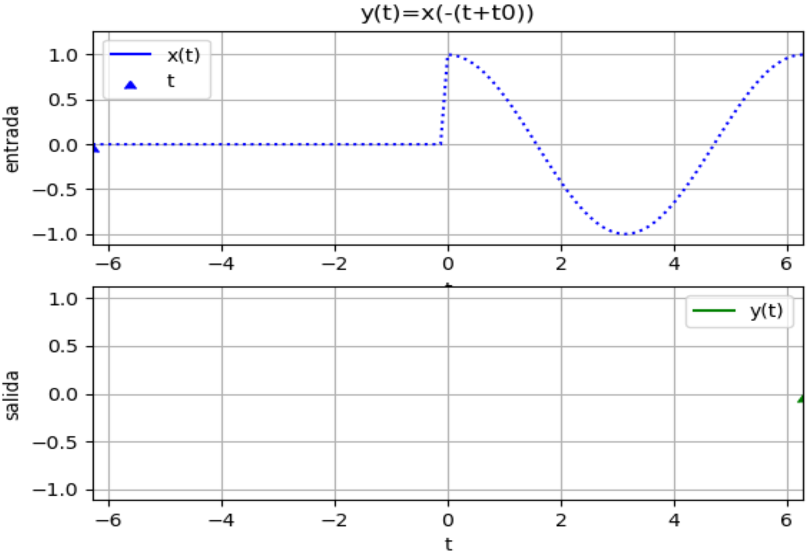
$$y(t)=x(t)q(t)$$

Se observa que solo el valor actual de la entrada x(t) influye en el valor de salida de y(t). Se concluye que el **sistema es causal** y también sin memoria.

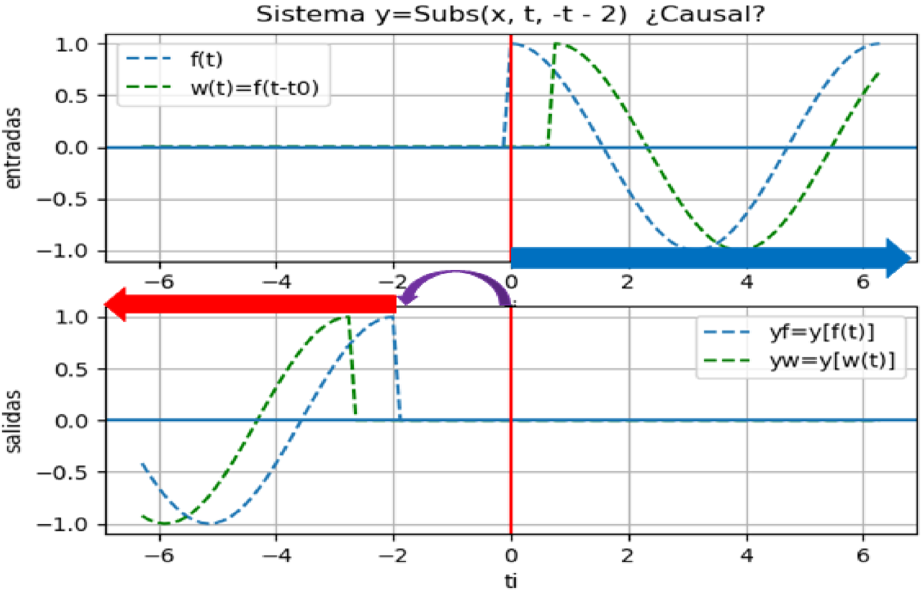


Adelanto e Inversión en tiempo

y(t) = x(-(t+2))



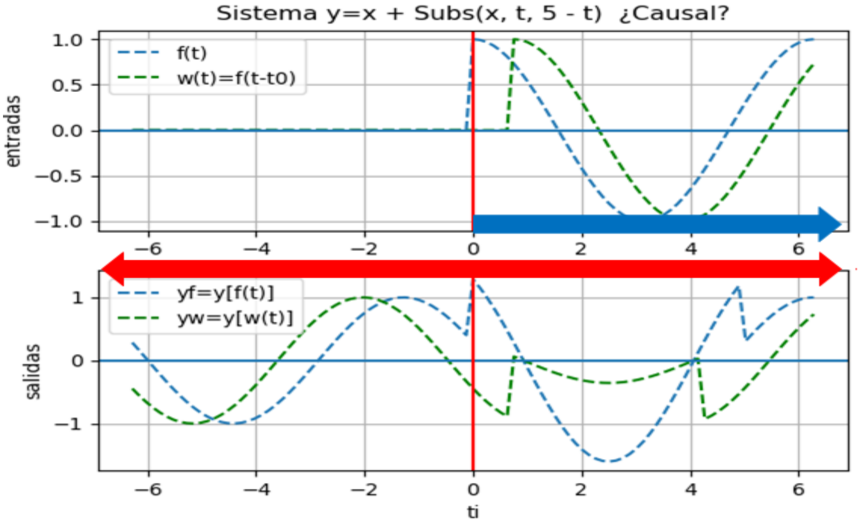
Suponga que x(t) = cos(t) μ(t) para hacer notar el inicio de la señal de entrada



Desplazamiento e inversión en tiempo

$$y(t) = x(t)+x(5-t)$$

Suponga que $x(t) = \cos(t)\,\mu(t)$ para hacer notar el inicio de la señal de entrada



Descripción a ser aplicada a TeneT:

https://www.youtube.com/watch?v=QxhDXmb2O3k&embeds_euri=http%3A%2F%2Fblog.espol.edu.ec%2F&feature=emb_imp_woyt

Estabilidad

Definicion

Un sistema estable es aquel en el que entradas pequeñas conducen a respuestas que no divergen.

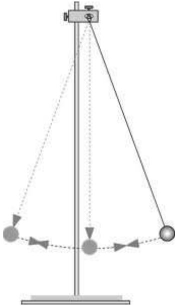


Figura: Péndulo simple

Invariancia en el tiempo

Definicion

Un sistema es invariante en el tiempo si el comportamiento y características del mismo están fijos en el tiempo.

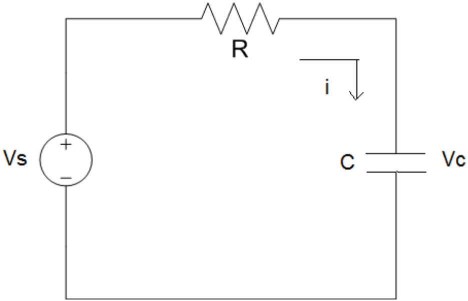
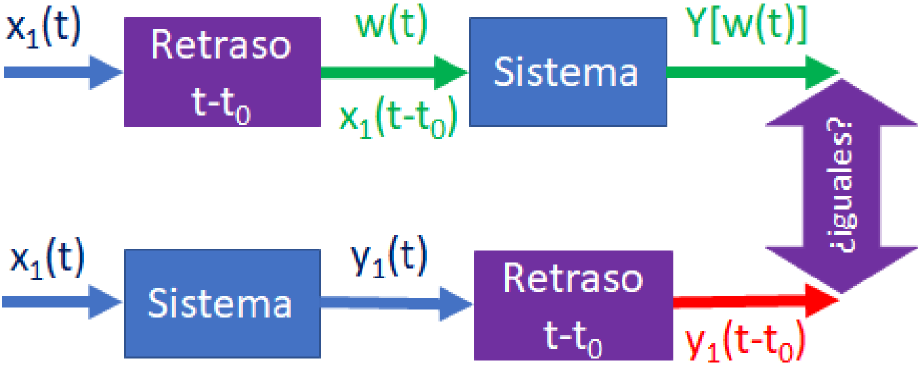


Figura: Es invariante si R y C son constantes en el tiempo

Por ejemplo, para este circuito RC, los valores de la resistencia y capacitor fijos no varían si se realiza un experimento o medición hoy o mañana.

Invariancia en el tiempo



$x(t) \rightarrow y(t)$

$x(t-t0) \rightarrow y(t-t0)$

Expresando lo mismo como:

Un sistema es invariante en el tiempo si, ante un desplazamiento de tiempo en la señal de entrada, se ocasiona el mismo desplazamiento en el tiempo en la señal de salida. El resultado se repite si el desplazamiento del tiempo se aplica a la salida del sistema en lugar de la entrada.

Linealidad

Definicion

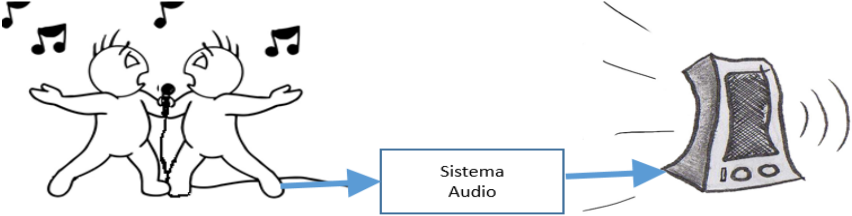
Un sistema lineal, en tiempo continuo o en tiempo discreto, es aquel que posee la importante propiedad de la superposición. Sea $y_1(t)$ la respuesta del sistema continuo a una entrada $x_1(t)$, y sea $y_2(t)$ la salida correspondiente a la entrada $x_2(t)$. Entonces es lineal si:

La respuesta a $x_1(t) + x_2(t)$ es $y_1(t) + y_2(t)$.

La respuesta a $ax_1(t)$ es $ay_1(t)$, donde a es una constante compleja cualquiera.

En un sistema lineal cumple con el principio de **superposición** que se compone de la propiedad de aditividad y de la escalabilidad.

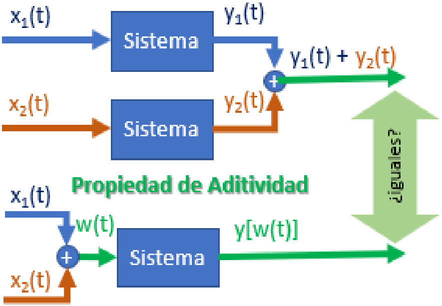
Linealidad



La superposición puede ser un resultado deseado en un sistema de audio que no añada «distorsiones» a lo que ingresa por un micrófono y se reproduce en los parlantes.

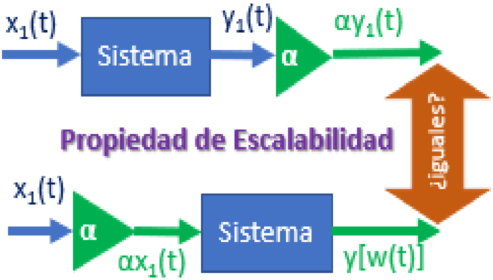
Un sistema lineal cumple la **propiedad de aditividad**, si la respuesta a una suma de señales en la entrada es igual a la suma de las salidas de las señales anteriores.

$$x1(t)+x2(t) \rightarrow y1(t)+y2(t)$$



Linealidad

La ***propiedad de escalabilidad u homogeneidad*** muestra una relación de «amplificación» o «atenuación» representada por una constante.
Para los ejemplos, las constantes a usar son α y β que podrían ser reales o complejas.



$$\alpha x1(t) \rightarrow \alpha y1(t)$$

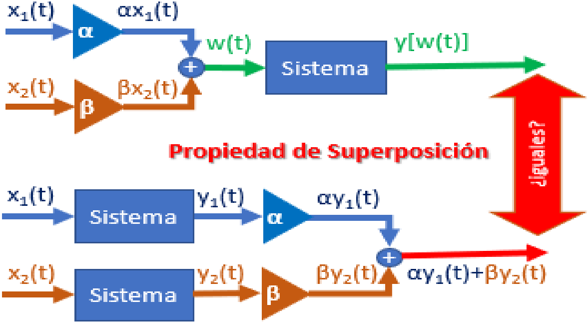
La propiedad de escalabilidad implica que una amplificación o atenuación puede ser aplicada antes o después del sistema, el resultado debería ser semejante.

Linealidad

La ***propiedad de superposición*** se plantea como una combinación de las propiedades anteriores:

en el tiempo contínuo:

$$\alpha x1(t)+\beta x2(t)\rightarrow \alpha y1(t)+\beta y2(t)$$



en tiempo discreto:

$$\alpha x1[n]+\beta x2[n]\rightarrow \alpha y1[n]+\beta y2[n]$$

Resumen de sesión

- Señales exponenciales y sinusoidales
- Sistemas continuos y discretos
- Propiedades básicas de los sistemas

Siguiente sesión

- Sistemas LTI discretos: La suma de convolución
- Sistemas LTI continuos: La integral de convolución
- Tarea: realizar la lectura de las secciones
  - 2.1
  - 2.2

  del libro *Señales y Sistemas, Alan V. Oppenheim, Segunda Edición*.